REALE ISTITUTO LOMBARDO
DI SCIENZE E LETTERE

RENDICONTI

SERIE II

VOLUME XLVIII

ULRICO HOEPLI
Libraio del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere
MILANO

1915

Adunanza solenne del 7 Gennaio 1915

L'adunanza è presieduta dal prof. sen. Pasquale D l Giudice.

È onorata dalla presenza di **S. A. R. il Conte di Torino.** Siedono al tavolo della presidenza, oltre **S. A. R.** ed il sen. Del Giudice, i tenenti generali Brusati, Briccola e Camerana, il prefetto della provincia, sen. Panizzardi, ed il segretario accademico prof. Zuccante.

Sono presenti l'avv. Boriosi in rappresentanza del Municipio, il comm. Raimondi, presidente della Corte d'Assise, il comm. Nicora, procuratore generale del Re, il comm. Ronchetti, provveditore agli studi, l'avv. Buzzi per la Deputazione provinciale, i senatori e membri dell'Istituto: Celoria, Colombo, Del Giudice, Golgi, Mangiagalli; i senatori: Greppi, Mainoni e Pirelli; gli onorevoli: De Capitani, Della Porta, Gambarotta, Gasparotto, Mira, Sioli-Legnani e Valvassori-Peroni; i membri effettivi: Artini, Briosi, Gobbi, Gorini, Jorini, Jung, Minguzzi, Murani, Novati, Sabbadini, Taramelli; e i soci corrispondenti: Arnò, Bonfante, Brizi, Capasso, Coletti, De Marchi M., Fantoli, Gabba L., Jona, Livini, Majno, Pascal C., Pestalozza U., Somigliana, Supino C., Tansini, Villa e Volta. Numerosi gl'invitati e le signore.

Scusarono la loro assenza S. E. il Cardinal Ferrari, i senatori Barinetti e Ponti, l'on. Candiani, i MM. EE. Lattes e Vidari E.

Il M. E. prof. Giuseppe Zuccante, segretario della Classe di lettere, scienze morali e storiche, dà conto dei lavori della sua Classe durante il 1914.

Il dott. Tito Rosnati, ufficiale di segreteria, legge pure il rendiconto della Classe di scienze matematiche e naturali, in assenza del segretario della Classe, prof. Luigi Gabba; indi proclama i risultati dei concorsi scaduti. Vengono distribuiti da **S. A. R. il Conte di Torino** i premi conferiti ai vincitori.

Il M. E. prof. Giulio Cesare Buzzati, pronuncia il discorso inaugurale sull' argomento: *Il diritto e la guerra.*

Il presidente dà come letti i temi per i nuovi concorsi, già stampati, indi ringrazia le autorità e gl' intervenuti.

L' adunanza è tolta ad ore 15,30.

RISULTATO DEI CONCORSI A PREMI

PREMIO DELL' ISTITUTO

Il pensiero e l'arte degli scrittori francesi d'avanti e dopo la rivoluzione, negli scrittori italiani degli ultimi decenni del secolo XVIII e dei primi del secolo XIX.

Scaduto il 1 aprile 1914. Due concorrenti.

Fu conferito il premio di L. 1200 al prof. ETTORE ROTA di Como.

FONDAZIONE CAGNOLA

Tema proposto dall'Istituto:

Progressi e stato attuale della telegrafia e telefonia senza fili.

Scaduto il 1 aprile 1914. Un sol concorrente.

Fu conferito il premio di L. 2500 e la medaglia d'oro del valore di L. 500 al prof. dott. GIUSEPPE VANNI, direttore del Laboratorio nel R. Istituto militare radiotelegrafico in Roma.

Temi permanenti designati dal fondatore: Scaduti il 31 dicembre 1913:

1. Una scoperta ben provata sulla cura della pellagra.

   Fu conferito un assegno d'incoraggiamento di L. 1500 all'unico concorrente prof. ALDO PERRONCITO dell'Università di Pavia, per il suo opuscolo stampato: Eziologia della pellagra.

2. Sulla natura dei miasmi e contagi.

   Tre concorrenti.

   Assegno d'incoraggiamento di L. 1500 al prof. GUIDO VOLPINO della R. Università di Torino per i suoi lavori stampati sull'eziologia della rabbia canina, sul vaccino e sul vaiuolo.

3. Sulla direzione dei palloni volanti (dirigibili).
   Nessun concorrente.
4. Sul modo di impedire la contraffazione di uno scritto.
   Un solo concorrente.
   Non fu conferito il premio.

FONDAZIONE BRAMBILLA

Un premio a chi avrà inventato o introdotto in Lombardia qualche nuova macchina, o qualsiasi processo industriale, o altro miglioramento, da cui la popolazione ottenga un vantaggio reale e provato.

Scaduto il 1 aprile 1914. Quindici concorrenti.

Premio di 1° grado di L. 1000 e medaglia d'oro alla Ditta Ceretti & Tanfani di Milano, per avere introdotto in Italia l'industria della costruzione di impianti per trasporti meccanici ed aerei di materiali e di persone.

Premio di 2° grado di L. 300 e medaglia d'oro, ai seguenti:

Società Anonima L. Giannoni & C., di Milano, per avere sviluppato in Lombardia la fabbricazione di articoli casalinghi fini in metallo, per mensa, caffè, toilette, ecc.

Marazza L. & C., di Milano, per avere introdotto e sviluppato in Lombardia la fabbricazione dei vassoi metallici nichelati o dipinti, scatole e cartelli réclame in metallo, ed articoli casalinghi a buon mercato.

Radaelli R., di Milano, per la fabbricazione di apparecchi per illuminazione a gaz, a luce elettrica e ad acetilene ; di contatori da gaz, scaldabagni e stufe a gaz.

Officine Elettrochimiche Dott. Rossi, di Legnano, per avere introdotto in Lombardia la fabbricazione di una lega metallica da essa denominata Elianite, atta a fare condutture ed apparecchi resistenti ai liquidi ed ai vapori corrosivi, a temperatura elevata.

Assegno d'incoraggiamento di L. 200 al sig. Giulio Verzegnassi, di Orio Litta, per avere introdotto in Lombardia la lavorazione delle pietre dei diamanti per le industrie.

FONDAZIONE FOSSATI

Illustrare con ricerche originali un fatto di anatomia macro o microscopica del sistema nervoso.

Scaduto il 1 aprile 1914. Quattro concorrenti.

La Commissione esaminatrice si è riservata di presentare la relazione all'Istituto nel gennaio 1915.

FONDAZIONE KRAMER

Della influenza dei boschi sul regime delle acque superficiali e di sottosuolo. Raccogliere le notizie di fatto sia antiche che moderne relative alla questione e riprenderne la trattazione, con particolare riguardo all'Italia.

Scaduto il 31 dicembre 1913. Due concorrenti.

Fu conferito il premio di L. 4000 al sig. ing. MARIO GIANDOTTI, direttore del r. Ufficio idrografico del Po in Parma.

FONDAZIONE ZANETTI

Premio di L. 1000 a quello fra i farmacisti italiani che raggiungerà un intento qualunque che venga giudicato utile al progresso della farmacia e della chimica medica.

Scaduto il 1 aprile 1914.

Fu conferito il premio di L. 1000 all'unico concorrente dott. DOMENICO GANASSINI, della r. Università di Pavia.

FONDAZIONE PIZZAMIGLIO

L'amministrazione dei comuni rurali dell'alta Italia (valle del Po e catena delle Alpi) nell'antichità e nel medioevo.

Scaduto il 31 dicembre 1913. Nesssun concorrente.

FONDAZIONE TULLO MASSARANI

Il risorgimento della storiografia in Milano nella seconda metà del secolo XVIII.

Scaduto il 31 dicembre 1913. Un solo concorrente.

Non fu conferito il premio.

FONDAZIONE AMALIA VISCONTI TENCONI

Una borsa di studio da conferirsi a un giovane di nazionalità italiana, di scarsa fortuna e che, avendo già dato prova d'ingegno non comune, di rettitudine e buona volontà, si avvî agli studi in materia di elettricità industriale, prevalentemente per perfezionamento all'estero.

Scaduto il 1 aprile 1914. Due concorrenti.

Non fu conferita la borsa.

FONDAZIONE ERNESTO DE ANGELI

Invenzioni, studi e disposizioni aventi per iscopo la sicurezza e l'igiene degli operai nelle industrie, nella misura e a seconda delle norme proposte dal R. Istituto Lombardo di scienze e lettere.

Scaduto il 30 giugno 1914. Cinque concorrenti.

Assegno d'incoraggiamento di L. 1000 all'ing. ALBERICO BULFONI, ispettore dell'Associazione degl'industriali d'Italia per prevenire gli infortuni del lavoro, al suo opuscolo a stampa: L'industria tipo-litografica nei rapporti della sicurezza e dell'igiene.

TEMI DEI CONCORSI A PREMI

NORME GENERALI PER I CONCORSI

eccettuati

quelli per i quali sono accennate prescrizioni speciali

Può concorrere ogni nazionale o straniero, eccetto i Membri effettivi del Reale Istituto, con memorie manoscritte e inedite, in lingua italiana o francese o latina. Queste memorie dovranno essere trasmesse, franche di porto, nel termine prefisso, alla Segreteria dell' Istituto nel palazzo di Brera in Milano e, giusta le norme accademiche, saranno anonime e contraddistinte da un motto, ripetuto su di una scheda suggellata, che contenga nome, cognome e domicilio dell'autore. Si raccomanda l'osservanza di queste discipline, affinchè le memorie possano essere prese in considerazione.

A evitare equivoci, i signori concorrenti sono ancora pregati di indicare con chiarezza *a quale* dei premi proposti dall' Istituto intendano concorrere.

I premi verranno conferiti nella solenne adunanza dell'anno successivo a quello di chiusura dei concorsi.

Tutti i manoscritti si conservano nell'archivio dell' Istituto, per uso di ufficio e per corredo dei proferiti giudizi, con facoltà agli autori di farne tirar copia a proprie spese.

È libero agli autori delle memorie non premiate di ritirarne la scheda entro un anno dalla aggiudicazione dei premi.

PREMI DELL' ISTITUTO

Tema per il **1915**, pubblicato l' 11 gennaio 1914.

Investigare se o meno si possa presumere che il regime delle pioggie in Tripolitania e Cirenaica sia diverso oggi da quello che si verificava all'epoca romana.
Scadenza 1 aprile 1915, ore 15.
Premio L. 1200.

Tema per il **1916**, pubblicato il 7 gennaio 1915.

Le dottrine sensistiche nel ducato e alla corte di Parma nel secolo XVIII.
Scadenza 1 aprile 1916, ore 15.
Premio L. 1200.

MEDAGLIE TRIENNALI

per il **1915**.

Il R. Istituto Lombardo, secondo l' art. 28 del suo regolamento organico, aggiudica ogni triennio due medaglie d' oro di L. 500 ciascuna, per promuovere le industrie agricole e manifatturiere: una destinata a quei cittadini italiani che abbiano concorso a far progredire l' agricoltura lombarda col mezzo di scoperte o di metodi non ancora praticati; l' altra a quelli che abbiano fatto migliorare notevolmente o introdotto, con buona riuscita, una data industria manifattrice in Lombardia.

Chi crede di poter concorrere a queste medaglie è invitato a presentare la sua istanza in bollo da cent. 60, accompagnata dagli opportuni documenti, alla segreteria dell' Istituto nel palazzo di Brera in Milano, non più tardi delle ore 15 del 31 dicembre 1915.

PREMI DI FONDAZIONE CAGNOLA

sopra temi proposti dall'Istituto.

Le memorie premiate nei concorsi di fondazione Cagnola, che devono essere presentate anonime e inedite, restano proprietà degli autori; ma essi dovranno pubblicarle entro un anno, prendendo i concerti colla segreteria dell'Istituto per il testo e i caratteri, e consegnandone alla medesima cinquanta esemplari; dopo di che soltanto potranno ricevere il numerario. Tanto l'Istituto, quanto la rappresentanza della fondazione Cagnola, si riservano il diritto di farne tirare, a loro spese, quel maggior numero di copie, di cui avessero bisogno a vantaggio della scienza.

Tema per il **1915**, pubblicato l'8 gennaio 1914.

Innesto di organi e tessuti. Storia, valore e significato scientifico degli innesti. Applicazioni.

Il lavoro dovrà esser illustrato anche da esperienze personali.

Scadenza 1 aprile 1915, ore 15.

Premio L. 2500 e una medaglia d'oro del valore di L. 500.

Tema per il **1916**, pubblicato il 7 gennaio 1915.

Esposizione critica, ordinata e sistematica, delle combinazioni chimiche fra metalli, ponendo in evidenza i loro caratteri peculiari e illustrando con un contributo esperimentale qualche caso interessante o mal noto.

Scadenza 1 aprile 1916, ore 15.

Premio L. 2500 e una medaglia d'oro del valore di L. 500.

PREMI DI FONDAZIONE CAGNOLA

sopra temi designati dal fondatore, pubblicati il 7 gennaio 1915.

Le memorie dei concorrenti potranno anche essere presentate non anonime, purchè non pubblicate prima della data di questo programma. Anche per questo premio si ritiene obbligato l'autore della memoria premiata a consegnare all'Istituto

cinquanta esemplari e lasciarne tirare maggior numero di copie all'Istituto e alla rappresentanza della fondazione Cagnola.

Una scoperta ben provata:

Sulla cura della pellagra, o

Sulla natura dei miasmi e contagi, o

Sulla direzione dei palloni volanti (dirigibili), o

Sui modi di impedire la contraffazione di uno scritto.

Scadenza 31 dicembre 1915, ore 15.

Premio L. 2500 e una medaglia d'oro del valore di L. 500.

PREMIO DI FONDAZIONE BRAMBILLA

Concorso per l'anno 1915.

A chi avrà inventato o introdotto in Lombardia qualche nuova macchina o qualsiasi processo industriale o altro miglioramento, da cui la popolazione ottenga un vantaggio reale e provato.

La domanda dovrà esser presentata in carta da bollo da cent. 60, coll'indirizzo del concorrente e da lui firmata.

Il premio sarà proporzionato all'importanza dei lavori che si presenteranno al concorso, e potrà raggiungere, in caso di merito eccezionale. la somma di L. 4000.

Scadenza 1 aprile 1915, ore 15.

PREMI DI FONDAZIONE FOSSATI

Il concorso ai premi della fondazione Fossati è aperto a tutti gli italiani e potrà essere fatto tanto con manoscritti quanto con opere pubblicate; ma fra queste ultime saranno escluse quelle anteriori ad un quinquennio e quelle già altrimenti premiate.

I manoscritti premiati saranno restituiti all'autore, perchè ne curi a sue spese la pubblicazione; dell'opera pubblicata dovranno consegnarsi, insieme al manoscritto, tre copie al R. Istituto Lombardo, una delle quali destinata alla biblioteca dell'Ospitale Maggiore, ed una a quella del Museo civico di storia naturale; dopo di che soltanto potrà il premiato ritirare la somma assegnata al premio.

Tema per il **1915**, pubblicato il 9 gennaio 1913.

Illustrare qualche fatto di anatomia macro o microscopica del sistema nervoso degli animali superiori.
Scadenza 1 aprile 1915, ore 15.
Premio L. 2000.

Tema per il **1916**, pubblicato l'8 gennaio 1914.

Illustrare qualche punto della fine anatomia del sistema nervoso.
Scadenza 1 aprile 1916, ore 15.
Premio L. 2000.

Tema per il **1917**, pubblicato il 7 gennaio 1915.

Quali aiuti le ricerche sull'anatomia del sistema nervoso, allo stato presente, hanno fornito alle nostre conoscenze fisiologiche.
Scadenza 31 marzo 1917, ore 15.
Premio L. 2000.

PREMIO DI FONDAZIONE KRAMER

La nobile signora Teresa Kramer-Berra, con suo testamento 26 marzo 1879, legava L. 4000, da conferirsi ad ogni biennio in premio a quell'ingegnere italiano, che avrà dato la migliore soluzione di un tema di scienze fisico-matematiche. A questo concorso non sono quindi ammessi che gli italiani, patentati ingegneri in Italia o fuori, esclusi i Membri effettivi e onorari dell' Istituto Lombardo.

Le memorie dovranno essere manoscritte, inedite e scritte in italiano: si spediranno franche di porto e raccomandate, nel termine prefisso dall' avviso di concorso, alla segreteria dell' Istituto Lombardo, nel palazzo di Brera, in Milano: saranno anonime e contraddistinte da un motto, ripetuto su una scheda suggellata, che contenga nome, cognome e domicilio dell' autore e la copia autentica del documento, dal quale emerge la sua qualità di ingegnere.

Della memoria premiata dovrà consegnarsi una copia, manoscritta o stampata, all'amministrazione dell'opera pia Kramer; dopo di che soltanto potrà il premiato ritirare la somma assegnata al premio.

Tema per il **1915**, pubblicato l'8 gennaio 1914.

Contributo allo studio della resistenza delle dighe di ritegno de' serbatoi artificiali, con speciale riguardo alle dighe di scogliera provviste di maschera e di diaframma impermeabile.

Scadenza 31 dicembre 1915, ore 15.

Premio L. 4000.

PREMIO DI FONDAZIONE SECCO-COMNENO

La memoria premiata rimane proprietà dell' autore; ma egli dovrà pubblicarla entro un anno dall'aggiudicazione, consegnandone otto copie all'amministrazione dell' Ospedale Maggiore di Milano, e una all' Istituto, per il riscontro col manoscritto; dopo di che soltanto potrà conseguire il premio.

Tema per il **1915**, pubblicato il 12 gennaio 1911.

Sull' indacanuria.

Scadenza 1 aprile 1915, ore 15.

Premio L. 864.

PREMIO DI FONDAZIONE PIZZAMIGLIO

Può concorrere ogni italiano con memorie manoscritte e inedite.

La memoria premiata rimarrà proprietà dell' autore; ma egli dovrà pubblicarla entro un anno insieme col rapporto della Commissione esaminatrice e presentarne una copia al R. Istituto; dopo di che soltanto potrà conseguire la somma assegnata al premio.

Tema per il **1915**, pubblicato l'8 gennaio 1914.

Riforme legislative desiderabili nell'ordinamento della proprietà fondiaria urbana.

Scadenza 31 dicembre 1915, ore 15.

Premio L. 1500.

PREMI DI FONDAZIONE CIANI

La fondazione letteraria dei fratelli Giacomo e Filippo Ciani, istituita nel 1871 del dott. Antonio Cabrini, assegnava per via di concorso due premi: il primo *straordinario di un titolo di rendita italiana 5 % di L. 500* (ora convertito in un titolo di rendita italiana 3.50 % di L. 350) a un *Libro di lettura per il popolo italiano*, originale, non ancora pubblicato per le stampe, di merito eminente e tale, che possa diventare un libro famigliare del popolo stesso; l'altro *triennale di L. 1500* a un *Libro di lettura stampato e pubblicato nei periodi sotto indicati*, che possa formare parte di una serie di libri di lettura popolare, amena e istruttiva.

Per il primo di questi premi, cioè per lo straordinario assegno del titolo di rendita italiana già 5 % di L. 500 annue ed ora di L. 350 annue di rendita 3.50 % all'autore di un

LIBRO DI LETTURA PER IL POPOLO ITALIANO

si riapre il concorso, alle seguenti condizioni:

L'opera dovrà:

Essere originale, non ancora pubblicata per le stampe, e scritta in buona forma letteraria, facile e attraente, in modo che possa diventare il libro famigliare del popolo;

Essere eminentemente educativa e letteraria, e avere per base le eterne leggi della morale e le liberali istituzioni, senza appoggiarsi a dogmi o a forme speciali di governo, restando escluse dal concorso le raccolte di frammenti scelti, le antologie, ecc., che tolgono al lavoro il carattere di un libro originale; essere preceduta, per la necessaria unità del concetto, da uno *scritto dichiarativo*, in forma di proemio, che riassuma il pensiero dell'autore, i criteri che gli furono di guida e l'intento educativo ch'egli ebbe nello scriverla;

Essere di giusta mole; esclusi quindi dal concorso i semplici opuscoli e le opere di parecchi volumi.

Possono concorrere italiani e stranieri di qualunque nazione, purchè il lavoro sia in buona lingua italiana e adatta all' intelligenza del popolo. I Membri effettivi e onorari del R. Istituto Lombardo non sono ammessi al concorso.

I manoscritti dovranno essere di facile lettura e i concorrenti avranno cura di ritirarne la ricevuta dall' ufficio di segreteria o direttamente o per mezzo di persona da essi incaricata.

Il tempo utile alla presentazione dei manoscritti sarà fino alle ore 15 del 30 dicembre 1916 e l'aggiudicazione del premio si farà nell'anno successivo.

Un mese dopo pubblicati i giudizi sul concorso, il manoscritto sarà restituito alla persona che ne porgerà la ricevuta rilasciata dalla segreteria all'atto della presentarione.

Il *certificato di rendita perpetua già di lire cinquecento 5 °/₀ ed ora di lire trecentocinquanta 3.50 °/₀*, sarà consegnato al vincitore del concorso, quando la pubblicazione dell'opera sia accertata.

Concorso triennale per gli anni 1915, 1918 e 1921.

Il miglior libro di lettura per il popolo italiano, *di genere narrativo drammatico*, pubblicato dal 1° gennaio 1907 al 31 dicembre 1915. Premio L. 1500. Scadenza 31 dicembre 1915, ore 15.

Il miglior libro come sopra, *di genere scientifico con preferenza alle scienze morali ed educative*, pubblicato dal 1° gennaio 1910 al 31 dicembre 1918. Premio L. 1500. Scadenza 31 dicembre 1918, ore 15.

Il miglior libro come sopra, *di genere storico*, pubblicato dal 1° gennaio 1913 al 31 dicembre 1921. Premio L. 1500. Scadenza 31 dicembre 1921, ore 15.

L'opera dovrà essere di giusta mole e avere per base le eterne leggi della morale e le liberali istituzioni, senza appoggiarsi a dogmi o a forme speciali di governo.

L'autore avrà di mira non solo che il concetto dell'opera sia di preferenza educativo, ma che l'espressione altresì ne sia sempre facile e attraente; cosicchè essa possa formar parte d'una serie di buoni libri di lettura famigliari al popolo.

Possono concorrere autori italiani e stranieri, di qualunque nazione, purchè il lavoro pubblicato per le stampe sia in buona lingua italiana e in forma chiara ed efficace.

I Membri effettivi e onorari del R. Istituto Lombardo non sono ammessi a concorrere.

L'opera dev'essere originale, non premiata in altri concorsi, nè essere stata pubblicata innanzi al novennio assegnato come termine al concorso.

Gli autori dovranno, all'atto della pubblicazione dell'opera, presentarne due esemplari alla segreteria del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, nel palazzo di Brera, in Milano, unendovi una dichiarazione firmata dall'editore, del tempo in cui l'opera venne pubblicata. Sarà loro rilasciata una ricevuta d'ufficio del deposito fatto, all'intento di stabilire il tempo utile della pubblicazione, giusta il programma.

Le opere anonime o pseudonime dovranno essere contraddistinte da un motto, ripetuto su una scheda suggellata, la quale contenga il nome, cognome e domicilio dell'autore: questa scheda non sarà aperta, se non quando sia all'autore aggiudicato il premio.

Le opere presentate si conserveranno nella libreria dell'Istituto per corredo dei proferiti giudizi.

L'Istituto, nel caso che non venga presentata alcuna opera che sia riconosciuta degna del premio, si riserva la facoltà di premiare anche opere pubblicate nei periodi come sopra indicati e che rispondono alle altre condizioni del programma, sebbene non presentate al concorso.

PREMIO TRIENNALE DI FONDAZIONE ZANETTI

Tema per il **1917**, pubblicato il 7 gennaio 1915.

Un premio di italiane lire 1000 (mille) da conferirsi a concorso libero di quesito a quello fra i farmacisti italiani che *raggiungerà un intento qualunque che venga giudicato utile al progresso della farmacia e della chimica medica.*

Tempo utile a presentare le memorie fino alle ore 15 del giorno 1 aprile 1917.

Il concorso ai premi della fondazione Zanetti è aperto a tutti gli italiani e potrà essere fatto tanto con manoscritti quanto con opere pubblicate; ma fra queste ultime saranno escluse quelle anteriori di un triennio e quelle già altrimenti premiate.

PREMIO DELLA FONDAZIONE CONTARDO FERRINI

Il Comitato per onoranze al compianto prof. Contardo Ferrini costituito in Milano, deliberava di destinare i fondi raccolti dalla pubblica sottoscrizione a una fondazione al nome di Contardo Ferrini, collo scopo di conferire una medaglia periodica all'autore italiano di un lavoro in tema di esegesi delle fonti del diritto romano, a seconda delle norme proposte dal R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, e cioè:

Le memorie dovranno essere scritte a mano o a macchina, inedite, in italiano o latino; e si spediranno franche di porto e raccomandate, nel termine fissato dall'avviso di concorso, alla segreteria del R. Istituto Lombardo, nel palazzo di Brera,

in Milano. Esse saranno anonime, contraddistinte da un motto, ripetuto su una scheda suggellata, che contenga nome, cognome e domicilio dell'autore e il documento autentico che provi che egli è italiano.

Qualora l'autore faccia stampare la memoria premiata, dovrà premettervi il giudizio della Commissione esaminatrice e consegnarne un esemplare per la biblioteca dell'Istituto Lombardo.

Tema per il **1919**, pubblicato il 7 gennaio 1915.

Le origini e la struttura primitiva della *vindicatio*.
Scadenza 31 dicembre 1919, ore 15.
Premio — Medaglia d'oro del valore di L. 500.

PREMIO DELLA FOND. Avv. GASPARE BORGOMANERI

La signora Michelina Mazzucchelli ved. Borgomaneri, con suo testamento olografo 1 luglio 1905, legava L. 40,000 al R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, perchè i frutti di 3 in 3 semestri vengano assegnati a un italiano, vincitore di un premio in un concorso proposto dalla Classe di lettere e scienze morali e storiche, esclusi i MM. EE. dell'Istituto Lombardo, oppure come borsa di studio a un giovane laureato in lettere o diritto o filosofia o scienze morali o storiche in un'Università o Istituto o Scuola superiore del regno.

Le memorie del concorso a premi dovranno essere in lingua italiana, inedite, e si spediranno franche di porto nel termine prefisso dall'avviso di concorso alla segreteria del R. Istituto Lombardo, nel palazzo di Brera, in Milano. Saranno anonime e contraddistinte da un motto ripetuto su di una scheda suggellata che contenga nome, cognome e domicilio dell'autore e la prova della sua qualità di nazionale.

Alla borsa di studio può concorrere ogni giovane, che provi, con documenti autentici, la sua qualità di nazionale, la sua età e abbia ottenuto un diploma di laurea in lettere o diritto o filosofia o scienze morali o storiche in un'Università o Istituto o Scuola superiore del regno; dovrà dichiarare il concorrente dove e come intende continuare gli studi di perfezionamento pei quali aspira alla borsa.

Il vincitore della borsa poi, entro il biennio dell'ottenuto sussidio, presenterà una relazione documentata degli studi di perfezionamento ai quali attese.

Tema per il **1916**, pubblicato l'8 gennaio 1914.

Fare uno studio storico sulle organizzazioni della classe lavoratrice in Italia dopo il 1860.

Scadenza 1 aprile 1916, ore 15.

Il premio sarà di L. 2000.

PREMIO DELLA FONDAZIONE TULLO MASSARANI

Il senatore Tullo Massarani, già membro effettivo del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, con suo testamento 20 novembre 1900, legava all'Istituto stesso l'annua rendita di lire 1000 del Debito pubblico per un premio biennale a un lavoro in cui si svolgerà alternativamente, a dettame dell'Istituto medesimo, un tema di critica e di storia letteraria, ovvero un tema di critica e di storia dell'arte.

Le memorie del concorso a premio dovranno essere in lingua italiana, inedite, e si spediranno, franche di porto nel termine prefisso dall'avviso di concorso, alla segreteria del R. Istituto Lombardo, nel palazzo di Brera, in Milano; saranno anonime e contraddistinte da un motto ripetuto su di una scheda suggellata, che contenga nome, cognome e domicilio dell'autore e la prova della sua qualità di nazionale.

Tema per il **1915**, pubblicato l'8 gennaio 1914.

Sulla teoria della somiglianza nei ritratti. Ricerca storico-critica.

Scadenza 31 dicembre 1915, ore 15.

Premio L. 2000.

BORSA DI STUDIO

DELLA FONDAZIONE AMALIA VISCONTI TENCONI

La signora Amalia Visconti ved. Tenconi, con suo testamento 21 febbraio 1908, legava L. 40.000 al R. Istituto Lombardo di scienze e lettere perchè, depurate dalla tassa di successione, venissero impiegate in un certificato di rendita del Debito pubblico da erogarsi per *una borsa di studio da conferirsi ogni anno a un giovane di nazionalità italiana, di scarsa fortuna e che*

avendo già dato prova d'ingegno non comune, di rettitudine e buona volontà, si avvi agli studi in materia di elettricità industriale, prevalentemente per perfezionamento all'estero.

La borsa sarà di L. 1200.

Le istanze degli aspiranti saranno presentate alla segreteria del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, Milano, palazzo di Brera, per il 1 aprile 1915, ore 15.

Esse saranno accompagnate:

a) da un certificato o attestato di notorietà pubblica, rilasciato dal sindaco del luogo del domicilio a sensi dell'art. 103 della vigente legge comunale e provinciale, nel quale sia dichiarato che la famiglia e il concorrente sono di scarsa fortuna e quest'ultimo è di buona condotta;

b) dai certificati scolastici rilasciati da Istituti italiani di grado superiore, provanti che il concorrente sia d'ingegno non comune, di buona volontà e si sia avviato agli studi in materia d'elettricità industriale e dalla designazione, da parte del concorrente, dell'Istituto scientifico presso il quale intende perfezionarsi.

La proclamazione dell'esito del concorso verrà fatta nella seduta solenne successiva alla scadenza del concorso.

Il pagamento sarà fatto alla cassa del R. Istituto Lombardo o direttamente a colui al quale fu aggiudicata la borsa o al suo legale rappresentante s'egli fosse in minor età.

Trascorso l'anno il vincitore della borsa dovrà trasmettere all'Istituto Lombardo la prova degli studi fatti, documentata con una dichiarazione del direttore dell'Istituto presso il quale li ha compiti.

PREMIO DELLA FONDAZIONE ERNESTO DE ANGELI

Il Comitato per onoranze al compianto senatore Ernesto De Angeli, costituitosi in Milano, deliberava di destinare i fondi raccolti dalla pubblica sottoscrizione a una fondazione al nome di Ernesto De Angeli. Il Comitato stesso destinava la rendita di detta fondazione all'assegnamento di un premio triennale perpetuo per: *Invenzioni, studi e disposizioni aventi per iscopo la sicurezza e l'igiene degli operai nelle industrie*, nella misura e a seconda delle norme proposte dal R. Istituto Lombardo di scienze e lettere.

I concorrenti dovranno presentare domanda di ammissione al concorso alla segreteria dell'Istituto Lombardo di scienze e lettere, Milano, palazzo Brera, corredata da tutti quei documenti e quelle indicazioni che valgano a fornire gli elementi necessari per un sicuro giudizio di merito.

I lavori presentati al concorso non potranno aver data anteriore a più di un triennio da quella della scadenza del concorso stesso, e dovranno essere scritti in lingua italiana o francese o inglese o tedesca.

Potranno concorrere italiani e stranieri, esclusi i MM. EE. del R. Istituto Lombardo. I concorrenti stranieri però dovranno mettere il R. Istituto Lombardo di scienze e lettere in grado di conoscere esattamente quanto presentano al concorso, senza che siano necessari sopraluoghi all'estero.

È concessa facoltà al concorrente di mantenere segreto il proprio nome presentando il lavoro contrassegnato con un motto di riconoscimento e una busta suggellata contenente il nome, cognome e domicilio, da aprirsi nel solo caso che vincesse il premio.

Gli studi, gli apparecchi, le disposizioni, restano di completa proprietà del concorrente, ma il R. Istituto Lombardo avrà facoltà di divulgare a mezzo di pubblicazioni la conoscenza di quel lavoro che avrà ottenuto il premio.

Il premio non potrà mai essere suddiviso fra diversi concorrenti.

Scadenza del concorso 31 marzo 1917, alle ore 15.

Premio L. 5000.

RENDICONTO DEI LAVORI

DELLA

CLASSE DI LETTERE E SCIENZE MORALI E STORICHE

nel 1914

letto dal M. E. Prof. GIUSEPPE ZUCCANTE

SEGRETARIO DELLA CLASSE

nell' adunanza solenne del 7 gennaio 1915

Altezza Reale, Signore e Signori,

Triste, tragica ora questa in cui s' inaugurano i lavori della nostra Accademia, quando altre Accademie in altre parti d' Europa o sono chiuse in un lugubre silenzio d' attesa, o giacciono prostrate nella desolazione e nella morte! Triste e tragica tanto più, quando si pensi che all'ira e all' odio degli uomini la scienza presta gli strumenti di più terribile efficacia, la scienza che è luce e calore, e parrebbe dovesse solo adoperarsi a illuminare le menti, a riscaldare i cuori nei pensieri e negli uffici dell' amore fraterno.

Ma non per questo venga sulle labbra l' invettiva di Faust e si maledica alla scienza; non per questo si festeggino meno i suoi trionfi, o si celebrino meno le sue feste. Verrà giorno — e non lontano, auguriamoci — in cui la scienza sarà adoperata, non ancora in opere di distruzione e di morte, ma a rimarginare le ferite che l' odio ha prodotto, a stringere i legami che l'odio ha disciolto, a riaffratellare gli uomini nella grand' opera della civiltà e del progresso.

In quest'attesa e con quest'augurio noi iniziamo, illustri Colleghi, l' anno nuovo dei nostri lavori e riandiamo i lavori dell' anno testè decorso. Abbiamo lavorato entro il

silenzio delle nostre mura, mentre è al di fuori tanto strepito d' armi e gli animi sono sgomenti per l' immane tragedia, e ci preme il pensiero del domani che la sorte riserba alla patria nostra; ma non abbiamo lavorato indarno, poichè una luce in tanta tenebra abbiamo mostrato di saper perseguire, la luce dei più degni destini che attendono l' umanità nel suo laborioso cammino.

Quell' alta e nobile funzione scientifica e sociale, per cui l' Istituto nostro è considerato a buon diritto come il focolare dell' alta coltura nella regione lombarda ed è insieme largamente benemerito del progresso nazionale, si esplica in due maniere d' attività: l' una, a dir così, generale ed esteriore, consistente nei concorsi a premi, per cui è cercato e incoraggiato ogni valore che si riveli nel campo delle lettere, delle scienze e delle loro applicazioni, e l' Istituto si tiene in contatto col paese e coi tempi; l'altra più speciale e raccolta, più intima, si potrebbe dire, per cui l' Istituto contribuisce anche meglio al progresso degli studi, coi lavori de' suoi membri e de' suoi soci, o di quanti altri egregi si aggiungono a noi nella ricerca e nell' indagine scientifica.

Di due concorsi a premi ha giudicato la Classe di lettere e scienze morali e storiche, che ho l' onore di rappresentare qui e della cui attività è ufficio mio rendere conto: del concorso al premio dell'Istituto e del concorso al premio della fondazione Massarani. Il primo aveva per tema: " *Il pensiero e l' arte degli scrittori francesi d' avanti e dopo la rivoluzione, negli scrittori italiani degli ultimi decenni del secolo XVIII e dei primi del secolo XIX* "; il secondo: " *Il risorgimento della storiografia a Milano nella seconda metà del secolo XVIII* ". Più fortunato il primo, che provocava un' importante monografia, per molti rispetti degnissima, a cui fu assegnato il premio; men fortunato il secondo, a cui non si presentava, non ostante gli allettamenti dell' argomento, alcun concorrente di sicuro valore. Anche del concorso alla borsa di studio intitolata al nome di Vittorio Emanuele II e fondata dalla benemerita Cassa di Risparmio delle provincie lombarde, ha giudicato la Classe di lettere e scienze morali e storiche. Valorosi giovani si

sono presentati alla gara, taluni eccellenti nell' una o nell' altra delle materie, o in tutte e due, storia e filologia, che ne erano l' oggetto; e la Commissione giudicatrice ha avuto solo una difficoltà: scegliere fra parecchi degni il più degno.

Ma dove si è manifestata particolarmente e doveva manifestarsi l' attività della Classe, è nell' altro campo accennato prima, dei lavori scientifici dei membri e dei soci, e degli altri egregi, a cui l' Istituto concede largamente la sua ospitalità. Qui ricerche in buon numero, sotto forma di note e comunicazioni, riguardanti i più svariati argomenti, che, accolte già nei nostri *Rendiconti* o nelle nostre *Memorie*, mentre attestano dell'operosità nostra, assicurano il buon nome dell'Istituto anche presso gli stranieri.

Non occorre dire in particolare di questi lavori; basterà appena accennare l'argomento di ciascuno e ciascuno assegnare al gruppo a cui appartiene; dire di più sarebbe eccessivo per una relazione che vuol essere brevissima.

Appartengono al gruppo delle scienze giuridiche o alla loro storia i lavori dei soci corrispondenti professori Alessandro Groppali e Alessando Lattes, del membro effettivo prof. G. C. Buzzati, del prof. Alessandro Visconti, del dott. Alfonso Gallo, del dott. Guglielmo Castelli, del prof. Emilio Albertario.

Della " *Natura imperativa della norma giuridica* " discorre il prof. Groppali; della " *Denuncia di nuova opera per iactum lapilli* " il prof. Lattes; " *Della legge sulla cittadinanza 13 giugno 1912 e della doppia nazionalità* " il prof. Buzzati; " *Del cap. 7 di Guido imperatore e del diritto ereditario medioevale* " il prof. Visconti; di " *Un ignoto frammento palinsesto del Liber Lombardae* " il dottor Gallo; mentre il dott. Castelli espone, in una prima nota, " *Alcune osservazioni giuridiche sull' epitaffio di Allia Potestas* " e studia, in una seconda, " *Una nuova iscrizione in tema di diritto di patronato romano* "; e, pure in due note, il prof. Albertario tratta d' un arduo e complesso argomento di diritto giustinianeo: " *Lis contestata e controversia mota* ".

Nell'ambito delle ricerche archeologiche od epigrafiche

si aggirano i lavori del membro effettivo prof. Attilio De Marchi, del dottor Giorgio Nicodemi, del membro effettivo prof. Elia Lattes.

Sulla “ *Forma Urbis Mediolani* „ ci espone alcune sue considerazioni il prof. De Marchi; il dottor Nicodemi illustra “ *Un'epigrafe di Sesto Calende* „, da lui recentemente scoperta; il prof. Lattes ristudia, in una nota, un argomento innanzi trattato, “ *L'iscrizione lepontina di Vergiate* „ e, in altra nota, sottopone a critica accurata certe deduzioni del Rosenberg “ *Intorno ai magistati etruschi* „.

Ricerche sul campo della filosofia o della sua storia o della sociologia, ci offrono nelle loro letture il socio corrispondente prof. Guido Villa, il prof. Cesare Ranzoli, l'avvocato Bassano Gabba.

“ *Sul problema del determinismo psichico* „ discute acutamente il prof. Villa; “ *Sul preteso agnosticismo dei Presocratici* „ il prof. Ranzoli; “ *Sull' evoluzione dal socialismo al sindacalismo* „ l'avv. Gabba.

Nè mancano le ricerche linguistiche, del lessico e della dialettologia segnatamente.

Il membro effettivo prof. Elia Lattes continua la pubblicazione del suo “ *Saggio di un indice lessicale etrusco* „, e consacra, questa volta, una grossa memoria alla lettera V, la quarta o la quinta degli alfabeti etruschi; il membro effettivo prof. Carlo Salvioni illustra nella sua elaborazione fonetica le voci bormine *rǫ̈jna*, *brǫ̈jna*, *rǫ̈jča*; il prof. Alessandro Sepulcri rintraccia la storia della parola greco-latina *phlebotomu* nei suoi derivati germanici e romanzi.

E nel campo della filologia e della storia letteraria vanno segnalati i lavori del socio corrispondente professor Carlo Pascal e del membro effettivo prof. Egidio Gorra.

Il Pascal illustra “ *Un episodio delle guerre di religione in Francia - l'assassinio dell'ammiraglio di Coligny - in alcuni carmi latini contemporanei* „; il Gorra conduce a termine, in due note successive, un forte studio, già iniziato nell'anno precedente, “ *Sulle origini dell'epopea francese* „.

Tale, illustri Colleghi, tradotto quasi nella schematica brevità delle cifre, il bilancio intellettuale e morale, chia-

miamolo così, della Classe di lettere scienze morali e storiche, nell'anno testè decorso: bilancio non ricchissimo, ma, nelle angustie presenti, pur sempre confortante e decoroso, e tale da rispondere alle buone tradizioni dell' Istituto e farci guardare fidenti all'avvenire.

Pur troppo perdite gravi nella Classe ebbe a subire anche quest'anno l' Istituto.

È morto il socio corrispondente prof. Fausto Lasinio, orientalista fra i più noti, insegnante di lingue semitiche comparate nell' Istituto di studi superiori di Firenze: apparteneva alla nostra Accademia dal 4 febbraio 1896. È morto il prof. Michele Kerbaker, nostro socio corrispondente dal 27 aprile 1905; filologo e indianista insigne; letterato e poeta che meritò le lodi del Carducci; maestro incomparabile, per oltre quarant' anni, di linguistica e sanscrito nell' Università di Napoli; cittadino integerrimo; uomo onorando per la modestia, il lavoro, la rettitudine, la illibatezza del costume.

Nell' ottobre e nel settembre questi due; e già prima, nel giugno, era scomparso un altro nostro socio insigne, l'architetto Camillo Boito: artista e maestro di cui resterà orma non cancellabile nella storia dell'arte moderna; altissimo critico, finissimo scrittore; perdita grave, irreparabile per chi sappia il valore morale d'un uomo, che ha consacrato tutto se stesso a una più alta dignità dell'arte e della vita.

E un altro nobile spirito scompariva nel novembre, il nostro socio prof. Alessandro D'Ancona. Dire di lui degnamente non è possibile qui, mentre l' ora preme. Egli fu il maestro dei maestri della nuova scuola di storia e critica letteraria, il vero fondatore del nuovo indirizzo storico-critico. La storia letteraria e la critica prima di lui erano informate a criteri più propriamente filosofico-estetici che storici: egli instaurò il metodo e la critica storica; la ricerca e lo studio del documento, l'analisi circospetta più che la sintesi arbitraria dovea essere la base della nuova scuola. « La critica storica — egli scriveva — innanzi ai grandi monumenti della poesia d' ogni nazione e d' ogni secolo, li illustra colla cognizione dei tempi, delle vicende dell' autore e delle forme della sua mente,

sicchè anche ciò che in essi v'ha di momentaneo, di caduco, di personale, trovi la sua propria ragione nelle condizioni dell'età e dell'uomo; e quello che la critica *a priori* vitupera o condanna, secondo idee di gusto, pur esse mutabili, giustifica e spiega alla luce delle vicende perpetue del pensiero e del costume ». E tali criteri guidarono e informarono tutta la poderosa opera sua; e, poichè altri frutti rigogliosi derivarono dal seme largamente sparso, il glorioso maestro riaduna in sè, si può dire, e personifica mezzo secolo di progresso scientifico nella storia e nella critica delle lettere nostre. E fu insieme patriotta e uomo d'azione e, come tale, studioso e illustratore magnifico della storia del nostro risorgimento: la stessa sua opera letteraria era da lui concepita come una forma di culto ch' egli rendeva alla patria.

E un altro lutto, un più domestico lutto ci colpiva in questi ultimi giorni: la morte del membro effettivo professor Tito Vignoli. Apparteneva all' Istituto nostro fino dal 1869; era il decano, credo, di tutti noi; e tutti noi ammiravamo l' assiduità esemplare, la solerzia, vorrei dire, giovanile, con cui, anche nella tarda età, partecipava ai nostri lavori; e tutti guardavamo con simpatia affettuosa all'uomo venerando dall'alta prestante persona, che gli anni non erano riusciti a incurvare, dalla parola facile, adorna, ispirata mai sempre a un senso di fine dignità o di arguzia serena. E l'Istituto deve a lui molte pregiate pubblicazioni, accolte nel volume dei suoi *Rendiconti*, su argomenti, massimamente, di antropologia e di psicologia comparata, le scienze ch'egli coltivò con amore e fortuna, e che professò anche dalla cattedra dell' Accademia scientifico-letteraria, con rara eloquenza, con vantaggio della scuola. Milanese per elezione, fu preposto a varie istituzioni milanesi, in particolar modo a quel Museo civico di storia naturale, che fu la passione e l'orgoglio della sua vita, e deve a lui, in gran parte, l' importanza scientifica a cui è assurto e il posto eminente che occupa fra gli altri Musei d' Italia e d' Europa.

Apparteneva all'Istituto nostro come membro onorario anche il marchese Emilio Visconti-Venosta; e non ho

bisogno di dir qui con qual senso di doloroso sgomento sia stata appresa dall' Istituto la sua morte. Era lutto d' Italia e non d' un particolare sodalizio, e il lutto nostro prendeva forma e colore dal lutto comune. Non già che l' uomo, così innanzi negli anni, non dovesse cedere alle supreme necessità della morte; ma pareva che uno degli ultimi superstiti del risorgimento nazionale, chi del risorgimento nazionale era stato così gran parte, non dovesse scomparire in questi giorni in cui è bisogno, non solo vigilare alla conservazione dell'arduo tesoro a prezzo di tanti sacrifici conquistato, ma dar opera ad accrescerlo, se è possibile, per una più grande Italia; e il glorioso vegliardo alle novissime speranze pareva dovesse prestare ancora la mente sempre pronta e l'esperienza consumata. Pur troppo non doveva compiersi questo voto degli italiani, che era fors' anche il suo voto, ed egli scompariva a mezzo del gran dramma. Ma la sua tomba lassù a Grosio, presso l'alpe vigilata, non lungi dalle frontiere della patria, è divenuta simbolo e ammonimento; possa egli da quella tomba, nuovo nume indigete, tutelare i nuovi destini d' Italia.

RENDICONTO DEI LAVORI

DELLA

CLASSE DI SCIENZE MATEMATICHE E NATURALI

nell'anno 1914

presentato dal M. E. Prof. LUIGI GABBA

SEGRETARIO DELLA CLASSE

nell' adunanza solenne del 7 gennaio 1915

Altezza Reale, Signori, Signore,

Anche nell'anno testè terminato l' Istituto lombardo soddisfece il suo compito molteplice di seguire il movimento intellettuale del paese, di giudicare i concorsi ai premi da esso banditi, e di segnalare, in base a questo coscienzioso esame, i fatti più cospicui constatati nel campo delle lettere, delle scienze e delle loro applicazioni. A questo suo importantissimo ufficio l' Istituto nostro associa anche quello di raccogliere il contributo, che nella sfera delle loro competenze viene offerto dai suoi membri e dai suoi soci, come pure dalle egregie persone le quali fanno assegnamento sulla ospitalità dell' Istituto, all' intento di far conoscere i risultati della loro attività scientifica. Di qui hanno origine le numerose note che vengono poi pubblicate nei nostri Rendiconti e nelle nostre Memorie, e contribuiscono a rialzare il prestigio dell'istituzione, sia in paese che fuori.

Le periodiche adunanze dell' Istituto lombardo richiamarono tutte, anche nell' anno testè finito, il concorso di molti soci e di quanti amano tener dietro al movimento scientifico del paese. I più diversi rami delle scienze matematiche e naturali, che costituiscono appunto la classe

della quale io ho l' onore di essere il segretario, furono l'oggetto di molteplici comunicazioni.

Ci si presenta anzitutto un gruppo di note che appartengono alle scienze matematiche. Tali sono quelle del Bompiani " sullo spazio di immersione di superficie, possedenti dati sistemi di curve "; di Attilio Vergerio " sulle equazioni integrali di Fredholm "; di A. Okken, " sur quelques transformations planes-birationelles involutives de la cinquième classe "; di Viterbi " sulle superficie rigate e sulla risoluzione approssimativa del problema di Dirichlet "; di O. Chisini " sul teorema di Schwarz Klein, concernente le trasformazioni birazionali di una curva in sè stessa "; di Gino Loria " sur les surfaces panalgebriques "; di Sibirani " sulla lunghezza delle linee, e sull' area delle superficie "; di Brusotti " sui metodi costruttivi di curve piane "; di Martinotti " sui limiti di continuità e derivate delle funzioni di due variabili "; di Veneroni " sopra una varietà cubica con quindici punti doppi dello spazio a cinque dimensioni ". Questo argomento venne svolto in due note separate. Il M. E. prof. Berzolari tenne una lettura " sulla determinazione d'una curva d'una superficie algebrica e su alcune questioni di postulazione "; il prof. Cherubino, parlò " sulle curve e sulle superficie algebriche con uno speciale tipo di trasformazioni birazionali in sè ".

Appartengono al campo astronomico diverse note dovute all' Osservatorio astronomico di Brera, come quella del collega Celoria sulla " eclisse parziale di luna del 12 marzo 1914 ", e l'altra sua " sulla latitudine del R. Osservatorio astronomico di Brera ". All' astronomo ing. L. Gabba dobbiamo la nota col titolo " osservazioni su alcune comete "; al dott. G. Bottino Barzizza quella " sui limiti nord e sud di una eclisse di sole ".

Nel campo delle scienze naturali comprendente la mineralogia e la zoologia ecc. vennero presentati all' Istituto diversi lavori: da Angelo Bianchi una nota " sulla titanite di valle Devero (Ossola) "; dal M. E. prof. Artini " alcune note di petrografia libica "; dalla signorina Paola Manfredi " alcune osservazioni cristallografiche sulla baritina di Su ludu nieddu in Sardegna "; dalla signorina Piera Riva " un cenno sulla thomsonite di Casarza Ligure ".

L' ing. B. Galdi fece oggetto di una memoria " le osservazioni da lui raccolte in una zona del Reggiano fra la valle del Crostolo e quella del Tresinaro ". Al prof. Cacciamali dobbiamo gli appunti " sull'anfiteatro morenico Benacense ". Dell' andamento delle acque freatiche nei dintorni di Magenta si occupò il prof. Carlo Airaghi. Il collega M. E. Taramelli presentò " appunti riguardanti la storia geologica del lago di Varese ". " Il paesaggio della Gioconda di Leonardo da Vinci e l' uomo pliocenico " fornirono allo stesso prof. Taramelli l' oggetto di una lettura. Il dott. Sozzani continuò le sue " osservazioni sulla temperatura del Lago Maggiore ", da lui iniziate già da qualche anno. Al dott. Francesco Vercelli dobbiamo le note che riassumono i suoi studi " sulla temperatura lungo la progettata galleria attraverso lo Splaga ".

Agli studi fisici appartengono le note del S. C. prof. Arnò " sulla corrispondente sensibilità del galvanometro telefonico Arnò e dell'orecchio in rapporto alla altezza dei suoni "; dell' ing. Giulietti " come da correnti alternate a forma complessa si possono ricavare corrente sinusoidali, utilizzando il trasformatore di fase Ferraris Arnò " del prof. Bernini " sulla velocità specifica degli ioni uscenti dall'arco elettrico ". Il prof. Murani avendo preso ad oggetto di un suo studio il fenomeno di Zeeman raccolse in una nota le osservazioni sue in argomento. I proff. Bernini e Cantoni comunicarono i risultati da loro ottenuti " sulla dilatazione termica del sodio, del potassio e del litio ". Il prof. Garbasso, svolse l' argomento col titolo " azione simultanea di un campo elettrico e di un campo magnetico, sulla riga rossa nello spettro dell' idrogeno ". " Delle vene fluenti nelle macchine idrauliche si occupò in una lettura il S. C. ing. M. Baroni.

Meno copioso che negli anni precedenti fu il contributo dei chimici all' attività dell' Istituto: certamente a questo fatto contribuì grandemente la condizione eccezionale creata dagli avvenimenti politici all'esplicazione del lavoro industriale e del movimento commerciale del paese. Nel campo degli studi chimici però debbo additare il lavoro del collega prof. Carrara " intorno ad un nuovo processo da lui esco-

gitato per il trattamento per via umida dei minerali poveri di mercurio „, e quello del prof. Rimini " nuove ricerche sul santenone „, del quale egli diede un primo cenno fino dall' anno scorso.

Appartengono alle scienze mediche la nota del S. C. prof. Bonardi col titolo: " sieri, vaccini, filacogeni nella terapia di alcune infezioni e specialmente della reumatica „; quella dello stesso professore col titolo: " diagnosi clinica di pervietà del setto interventricolare del cuore „, e l'altra " intorno alla cura della febbre tifoidea col vaccino antitifoideo „.

Il dott. Maccabruni descrisse alcune sue " esperienze di coltivazione in vitro del cancro uterino umano „. Il prof. Livini riassunse in una nota quanto riguarda " la istogenesi delle glandole sudorifere umane „. Il prof. Tansini presentò due lavori, uno " sulla cura chirurgica della gastroptosi „ e l'altro " sopra un segno clinico di metastasi intestinale del cancro del piloro „. Il " tifo a Milano e la sua profilassi „ fu l'oggetto di una nota del S. C. prof. Bordoni Uffreduzi.

Al prof. G. L. Sera dobbiamo la nota " sopra un femore umano fossile dell'America Meridionale „.

Nel novero delle scienze naturali debbo inoltre ricordare due studi: quello del M. E. prof. C. Gorini " sulla alimentazione delle vaccine e sulla produzione igienica del latte „, e quello del S. C. prof. Supino col titolo: " sopra l'alimentazione e la struttura dello stomaco nei pesci „.

Un contributo importante allo studio delle scienze naturali porgono i nostri Rendiconti, pubblicando periodicamente le tabelle meteorologiche eseguite nella R. Specola di Brera, e il risultato delle osservazioni limnimetriche effettuate in diverse stazioni di Lombardia per cura del Genio Civile.

Un debito che il nostro Istituto si propone di compiere è la raccolta dei dati illustrativi della attività scientifica dei nostri scomparsi colleghi. Nell'anno testè finito il collega prof. Supino delineò la vita e la produzione scientifica del compianto M. E. prof. Pietro Pavesi: i colleghi Celoria e Taramelli pronunciarono nobili parole per comme-

morare il socio corrispondente prof. Mercalli, di cui un fatale accidente troncò la vita operosa.

Il centenario dalla nascita di Ascanio Sobrero celebratosi a Torino la scorsa estate offrì al collega prof. Menozzi, che vi assisteva in rappresentanza dell'Istituto, l'occasione di fare un cenno storico dell'illustre chimico italiano al quale siamo debitori della scoperta della nitroglicerina, il fondamento della grande industria degli esplosivi.

L'anno scorso il nostro Istituto ebbe a deplorare gravi perdite: oltre quella, già accennata del compianto prof. Mercalli, debbo segnalare anche la morte del S. C. prof. Camillo Banfi, appartenente da parecchi anni alla nostra famiglia, a cui portò il contributo validissimo di buoni lavori.

Un'altra dolorosa perdita subì il nostro Istituto colla morte dell'illustre prof. Placido Tardy, che apparteneva alla nostra famiglia dal 1861.

Alla memoria cara di questi illustri colleghi sia rivolto in questo giorno il nostro commosso saluto.

Il riassunto da me testè fatto dei lavori della classe di scienze matematiche e naturali mette in evidenza che la vitalità del nostro Istituto in questo campo si mantiene florida e produttiva, tal chè ci è lecito trarre i più lieti pronostici sui benefici effetti che potranno derivarne alla coltura e al progresso intellettuale del paese. Dànno fondamento a questa speranza anche i risultati dei concorsi dei quali oggi l'Istituto proclama i giudizi emessi dalle singole Commissioni che li hanno giudicati. Esse segnalano con compiacenza che tra i concorrenti al premio di fondazione Brambilla parecchi riscossero la piena approvazione dei giudici per la novità delle loro iniziative e pei notevoli progressi raggiunti nell'esercizio delle industrie da loro create, recando reali e ben provati vantaggi alla popolazione. Analoghe osservazioni suggeriscono i risultati del concorso ai premi di fondazione Cagnola, di fondazione Zanetti, di fondazione Kramer.

IL DIRITTO E LA GUERRA

Discorso inaugurale letto nell'adunanza solenne del 7 genn. 1915

dal M. E. prof. Giulio Cesare Buzzati

Altezza Reale,
Signor Presidente,
Signore, Signori,

Mai, come nel momento storico che stiamo attraversando, l'austera serenità di quest'aula ebbe ad essere turbata dal tragico fragore di lotta così immane quanto quella che insanguina spaventosamente l'Europa. Mai gli animi nostri furono tanto distratti dalle eccelse idealità della scienza per iscrutare trepidanti, ansiosi, l'incerto pauroso avvenire. Mai da' più lontani tempi all'epoca nostra, fino a ieri superba e secura delle sue feconde opere di pace, l'antico continente, pur così spesso abbeverato di sangue, assistè atterrito a tanto feroce prorompere di selvagge passioni che un'ingenua fede potè credere sopite per sempre, al predominio sovrano sulla vantata civiltà dell'odio devastatore, della strage, della morte.

Cinque grandi potenze europee, una dell' Oriente estremo, quattro Stati minori si combattono in tre continenti, su tutti gli oceani; i più sterminatori, efferati mezzi di distruzione dal mare, dalla terra, dal cielo falciano le vite umane: a milioni si contano i belligeranti, a centinaia di migliaia i morti, i feriti....

una fatale sublime insania
per i deserti verso gli oceani
trae gli uomini l'un contro l'altro
co' numi, co'l mistico avvenire
con la scienza.....

Sulla libertà, l'indipendenza, l'autonomia dei popoli e degli Stati, santi ideali che per un secolo tutto il mondo tennero in armi e pareano alfine raggiare gloriosi, grava la minaccia di un tentativo ambizioso di conquista: il sogno di dominio universale che Roma pagana più che tutti fu prossima a raggiungere, che la Chiesa da questa raccolse facendone il principio religioso e politico di tutto un evo, che inebriò Carlo V, Luigi XIV, Napoleone I e sempre infranto cadde, avvolge ora in una nebbia di allucinazione collettiva un popolo tutto che nella violenta imposizione del suo predominio non avverte il pervertimento della giustizia.

Il fascino dello scopo ogni mezzo par renda lecito. Gli obblighi di rispettare, di garantire la neutralità di un piccolo Stato sono irrisi e violati: le norme solennemente poste a disciplinare la guerra volutamente dimenticate: le popolazioni inermi sterminate: la proprietà privata conculcata. Qual meraviglia che la pubblica opinione fermamente ritenga annientato quell'ammirabile sistema di diritti e doveri, di prestazioni e pretese sul quale posò sinora in equilibrio la società degli Stati? che dalla interruzione dei rapporti pacifici argomenti allo sfacelo di ogni norma di condotta delle nazioni e si proclami la bancarotta del diritto internazionale e chi ha, come chi vi parla, il ministero di professarlo si senta giornalmente chiedere in tono di ingenuo compatimento: mi fa il piacere di dirmi che cosa quest'anno va ad insegnare?

E pure nulla è meno fondato di codesto generale convincimento, poichè esso trova la sua origine in un errato concetto intorno alla natura e funzione delle regole che determinano la convivenza internazionale: errore del resto facilmente perdonabile, di cui non è difficile riscontrare l'origine e la ragion d'essere.

Da quando, all'inizio dell'evo moderno, gli Stati, rifiutata con l'affermazione violenta della loro indipendenza la grave mora dell'autorità imperiale, affrancati mediante la Riforma dal supremo dominio spirituale del Sommo Pontefice, iniziarono quella trasformazione della società europea che doveva lentamente condurre alla odierna comunità delle genti civili, il diritto internazionale fu dal suo primo sorgere indissolubilmente avvinto al concetto

di un diritto di natura, ossia di un diritto preesistente e trascendente ogni realtà empirica, dedotto mediante la ragione dall'essenza invariabile dell'umana natura e perciò assoluto, eterno, immutabile, universale, prima e fuori di ogni riconoscimento concreto nelle leggi o nel costume.

Da Ugo Grozio che nella prima metà del secolo XVII, in conformità allo spirito razionalista del suo tempo, cercava nella retta ragione la regola assoluta della condotta umana sì degli individui che dei popoli, — all'Hobbes il quale considera il diritto delle genti come la legge di natura applicata ai rapporti fra gli Stati — dal Locke che ogni società ritiene artificiosamente fondata per la migliore conservazione del diritto naturale — al Puffendorff che rifiuta qualsiasi autorità alla consuetudine quando non sia razionalmente giustificabile e di seguito al Wolff, al Vattel, a Gian Giacomo Rousseau con l'idealizzazione dell'uomo allo stato di natura e col contratto sociale, a traverso duecento anni fino alla rivoluzione francese, gli stessi fondamentali presupposti filosofici - giuridici, sia pure con diversità di indirizzi secondo i vari giuristi e sociologi, informarono il concepimento dei principii regolatori della *societas maxima.*

Con la sola ragione l'uomo può dalla propria natura o dalla natura delle cose scoprire il diritto, la religione, la morale, le norme tutte della convivenza degli individui e degli Stati.

Dato ciò, che la guerra, fenomeno il quale accompagna l'umanità in ogni stadio del suo svolgimento, fosse consentita dalla legge di natura, non poteva essere messo in dubbio: ed effettivamente si ammetteva che alle volte fosse lecita, alle volte anche necessaria secondo i motivi per i quali era mossa; ma questi motivi vanno giudicati alla stregua dei principii che la ragion naturale pone: ad essi è necessario ricorrere dunque per conoscere se le cause della guerra ed i fini che i belligeranti si prefiggono raggiungere con le armi rispondano o no a giustizia: di conseguenza lunghe, minuziose, stancheggianti enumerazioni ed analisi delle cause per le quali la guerra è mossa, condotte inevitabilmente con criteri soggettivi, da cui nessuna conclusione si deduce nè si poteva dedurre e che riconduce-

vano necessariamente al punto di partenza: se la guerra è giusta nella sua causa e nei suoi fini è conforme al diritto è quindi permessa, se invece ingiusta è una violazione del diritto e perciò illecita.

Ma come ammettere una guerra giusta da ambe le parti? una delle due deve forzatamente rimanere fuori del diritto: ed a sfuggire questa contraddizione, contro cui si infrangevano gli sforzi della dialettica, la scuola del diritto naturale si abbandonava facilmente ai sogni di pace perpetua, agli astratti concepimenti di organizzazioni utopistiche dell'umanità, dove il male non domini, dove regnino sovrane la pietà e la giustizia, ogni contesa trovi immediata risoluzione, ogni offesa soddisfacimento.

Se le norme di condotta degli uomini sono dedotte dalla retta ragione, se i fatti ci attestano l'esistenza pacifica di molti e vari gruppi sociali, per quanto sia consentito dalla umana natura armonicamente ordinati al raggiungimento per tutti del bene, la famiglia il comune, lo Stato, perchè dovrà essere impossibile comprendere i popoli quanti sono in un massimo supremo organismo che a ciascuno assicuri il diritto e per sempre allontani il sanguinoso fantasma della guerra?

E dal progetto di pace perpetua del Sully, attribuito ad Enrico IV, raffigurante una repubblica cristiana di quindici Stati retti da un Senato elettivo, a quello dell'abate di St. Pierre che intendeva abbracciare in una enorme confederazione tutte le potenze europee quali erano risultate dal trattato di Utrecht, dal disegno abbozzato da Geremia Beutham a quello lungamente meditato da Emanuele Kant e, nei tempi nostri, agli altri del Bluntschli, del Seebohm, del Lorimer, dell'Esquirou de Parieu, una lunga serie di fantasie politiche si svolse, immaginosi, arditi concepimenti di organismi universali idealmente perfetti parvero sedurre pensatori e poeti, ottenendo per solo risultato quello solo forse, di far balenare fuggevolmente un raggio di speranza sull'umanità anelante a un bene che non si trova.

La prevalenza per due secoli della teoria giusnaturalistica, la odierna sopravvivenza sua che, se ormai limitata del campo degli studi giuridici, è tuttavia larghissima generalmente anche tra le persone più che mezzanamente

colte, possono apparire strane quando si avverta l' errore massimo suo fondamentale. Chi la escogitò e la trasse alle estreme conseguenze si ingannò doppiamente, poichè la ragione non soltanto non è naturale nell'uomo nè universale nell'umanità, ma sulla condotta dell'uomo e dell' umanità l'influenza sua è poca: salvo in qualche rarissima fredda e lucida intelligenza dove essa può signoreggiare perchè non incontra rivali, la ragione è ben lungi dall' esercitare una azione preminente: questa spetta ad altre forze nate con noi e che a titolo di primi occupanti restano in possesso dell'edificio umano. Il posto che la ragione vi tiene è sempre ristretto: l'ufficio che essa vi adempie è per lo più secondario. Palesemente o secretamente essa non è che un subalterno comodo, un avvocato domestico e perpetuamente subornato che i proprietari adoperano per trattare i loro affari: se le cedono il passo in pubblico lo fanno per convenienza. Hanno un bel proclamarla sovrana legittima: non le lasciano mai su di essi che una autorità passeggera e, sotto il suo governo nominale, sono i padroni di casa. Questi padroni dell'uomo sono il temperamento fisico, i bisogni e gli istinti animali, il pregiudizio ereditario, l'immaginazione, in generale la passione dominante, più particolarmente l'interesse personale o l' interesse di famiglia, di casta, di partito, di nazione.

Ma queste verità mal si prestano ad essere ammesse: non si può farlo senza umiliare la facoltà eminente per cui l'uomo si ritenne l' ente sovrano sulla terra: detronizzare la ragione umana è detronizzar sè stesso: ed ogni rinuncia è triste, ogni abdicazione dolorosa; — non si può farlo poi senza abbandonare una teoria semplice, facile, comoda che tutto spiega, un codice sociale applicabile senza oscurità e senza resistenze: — specie di geometria morale, più semplice dell' altra, ridotta agli elementi primi, fondata sulla nozione più chiara e più volgare e che conduce senza fatica alle verità capitali: per comprendere questa verità non c'è bisogno di studi preventivi nè di profonda riflessione: basta il buon senso e anche il senso comune: in ogni tempo, in ogni luogo, in ogni popolo una mente sana e un cuore retto sono sufficienti a scoprire il diritto: e,

scoperto, gli uomini acquistano insieme la capacità di comprenderlo e la volontà di osservarlo.

Tutto ciò spiega perfettamente la ostinata presistenza dalle teorie del diritto naturale: battute in breccia, nel secolo XIX, prima dalla scuola storica, cadute in discredito poi per le critiche indagini rigorose della filosofia positiva, rifiutate nella elaborazione scientifica del diritto privato e pubblico interno, trovarono il loro estremo rifugio nel diritto internazionale: respinte infine anche dalle più recenti ricostruzioni sistematiche del diritto delle genti dilagano ora nella coscienza della grande maggioranza sociale. E poi che il diritto ha più ancora delle altre scienze morali e politiche il poco invidiabile privilegio di essere ritenuto accessibile a tutti, anche a chi ne rimase estraneo agli studi, avviene facilmente che la generalità per affermarne i precetti e discuterne le applicazioni, si affidi più o meno consciamente a quelle teorie, la semplicità ed evidenza delle quali si accompagnano alla dignità di una tradizione secolare. Nella massa prevale sempre e necessariamente uno stadio di coltura di gran tratto oltrepassato dalla scienza. Da ciò è la discussione e i giudizi sulla illiceità ed ingiustizia della guerra attuale, il convincimento ch'essa di per sè costituisca una azione contraria alle norme sociali di condotta degli Stati, la proclamazione del fallimento del diritto internazionale.

Ma su promesse completamente diverse posa, a conclusioni del tutto differenti conduce la concezione rigorosamente positiva del diritto quale la moderna dottrina ha cercato di ricostruire.

Dall' idea di diritto mai può scompagnarsi quella di obbligo: se esso è, e non può non essere, norma imperativa della condotta umana, questo elemento del comando deve accompagnare sempre ogni concessione, ogni divieto che veramente giuridico sia: quando non si concepisca il diritto come indissolubilmente associato all' idea dell' autorità di un potere sociale, tanto nell' interno di ogni società nazionale come nella maggiore comunità che tutte le comprende, si ricade ineluttabilmente nella confusione tra norme giuridiche e norme morali, di cortesia, di punto d'onore, nella nebbiosa omogeneità primitiva del costume sociale. Il diritto

insomma non esiste se non è posto da una volontà superiore idonea ad obbligare i consociati: al di là delle norme così intese vi è il bisogno, l' idealità del diritto, il sentimento della giustizia che diventerà diritto solamente quando una volontà idonea lo avrà tradotto in norme obbligatorie di condotta.

L' errore delle vecchie scuole dei gius di natura, stava appunto nello scambiare certe esigenze della convivenza umana, bene o male interpretate dalla speculazione scientifica, per vere norme giuridiche, ammettendo così un diritto anteriore ad ogni concreta statuizione. Certamente una parte di verità anche quelle dottrine contengono ed è che il diritto non può considerarsi un fatto d' opinione o un prodotto accidentale dell' arbitrio e dell' accordo, mentre invece racchiude una necessità intrinseca ed una ragione oggettiva, determinate dalla costituzione stessa delle cose e da queste ripete la sua vera autorevolezza. L' esigenza è di ricercare questo fondamento che natura pone non più già coi processi della speculazione astratta, ma con quelli rigorosi della deduzione scientifica, ricavandolo cioè dai fini dell'esistenza, dalle condizioni alle quali è legata la vita degli uomini in società, dalle leggi della organizzazione sociale.

Se fonte d' ogni diritto è una volontà superiore ai consociati che abbia il potere di imporre loro le norme di condotta, a questo concetto positivista corrisponde la realtà nell'interno di ogni ordinata società nazionale. La volontà superiore esiste nello Stato che pone la legge e dai suoi organi coattivamente la fa attuare. Ma nella società internazionale una potestà superiore agli Stati stessi, idonea ad imporre obbligatoriamente comandi e divieti non esiste: manca un legislatore universale, nè questo può esservi, perchè gli Stati non riconoscono nessun potère ad essi superiore. Gli Stati oggi non si trovano in una condizione di subordinazione ad una autorità suprema, come gli individui di fronte alla potestà statuale: soltanto un rapporto di coordinamento tra enti eguali ed autonomi costituisce il vincolo della maggiore associazione umana.

Se fuori dello Stato quindi non può trovarsi una volontà capace di imporsi ad esso, questa volizione autoritativa non può riscontrarsi che negli Stati stessi,

Questi cioè per soddisfare le esigenze della vita in comune pongono da loro medesimi d'accordo le norme obbligatorie del loro reciproco agire. Viene così a sorgere una volontà superiore di tutti o di molti Stati che ognuno di essi concorre a formare e che ad ognuno di essi si impone perchè è il risultato del concorde volere di una collettività. Quando lo Stato ha liberamente concorso alla formazione della volontà comune, egli trova dinanzi a sè, obiettivata nella norma, non soltanto la volontà sua che egli potrebbe revocare, bensì una volontà di contenuto identico ma di formazione diversa, quella cioè collettiva ch'esso stesso ha concorso a formare. Da ciò l'impossibilità che lo Stato si sciolga unilateralmente dall'obbligo di osservare la norma, perchè siccome questa emana dalla volontà collettiva di più Stati, così soltanto la stessa volontà collettiva può abrogarla o modificarla.

Certamente il diritto internazionale così formato, trovi esso la sua manifestazione nei trattati normativi o nella consuetudine, non è assoluto ma relativo alla varietà delle esigenze della vita sociale, non eterno ed immutabile ma lentamente evolventesi con successive modificazioni, secondo che si svolge e si perfeziona la comunità dei popoli, non universale ed eguale per tutti ma vario nel suo contenuto e nella sfera di sua applicazione, non appare infine come un ordinamento completo e un tutto armonico quale è possibile concepire solo idealmente, ma come un edificio che si sta costruendo, deficente di alcune parti, debole in altre, con le imperfezioni proprie di ogni opera umana. Ma la nozione sua è positiva perchè risultato di una induzione da ciò che è, il fondamento incrollabile perchè sorge dalla realtà.

Se non chè, a questo punto, una difficoltà ci arresta. Posto il diritto internazionale dalla volontà degli Stati, chi costringe questi ad osservarlo? dove si trova la forza superiore agli Stati stessi che imponga loro coattivamente la norma? Un precetto il quale non possa essere fatto valere contro chi lo disconosce o lo viola, non è norma giuridica: la coazione è essenziale al concetto del diritto.

Senza dubbio è così: ma la coazione può assumere forme diverse: non è cioè indissolubilmente avvinta all'esistenza di un'autorità concreta superiore: essenziale al diritto

è la possibilità giuridica di costringere, non il modo in cui la coazione viene esercitata: nell'interno dello Stato, questo per la funzione che lentamente a traverso un lungo processo storico ha assunto, di far valere ed attuare il diritto nella società ad ogni costo, anche contro la volontà degli obbligati, adopera il potere suo contro i riluttanti per imporne loro l'osservanza; — nella grande associazione internazionale, finchè manchi una organizzazione superiore capace di imporsi con la forza alle volontà riluttanti, la potestà giuridica di far coattivamente valere la norma non può spettare che allo Stato offeso dalla inosservanza altrui della norma stessa.

Per necessità di cose sono i consociati stessi quelli cui spetta la tutela del diritto nei rapporti internazionali: chi un diritto ha, può imporne il rispetto agli altri, può reagire contro chi lo ha violato, l'auto-protezione mediante l'uso della forza è un atto lecito. La guerra quindi non è, come a torto si pretende, in contrasto col concetto del diritto internazionale: ne è invece un logico postulato: se lo Stato non avesse la potestà giuridica di far valere violentemente il proprio diritto contro lo Stato che lo disconosce e lo viola, questo diritto non sarebbe più diritto, ossia non esisterebbe un diritto internazionale.

Ma se adoperare la forza armata per costringere uno Stato a qualche azione od omissione che deve e non vuole adempiere appare come una forma di lecita auto-protezione giuridica, non possiamo dimenticare che la guerra assai meno serve a questo scopo quanto alla soluzione di conflitti d'interessi al diritto estranei.

Uno sguardo alla storia degli ultimi cento anni basta a farci constatare come le cause delle numerose guerre non sono state mai o solo delle ragioni giuridiche. Le guerre napoleoniche, quelle mosse dalla Santa Alleanza per il principio di legittimismo, quella di Crimea, le sante nostre lotte d'indipendenza, le guerre franco-germanica, russo-turca, d'Estremo Oriente, le molte balcaniche, di espansione coloniale, di Libia, la stessa conflagrazione attuale non ebbero per motivi giuridici che semplici pretesti. Furono e sono lotte di preponderanza, d'equilibrio: ciò che le mosse sono stati interessi economici, politici, demografici, dinastici, ge-

losie, invidie, il sentimento di nazionalità, il bisogno di espansione, l' odio contro l' oppressore, il miraggio di dominio universale. In realtà la guerra si fa per tutt' altri motivi che per affermare o reintegrare una pretesa giuridica, minacciata od offesa.

Qual' è il giudizio che di codeste guerre deve essere dato dal diritto internazionale? — La risposta potrà apparire sconfortante per chi nutra ancora l'illusione di una salda e complessa organizzazione sociale delle nazioni tutte; ma per chi parta da una concezione rigorosamente positiva dal diritto internazionale la risposta non può essere che una. Queste guerre non costituiscono giuridicamente nè atti leciti nè atti vietati: il grande spaventoso fenomeno resta al di là, al di fuori del diritto internazionale: per questo il fenomeno è irrilevante.

Per poterlo infatti giudicare permesso o vietato, attuazione o violazione del diritto, bisognerebbe supporre l'esistenza di una norma la quale vieti agli Stati la guerra ogni volta che non sia mossa per la tutela di un diritto subiettivo leso. Ma in nessun tempo e in nessun luogo mai gli Stati nè per trattato, nè per consuetudine a ciò si obbligarono: gli Stati vogliono rimanere liberi di ricorrere alle armi sempre quando lo credano necessario, anche semplicemente utile ai loro interessi di qualsiasi natura: essi non si sentono vincolati a non muover guerra, non intendono esserlo: di più non lo possono, non lo devono, se non vogliono sacrificare l'autonomia, l'esistenza, tutto il loro avvenire nei secoli ad una eterna immobilità di tomba.

La migliore dimostrazione della inesistenza di una norma giuridica la quale imponga il divieto di ricorrere alle armi anche per cause che di fronte alla morale possano apparire o giuste od inique, sta negli stessi trattati d'arbitrato, quelli cioè che tendono alla risoluzione pacifica delle controversie: poichè in essi le potenze escludono più o meno apertamente il ricorso ad una decisione arbitrale per le questioni che toccano la dignità, l'onore, i supremi interessi nazionali, a tutela dei quali ogni Stato vuole riservarsi piena e intera libertà di apprezzamento e condotta.

Come non ogni azione individuale, anche se lesiva di interessi altrui, è contemplata nel diritto interno, così i

motivi determinanti della guerra non sono generalmente regolati dall'ordine giuridico internazionale. Al di là, al di fuori di questo, il giudizio su di essi sarà portato dai criteri politici, dai principii morali.

Non così è tuttavia per la condotta della guerra: sia mossa o no per cause che sfuggono ad una valutazione giuridica, su di essa il diritto riacquista interamente il suo impero per determinare i modi e i limiti dell'uso della violenza fra gli Stati. E stata opera degna e caratteristica dell'evo nostro aver fermato le regole dell'offesa e difesa, formulate le leggi della guerra, determinato e fissato la condizione dei neutrali: incerte, varie, malsicure, oscillanti fino a circa cent'anni fa tutte codeste norme hanno ormai una forma scritta, una applicazione quasi universale. Il trattato di Parigi del 1856, la Convenzione di Ginevra del 1864 e le recenti sue modificazioni, quella di Pietroburgo del 1868, finalmente in modo più generale e completo gli Accordi dell'Aja del 1899 e 1907 e la posteriore Dichiarazione di Londra costituiscono un corpo di regole non forse perfette, non sempre esaurienti e chiare, ma da cui risultano positivamente i diritti e i doveri dei belligeranti durante la lotta.

Se non che sono proprio codeste norme, ultimo e solenne prodotto della volontà collettiva degli Stati, magnificate come un' eccelsa conquista della civiltà, quelle che nella guerra odierna ebbero finora a subire errate e malvagie interpretazioni, false applicazioni, ciniche violazioni. Per quanto tuttora ci manchino gli elementi ad una esatta conoscenza e valutazione degli avvenimenti, non è più possibile il dubbio di fronte alla evidenza dei fatti, alla stessa dichiarazione della potenza cui maggiormente spetta la responsabilità della guerra, di voler agire secondo che il solo suo interesse detta, in dispregio di accordi solennemente posti, di doveri liberamente assunti. Gli eccidi delle popolazioni inoffensive, le distruzioni della proprietà privata, la fucilazione degli ostaggi, l' uccisione dei feriti, le enormi contribuzioni violentemente imposte, il bombardamento delle città aperte, la devastazione di insigni monumenti che secoli di storia e miracoli d' arte avevano resi sacri al mondo intero, sono una orrenda realtà, costitui-

scono aperte flagranti violazioni del diritto: gli stessi sofismi con cui lo Stato colpevole si adopera in ogni modo invano a giustificarle ne sono la più diretta prova.

Ma dobbiamo noi tuttavia confessare d'esser finora vissuti in una enorme illusione, credere, che quella entità cui ci affidammo altro non sono che infrante chimere, disperare della esistenza di un ordine giuridico internazionale?

La coscienza di assistere ad enormi violazioni del diritto pervade il mondo: il convincimento di essere testimoni di delitti sistematici che la storia non annovera da secoli turba i nostri cuori: la fede nella inviolata esistenza di ogni società nazionale vacilla in tutti gli animi: da ogni popolo, da ogni continente il sentimento erompe in un grido di pietà per le vittime, in una imprecazione di sdegno contro il colpevole.

Ma codesto sentimento, non è forse, consciamente o no, quello della necessità del rispetto del diritto nella vita sociale? non è mosso dalla preoccupazione del pericolo minacciante le esigenze della vita in comune quali sono sentite dalla coscienza generale? E non è tutto ciò effetto della forza psichica del diritto, tanto potente e diffusa quanto più alto è il grado d'incivilimento?

Si nega che il diritto esista proprio quando nello stesso tempo alla sua ineluttabile forza obbediscono le menti e i cuori: e non si avverte la stridente contraddizione tra la affermata inesistenza del diritto e la sicura coscienza della sua violazione.

Ma se norme di condotta tuttora giuridicamente reggono gli Stati belligeranti e su di essi imperano, perchè alla loro infrazione non segue immediatamente la repressione, al delitto la pena? Perchè una potestà contro cui ogni ribellione si infranga, non ne assicura coattivamente l'osservanza, all'offesa non garantisce la riparazione?

Perchè al di sopra degli Stati un pubblico potere il quale abbia assunto la funzione di far valere ed attuare il diritto nella società, ad ogni costo, anche senza e contro la volontà degli obbligati non c'è e non può esservi, perchè nelle condizioni di evoluzione attuale della convivenza delle genti, soltanto dagli Stati consociati il diritto è posto, soltanto dagli Stati stessi, nei limiti della materiale possibilità,

può essere garantito, per la profonda insomma e troppo spesso e troppo generalmente dimenticata diversità tra la società statuale degli individui e la società interstatuale delle nazioni.

Quella rappresenta la convivenza di persone fisiche, subordinate ad un potere supremo, da esse stesse creato, questa la convivenza di quelle grandi astrazioni che sono gli Stati, in un semplice rapporto di coordinamento tra di loro. Diversi ne sono i subietti, diverso il rapporto che li avvince, necessariamente diverso deve essere il diritto proprio all' uno e all' altro complesso sociale.

Chi inoltre astrattamente afferma che la nozione del diritto mai non possa scompagnarsi da quella di una potestà superiore e della sua coercitiva autorità, trascura di ricordare che ciò storicamente può riscontrarsi soltanto allora quando l' integrazione politica sia pervenuta a tal grado da rendere il potere sociale capace di avocare esclusivamente a sè la funzione garantitrice. Ma le comunità umane sono vissute per secoli ed alcune vivono ancora sotto un ordinamento giuridico dei loro rapporti di vita, che non presenta i caratteri voluti da codesta teoria astratta, la quale ha di mira soltanto quanto ora è nello Stato moderno. Il loro diritto non è il prodotto di un organo legislativo, non è il comando che proviene da una autorità determinata, non è indissolubilmente legato ad una coercizione positiva. Anche in uno stadio più elevato di sviluppo sociale, quando un potere sovrano si delinea nel gruppo e, rafforzata o estesa poi l' autorità sua, interviene come organo del diritto, questo suo intervento si restringe da principio a porre un freno alle rappresaglie private, ad impedire i singoli di farsi giustizia da sè, ad obbligarli a sottoporre le loro controversie e querele ad un tribunale arbitrale senza giungere ancora, o meglio senza poter giungere ancora a farne eseguire le decisioni. In seguito e solo a poco a poco il diritto si è rivestito dei caratteri che a noi lontani sembrano non disgiungibili da esso. Questi caratteri fanno la loro apparizione a mano a mano che l' evoluzione giuridica si avanza, coesistono tutti quanti e pienamente sviluppati in uno stadio verso il quale il diritto costantemente tende e ha raggiunto del tutto solo

nello Stato moderno. Insomma la mancanza del riconoscimento e dell' applicazione per parte di un organo dello Stato implica che il diritto non ha raggiunto il suo ultimo stadio e non ha acquistato tutti i suoi caratteri differenziali delle altre norme sociali: ma non toglie che il diritto, per quanto incompiuto ne sia lo sviluppo, esista già.

A codesto periodo di evoluzione che le comunità degli uomini hanno attraversato in epoche lontanissime dalla nostra, corrisponde nel momento attuale del suo svolgimento la società degli Stati: il diritto internazionale adesso, come allora l' interno, non è il prodotto di un organo legislativo, non è il comando che proviene da una autorità sui consociati sovrana, non ha garantita la sua attuazione da una potestà superiore cogente. La tutela del diritto subiettivo come allora era affidata all' auto-protezione dell' individuo, è ora abbandonata all' auto-protezione dello Stato. Internazionalmente manca un organo giurisdizionale: ma come la sua mancanza nelle antiche associazioni umane non toglieva che norme giuridiche reggessero i rapporti degli individui, la sua odierna inesistenza non toglie al diritto delle genti la sua realtà. E già quell' elemento che per forza propria fatalmente si sviluppa da ogni società umana dalla più ristretta, la famiglia, come dalla più vasta, quella degli Stati, timidamente tende ad esercitare una azione pacificatrice, moderatrice delle controversie: ormai l' arbitrato prima volontariamente di volta in volta richiesto, poi coi trattati reso obbligatorio e permanente e una serie di espedienti processuali per costringere a sottomettervisi aggiungono alle volte il fine di trasformare la lotta incompostamente violenta in una lotta regolata dall' arbitro, per quanto ancora l' esecuzione delle sentenze debba essere abbandonata al buon volere delle parti contendenti o affidata alla forza di chi nel giudizio ebbe vittoria.

Nè a tale lenta evoluzione delle norme regolatrici la comunità internazionale, ad un benefico perfezionamento e più efficace formulazione del diritto delle genti, il fenomeno stesso che più ne pare la negazione, la guerra, è estraneo. Dopo le lotte della prima metà del secolo XIX e quella di Crimea, il trattato di Parigi formula i principii fondamentali dei diritti dei neutrali sul mare, pone il di-

vieto dei blocchi continentali, decreta l'abolizione effettivamente mantenuta poi della guerra di corsa: i campi insanguinati di Solferino e S. Martino inducono le potenze ad assicurare la inviolabilità ai feriti e malati: a Sadowa segue la proscrizione dei piccoli proiettili esplosivi, al trattato di Francoforte il tentativo di Bruxelles di raccogliere e formulare il diritto dei belligeranti: le guerre sino-nipponica prima, poi le altre ispano-americana e russo-giapponese precludono agli accordi dell'Aja e di Londra e sorge il primo embrione di un Tribunale permanente di arbitrato, il primo disegno di una corte internazionale delle prede marittime. E già tra gli orrori della conflagrazione odierna è stato gettato il germe di futuri accordi che, pacificato il mondo, rendano la esistenza degli Stati più ordinata e sicura, garantiscono la guerra meno triste nei suoi effetti, meno inumana nel suo procedere.

Signori,

Dall'attuale condizione di vita internazionale, prodotto di una civiltà di cui la cima sfolgora ma il fondamento vacilla, sarà mai possibile agli Stati di assurgere ad una massima associazione giuridica, subordinata alla suprema autorità di un potere moderatore e tutore del diritto? il sogno della federazione degli Stati europei, dei popoli tutti diventerà mai realtà? la nozione del diritto internazionale accompagnerà finalmente quella della sua coercitiva osservanza?

Segnare le colonne d'Ercole allo svolgimento progressivo del genere umano è opera vana. Ma se questo, da molti ritenuto eccesso ideale di perfezione, potesse essere raggiunto, non per ciò il pauroso fantasma della guerra sarebbe per sempre allontanato: l'uso della violenza anzichè cessare, subirebbe un radicale perfezionamento, trasformandosi nella forma di esecuzione coattiva di una sentenza compiuta dalla forza armata del massimo moderatore. Nè d'altronde della persistenza continua di tale supremo ordinamento potremmo avere una sicurezza assoluta, più di quello che nell'interno degli Stati esistano garanzie assolute che tolgono la possibilità di una rivoluzione.

Ad ogni modo mai la costituzione di una massima comunità europea o universale potrebbe raggiungersi senza l'intollerabile sacrificio del più gran bene che da noi oggi sia possibile concepire, immacolato ideale d'ogni tempo e d'ogni gente, ineffabile conquista dei nostri maggiori, consacrato dal sangue di legioni di martiri e di eroi; — la libertà, l'autonomia, l'indipendenza della patria.

L'esistenza di un massimo reggitore della società degli Stati sarebbe per ciascuno di essi soggezione sempre, sovente schiavitù, vorrebbe dire mancare la ragione prima della esistenza nazionale, *propter vitam vitae perdere caussam.* Non più allora sarebbe dato come adesso all'Italia liberamente arbitra dei suoi supremi interessi adottare un atteggiamento di vigile, virile attesa: non più di poter apertamente proclamare senza iattanza, ma senza timore, le antiche indeclinabili aspirazioni della nostra stirpe: — non più sarebbe allora a noi dato, come in questo angoscioso momento storico, di antivedere con tutte le forze dell'animo, in un avvenire di gloria, che Dio voglia prossimo, la patria nostra

. . . sull'Alpi, splendida
tra le tempeste, bandire ai secoli:
o popoli, Italia qui giunse
vendicando il suo nome e il diritto.

Non credo di corredare di note questo discorso il quale ebbe soltanto l'intento della divulgazione dei concetti prevalenti intorno alla guerra nella moderna dottrina del diritto internazionale. Mi basta indicare sommariamente le fonti cui sono ricorso.

Anzilotti, *Tratt. generali dei dir. internaz. pubblic.* in Riv. dei dir. internaz. Vol. I, e *Corso di dir. internaz.*, Roma 1912. — Del Vecchio, *Il fenomeno della guerra e l'idea della pace*, stessa Riv. Vol. V. — Heilborn, *System des Völkerrechts*, Berlin 1890 e *Gzundbegriffe des Völkerrechts* nell'Handbuch des Völkerechts dallo Stier-Somlo, Berlin 1912. — Lüder, *Krieg und Kriegsrecht* nell'Handbuch des Völkerrechts dal v. Holtzendorff. — Taine, *Les origines de la France contemporaine*, Vol. II. — Vanni, *Gli studi del Summer Maine e le dottrine di Filosofia del diritto*, Verona 1892.

Adunanza del 14 gennaio 1915

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. GIOVANNI CELORIA

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: BUZZATI, CELORIA, DEL GIUDICE, GABBA B., GOBBI, JORINI, JUNG, KÖRNER, MENOZZI, MURANI, SABBADINI, SALVIONI C., SCHERILLO, TARAMELLI, VIVANTI, ZUCCANTE.

E i SS. CC.: ABRAHAM, ARNÒ, BORDONI-UFFREDUZZI, BRIZI, COLETTI, GABBA L. jun., GUARNERIO, JONA, MARTORELLI, PASCAL C., PORRO.

Sono assenti, per motivi di salute, i MM. EE. VIDARI E. ed ELIA LATTES; per impegni d'ufficio, il S. C. IGINIO TANSINI.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Il M. E. prof. Zuccante, segretario, legge il verbale della precedente adunanza che è approvato; dà poscia comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all' Istituto. Esse sono, per la Classe di lettere e scienze morali e storiche, le seguenti:

BONELLI G. L'Archivio Silvestri in Calcio. Notizia ed inventario-regesto. Vol. 2, Torino, 1914.

PUTELLI R. Intorno al castello di Breno (Storia di valle Camonica, lago d' Iseo e vicinanze) da Federico Barbarossa a S. Carlo Borromeo. Breno, 1915.

SONNECK O. Catalogue of opera librettos, printed before 1800; vol. 1 e 2. Library of Congress, Washington, 1914.

E per la Classe di scienze matematiche e naturali, le seguenti:

Harriman Alaska Series, vol. 14, parte 1 e 2, Washington, 1914.

IVALDI G. Le leggi della natura. Parte I-VII. Sampierdarena, 1914.

MURANI O. Commemorazione del prof. Rinaldo Ferrini. Milano, 1914.

PASCAL E. Su di una classe di determinanti. Napoli, 1914. — Determinanti a scala. Napoli, 1914.

SPEGAZZINI C. Primo contributo alla conoscenza delle *Laboulbeniali italiane*. Firenze, 1914.

VILLANI N. L'equazione di Fermat $X^n + Y^n = Z^n$, con dimostrazione generale. Lanciano, 1914.

Il segretario segnala il libro del Putelli sul castello di Breno.

Il presidente commemora quindi i soci recentemente defunti, prof. Rodolfo Renier e avv. Luigi Majno, con queste parole:

« La morte pur troppo continua, inesorabile, ad aggiungere per noi lutto a lutto, ed io anche oggi devo con dolore iniziare la nostra ordinaria adunanza, rimpiangendo la perdita di due colleghi insigni.

Il dottor Rodolfo Renier, nostro socio corrispondente dallì otto maggio del 1913, cessava, dopo lunga malattia, di vivere il giorno 8 del corrente gennaio, in età di anni 57, quando da lui molto ancora si aspettavano gli studi nostri letterari, quelli in ispecie di storia comparata delle letterature neolatine, che egli con indiscussa autorità professava nell'Ateneo torinese.

Studioso instancabile, lavoratore indefesso, abbracciò con la mente sua forte e versatile, con l'opera feconda e multiforme, quasi intero il campo vastissimo delle nostre lettere. Ricercatore rigido e tenace della verità storica, critico acuto, sapiente e di fine gusto estetico, salì via via in alta fama, fino a meritare di essere ritenuto fra noi quale altro dei maggiori maestri della storia e della critica letteraria.

Al lutto per la morte sua, detto, a ragione, lutto degli studi italiani, prese e prende parte vivissima il nostro Istituto; e, pregato da questa presidenza, il collega Carlo Salvioni volle recarsi a Torino per ivi rendere omaggio alla memoria dell'illustre estinto e prendere parte, come rappresentante nostro, ai suoi funerali ».

« Or sono otto giorni, in quest'aula stessa noi stringevamo la mano al collega, dottore, avv. Luigi Majno, nostro socio corrispondente dal 26 gennaio 1911. Sereno, vivace, arguto, dotto come sempre nella conversazione, egli appariva nel pieno vigore delle sue forze fisiche. Sarebbe stata follia il supporlo; eppure, passate poco più di 24 ore, nella notte dal giorno 8 al 9, colpito da mai sospettato e implacabile malore, egli soccombeva rapidamente.

L'inaspettato annunzio della tragica e improvvisa sua fine,

presto serpeggiando, ovunque in città si sparse, e valse a mostrare quale fosse la pubblica stima, che spontanea circondava il nome suo, e quanto grande eredità di affetti egli lasciasse.

Prove di riverenza alla memoria sua di avvocato tra i più forti e colti del Foro lombardo si ebbero tosto nelle commemorazioni eloquenti pronunziate da colleghi suoi in tutte le sezioni del tribunale, dove le sedute vennero sospese in segno di lutto.

Prova di non minore riverenza al nome suo e di affetto al collega estinto, vollero nella loro riunione straordinaria dare, nel giorno stesso di sua morte, il Consiglio dell' ordine degli avvocati e il Consiglio di disciplina dei procuratori.

Il Consiglio comunale, del quale egli era *magna pars*, fu dalla Giunta municipale radunato d' urgenza, e in esso, fra il mesto, unanime rimpianto per la scomparsa del cittadino autorevolissimo, furono decise onoranze speciali alla salma e al nome suo.

Lutto cittadino fu innegabilmente la morte sua, e di ciò altra e ulteriore prova manifesta diedero i funerali suoi riusciti fra i più memorabili.

Sarebbe impossibile in un cenno necrologio breve, quale il dovere dell'ufficio mi impone, ritrarre degnamente un uomo di cui la psiche fu straordinariamente complessa, di cui l' attività multiforme si svolse e nel campo della scienza e in quello della vita pubblica.

Ebbe egli mente critica portata al positivismo, coltura profonda e varia, dottrina vasta, ed ebbe a un tempo anima e cuore di artista.

Prese parte all' amministrazione di numerose istituzioni cittadine, portando in esse un consiglio rispettato, mai la parola del retore, sempre quella convinta dell' uomo pratico e dello studioso.

In politica fu apertamente uomo di parte, non di setta però, e l'atteggiamento suo fu, credo io, più che da altro, ispirato e determinato da sentimenti altruistici e umanitari.

Fu giurista eminente, critico imparziale dei nuovi principî della scuola positiva nel campo del giure, e della mente sua lucida, e dell'acutezza del raziocinio suo, e del raro suo senso giuridico diede prova in pubblicazioni numerose, ed in ispecie nelle lezioni di diritto e procedura penale, dette nell' Università degli studi di Pavia, e nel commento al nuovo codice penale dello Zanardelli.

Modesto nella forma, ma convinto è questo estremo elogio che io, a nome anche dell'Istituto, dedico alla memoria onorata del collega scomparso ».

Alle parole del presidente queste altre aggiunge, in commemorazione di Rodolfo Renier, il M. E. prof. Carlo Salvioni, che avea rappresentato l'Istituto ai funerali in Torino:

« Consentano i colleghi che aggiunga due parole mie a quelle con cui il nostro illustre presidente ha voluto sì affettuosamente commemorare il collega Renier. Non ho altro titolo per farlo che la lunga e fedele amicizia che mi univa al defunto; domestichezza che mi ha sopratutto dato di apprezzarne le doti morali: il carattere adamantino, la fedeltà al dovere, la proba concezione dell'ufficio della critica, ch'egli esercitò ognora con franchezza, senza falsi riguardi, ma insieme con somma urbanità.

Ma pur nella efficacia dell'opera scientifica di Rodolfo Renier, vi sono degli aspetti che anche un profano può apprezzare. Vorrei dunque rilevare che il Renier, allievo diretto del Bartoli, allievo spirituale del D'Ancona, maestro alla sua volta lui stesso, abbia quant'altri mai contribuito a fiaccare tra noi l'indirizzo dei professori d'eloquenza di buona memoria; ad istradare gli studi sulla letteratura nostra per una via severamente oggettiva e rigorosamente metodica; a far sì che dall'animo degli italiani andasse estirpato, — adopero qui parole dell'Ascoli, — l'antichissimo cancro della rettorica.

Glorioso frutto di sì nobile e indefessa attività, svolta nella più che trentenne direzione del *Giornale storico della letteratura italiana*, si è l'aver affrancato dagli stranieri, in primo luogo dai tedeschi, lo studio storico delle lettere nostre. Credo che, nel rallegrante risveglio dell'attività scientifica italiana, nessuna tra le scienze dello spirito si sia sottratta alla tutela nella misura in cui vi s'è sottratta la storia della nostra letteratura nazionale. Da pupilli vi siam diventati tutori. Ed è doveroso di riconoscere, in questo consesso di dotti, la parte stragrande che in tale vittoria spetta a Rodolfo Renier ».

E alle parole del presidente e a quelle del prof. Salvioni s'associa il M. E prof. Remigio Sabbadini, come antico collaboratore del *Giornale storico della letteratura italiana*.

In commemorazione di Luigi Majno così parla il S. C. prof. Eliseo Antonio Porro.

« Il 9 corrente alle ore 5,30 si spegneva improvvisamente in Milano, nella sua abitazione, circondato dalla moglie, dal figlio e da altri famigliari, l'avvocato Luigi Majno, che costituiva ormai il più alto e genuino esponente del Foro lombardo.

Nato a Gallarate nel 1852, emerse ben presto negli studi per una straordinaria potenza di assimilazione e di critica, che lo metteva in grado di impossessarsi rapidamente delle nozioni anche più svariate, astratte o complesse, e che lo portò poi, nell'età matura, ad esser giustamente considerato come uno degli uomini più colti del nostro paese.

Laureato nel 1875, avvocato nel 1877, completava ed arricchiva considerevolmente il corredo degli studi scolastici con altri e larghi studi nel campo del diritto e del processo penale, considerati nella forma concreta assunta nella nostra legislazione, dandone alcuni saggi nel *Monitore dei Tribunali* degli anni 1878, 1879, 1881, 1882, 1884, oltre che in numerose recensioni, nelle quali cominciavano a brillare l' arguzie diventata poi proverbiale dello scrittore e insieme la sua finezza e la sua precisione nella critica. Nel 1885 pubblicava nel *Monitore* stesso quel suo magnifico lavoro sulla « scuola positiva di diritto penale » che si può citare come un vero gioiello scientifico per la sobria esattezza e l'agile eleganza con le quali le nuove teorie erano riassunte e determinate nei loro tratti essenziali, e frattanto, quasi a dar prova della larga solidità della sua dottrina giuridica d'ordine positivo, dettava quel completamento del commentario al codice di procedura penale di Borsani e Casorati (dal § 2390 alla fine), che poneva l'autore tra i più competenti cultori del processo penale, e dava alla luce nell'*Archivio di antropologia criminale* (1885 vol. V., fasc. 2-3) quell'altra pregevolissima monografia che è « La revisione dei processi penali », e nel *Monitore dei Tribunali* del 1888 « L'esame critico del progetto Zanardelli di codice penale ».

L'attività scientifica dello scrittore, che presentava i migliori tratti caratteristici dell'uomo, obbiettività assoluta, disadorna, quasi per progetto, precisa fino allo scrupolo dei particolari, organicità robusta di concezione e di condotta, richiamarono su di lui l'attenzione della Facoltà Giuridica del nostro Ateneo pavese, quando, poco dopo, venne a languire l'insegnamento del diritto penale, ed allora egli venne officiato a chiedere la libera docenza onde assumere subito, come fece per voto della Facoltà, la supplenza della cattedra, che poi ebbe per incarico ufficiale, e tenne per più anni, inaugurando, proprio in questo giorno 14 gennaio dell'anno 1890, il suo insegnamento

con una vivace prolusione (riferita nel *Monitore* 1890 pag. 201), nella quale il nuovo codice penale era passato in rassegna dal punto di vista della scuola positiva « per rendere manifesto (come diceva l'autore) il dissidio fra la nuova legislazione penale e il sempre crescente movimento del rinnovato studio della criminalità ».

Da quel tempo l'attività scientifica di Luigi Majno fu per alcuni anni rivolta alla scuola e al commento del nuovo codice penale (pubblicato dal 1890 al 1898 a cura di Drücker e Tedeschi di Verona e poi in II^a^ edizione dal 1906 al 1912 dell'Unione tip. editrice di Torino) — due cure che camminarono di conserva e si integrarono fra loro, non solo nel risultato finale, ma anche nel pensiero stesso di lui e quasi si dovrebbe dire nell'anima sua, poichè egli era mirabilmente destinato alla scuola e alla scienza, per le sue spiccate attitudini speculative e per l'affetto grande che lo attraeva verso la gioventù.

La evoluzione naturale dei partiti politici e le vicende della vita pubblica risvegliarono in seguito altri e più intensi affetti che parevano in lui fino ad allora rimasti allo stato latente, e allora si vide la sua poderosa intelligenza rivolta, nell'interesse degli umili e degli oppressi, alle cure della vita pubblica municipale e nazionale, in forme diverse, dalla più modesta di consigliere del suo comune, alla più alta di deputato al Parlamento, e si vide lui, semplice e mite, patrono battagliero e robusto contro tutto ciò che suonasse illegalità o violenza, e lo si sentì, uomo di parte, convinto e diritto, proclamare altamente la sua fede. Ma cessato il fragore della battaglia, ritornava l'uomo di pensiero e di studio, il dotto consigliere, il professionista sapiente, ed egli stesso si compiaceva degli ambienti sereni, dove tutte le opinioni, anche disparate, godono del diritto di cittadinanza, nel comune rispetto, e gradiva l'omaggio che si rendeva a lui e al suo sapere quando si vedeva chiamato a parteciparvi, così come gradì di essere, in questi ultimi anni, chiamato socio corrispondente di questo Istituto, presidente del Collegio degli avvocati, rettore della Università commerciale Bocconi.

Uomo di mente larga e profonda, nutrita degli studi più severi e diversi, aperta alle più alte idealità umane; generoso di cuore fino all'altruismo, semplice di modi fino a parere talvolta rude, e pur gentile di animo, e d'una gentilezza previdente, che sorprendeva; amante d'ogni cosa bella e buona; ricercatore paziente e tenace di ogni manifestazione scientifica o letteraria o artistica di cui avvertisse l'importanza, anche momentanea; raccoglitore di libri, che leggeva, e di cose d'arte, che

apprezzava; studioso di lingue moderne, dalle più comuni nostre europee, alla russa e alla giapponese, e pur buon conoscitore della letteratura latina, dagli autori del secolo d'oro a quelli della bassa latinità; intenditore di pittura, di scultura, di architettura e di musica; famigliare ai calcoli matematici e nello stesso tempo agli studi dell'ultima critica dantesca; studioso di entomologia e nello stesso tempo di elettricità... nessuno degli amici e degli intimi suoi poteva dire e neppur immaginare dove fossero i confini del suo sapere. Ma tutti sapevano e sentivano invece dove era il centro della sua esistenza. Era là nella sua casa, dove una illustre donna, degna di lui, dove un degnissimo figlio, che tramanderà il suo nome come l'ha ricevuto, lo circondavano di vigile amore, riuniti per lunghi anni nel culto sempre doloroso di due fanciulle scomparse e da poche settimane riuniti nell'attesa di un evento famigliare, finalmente lieto, che avrebbe aggiunto un nuovo e più forte filo alla trama della loro vita ».

Seguono le letture.

Il S. C. prof. Iginio Tansini, non essendo potuto intervenire per impegni d'ufficio, prega che la sua nota « *Sul mio processo d'operazione radicale per il cancro della mammella* » sia rinviata alla prossima adunanza. E così infatti resta stabilito.

Il prof. Giuseppe Usai discorre brevemente « *Sulle condizioni di indipendenza d'un integrale semplice del parametro* ». La sua nota era stata ammessa dalla sezione di scienze matematiche.

Il dott. Alessandro Terracini, non essendo potuto intervenire all'adunanza, presenta la sua nota con un breve sunto della medesima il M. E. prof. L. Berzolari. Anche questa nota era stata ammessa dalla sezione di scienze matematiche.

Sulla nota del prof. Clemente Merlo « *Degli esiti di S- iniziale -S-, -S+S-, -P+S-, -X- intervocalici nei dialetti dell'Italia centro-meridionale* » discorre brevemente, poichè il Merlo è assente, il M. E. prof. Carlo Salvioni. Questa nota era stata ammessa dalla sezione di storia e filologia.

Terminate le letture, l' Istituto si raccoglie in adunanza privata.

È all' ordine del giorno il conferimento d' una pensione accademica rimasta vacante nella Classe di lettere e scienze morali e storiche, per la morte del M. E. prof. Tito Vignoli; ma, non essendo presente tal numero di membri pensionati da

render valida la votazione, si rimanda la votazione stessa alla prossima adunanza.

Segue, nell' ordine del giorno, la nomina delle commissioni per i concorsi scaduti il 31 dicembre 1914. Il presidente riferisce che al concorso di fondazione Cagnola „ sulla direzione dei palloni volanti (dirigibili) „ e a quello, pur di fondazione Cagnola, „ sul modo di impedire la contraffazione d'uno scritto „ non si presentò alcun concorrente; come non si presentò alcun concorrente al concorso della fondazione Contardo Ferrini „ sul regime delle acque nel diritto classico e nel diritto giustinianeo „. Restano adunque da nominare le commissioni pei concorsi di fondazione Cagnola „ sulla cura della pellagra „ e „ sulla natura dei miasmi e contagi „, a cui i concorrenti non mancarono.

Su proposta del M. E. prof. Jung, l'Istituto incarica la presidenza di formare le commissioni e di presentarne la lista nella prossima adunanza.

La seduta è tolta alle ore 15.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
G. ZUCCANTE

Adunanza del 28 Gennaio 1915

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. GIOVANNI CELORIA

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Berzolari, Buzzati, Celoria, Colombo, Del Giudice, De Marchi A., Gabba B., Gobbi, Golgi, Gorini, Jorini, Jung, Körner, Mangiagalli, Menozzi, Minguzzi, Murani, Scherillo, Taramelli, Vivanti, Zuccante.

E i SS. CC.: Antony, Bordoni-Uffreduzi, Brizi, Coletti, De Marchi M., Gabba L. jun., Guarnerio, Jona, Livini, Pascal C., Tansini, Villa, Volta.

Giustificano la loro assenza i MM. EE.: Luigi Gabba, Elia Lattes.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Zuccante, segretario, legge il verbale della precedente adunanza del 14 gennaio. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto. Esse, per la Classe di scienze matematiche e naturali, sono le seguenti:

Beretta M. e Majocchi M. Relazione sul progetto del porto commerciale ed industriale per la città di Milano a capolinea della via d'acqua Milano-Venezia. Milano.

Guareschi I. Ruggero Bacone. Il metodo sperimentale e Galileo. Torino, 1915.

— Legge della dilatazione dei gas di Alessandro Volta. Seconda edizione corretta e aumentata con la ristampa della Memoria originale di Volta. « Della uniforme dilatazione dell'aria, ecc. 1793 ». Torino, 1914.

Murani O. Trattato elementare di fisica, compilato ad uso de' Licei e degli Istituti tecnici. V^{a} edizione, Vol. I. Milano, 1915.

Sayno A. Cinquanta anni di vita del R. Istituto tecnico superiore di Milano, 1863-1913.

E per la Classe di lettere:

Rivista italiana per le scienze giuridiche, fondata e diretta da F. Schupfer e G. Fusinato, sotto gli auspici del R. Istituto di esercitazioni giuridiche, presso l'Università di Roma. Vol. 53, N. 1-3; Vol. 154, N. 1 e 2. Roma, 1913-14.

Il presidente commemora quindi con le seguenti parole il M. E. prof. Arturo Marcacci, recentemente defunto:

« Prima di passare all'importante nostro ordine del giorno, io con animo addolorato devo richiamare alla memoria dei colleghi il professore Arturo Marcacci, testè mancato ai vivi. L'avevamo chiamato fra noi quale socio corrispondente nell'adunanza del 6 luglio 1905, e nominato membro effettivo il 28 dicembre 1911. L'età sua era ben lontana dal potersi dire alta, il suo aspetto era vegeto, forte, virile, nè il più lieve segno di stanchezza precoce erasi mai in lui avvertito. Nessuno ne avrebbe preveduta la prossima fine, ma una malattia complessa, svoltasi d'un tratto, e ribelle ad ogni cura, ne spezzò in pochi giorni la salda fibra, sicchè egli la mattina del giorno 19 di questo mese, per tante e troppe ragioni funesto, spirava alle ore 4,30, compianto da quanti attoniti ricevettero l'annunzio inaspettato della sua scomparsa.

Potessi anche fare un lungo discorso, non oserei addentrarmi nell'apprezzatissima opera scientifica del Marcacci, alla quale troppo mi sento estraneo. Ma pur soffermandomi, come è dovere dell'ufficio mio, a un breve cenno necrologico, posso almeno seguirlo nella via luminosa che egli tracciò durevolmente con l'opera sua di scienziato e di insegnante.

Cominciò egli a segnalarsi per ingegno e per operosità nel corso stesso degli studi universitarî, e quando nel 1879 conseguiva in Firenze la laurea, già con rara maturità di mente prefissi erasi gli studi speciali ai quali dedicarsi, la meta che con essi voleva raggiungere, e verso la quale volò diritto ognora, senza lasciarsene deviare un istante.

Vinse dapprima due premi annuali di perfezionamento all'interno, due ne vinse in seguito di perfezionamente all'estero, uno dei quali biennale. Riuscì per tal modo a dare salde basi alle cognizioni sue di fisiologo, lavorando al fianco di maestri insigni, prima nei laboratorî di Mosso e di Giacosa a Torino, poi in quelli di Vulpian, di Brown-Séquard e di Paolo Bert a Parigi, da ultimo a Vienna nel laboratorio di Brücke, e a Breslavia in quello di Heidenhain.

Furono cinque anni per lui fecondi di insegnamenti e dei quali lasciò traccia duratura in non poche pubblicazioni che

gli valsero, tornato in patria, la libera docenza in fisiologia a Torino nell'anno 1884, e tosto dopo nel 1885, in seguito a concorso per titoli, la cattedra di professore ordinario di fisiologia a Perugia.

Quattro anni soli qui rimase, e, riuscito vincitore di un nuovo concorso, passò all' Università di Palermo, ivi facendo molte e importanti ricerche e pubblicazioni, ivi eccitando nel laboratorio da lui diretto numerosi e lodati lavori sulla fisiologia del cuore, dei vasi sanguigni e del respiro, affermandosi sempre più, con le esperienze sue proprie originali, indagatore sapiente del vero, e affermandosi inoltre maestro nell'arte, rara e difficile più che non credasi, di indirizzare i giovani alla ricerca scientifica, di ispirare e dirigere i loro lavori.

Nessuna meraviglia che egli così salisse via via a larga e meritata fama, e che nel 1903, morto l'insigne professore Oehl, la Facoltà medica di Pavia lo chiamasse con voto unanime a succedergli, onore del quale egli era ben degno e del quale seppe in seguito rendersi degnissimo.

Nè in Marcacci le attitudini e le doti dell' uomo furono inferiori a quelle dello scienziato. Ovunque egli fu, seppe acquistarsi per le qualità dell'animo, simpatia ed estimazione. Giovane studioso, a Firenze, a Torino, a Parigi, a Vienna a Breslavia si meritò la stima e l'affetto di maestri illustri; professore, ebbe il conforto di vedere il proprio nome tenuto sempre in speciale considerazione. A Palermo fu dai colleghi nominato Preside della Facoltà medica e Rettore dell'Università; a Pavia per ben sei anni la Facoltà medica lo volle a suo Preside; al Congresso internazionale di fisiologia in Heidelberg il Governo italiano lo inviò quale rappresentante suo.

Allo scienziato e maestro insigne, alla vita sua onorata io rendo oggi un omaggio dovuto. I MM. EE. senatore Pasquale Del Giudice, vicepresidente, e senatore Camillo Golgi, pregati da questa Preidenza, si compiacquero rappresentare l' Istituto nostro ai funerali in Pavia, e là con nobili discorsi già si resero interpreti autorevolissimi dei sentimenti di noi tutti, rimpiangendo la perdita del fisiologo benemerito e portando alla salma sua il nostro saluto estremo ".

Il M. E. prof. senatore Golgi si associa alle nobili ed elevate parole del presidente, e crede d'interpretare anche l'unanime sentimento della Facoltà medica dell' Università di Pavia.

Si passa indi alle letture.

Il M. E. prof. Costantino Gorini legge la sua Nota: *I pe-*

ricoli dei silos non sufficientemente riscaldati (A proposito di un lavoro americano).

Il M. E. prof. Giulio Vivanti presenta la sua Nota di matematiche: *Sui nuclei simmetrizzabili.*

Il S. C. prof. Iginio Tansini riferisce sul *suo metodo per la cura radicale del cancro della mammella*, al quale riguardo richiama l'attenzione sopra i vantaggi della sua plastica in confronto di altre.

Segue la Nota del S. C. prof. Ernesto Mariani: *Nuove osservazioni sui movimenti di alcuni ghiacciai della Valfurva, nell'alta Valtellina.*

Non essendo il prof. Mariani potuto intervenire all'adunanza, riassume brevemente la Nota il M. E. prof. Artini.

La dott. Maria Pesenti Villa legge la sua Nota che ha per titolo: *L'autografo ferrarese della « Venatio » di Ercole Strozzi.* Questa Nota era stata ammessa alla lettura dalla sezione di letteratura e filosofia.

Da ultimo viene la Nota del prof. Salvatore Cherubino « *Sopra un metodo di postulazione* ». E poichè anche questo autore non ha potuto intervenire alla seduta, il M. E. prof. Berzolari spiega in brevi parole il contenuto della nota.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata per la trattazione degli affari.

Il prof. Golgi legge la relazione della Commissione sul concorso al premio di fondazione Fossati, che aveva per tema: « *Illustrare con ricerche originali un fatto di anatomia macro o microscopica del sistema nervoso* ». La Commissione, composta dei professori Golgi, Marcacci e Morselli, ha con voto unanime proposto che il premio sia accordato al prof. Nello Beccari dell'Istituto Anatomico di Firenze. Messa ai voti la proposta, risulta approvata all'unanimità.

Il presidente poi legge i nomi dei membri nominati a far parte delle Commissioni per i concorsi a' premi di fondazione Cagnola, scaduti il 31 dicembre u. s.; e cioè quella *sulla cura della pellagra;* e l'altra *sulla natura dei miasmi e contagi.* Vengono nominati a far parte della Commissione per il primo de' detti concorsi i MM. EE. Golgi, Forlanini e Sala, per il secondo i MM. EE. Golgi, Gorini e il S. C. Bordoni-Uffreduzi.

È ancora all'ordine del giorno il conferimento di una pensione accademica nella classe di lettere e scienze morali e storiche, divenuta vacante per la morte M. E. Tito Vignoli. Il presidente ricorda che, a norma dell'articolo 32, comma secondo, del regolamento organico, la pensione disponibile è

aggiudicata dai membri pensionati delle due classi, e secondo le norme dell' art. 18 che riguarda le elezioni. Fatta questa avvertenza, il presidente indice la votazione, nominando scrutatori i MM. EE. Bassano Gabba e Taramelli. Dallo spoglio delle schede risulta che con 12 voti su 13 votanti la pensione accademica è conferita al M. E. prof. Giulio Cesare Buzzati, a cominciare dal 28 gennaio 1915.

Segue da ultimo la nomina de' censori per l'anno 1915, e l'Istituto conferma in tale ufficio con unanime voto i MM. EE. Jung e Gobbi.

L'adunanza viene sciolta alle ore 15.15.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
O. MURANI

SU ALCUNE SUPERFICIE RIGATE RAZIONALI

Nota di ALESSANDRO TERRACINI

(Adunanza del 14 gennaio 1915)

Il noto teorema di CLIFFORD, secondo il quale gli S_{r-1} osculatori di una C^r razionale normale corrispondono ai rispettivi punti di osculazione in una correlazione involutoria, si può, eccetto un caso che verrà indicato più avanti, estendere alle superficie rigate razionali normali. Questo teorema, che viene stabilito nei n.i 1-2, conduce a un' estensione della nozione di apolarità sopra le superficie rigate razionali, come accenno nel n.° 3; di più esso si può applicare a una categoria di superficie rigate razionali, che si presentano come analoghe alle curve razionali dotate di un certo numero di punti di iperosculazione, curve che furono oggetto di diversi recenti lavori (1). Di qualcuna di tali applicazioni dò un cenno nel n.° 4, senza però entrare in una trattazione sistematica dell' argomento. Infine nel n.° 5 metto in relazione con tale teoria una classe di superficie rigate razionali del 4° ordine dello spazio ordinario, che mi pare assai notevole, e che non credo abbia sinora richiamato l'attenzione dei geometri.

1. -- Chiamiamo (2) spazio h — tangente a una superficie in un suo punto generico uno spazio (e precisamente intende-

(1) Ricordiamo tra essi quelli del BERZOLARI, del MARLETTA e del CIANI pubblicati rispettivamente nei tt. XXII e XXIV; XXI, XXIV e XXV; XXVI dei Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo.

(2) Cfr. DEL PEZZO, *Sugli spazi tangenti ad una superficie o ad una varietà immersa in uno spazio di più dimensioni*. Rendiconto della R. Accademia di Napoli 1886. La terminologia usata dal Del Pezzo è però leggermente diversa da quella che qui seguo: cfr. su questo punto anche BOMPIANI, *Sopra alcune estensioni dei teoremi di Meusnier e di Eulero*. Atti della R. Acc. di Torino Vol. XLVIII (1913) nota (10).

remo sempre in seguito il *minimo* spazio) che contenga tutti gli S_h che hanno in quel punto un contatto di ordine h colle curve tracciate sulla superficie e passanti per quel punto. Un tale spazio ha generalmente dimensione $\frac{h(h+3)}{2}$, ma può avere dimensione minore. Se consideriamo p. es. una rigata di S_{s+1}, i cui punti siano dati (in coordinate x proiettive omogenee) mediante le formole:

$$x_i = a_i(\lambda) + \mu b_i(\lambda) \qquad (i = 0, 1, \ldots, s+1),$$

lo spazio h — tangente in un suo punto generico è lo spazio determinato dai punti (1):

$$a + \mu b, \frac{da}{d\lambda} + \mu \frac{db}{d\lambda}, \ldots, \frac{d^h a}{d\lambda^h} + \mu \frac{d^h b}{d\lambda^h}, b, \frac{db}{d\lambda}, \ldots, \frac{d^{h-1} b}{d\lambda^{h-1}};$$

ossia dai punti:

$$a, b, \frac{da}{d\lambda}, \frac{db}{d\lambda}, \ldots, \frac{d^{h-1}a}{d\lambda^{h-1}}, \frac{d^{h-1}b}{d\lambda^{h-1}}, \frac{d^h a}{d\lambda^h} + \mu \frac{d^h b}{d\lambda^h}, \qquad (1)$$

ed ha perciò dimensione $d \leq 2h$.

Osserviamo anzi che, quando in ogni punto generico della superficie si ha $d < 2h$, o avviene che i primi $2h$ punti (1) non sono indipendenti, cosicchè h generatrici consecutive stanno in uno spazio di dimensione $< 2h-1$; oppure, se esse sono indipendenti, dovendo il punto $\frac{d^h a}{d\lambda^h} + \mu \frac{d^h b}{d\lambda^h}$ stare, qualunque sia μ, nello S_{2h-1} da esse determinato, questo S_{2h-1} contiene i punti $\frac{d^h a}{d\lambda^h}, \frac{d^h b}{d\lambda^h}$, e perciò $h+1$ generatrici consecutive stanno in uno S_{2h-1}.

Quando si tenga presente che, se una F^s razionale normale S_{s+1} è di specie m, k qualunque delle sue generatrici sono indipendenti o no, secondochè $k \leq m+1$, oppure $k > m+1$, e che in quest'ultimo caso, se $k + m < s+1$, le k generatrici appartengono a uno S_{k+m} (2), riuscirebbe facile lo stabilire, in base all'osservazione fatta di sopra, il seguente risultato:

---

(1) Indichiamo con $a + \lambda b$ il punto le cui coordinate sono $a_i + \lambda b_i$ ($i = 0, 1 \ldots s+1$) ecc.

(2) Cfr. Segre, *Sulle rigate razionali in uno spazio lineare qualunque*. Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino Vol. XIX (1884), n. 9. È anche ben noto (cfr. Segre. *Op. cit.*, ed anche Bertini, *Introduzione alla geometria proiettiva degli iperspazii*. Cap. 15°, p. 288) che le F^s rigate raz. norm. di S_{s+1} si suddividono in specie, chiamandosi di

Una F^s rigata razionale normale di S_{s+1}, di specie m non massima, possiede in un suo punto generico un iperpiano $(s - m - 1)$ — tangente. Se invece la F^s è di specie massima, essa ammette in ogni suo punto un iperpiano $\frac{s}{2}$ — tangente, quando s è pari; mentre, per s dispari, non vi è nessun valore di h tale che gli spazi h — tangenti siano iperpiani (1).

A tale risultato conduce assai rapidamente anche la rappresentazione di quelle F^s su un piano, rappresentazione in cui alle sezioni iperpiane corrispondono le curve di ordine s aventi un punto Q $(s - 1)^{plo}$ e $s - 1$ punti base semplici $T_1, T_2, \dots, T_{s-1}$, i quali siano rispettivamente Q punto $(m - 1)^{plo}$ e i punti T punti semplici di una curva di ordine m, C. Ora, se la F ammette in un suo punto generico *un* iperpiano h — tangente, questo iperpiano taglia la F in una curva per cui quel punto ha molteplicità $h + 1$, e viceversa. Basterà dunque vedere se, preso un punto generico del piano P, esista *una* curva del sistema rappresentativo per cui quel punto sia $(h + 1)^{plo}$. Se m non ha il suo massimo valore, posto $h = s - m - 1$, una curva e precisamente la sola curva che soddisfa a queste condizioni è costituita dalla C e dalla retta QP contata $s - m$ volte. Se invece s è pari e vale $2m$ (cosicchè m è massimo), si giunge al risultato sopra accennato osservando che una

---

specie m quelle con direttrice minima d'ordine m, dove m è un qualsiasi intero d'ordine $\leq \frac{s}{2}$, o $\leq \frac{s-1}{2}$ secondochè s è pari o dispari.

Notiamo a questo proposito che le superficie rigate razionali normali furono studiate anche, indipendentemente dai lavori che poco tempo prima su questo argomento erano stati pubblicati in Italia, da E. H. Moore (*Extensions of certains Theorems of Clifford and of Cayley in the Geometry of* n *Dimensions*, Transactions of the Connecticut Academy Vol. VII (1885), pp. 9-26 (I teoremi di Clifford di cui si occupa il Moore sono diversi da quello che io considero in questa Nota). Nella Memoria di quel geometra si notano però parecchie manchevolezze: non vi è traccia, p. es., della suddivisione di quelle superficie in specie, cosicchè i suoi risultati sono da ritenere validi solo per le superficie di specie massima; questo vale in particolare per le proprietà che egli assegna relativamente agli spazi h-tangenti.

(1) Quando su una F^s che non sia la rigata razionale normale generale d'ordine pari, anzichè un punto generico, si consideri un punto della direttrice minima C^m, i risultati precedenti si modificano, in quanto gli iperpiani delle singole $(s - m)^{plo}$ di generatrici consecutive risultano $(s - m)$-tangenti nei singoli punti della C^m direttrice.

curva del sistema rappresentativo che contenga P come punto $(m+1)^{plo}$ dovrà contenere la retta QP come m^{pla}, e pertanto vi dovrà essere un resto contenente Q come punto $(m-1)^{plo}$ e i $2m$ punti semplici $T_1, T_2, \ldots, T_{2m-1}, P$, il quale resto è d'altra parte determinato da tali condizioni in modo unico (come si vede direttamente, o anche osservando che quel resto è l'immagine di una C^m direttrice della F). Se infine s è dispari e $m = \frac{s-1}{2}$, esistono infinite curve del sistema rappresentativo che hanno in P un punto $(m+1)^{plo}$, composte di una delle infinite curve d'ordine $m+1$ passanti per $T_1, T_2, \ldots, T_{2m}, P$, e aventi in Q un punto m^{plo}, e della retta TQ contata m volte, mentre non ne esiste nessuna avente in P molteplicità $m+2$; poichè una tal curva dovrebbe comporsi della retta PQ contata $m+1$ volte e di un resto, in generale inesistente, di ordine m passante per $T_1, \ldots, T_{2m}, P$, e avente in Q molteplicità $m-1$.

Osserviamo poi anche che, eccettuato quest' ultimo caso, l'iperpiano h — tangente alla F^s in un punto taglia la F^s nella generatrice di contatto, contata $s-m$ volte, e nella C^m direttrice unica, o passante pel punto di contatto.

2. — Supposto ora che s sia pari e valga $2m$, cosicchè potremo rappresentare parametricamente la F^s mediante le formole:

$$x_i = \lambda^i \quad (i = 0, 1, \ldots, m); \quad x_{m+1+j} = \mu\lambda^j \quad (j = 0, 1, \ldots, m),$$

si può verificare che come coordinate ξ dell'iperpiano m — tangente in un punto generico si possono assumere:

$$\begin{cases} \xi_i = (-1)^i \binom{m}{i} \mu\lambda^{m-i} = (-1)^i \binom{m}{i} x_{2m+1-i} & (i = 0, 1, \ldots, m); \\ \xi_{m+1+j} = (-1)^{j+1} \binom{m}{j} \lambda^{m-j} = (-1)^{j+1} \binom{m}{j} x_{m-j} & (j = 0, 1, \ldots, m). \end{cases}$$

Per dimostrarlo basterà infatti provare che:

$$\sum_{i=0}^{2m+1} \xi_i \frac{\partial^r x_i}{\partial \lambda^r} = 0 \qquad (r = 0, 1, \ldots, m),$$

$$\sum_{i=0}^{2m+1} \xi_i \frac{\partial^r x_i}{\partial \mu \partial \lambda^{r-1}} = 0 \qquad (r = 1, 2, \ldots, m).$$

Ora, ponendo in luogo delle ξ i valori sopra scritti, si trova effettivamente:

$$\sum_{i=0}^{2m+1} \xi_i \frac{\partial^r x_i}{\partial \lambda^r} = \mu \lambda^{m-r} \sum_{i=0}^{m} [(-1)^i + (-1)^{i+1}] \binom{m}{i} i(i-1)\dots(i-r+1) = 0 \quad (r=0,\dots,m),$$

$$\sum_{i=0}^{2m+1} \xi_i \frac{\partial^r x_i}{\partial \mu\, \partial \lambda^{r-1}} = \sum_{j=0}^{m} (-1)^{j+1} \binom{m}{j} \lambda^{m-j} j(j-1)\dots(j-r+2)\lambda^{j-r+1} =$$

$$= -\lambda^{m-r+1}(r-1)! \sum_{j=0}^{m} (-1)^j \binom{m}{j} \binom{j}{r-1} = 0. \quad (r=1, 2, \dots, m).$$

Dalle formole ora dimostrate segue subito:

Gli iperpiani m — *tangenti a una superficie rigata razionale normale generale* (*cioè di specie* m) F^{2m} *di* S_{2m+1} *corrispondono ai rispettivi punti di contatto in una reciprocità involutoria non degenere, che è un sistema nullo, o una polarità ordinaria, secondochè* m *è pari o dispari.*

Quindi per una tale superficie la totalità ∞^2 degli iperpiani m — tangenti si può considerare come figura duale della superficie stessa, come luogo di punti; alle generatrici della F^{2m} corrispondono gli S_{2m-1} di m generatrici consecutive; gli S_m delle C^m direttrici corrispondono a sè stessi, e perciò, se m è dispari, stanno sulla quadrica fondamentale della polarità: alle C^m direttrici corrispondono gli inviluppi di classe m, che, dagli S_m a cui esse appartengono, proiettano le m^{ple} di generatrici consecutive.

Un procedimento analogo si potrebbe anche applicare alle F^s rigate razionali normali di specie m non massima, per s pari o dispari; ma l' osservazione finale del n.° 1 mostra che per una tale superficie gli iperpiani $(s-m-1)$ — tangenti sono fissi lungo ogni generatrice, e sono precisamente gli iperpiani che dallo S_m della C^m direttrice proiettano le $(s-m)^{ple}$ di generatrici consecutive. Perciò, se consideriamo la ∞^1 degli S_{m+1} che da quello S_m proiettano le singole generatrici della F^s, ∞^1 che si può riguardare come luogo degli S_{m+1} proiettanti dallo S_m i punti di una C^{s-m} razionale normale di uno S_{s-m}, gli ∞^1 iperpiani $(s-m-1)$ — tangenti alla F^s non sono altro che gli iperpiani che dallo S_m proiettano gli S_{s-m-1} osculatori di quella C^{s-m}; e pertanto l'ordinario teorema di Clifford per le curve razionali normali ci permette di concludere:

Gli iperpiani $(s-m-1)$ — *tangenti a una superficie rigata razionale normale* F^s, *di specie* m *non massima, di* S_{s+1}

corrispondono ai loro punti di contatto in una reciprocità involutoria degenere, di specie m + 1, *avente per* S_m *singolare lo* S_m *della* C^m *direttrice; reciprocità involutoria che è una polarità rispetto ad una quadrica o un sistema nullo, secondochè* s — m *è pari o dispari* (1).

3. — Se chiamiamo involuzione centrale su di una superficie rigata raz. norm. F^{2m}, di specie m, il sistema $\infty^{2\,(2m-r-1)}$ di gruppi di $2m$ punti segati su essa dagli S_{2m-1} per uno spazio (centrale) $O_r (0 \leq r \leq 2m-1)$ potremo dire che due involuzioni centrali sono coniugate (o apolari), quando i loro spazi centrali si corrispondono nella reciprocità involutoria considerata nel n°. precedente; in particolare il gruppo di $2m$ punti segato da uno S_{2m-1} si dirà coniugato a ciascuno dei gruppi segati dagli S_{2m-1} passanti per la retta ad esso corrispondente. Un concetto analogo si potrebbe introdurre per le altre superficie rigate razionali normali; ma, per esse, quanto abbiamo visto nel n.° precedente è già sufficiente a mostrare che la nozione di apolarità, colle sue proprietà, non è se non una traduzione immediata della nozione stessa relativa alle curve razionali; per questo motivo ci limiteremo a considerare delle F^{2m} generali (di specie m). Ogni superficie rigata razionale Φ^s di S_r $(3 \leq r \leq s)$ (2) si può riguardare come proiezione, fatta da uno S_{s-r}, di una rigata razionale normale dello stesso ordine s; anzi, se conveniamo di chiamare di specie m ogni Φ^s per cui sia m l'ordine della direttrice minima, *contata col dovuto grado di moltiplicità*, saranno anche di specie m tutte le superficie normali d'ordine s di cui quella Φ^s è proiezione. Ora, limitandoci, come abbiamo detto, a considerare superficie rigate razionali Φ^{2m} generali (di specie m), potremo estendere ad esse la nozione di involuzione centrale e quella di involuzioni coniugate, servendoci delle superficie normali

---

(1) Per le F^s di S_{s+1}, con s dispari, di specie massima, pur non esistendo nessun valore di h tale che gli spazi h-tangenti siano iperpiani, sussiste una proprietà analoga alla precedente, quando in luogo degli iperpiani $(s-m-1)$ — tangenti si considerino gli ∞^1 iperpiani che dallo $S_{\frac{s-1}{2}}$ della $C^{\frac{s-1}{2}}$ direttrice proiettano le $\left(\frac{s+1}{2}\right)^{\text{ple}}$ di generatrici consecutive.

(2) Dalle rigate razionali, qui, come in tutto questo lavoro, si intendono esclusi i coni.

di cui quelle Φ^{2m} sono proiezioni. Naturalmente questa estensione diviene possibile soltanto quando si sia dimostrato che la definizione data è indipendente da quella particolare superficie normale F^{2m} di cui una data Φ^{2m} si considera come proiezione. Ora questo è accertato dalle seguenti considerazioni.

Siano F_1^{2m}, F_2^{2m} due rigate razionali normali generali di uno $S^{(1)}_{2m+1}$ e di uno $S^{(2)}_{2m+1}$, che si proiettano rispettivamente da uno $S^{(1)}_{2m-r}$ e da uno $S^{(2)}_{2m-r}$ dei loro spazi di appartenenza in una stessa Φ^{2m} di S_r; e siano A_1 e A_2 due loro punti generici le cui proiezioni coincidono in uno stesso punto A di Φ^{2m}. La corrispondenza tra A_1 e A_2 è omografica ([1]); infatti, quando A_1 descrive una generatrice, o una C^m direttrice di F_1^{2m}, altrettanto avviene di A sopra Φ^{2m}, e quindi di A_2 sopra F_2^{2m}; anzi le due corrispondenze che così si vengono a stabilire fra le ∞^1 di generatrici e le ∞^1 di C^m direttrici di F_1^{2m} e F_2^{2m} sono proiettive. Ora, quando A_1 descrive una sezione iperpiana di F_1^{2m} esso stabilisce una corrispondenza $(m, 1)$ tra generatrici e C^m direttrici di F_1^{2m}, in quanto si considerino come omologhe una generatrice ed una C^m direttrice tra loro incidenti in un punto di quella sezione iperpiana. In virtù di quanto abbiamo detto più sopra, nel riferimento che abbiamo stabilito fra F_1^{2m} e F_2^{2m} quella corrispondenza $(m, 1)$ si tradurrà in una analoga sopra F_2^{2m}; il luogo di A_2 sarà dunque una sezione iperpiana. La corrispondenza tra F_1^{2m} e F_2^{2m} è pertanto proiettiva; questa proiettività trasforma l'una nell'altra le reciprocità involutorie definite nei loro spazi di appartenenza da F_1^{2m}, F_2^{2m}; ecc....

Così stabilita la nozione del coniugio tra due involuzioni, si potrebbero dedurne parecchie proprietà analoghe a quelle note sulle curve razionali. A noi basti questo cenno, e l'osservazione che anche sulle Φ^{2m} di specie m di S_r, se $3 \leq r \leq 2m-1$, si può parlare dell'*involuzione fondamentale*, come dell'involuzione coniugata di quella segata dalla totalità degli S_{r-2} di S_r.

4. — Quando una F^s normale si proietta in una Φ^s di S_r, della stessa sua specie m, gli eventuali S_s h-tangenti alla F^s passanti per lo O_{s-r} centro di proiezione tagliano lo S_r in altrettanti iperpiani ciascuno dei quali risulta h-tangente alla

(1) Questo risulterebbe senz'altro dal fatto che F_1^{2m}, F_2^{2m} sono normali; la breve dimostrazione diretta che dò nel testo è di carattere più elementare.

Φ in un suo punto (contiene cioè l'intorno di quel punto fino all'ordine h). Ora h ha un valore massimo per ogni valore di m, cosicchè, analogamente alla terminologia adottata per le curve, potremo chiamare iperosculatore ogni iperpiano dello S_r avente colla Φ^s un contatto di quell'ordine h, ordine massimo compatibile colla specie m della superficie Φ. *Eccetto che per le superficie* Φ^{2m} *di specie* m, risulta dalla nota [1] a pag. 64 che *gli eventuali punti di iperosculazione si trovano sulla* C^m *direttrice minima*. È facile provare che in S_3 una superficie rigata razionale Φ *che non sia una* Φ^{2m} *di specie* m non può avere più di due punti di iperosculazione, e che questo avviene solo quando la C^m direttrice minima è una retta m^{pla} (cosicchè solo per $m = 1$ i due punti di iperosculazione saranno semplici per la superficie). Infatti, se Φ avesse tre punti di iperosculazione, il centro di proiezione O_{s-3} dovrebbe stare nello spazio di intersezione di tre iperpiani h-tangenti di F (dove h ha il massimo valore possibile per ogni valore di m), spazio che è necessariamente uno S_{s-2} passante per lo S^m della C^m direttrice di F, cosicchè questo S^m taglierebbe O_{s-3} in uno S_{m-1} : O_{s-3} avrebbe dunque dei punti in comune con C^m e la proiezione di F avrebbe ordine minore di s. Se invece Φ deve avere due punti di iperosculazione, O_{s-3} deve stare nello S_{s-1} comune a due iperpiani h-tangenti di F, e taglia quindi S_m in uno S_{m-2} (non in uno S_{m-1}, perchè allora si potrebbe continuare a ragionare come sopra); la C^m direttrice viene quindi proiettata su Φ secondo una retta m^{pla}. Ed è anche chiaro che se Φ deve avere *un* punto di iperosculazione, la sua direttrice minima è piana (sta nel piano iperosculatore, in quanto esso è traccia sullo S_3 della Φ di un iperpiano h-tangente a F, iperpiano che contiene O_{s-3} e lo S_m della C^m direttrice).

Queste osservazioni si estenderebbero agevolmente a superficie rigate razionali di spazi più ampi. Ma a risultati assai più interessanti conduce la considerazione dei punti di iperosculazione (in questo caso contatto di ordine m) su una superficie Φ^{2m} di specie m. P. es. dal 1° teorema dimostrato nel n°. 2 segue subito:

Una Φ^{2m} *rigata razionale di* S_{2m}, *di specie* m $(m > 1)$, *ha* ∞^1 *punti di iperosculazione su una* C^{2m} *razionale che, per* m *pari, è una sezione iperpiana della* Φ.

Adottando la denominazione di curva trasversale di una rigata dello S_{2m} per indicare il luogo dei punti della superficie per cui passa uno S_{m-1} appoggiato a m generatrici consecutive a quella su cui sta il punto, si potrà anche dire che:

La curva trasversale di una Φ^{2m} *rigata razionale di* S_{2m}, *di specie* m ($m > 1$) *è una* C^{2m} *razionale che, per* m *pari, è una sezione iperpiana della* Φ.

Se invece $r < 2m$, una Φ^{2m} di specie m dello S_r, dotata di un numero finito di punti di iperosculazione non può averne più di $r+1$, e questo massimo può sempre essere raggiunto, come avviene per esempio per $r = 2m-1$, perchè allora la Φ^{2m} si ottiene proiettando da una retta una F^{2m} normale, e per quella retta (cfr. il n°. 2) passano $2m$ (o infiniti) iperpiani m-tangenti della F: anzi in questo caso l'involuzione fondamentale sulla Φ^{2m} si riduce all'unico gruppo dei punti di iperosculazione. Precisamente per le Φ^{2m} di specie m di S_r fornite di $r+1$ punti di iperosculazione si presenta una notevole analogia colle curve razionali di S_r dotate di una proprietà analoga. P. es.:

Le tangenti alle C^m *direttrici di una* Φ^{2m} *rigata raz. di* S_r, *di specie* m, *dotata di* $r+1$ *punti di iperosculazione sono segate dagli* $r+1$ *iperpiani iperosculatori in gruppi proiettivi tra loro, e proiettivi al gruppo delle* $r+1$ *generatrici a cui appartengono i punti di iperosculazione.*

Infatti nella reciprocità involutoria considerata nel n.° 2 alle tangenti alle C^m direttrici di una F^{2m} normale di specie m corrispondono gli S_{2m-1} che, dagli S_m di quelle C^m, proiettano le $(m-1)^{ple}$ di generatrici consecutive; e da ciascuno di questi S_{2m-1} le generatrici della F vengono proiettate biunivocamente negli iperpiani di un fascio; cosicchè, se $A_1, \ldots, A_{r+1}$ sono $r+1$ punti generici della F, gli iperpiani che li proiettano da uno qualunque di quegli S_{2m-1} formano un gruppo proiettivo a quello delle generatrici passanti pei punti A. Operando di nuovo colla reciprocità involutoria considerata, e supponendo di scegliere negli iperpiani m-tangenti passanti pel centro di proiezione O_{2m-r} gli iperpiani corrispondenti ai punti A, si conclude la proprietà enunciata.

Così, ricorrendo ancora al teorema del n°. 2, si ottengono senza difficoltà anche i segnenti teoremi:

Se una Φ^{2m} *rigata raz. di specie* m *di* S_r *ha* $r+1$ *punti di iperosculazione, questi punti sono, quando* m *è dispari, situati su una quadrica che tocca in ciascuno di essi il corrispondente iperpiano iperosculatore.*

Se una Φ^{2m} *rigata raz. di specie* m *di* S_r *ha* $r+1$ *punti di iperosculazione, questi punti giacciono, per* m *e* r *pari, in un iperpiano, o eventualmente in uno spazio meno ampio di*

dimensione dispari; per m *pari e* r *dispari essi sono generalmente indipendenti, ma, quando non lo siano, stanno in uno spazio di dimensione dispari,* ecc. ecc.

5. — Una Φ^{2m} rigata raz. generale di S_{2m-1} è dotata, come già abbiamo fatto notare, di $2m$ punti di iperosculazione; cosicchè, quando m è pari, possiamo applicare la seconda parte del teorema precedente. Vogliamo cercare qual'è la condizione perchè si presenti la particolarità in esso accennata, ossia perchè i $2m$ punti di iperosculazione stiano in uno S_{2m-3} (o in uno spazio meno ampio), condizione che approfondiremo poi nel caso $m=2$.

Poichè i $2m$ iperpiani iperosculatori non passano tutti per uno stesso punto, possiamo assumerli come iperpiani coordinati. Quindi, se supponiamo di avere sulla Φ^{2m} un sistema di coordinate λ, μ, tali che le $\lambda=$cost., $\mu=$cost. rappresentino rispettivamente le generatrici e le C^m direttrici, e che $\lambda=\lambda_i$, $\mu=\mu_i$ $(i=1,\dots,2m)$ rappresentino la generatrice e la C^m direttrice passanti pel punto di contatto A_i dell' iperpiano $x_i=0$, ricordando che quest' iperpiano taglia la Φ nella C^m passante per A_i e nella generatrice per questo stesso punto contata m volte, si conclude che possiamo supporre la Φ rappresentata parametricamente dalle formole:

$$x_i = (\mu-\mu_i)(\lambda-\lambda_i)^m \qquad (i=1,\dots,2m).$$

La condizione cercata è dunque che il determinante (emisimmetrico, poichè m è pari):

$$\begin{vmatrix} 0 & (\mu_1-\mu_2)(\lambda_1-\lambda_2)^m & \dots & (\mu_1-\mu_{2m})(\lambda_1-\lambda_{2m})^m \\ (\mu_2-\mu_1)(\lambda_2-\lambda_1)^m & 0 & \dots & (\mu_2-\mu_{2m})(\lambda_2-\lambda_{2m})^m \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ (\mu_{2m}-\mu_1)(\lambda_{2m}-\lambda_1)^m & (\mu_{2m}-\mu_2)(\lambda_{2m}-\lambda_2)^m & \dots\dots & 0 \end{vmatrix}$$

sia nullo (e perciò di caratteristica uguale a $2m-2$, o minore). Nel caso per noi particolarmente interessante di $m=2$ si trova quindi:

$$\begin{aligned}(\lambda_1-\lambda_2)^2(\mu_1-\mu_2)(\lambda_3-\lambda_4)^2(\mu_3-\mu_4)&+\\(\lambda_1-\lambda_3)^2(\mu_1-\mu_3)(\lambda_4-\lambda_2)^2(\mu_4-\mu_2)&+\\(\lambda_1-\lambda_4)^2(\mu_1-\mu_4)(\lambda_2-\lambda_3)^2(\mu_2-\mu_3)&=0,\end{aligned}$$

da cui, indicando con ω e ω' rispettivamente i birapporti $(\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4)$ e $(\mu_1 \mu_2 \mu_3 \mu_4)$ si ha facilmente:

$$\omega' = - \frac{\omega(\omega - 2}{2\omega - 1} .$$

Allo stesso risultato possiamo giungere anche geometricamente nel seguente modo, che ci condurrà ad un' osservazione interessante: si consideri in S_5 una rigata normale F^4, di specie 2, che vogliamo proiettare dalla retta di intersezione degli S_4 osculatori in quattro suoi punti $A_1, \ldots, A_4$ in una Φ^4 di S_3, in modo che le proiezioni di $A_1, \ldots, A_4$ risultino allineate; al quale scopo è necessario e sufficiente che lo S_3 $A_1 A_2 A_3 A_4$ contenga la retta che gli corrisponde nella polarità nulla definita dalla F^4. Fissiamo ora in modo generico sopra questa superficie i punti A_1, A_2, A_3; e sia π il piano corrispondente in quella polarità nulla al piano $A_1 A_2 A_3$, piano che è situato con esso in uno S_4 σ entro il quale dovremo scegliere il punto A_4. Ora σ taglia la F^4 in una C^4 razionale che si può considerare come luogo delle intersezioni di generatrici e coniche direttrici omologhe in una conveniente corrispondenza (2, 1). Precisamente il punto B_1, intersezione delle due rette tangenti alla conica direttrice α_1 passante per A_1 nei due punti in cui questa conica è incontrata dalle generatrici passanti per A_2, A_3, appartiene, come facilmente si verifica, al piano π e quindi anche a σ; e perciò la retta $A_1 B_1$ incontra ulteriormente α_1 in un punto A'_1 situato ancora sopra σ; le generatrici a_1, a'_1 passanti rispettivamente per A_1, A'_1 saranno le omologhe di α_1 nella corrispondenza (2, 1) considerata. Ragionando analogamente sopra A_2 e A_3 troviamo così tre coppie a_1, a'_1; a_2, a'_2; a_3, a'_3 di un' involuzione nella ∞^1 delle generatrici (involuzione che ha per elementi doppi la coppia hessiana della terna $a_1 a_2 a_3$) come omologhe delle tre coniche $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ in una proiettività fra le coppie di quell' involuzione e le coniche direttrici; proiettività che, come la corrispondenza (2, 1) da cui nasce, si trova così completamente individuata. Sarà dunque necessario e sufficiente che a_4 e α_4, rispettivamente generatrice e conica direttrice passanti per A_4, risultino omologhe in quella corrispondenza. Raccogliamo intanto il seguente risultato, che si trova così indirettamente stabilito:

Data, su una forma di prima specie, una quaterna di elementi a_1, a_2, a_3, a_4, *si consideri l' involuzione avente gli elementi doppi nella coppia hessiana della terna formata da tre qualunque fra essi: entro ciascuna di tali involuzioni le*

quattro coppie a cui appartengono rispettivamente a_1, a_2, a_3, a_4 *formano una quaterna il cui birapporto è indipendente da quella particolare terna di elementi da cui si è partiti* (1).

E, ritornando al nostro problema, troviamo che, affinchè su una Φ^4 rigata raz. di S_3 generale (cioè non sviluppabile, senza generatrici doppie e senza rette direttrici) i quattro punti di iperosculazione non siano indipendenti, e siano perciò allineati, è necessario e sufficiente che, dette a_1, a_2, a_3, a_4 e $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ rispettivamente le generatrici e le coniche direttrici passanti pei quattro punti di iperosculazione, il birapporto costruito come nell'enunciato precedente, a partire da a_1, a_2, a_3, a_4 (entro la ∞^1 di generatrici) sia eguale al birapporto $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$ (entro la ∞^1 di coniche direttrici). La traduzione analitica di questa relazione è, come è facile verificare, la formola $\omega' = -\frac{\omega(\omega-2)}{2\omega-1}$, che abbiamo trovato prima. Si osservi ancora che, in particolare, si trovano in questa relazione due quaterne a_1, a_2, a_3, a_4; $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ entrambe equianarmoniche: se p. es. la prima quaterna ha birapporto $-J$ (essendo $J^3=1$), la seconda ha il birapporto ad esso coniugato $-J^2$.

Prendendo ora a considerare il tipo più generale di Φ^4 rigate raz. dello spazio ordinario, cioè quelle che hanno per curva doppia una cubica sghemba irreducibile, vogliamo mostrare come la particolarità che abbiamo indicata sia ancora suscettibile di una elegante interpretazione.

In uno S_3 una rigata Φ^4 del quarto ordine avente per curva doppia la cubica sghemba irriducibile C^3 (2) data parametricamente mediante le formole:

$$x_0 : x_1 : x_2 : x_3 = t^3 : t^2 : t : 1$$

(1) È anche facile verificare che, *prendendo in un modo qualunque tre di quei quattro elementi, e l'elemento polare del 1º ordine del rimanente rispetto alla loro terna, si ha una quaterna che, in una conveniente permutazione dei suoi elementi, ha ancora quello stesso birapporto.*

(2) I punti di iperosculazione di una tal superficie sono quei punti semplici in cui il piano tangente è osculatore (cfr. ZEUTHEN, *Révision et extension des formules numeriques de la théorie des surfaces réciproques*. Math. Ann. Bd. X v. il n. 43). Noi supporremo che le quattro generatrici singolari della Φ^4 siano distinte (cosicchè le costanti a, b e c che introdurremo in seguito saranno entrambe diverse da zero); allora su ciascuna di quelle generatrici si ha un punto di iperosculazione in quel suo punto semplice dove essa è incontrata dalla conica sezione residua della Φ^4 col piano tangente lungo la generatrice stessa.

si può rappresentare coll' equazione:

$$(a\,\alpha + b\,\beta + c\,\gamma)^2 = 4m^2\,\alpha\,\gamma,$$

dove:

$$\alpha = x_1\,x_3 - x_2^2;\ \beta = x_1\,x_4 - x_2\,x_3;\ \gamma = x_2\,x_4 - x_3^2,$$

purchè si scelgano gli elementi di riferimento in modo che dei quattro punti cuspidali della curva doppia uno, P_4, corrisponda a $t = 0$, e uno, P_3, a $t = \infty$ (1). Le t relative agli altri due punti cuspidali P_1, P_2, saranno date dalle radici t_1, t_2 della equazione:

$$m^2\,t = (a\,t + b)\,(b\,t + c).$$

Se rappresentiamo con t'_i il valore del parametro t nel punto della C^3 in cui questa curva è ulteriormente incontrata dalla generatrice singolare uscente da P_i $(i = 1, 2, 3, 4)$ sarà:

$$t'_i = \frac{b\,t_i + c}{a\,t_i + b}\quad (i = 1, 2);\quad t'_3 = -\frac{b}{a};\quad t'_4 = -\frac{c}{b}.$$

Ora, poichè le coniche direttrici corrispondono biunivocamente ai piani bitangenti della Φ^4 che le contengono, e questi piani si possono a loro volta rappresentare coi punti della C^3 doppia in cui si tagliano le due generatrici in esse contenute, sarà ω' uguale al birapporto dei punti P_1, P_2, P_3, P_4 sopra la C^3, ossia:

$$\omega' = (t_1\,t_2\,\infty\,0) = \frac{t_2}{t_1}.$$

Per esprimere ω osserviamo che le generatrici della rigata sono in corrispondenza biunivoca colle coppie della corrispondenza simmetrica (2, 2) che esse determinano sulla C^3 doppia, e che le coppie t, t' di punti omologhi in questa corrispondenza soddisfanno (cfr. Salmon citato) a una relazione che, posto:

$tt' = \dfrac{u}{w}$, $t + t' = \dfrac{v}{w}$, assume la forma:

$$a^2u^2 + 2ab\,u\,v + b^2v^2 + 2(ac - 2m^2)\,u\,w + 2bc\,v\,w + c^2w^2 = 0;$$

cosicchè la ∞^1 delle generatrici risulta riferita a una conica rappresentata dalla precedente equazione in un piano dove si

(1) Cfr. anche pel seguito: Salmon *Traité de Géometrie analytique à trois dimensions*, 3ème partie, n.i 549-551.

assumano coordinate omogenee u, v, w. Perciò, se A'_1, A'_2, A'_3, A'_4 sono i punti di questa conica corrispondenti alle generatrici pei quattro punti di iperosculazione A_1, A_2, A_3, A_4, sarà:

$$\omega = (A'_1\, A'_2\, A'_3\, A'_4)$$

E per quanto si è detto di sopra le coordinate u, v, w dei quattro punti A' sono date da:

$$A'_1 \left(\frac{(m^2 - b^2)\, t_1 - b\, c}{a}, \quad \frac{(m^2 + b^2 - a\, c)\, t_1}{b}, \quad a\, t_1 + b\right)$$

$$A'_2 \left(\frac{(m^2 - b^2)\, t_2 - b\, c}{a}, \quad \frac{(m^2 + b^2 - a\, c)\, t_2}{b}, \quad a\, t_2 + b\right)$$

$$A'_3 \left(-b, \quad a, \quad 0 \right)$$

$$A'_4 \left(0, \quad -c, \quad b \right).$$

Proiettando i punti di quella conica p. es. da A'_1, si trova facilmente:

$$\omega = \left(\frac{(m^2 + b^2)\, t_1 + b\, c}{(m^2 - b^2)\, t_1 - b\, c}\, a, \; \frac{(m^2 + b^2)\, t_2 + b\, c}{(m^2 - b^2)\, t_2 - b\, c}\, a, \; -a, \; \infty \right) =$$

$$= \frac{t_1}{t_2}\, \frac{(m^2 - b^2)\, t_2 - b\, c}{(m^2 - b^2)\, t_1 - b\, c} = \frac{m^2 - b^2 - a\, b\, t_1}{m^2 - b^2 - a\, b\, t_2} \; .$$

Perciò la relazione soprascritta tra ω e ω' si trasforma con facili riduzioni nella:

$$(m^2 - b^2)^2 - a^2\, b^2\, (t_1 + t_2)^2 + 3\, a^2\, b^2\, t_1\, t_2 = 0\,;$$

ossia, poichè

$$t_1 + t_2 = \frac{m^2 - b^2 - a\, c}{a\, b}, \quad \text{e} \quad t_1\, t_2 = \frac{c}{a},$$

nella:

$$a\, c - b^2 = 2\, m^2. \tag{2}$$

Ora il complesso lineare a cui appartengono le generatrici della Φ^4 ha per equazione:

$$a^2 p_{12} + 2\, a\, b\, p_{13} + b^2 p_{14} + (b^2 + 2\, a\, c - 4\, m^2)\, p_{23} - 2\, b\, c\, p_{42} + c^2 p_{34} = 0,$$

mentre l'equazione del complesso lineare definito dalla C^3 doppia è:

$$p_{14} - 3 p_{23} = 0.$$

La condizione affinchè questi due complessi lineari siano in involuzione è precisamente la (2). Quindi:

Condizione necessaria e sufficiente affinchè una rigata razionale generale del quarto ordine dello spazio ordinario abbia quattro punti di iperosculazione allineati è che siano in involuzione il complesso lineare a cui appartengono le generatrici della rigata e quello definito dalla sua cubica nodale. Allora e solo allora la cubica doppia e la sviluppabile di terza classe inviluppata dai piani bitangenti della rigata determinano uno stesso sistema nullo.

La seconda parte del teorema si giustifica osservando che la polarità nulla in cui sono rette unite le generatrici della Φ^4 muta la cubica doppia di questa superficie nella sviluppabile dei piani bitangenti, e ricordando che le polarità nulle che mutano in sè un complesso lineare Γ sono tutte e sole quelle tali che il complesso lineare da esse determinato sia in involuzione con Γ.

SULLE CONDIZIONI DI INDIPENDENZA DI UN INTEGRALE SEMPLICE DAL PARAMETRO

Nota del prof. GIUSEPPE USAI

(*Adunanza del 14 gennaio 1915*)

Le ricerche di G. Kobb e di A. Kneser e Radon (1) relative alla determinazione delle condizioni per cui l'integrale doppio

$$\iint \Phi\left(x\, y\, z\, \frac{\partial x}{\partial u}\, \frac{\partial y}{\partial u}\, \frac{\partial z}{\partial u}\, \frac{\partial x}{\partial v}\, \frac{\partial y}{\partial v}\, \frac{\partial z}{\partial v}\right) du\, dv$$

contenente come si vede tre funzioni $x\ y\ z$ di due parametri u e v e le loro derivate prime, abbia un valore indipendente dalla scelta dei parametri furono completate più tardi per opera del Vivanti il quale in una sua nota (2) considerò dapprima il caso di un integrale n^{plo} e di una funzione Φ contenente $n+1$ funzioni di n variabili con le derivate prime ed in un lavoro posteriore (3) trattò il caso in cui nella funzione Φ comparissero oltre alle derivate prime anche le derivate seconde.

---

(1) G. KOBB, *Sur les maxima et les minima des integrales doubles.* [Acta Mathematica t. XVI (1892-93) pp. 65-140; t. XVII, (1893) pp. 321-343.

A. KNESER, *Lehrbuch der Variationsrechnung* (Braunsweig, Vieweg 1900).

J. RADON, *Ueber einige Fragen betreffend die Theorie der maxima und minima mehrfächer Integrale* [Monatshefte für Mathematik und Physik. t. XXII (1911) pp. 53-63.

(2) G. VIVANTI, *Sull' equazione di Eulero per gli integrali multipli.* Rendicondi Circolo Matem. di Palermo 1912, t. XXXIII, pp. 268-274.

(3) G. VIVANTI, *Sul calcolo delle variazioni degli integrali multipli.* Annali di Matematica pura ed applicata (1913). Tomo XX, Serie III, pag. 49 e seguenti.

Il procedimento di cui si son serviti questi chiari autori mi ha condotto senza molta difficoltà ad una interessante determinazione delle condizioni per l'indipendenza del valore del parametro ν nell' espressione $\int \Phi \, d\nu$ in cui Φ contenga due funzioni x e y della variabile ν con le derivate sino ad un ordine qualunque ed inoltre mediante particolari procedimenti di integrazione (1) mi ha permesso di determinare la forma esplicita della Φ.

Tale problema in questione, argomento del presente lavoro, se da un certo punto di vista si può considerare più semplice dei predetti in quantochè si fonda su considerazioni di integrali semplici e non multipli, si può però d'altra parte ritenere anche assai complesso e non meno interessante per la presenza nella espressione Φ delle derivate di un ordine qualunque k piuttosto che di ordine non superiore al secondo come avviene nei lavori di Kobb, Kneser, Vivanti.

Il sistema di condizioni alle quali si è pervenuti è come si vedrà in seguito composto di una relazione identica e inoltre da un sistema di equazioni a derivate parziali lineari delle quali la prima non è omogenea mentre le restanti sono tutte omogenee e del tipo:

$$X_s f = \sum_{i=1}^{k-s} \binom{s+i}{s+1} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial x_{s+i}} x_i + \frac{\partial \Phi}{\partial y_{s+i}} y_i \right] = 0$$

$$\Phi (x \, y \, x_1 \, y_1 \dots x_k \, y_k) \qquad s = 1 . 2 \dots k-1$$

Allo studio separato di ciascuna di queste equazioni io ho dedicato una nota (2) ed alla integrazione del loro sistema (completo) ho dedicato un' altra nota successiva (3) e di quest' ultima principalmente io farò menzione per lo svolgimento di quanto segue.

2. Supposte x y due funzioni della variabile ν abbiamo l'integrale da considerare:

$$I = \int \Phi \, (x \, y \, x_1 \, y_1 \dots x_k \, y_k) \, d\nu$$

ove

$$x_i = \frac{d^i x}{d\nu^i} \quad y_i = \frac{d^i y}{d\nu^i} \quad i = 1 . 2 \dots k$$

---

(1) Vedi mie due note che nominerò in seguito.

(2) G. Usai, *Sopra un tipo speciale di equaz. a derivate parziali.* Giornale di Battaglini (1914). Vol. 53.

(3) G. Usai, *Sull' integrazione di un sistema completo di equazioni a deriv. parziali e omogeneo.* Giornale Battaglini (1915). Vol. 53.

e introducendo in luogo della ν il parametro:

$$w = \nu + \varepsilon\sigma$$

dove ε è una costante arbitrariamente piccola e indicando con

$$x = f_1(\nu) = g_1(w) \qquad y = f_2(\nu) = g_2(w)$$

le funzioni mediante i due parametri si dovrà avere:

$$\mathrm{I} = \int \Phi\left(f_1(\nu), f_2(\nu), \frac{df_1(\nu)}{d\nu}, \frac{df_2(\nu)}{d\nu}, \ldots, \frac{d^k f_1(\nu)}{d\nu^k}, \frac{d^k f_2(\nu)}{d\nu^k}\right) d\nu =$$

$$= \int \Phi\left(g_1(w), g_2(w), \frac{dg_1(w)}{dw}, \frac{dg_2(w)}{dw}, \ldots, \frac{d^k g_1(w)}{dw^k}, \frac{d^k g_2(w)}{dw}\right) dw =$$

$$= \int \Phi\left(g_1(w), g_2(w) \frac{dg_1(w)}{dw} \ldots\ldots\right) \frac{dw}{d\nu} d\nu$$

e quindi:

$$\Phi\left(f_1(\nu), f_2(\nu), \frac{df_1(\nu)}{d\nu}, \frac{df_2(\nu)}{d\nu}, \ldots \frac{d^k f_1(\nu)}{d\nu^k}, \frac{d^k f_2(\nu)}{d\nu^k}\right) = \tag{1}$$

$$= \Phi\left(g_1(w), g_2(w), \frac{dg_1(w)}{dw} \ldots\ldots \frac{d^k g_2(w)}{dw^k}\right) \frac{dw}{d\nu}$$

Ora sviluppando e trascurando le potenze di ε superiori alla prima si ha:

$$x = g_1(\nu + \varepsilon\sigma) = g_1(\nu) + \varepsilon\sigma \frac{dg_1}{d\nu} = g_1(\nu) + \varepsilon\gamma_1$$

$$y = g_2(\nu + \varepsilon\sigma) = g_2(\nu) + \varepsilon\sigma \frac{dg_2}{d\nu} = g_2(\nu) + \varepsilon\gamma_2$$

ove:

$$\gamma_1 = \sigma \frac{dg_1}{d\nu}$$

$$\gamma_2 = \sigma \frac{dg_2}{d\nu}$$

ed inoltre:

$$x_1 = \frac{dg_1(\nu)}{d\nu} + \varepsilon \frac{d\gamma_1}{d\nu} \qquad y_1 = \frac{dg_2(\nu)}{d\nu} + \varepsilon \frac{d\gamma_2}{d\nu}$$

. . . .

$$x_k = \frac{d^k g_1(\nu)}{d\nu^k} + \varepsilon \frac{d^k \gamma_1}{d\nu^k} \qquad y_k = \frac{d^k g_2(\nu)}{d\nu^k} + \varepsilon \frac{d^k \gamma_2}{d\nu^k}$$

e quindi il primo membro della (1) diventa:

$$\Phi\left(f_1(\nu), f_2(\nu), \frac{df_1(\nu)}{d\nu}, \frac{df_2(\nu)}{d\nu}, \ldots, \frac{d^k f_1(\nu)}{d\nu^k}, \frac{d^k f_2(\nu)}{d\nu^k}\right) =$$

$$= \Phi\left(g_1(\nu) + \varepsilon\gamma_1, g_2(\nu) + \varepsilon\gamma_2, \frac{dg_1(\nu)}{d\nu} + \varepsilon\frac{d\gamma_1}{d\nu}, \frac{dg_2(\nu)}{d\nu} + \right.$$

$$\left. + \varepsilon\frac{d\gamma_2}{d\nu}, \ldots, \frac{d^k g_1(\nu)}{d\nu^k} + \varepsilon\frac{d^k\gamma_1}{d\nu^k}, \frac{d^k g_2(\nu)}{d\nu^k} + \varepsilon\frac{d^k\gamma_2}{d\nu^k}\right) =$$

$$= \Phi\left(g_1(\nu), g_2(\nu), \frac{dg_1(\nu)}{d\nu} \ldots\ldots \frac{d^k g_2(\nu)}{d\nu^k}\right) +$$

$$+ \varepsilon\left[\gamma_1\frac{\partial\Phi}{\partial x} + \gamma_2\frac{\partial\Phi}{\partial y} + \frac{d\gamma_1}{d\nu}\frac{\partial\Phi}{\partial x_1} + \frac{d\gamma_2}{d\nu}\frac{\partial\Phi}{\partial y_1} + \ldots + \frac{d^k\gamma_1}{d\nu^k}\frac{\partial\Phi}{\partial x_k} + \frac{d^k\gamma_2}{d\nu_k}\frac{\partial\Phi}{\partial y_k}\right]$$

mentre per il secondo membro si ha:

$$\Phi\left(g_1(w), g_2(w), \frac{dg_1(w)}{dw}, \frac{dg_2(w)}{dw}, \ldots, \frac{d^k g_1(w)}{dw^k}, \frac{d^k g_2(w)}{dw^k}\right) =$$

$$= \Phi(\nu) + \varepsilon\sigma\frac{d\Phi}{d\nu}\frac{dw}{d\nu} = 1 + \varepsilon\frac{d\sigma}{d\nu}$$

sicchè nella formula (1) ponendo x in luogo di $g_1(\nu)$, y in luogo di $g_2(\nu)$ e Φ in luogo di $\Phi(x\, y\, x_1\, y_1 \ldots x_k\, y_k)$ avremo:

$$\Phi + \varepsilon\left[\frac{\partial\Phi}{\partial x}\gamma_1 + \frac{\partial\Phi}{\partial y}\gamma_2 + \frac{\partial\Phi}{\partial x_1}\frac{d\gamma_1}{d\nu} + \frac{\partial\Phi}{\partial y_1}\frac{d\gamma_2}{d\nu} + \ldots + \frac{\partial\Phi}{\partial x_k}\frac{d^k\gamma_1}{d\nu^k} + \frac{\partial\Phi}{\partial y_k}\frac{d^k\gamma_2}{d\nu^k}\right] =$$

$$= \left[\Phi + \varepsilon\sigma\frac{\partial\Phi}{d\nu}\right]\left[1 + \varepsilon\frac{d\sigma}{d\nu}\right]$$

e sopprimendo nei due membri il termine comune Φ e dividendo per ε:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x}\gamma_1 + \frac{\partial\Phi}{\partial y}\gamma_2 + \frac{\partial\Phi}{\partial x_1}\frac{\partial\gamma_1}{\partial\nu} + \frac{\partial\Phi}{\partial y_1}\frac{d\gamma_2}{d\nu} + \ldots + \frac{\partial\Phi}{\partial x_k}\frac{d^k\gamma_1}{d\nu^k} +$$

$$+ \frac{\partial\Phi}{\partial y_k}\frac{d^k\gamma_2}{d\nu^k} = \Phi\frac{d\sigma}{d\nu} + \sigma\frac{d\Phi}{d\nu} \quad (^7)$$

---

(7) Arrivati a tal punto se si integrasse si avrebbe:

$$\sigma\,\Phi = \sum_{r=0}^{k}\left[\Phi_{x_r}\gamma_1^{(r)} + \Phi_{y_r}\gamma_2^{(r)}\right]d\nu$$

$$\text{ove} \quad \Phi_{x_r} = \frac{\partial\Phi}{\partial x_r} \quad \text{e per} \quad r = 0 \quad x_r = x$$

ed applicando r volte l'integrazione per parti:

Sostituiamo ora in luogo delle γ_1, γ_2 le loro espressioni ed avremo:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x}\sigma x_1+\frac{\partial \Phi}{\partial y_1}\sigma y_1+\frac{\partial \Phi}{\partial x_1}\left(\sigma x_2+x_1\frac{d\sigma}{d\nu}\right)+\frac{\partial \Phi}{\partial y_1}\left(\sigma y_2+y_1\frac{d\sigma}{d\nu}\right)+$$

$$+\frac{\partial \Phi}{\partial x_2}\left(\sigma x_3+2x_2\frac{d\sigma}{d\nu}+x_1\frac{d^2\sigma}{d\nu^2}\right)+\frac{\partial \Phi}{\partial y_2}\left(\sigma y_3+2y_2\frac{d\sigma}{d\nu}+y_1\frac{d^2\sigma}{d\nu^2}\right)+\dots$$

$$\dots+\frac{\partial \Phi}{\partial x_k}\left(\sigma x_{k+1}+\binom{k}{1}x_k\frac{d\sigma}{d\nu}+\binom{k}{2}x_{k-1}\frac{d^2\sigma}{d\nu^2}+\dots+\binom{k}{k-1}x_2\frac{d^{k-1}\sigma}{d\nu^{k-1}}+\right.$$

$$\left.+x_1\frac{d^k\sigma}{d\nu^k}\right)+\frac{\partial \Phi}{\partial y_k}\left(\sigma y_{k+1}+\binom{k}{1}y_k\frac{d\sigma}{d\nu}+\binom{k}{2}y_{k-1}\frac{d^2\sigma}{d\nu^2}+\dots\right.$$

$$\left.\dots+\binom{k}{k-1}y_2\frac{d^{k-1}\sigma}{d\nu^{k-1}}+y_1\frac{d^k\sigma}{d\nu^k}\right)=\Phi\frac{d\sigma}{d\nu}+\sigma\frac{d\Phi}{d\nu}$$

e non essendosi fatta nessuna ipotesi sulla funzione σ dovranno essere uguali nei due membri i coefficienti corrispondenti di

$$\sigma,\ \frac{d\sigma}{d\nu},\ \frac{d^2\sigma}{d\nu^2}\dots\dots\frac{d^k\sigma}{d\nu^k}$$

ed avremo quindi le relazioni:

$$\Sigma\frac{\partial \Phi}{\partial x}x_1+\Sigma\frac{\partial \Phi}{\partial x_1}x_2+\dots+\Sigma\frac{\partial \Phi}{\partial x_k}x_{k+1}=\frac{d\Phi}{d\nu} \tag{2}$$

$$\Sigma\frac{\partial \Phi}{\partial x_1}x_1+\binom{2}{1}\Sigma\frac{\partial \Phi}{\partial x_2}x_2+\dots+\binom{k}{1}\Sigma\frac{\partial \Phi}{\partial x_k}x_k=\Phi \tag{3}$$

$$\left.\begin{array}{l}
\Sigma\frac{\partial \Phi}{\partial x_2}x_1+\binom{3}{2}\Sigma\frac{\partial \Phi}{\partial x_3}x_2+\dots+\binom{k}{2}\Sigma\frac{\partial \Phi}{\partial x_k}x_{k-1}=0\\
\Sigma\frac{\partial \Phi}{\partial x_3}x_1+\binom{4}{3}\Sigma\frac{\partial \Phi}{\partial x_4}x_2+\dots+\binom{k}{3}\Sigma\frac{\partial \Phi}{\partial x_k}x_{k-2}=0\\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
\Sigma\frac{\partial \Phi}{\partial x_k}x_1=0
\end{array}\right\} \tag{4}$$

$$\sigma\Phi=\sum_{r=0}^{k}\sum_{i=0}^{r-1}(-1)^i\left[\Phi_{x_r}\gamma_1^{(r-i-1)}+\Phi_{y_r}\gamma_2^{(r-i-1)}\right]+$$

$$+(-1)^r\int\left(\Phi_{x_r}^{(r)}\gamma_1+\Phi_{y_r}^{(r)}\gamma_2\right)d\nu$$

cioè una relazione ben nota del calcolo delle variazioni.

ove si convenga sia

$$\Sigma \frac{\partial \Phi}{\partial x} x_1 = \frac{\partial \Phi}{\partial x} x_1 + \frac{\partial \Phi}{\partial y} y_1$$

e simili.

La (2) è un'identità: la (3) l'indicheremo più brevemente:

$$X \Phi = \sum_{i=1}^{k} \binom{i}{1} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} x_i + \frac{\partial \Phi}{\partial y_i} y_i \right] = \Phi \qquad (5)$$

e le equazioni (4) le indicheremo:

$$X_s \Phi = \sum_{i=1}^{k-s} \binom{s+i}{s+1} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial x_{s+i}} x_i + \frac{\partial \Phi}{\partial y_{s+i}} y_i \right] = 0 \qquad (6)$$

La forma generale della funzione Φ è l'integrale generale del sistema di equazioni lineari a derivate parziali (5) e (6).

Il sistema (6) composto di equazioni a derivate parziali lineari e omogeneo è stato come già dissi da me studiato (Vedi Nota II delle mie menzionate).

Credo ora opportuno riassumere brevemente all'uopo i risultati principali e occorrenti omettendo però le relative dimostrazioni.

Riscrivo il sistema in questione:

$$X_1 \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} x_1 + \frac{\partial \Phi}{\partial y_2} y_1 + \binom{3}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} x_2 + \binom{3}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial y_3} y_2 + \cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots + \binom{k}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} x_{k-1} + \binom{k}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial y_k} y_{k-1} = 0$$

$$X_2 \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} x_1 + \frac{\partial \Phi}{\partial y_3} y_1 + \binom{4}{3} \frac{\partial \Phi}{\partial x_4} x_2 + \binom{4}{3} \frac{\partial \Phi}{\partial y_4} y_2 + \cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots + \binom{k}{3} \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} x_{k-2} + \binom{k}{3} \frac{\partial \Phi}{\partial y_k} y_{k-2} = 0$$

. . . .

$$X_{r-3} \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x_{r-2}} x_1 + \frac{\partial \Phi}{\partial y_{r-2}} y_1 + \binom{r-1}{r-2} \frac{\partial \Phi}{\partial x_{r-1}} x_2 + \binom{r-1}{r-2} \frac{\partial \Phi}{\partial y_{r-1}} y_2 + \cdots$$

$$\cdots\cdots + \binom{k}{r-2} \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} x_{k-r+3} + \binom{k}{r-2} \frac{\partial \Phi}{\partial y_k} y_{k-r+3} = 0 \qquad (7)$$

$$X_{r-2} \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x_{r-1}} x_1 + \frac{\partial \Phi}{\partial y_{r-1}} y_1 + \binom{r}{r-1} \frac{\partial \Phi}{\partial x_r} x_2 + \binom{r}{r-1} \frac{\partial \Phi}{\partial y_r} y_2 + \cdots$$

$$\cdots + \binom{k}{r-1} \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} x_{k-r+2} + \binom{k}{r-1} \frac{\partial \Phi}{\partial y_k} y_{k-r+2} = 0$$

$$X_{r-1}\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x_r} x_1 + \frac{\partial \Phi}{\partial y_r} y_1 + \binom{r+1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial x_{r+1}} x_2 + \binom{r+1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial y_{r+1}} y_2 + \cdots$$

$$\cdots + \binom{k}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} x_{k-r+1} + \binom{k}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial y_k} y_{k-r+1} = 0$$

. . . .

$$X_{k-1}\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} x_1 + \frac{\partial \Phi}{\partial y_k} y_1 = 0 \qquad \Phi = \Phi(x\, y\, x_1\, y_1 \ldots x_k\, y_k).$$

Tale sistema si dimostra che è completo ed essendo composto di $k-1$ equazioni con $2k+2$ variabili ammetterà $k+3$ integrali indipendenti, dei quali 5 sono immediati cioè x, y, x_1, y_1, x_{12} uguagliati a costanti: ($x_{12} = x_1 y_2 - x_2 y_1$). Gli altri $k-2$ integrali che restano a trovarsi li ho chiamati $\varphi_1\, \varphi_2 \ldots \varphi_{k-2}$ e li ho determinati in tal modo. Indicando con x_{1r} l'espressione $x_1 y_r - x_r y_1$ osservo che x_{1r} è integrale comune alle equazioni: $X_{k-1}\Phi = 0$ $X_{k-2}\Phi = 0 \ldots X_{r-1}\Phi = 0$ delle quali i primi membri li considero quali simboli di trasformazione infinitesima applicati alla Φ.

Calcolato poi:

$$X_{r-2}\Phi = \binom{r}{r-2} x_{12}$$

deduco che:

$$\lambda = x_{1r} - \binom{r}{r-1} \frac{x_{12}\, x_{r-1}}{x_1}$$

è integrale comune alle $X_{k-1}\Phi, \ldots X_{r-2}\Phi$ e l'espressione λ (e così per le successive) diremo che è isobarica di peso $r+1$ se si considera peso di un termine la differenza tra il peso del numeratore e del denominatore. Calcoliamo poi successivamente:

$$X_{r-3}\,\lambda = \lambda_1 \qquad\qquad X_{r-3}\,\lambda_1 = \lambda_2 \ldots\ldots$$

Le funzioni λ_1, $\lambda_2 \ldots$ si dimostra che al par delle λ sono soluzioni comuni alle $X_{k-1}\Phi = 0 \ldots X_{r-2}\Phi = 0$ ed inoltre esse sono anche isobariche e di peso decrescente onde ad un certo punto si trova una funzione λ_i tale che $X_{r-3}\lambda_i = 0$ e quindi tale λ_i risulterà anche integrale della X_{r-3}. Dopo di ciò si dimostra che l'espressione isobarica di peso $r+1$:

$$\mu = \lambda - \frac{x_{r-2}}{x_1}\lambda_1 + \frac{x^2_{r-2}}{2!\,x_1^2}\lambda_2 - \frac{x^3_{r-2}}{3!\,x_1^3}\lambda_3 + \cdots + (-1)^i \frac{x^i_{r-2}}{i!\,x_1^i}\lambda_i$$

è integrale comune alle $X_{r-3}, X_{r-2}, \ldots X_{k-2}, X_{k-1}$.

Applichiamo ora l'operazione X_{r-4} alla μ e alle espressioni successive:

$$X_{r-4}\,\mu = \mu_1 \qquad X_{r-4}\,\mu_1 = \mu_2 \ldots\ldots$$

e con ragionamento identico al precedente si ha che le $\mu_1\,\mu_2\ldots$ sono al par di μ integrali comuni alle $X_{r-3}\,X_{r-2}\ldots X_{k-1}$ ed inoltre esse sono isobariche e di peso decrescente e ad un certo momento si troverà una μ_j tale che $X_{r-4}\,\mu_j = 0$.

Ne verrà che:

$$\nu = \mu - \frac{x_{r-3}}{x_1}\mu_1 + \frac{x^2_{r-3}}{2!\,x_1^2}\mu_2 - \ldots + (-1)^j \frac{x^j_{r-3}}{j!\,x_1^j}\mu_j$$

pure isobarica di peso $r+1$ sarà integrale comune alle

$$X_{r-4}\,X_{r-3}\ldots X_{k-1}\,.$$

Continuando il ragionamento si perviene ad una Θ integrale comune alle

$$X_2\,X_3\ldots X_{k-1}$$

e applicando la X_1 alla Θ ed alle successive:

$$X_1\,\Theta = \Theta_1 \qquad X_1\,\Theta_1 = \Theta_2 \ldots\ldots X_1\,\Theta_\varrho = 0$$

si ha infine che:

$$\Phi = \Theta - \frac{x_2}{x_1}\Theta_1 + \frac{x_2^2}{2!\,x_1^2}\Theta_2 - \frac{x_2^3}{3!\,x_1^3}\Theta_3 + \ldots + (-1)^\varrho \frac{x_2^\varrho}{\varrho!\,x_1^\varrho}\Theta_\varrho$$

pure isobarica di peso $r+1$ è integrale del sistema.

Diciamo che x_{1r} è il termine generatore di tale integrale e facendo poi nelle nostre considerazioni $r = 3, 4, 5 \ldots k$ avremo gli integrali richiesti $\varphi_1\,\varphi_2\ldots\varphi_{k-2}$ aventi per termini generatori $x_{13}\,x_{14}\ldots x_{1k}$ ed isobarici nei pesi rispettivi $4, 5, 6 \ldots (k+1)$ integrali che si dimostrano essere indipendenti.

Avremo quindi che l'integrale generale del sistema (7) sarà:

$$\Phi = F(x\;y\;x_1\;y_1\;x_{12}\;\varphi_1\;\varphi_2\ldots\varphi_{k-2})$$

ove F è una funzione arbitraria.

Resta ora da determinare la forma di tale funzione in modo che sia verificata la (3) o (5) e quindi dovrà essere:

$$X(F) = F$$

ossia:

$$(8)\quad \frac{\partial F}{\partial x}X(x) + \frac{\partial F}{\partial y}X(y) + \frac{\partial F}{\partial x_1}X(x_1) + \frac{\partial F}{\partial y_1}X(y_1) + \frac{\partial F}{\partial x_{12}}X(x_{12}) + $$
$$+ \frac{\partial F}{\partial \varphi_1}X(\varphi_1) + \ldots + \frac{\partial F}{\partial \varphi_{k-2}}X(\varphi_{k-2}) = F$$

Ora si ha subito:

$$X(x) = X(y) = 0 \qquad X(x_1) = x_1 \qquad X(y_1) = y_1$$

$$X(x_{12}) = x_{12} + \binom{2}{1} x_{12} = 3\, x_{12}$$

cioè la X applicata alle $x\ y\ x_1\ y_1\ x_{12}$ riproduce le stesse funzioni moltiplicate per il peso di esse quando come è naturale si convenga di considerare uguale a zero il peso delle x e y.

Tale proprietà si verifica anche per le funzioni $\varphi_1\ \varphi_2 \ldots\ldots$ così ad esempio essendo: (Vedi Nota citata § 4.)

$$\varphi_1 = x_{13} - 3 \frac{x_{12} x_2}{x_1}$$

$$\varphi_2 = x_{14} - 6 \frac{x_{13} x_2}{x_1} - 4 \frac{x_{12} x_3}{x_1} + 15 \frac{x_{12} x_2^2}{x_1^2}$$

$$\varphi_3 = x_{15} - 10 \frac{x_{14} x_2}{x_1} - 10 \frac{x_{13} x_3}{x_1} - 5 \frac{x_{12} x_4}{x_1} + 45 \frac{x_{13} x_2^2}{x_1^2} + \\ + 60 \frac{x_{12} x_2 x_3}{x_1^2} - 105 \frac{x_{12} x_2^3}{x_1^3}$$

$$\varphi_4 = x_{16} - 15 \frac{x_{15} x_2}{x_1} - 20 \frac{x_{14} x_3}{x_1} - 15 \frac{x_{13} x_4}{x_1} - 6 \frac{x_{12} x_5}{x_1} + \\ + 105 \frac{x_{14} x_2^2}{x_1^2} + 210 \frac{x_{13} x_2 x_3}{x_1^2} + 105 \frac{x_{12} x_2 x_4}{x_1^2} + 70 \frac{x_{12} x_3^2}{x_1^2} - \\ - 420 \frac{x_{13} x_2^3}{x_1^3} - 840 \frac{x_{12} x_2^2 x_3}{x_1^3} + 945 \frac{x_{12} x_2^4}{x_1^4}$$

e poichè:

$$X(x_{13}) = x_{13} + \binom{3}{1} x_{13} = 4\, x_{13} \qquad X(x_{12}) = 3\, x_{12} \qquad X(x_2) = 2\, x_2$$

$$X(x_1^{-1}) = -x_1^{-2} x_1 = -x_1^{-1} \qquad X_1\left(\frac{1}{x_1^2}\right) = \chi_1(x_1^{-2}) = -2\, x_1^{-3} x_1 = -2\, x_1^{-2}$$

avremo per la φ_1

$$X(\varphi_1) = 4\, \varphi_1$$

e per la φ_2 isobarica di peso 5 si avrà:

$$X(\varphi_2) = 5\, \varphi_2.$$

La cosa è generale giacchè essendo la φ_{k-2} isobarica di peso $k+1$ avremo che un suo termine qualunque risulterà del tipo:

$$C\,\frac{x_{1r}\,x_s^{l}\,x_t^{m}\ldots\ldots x_w^{z}}{x_1^{n}}$$

ove C sia un coefficiente numerico ed $r, s, t, \ldots w, l, m, \ldots z$ numeri tali che $1 + r + sl + tm + \ldots + wz - n = k + 1$ ed essendo come subito si vede

$$X(x_{1r}) = x_{1r} + \binom{r}{1} x_{1r} = (r+1)\,x_{1r}$$

$$X\left(x_s^{l}\right) = l x_s^{l-1}\,X(x_s) = l\,x_s^{l-1}\binom{s}{1}x_s = l\,s\,x_s^{l}$$

$$X\left(x_t^{m}\right) = m\,t\,x_t^{m} \ldots\ldots\; X\left(x_w^{z}\right) = z\,w\,x_w^{z}$$

$$X\left(\frac{1}{x_1^{n}}\right) = -\,n\,x_1^{-n-1}\,X(x_1) = -\,n\,x_1^{-n}$$

si avrà immediatamente:

$$X\left(C\,\frac{x_{1r}\,x_s^{l}\,x_t^{m}\ldots x_w^{z}}{x_1^{n}}\right) =$$

$$= \Big[(r+1) + ls + mt + \ldots + zw - n\Big]\,C\,\frac{x_{1r}\,x_s^{l}\,x_t^{m}\ldots x_w^{z}}{x_1^{n}} =$$

$$= (k+1)\;C\,\frac{x_{1r}\,x_s^{l}\,x_t^{m}\ldots x_w^{z}}{x_1^{n}}$$

e quindi:

$$X(\varphi_{k-2}) = (k+1)\,\varphi_{k-2}.$$

Premesso ciò ne viene che la (8) potrà ridursi alla forma:

$$X(F) = \frac{\partial F}{\partial x_1}x_1 + \frac{\partial F}{\partial y_1}y_1 + 3\,\frac{\partial F}{\partial x_{12}}x_{12} + 4\,\frac{\partial F}{\partial \varphi_1}\varphi_1 + 5\,\frac{\partial F}{\partial \varphi_2}\varphi_2 + \ldots$$

$$\ldots + (k+1)\,\frac{\partial F}{\partial \varphi_{k-2}}\,\varphi_{k-2} = F$$

e da questa tenendo presenti le identità:

$$3\,\frac{\partial F}{\partial x_{12}}\,x_{12} = \sqrt[3]{x_{12}}\;\frac{\partial F}{\partial \sqrt[3]{x_{12}}} \qquad 4\,\frac{\partial F}{\partial \varphi_1}\,\varphi_1 = \sqrt[4]{\varphi_1}\;\frac{\partial F}{\partial \sqrt[4]{\varphi_1}}$$

e simili si deduce che F deve esser omogenea e di primo grado rispetto alle

$$x_1\ y_1\ \sqrt[3]{x_{12}}\ \ \sqrt[4]{\varphi_1}\ \ \sqrt[5]{\varphi_2}\ \ldots\ \sqrt[k+1]{\varphi_{k-2}}.$$

Abbiamo così dimostrato che la condizione necessaria perchè il nostro integrale $\int \Phi\, d\nu$ abbia un valore indipendente dal parametro ν è che Φ sia una funzione omogenea di primo grado rispetto alle

$$x_1\ y_1\ \sqrt[3]{x_{12}}\ \ \sqrt[4]{\varphi_1}\ \ \sqrt[5]{\varphi_2}\ \ldots\ \sqrt[k+1]{\varphi_{k-2}}.$$

3. Vediamo ora se tale condizione è anche sufficiente.

Perciò introduciamo un nuovo parametro $\bar{\nu}$ e sia

$$\frac{d\bar{\nu}}{d\nu} = t$$

positiva in tutto il campo considerato: soprassegnamo tutti gli elementi relativi al nuovo sistema di parametri e vediamo come si trasformano le

$$x_1\ y_1\ \sqrt[3]{x_{12}}\ \ \sqrt[4]{\varphi_1}\ \text{etc.....}$$

Abbiamo:

$$x_1 = \bar{x}_1\, t \qquad\qquad y = \bar{y}_1\, t$$

$$x_2 = \bar{x}_2\, t^2 + \bar{x}_1\, t_1 \quad y_2 = \bar{y}_2\, t^2 + \bar{y}_1\, t_1 \qquad t_1 = \frac{dt}{d\nu}$$

e così via e quindi

$$x_{12} = x_1\, y_2 - x_2\, y_1 = t^3\, \overline{x_{12}}.$$

Inoltre:

$$x_3 = \bar{x}_3\, t^3 + 3\, t t_1\, \bar{x}_2 + \bar{x}_1\, t_2 \qquad y_3 = \bar{y}_3\, t^3 + 3\, t t_1\, \bar{y}_2 + \bar{y}_1\, t_2$$

$$x_{13} = t^4\, \bar{x}_{13} + 3\, t^2\, t_1\, \bar{x}_{12}$$

e quindi:

$$\varphi_1 = x_{13} - 3\, \frac{x_{12}\, x_2}{x_1} = (t^4\, \bar{x}_{13} + 3\, t^2\, t_1\, \bar{x}_{12}) - 3\, t^2\, \frac{\bar{x}_{12}}{\bar{x}_1}\, (\bar{x}_2\, t^2 + \bar{x}_1\, t_1) =$$

$$= t^4 \left(\bar{x}_{13} - 3\, \frac{\bar{x}_{12}\, \bar{x}_2}{\bar{x}_1} \right) = t^4\, \bar{\varphi}_1$$

e continuando:

$$x_4 = \bar{x}_4\, t^4 + 6\, \bar{x}_3\, t^2\, t_1 + 4\, \bar{x}_2\, t t_2 + 3\, \bar{x}_2\, t_1^2 + \bar{x}_1\, t_3$$

$$y_4 = \bar{y}_4\, t^4 + 6\, \bar{y}_3\, t^2\, t_1 + 4\, \bar{y}_2\, t t_2 + 3\, \bar{y}_2\, t_1^2 + \bar{y}_1\, t_3$$

sicchè:

$$x_{14} = t^5 \bar{x}_{14} + 6\, t^3\, t_1\, \bar{x}_{13} + 4\, t^2\, t_2\, \bar{x}_{12} + 3\, t t_1^2\, \bar{x}_{12}$$

ed allora per la φ_2 si ha:

$$\varphi_2 = x_{14} - 6\,\frac{x_{13}x_2}{x_1} - 4\,\frac{x_{12}x_3}{x_1} + 15\,\frac{x_{12}x_2^2}{x_1^2} = t^5\,\bar{x}_{14} + 6\,t^3\,t_1\,\bar{x}_{13} +$$

$$+ 4\,t^2\,t_2\,\bar{x}_{12} + 3\,t t_1^2\,\bar{x}_{12} - \frac{6}{\bar{x}_1}\,\{t^3\bar{x}_{13} + 3\,t t_1\,\bar{x}_{12}\}\,\{\bar{x}_2\,t_2 + \bar{x}_1\,t_1\} -$$

$$- \frac{4\,t^2\bar{x}_{12}}{\bar{x}_1}\,\{\bar{x}_3\,t^3 + 3\,t t_1\,\bar{x}_2 + \bar{x}_1\,t_2\} + \frac{15\,t\,\bar{x}_{12}}{\bar{x}_1^2}\,\{\bar{x}_2^2\,t^4 + \bar{x}_1^2\,t_1^2 + 2\,t_1\,t^2\,\bar{x}_1\,\bar{x}_2\}$$

la quale ridotta diventa;

$$\varphi_2 = t^5\left\{\bar{x}_{14} - 6\,\frac{\bar{x}_{13}\,\bar{x}_2}{\bar{x}_1} - 4\,\frac{\bar{x}_{12}\,\bar{x}_3}{\bar{x}_1} + 15\,\frac{\bar{x}_{12}\,\bar{x}_2^2}{\bar{x}_1^2}\right\} = t^5\,\bar{\varphi}_2$$

Similmente:

$$x_5 = \bar{x}_5\,t^5 + 10\,\bar{x}_4\,t^3\,t_1 + 15\,\bar{x}_3\,t t_1^2 + 10\,\bar{x}_3\,t^2\,t_2 + 10\,\bar{x}_2\,t_1\,t_2 + 5\,\bar{x}_2\,t t_3 + \bar{x}_1\,t_4$$

$$x_{15} = \bar{x}_{15}\,t^6 + 10\,t^4\,t_1\,\bar{x}_{14} + 15\,t^2\,t_1^2\,\bar{x}_{13} + 10\,t^3\,t_2\,\bar{x}_{13} + 10\,t t_1\,t_2\,\bar{x}_{12} + 5\,t^2 t_3\,\bar{x}_{12}$$

e quindi sostituendo nella:

$$\varphi_3 = x_{15} - 10\,\frac{x_{14}x_2}{x_1} - 10\,\frac{x_{13}x_3}{x_1} - 5\,\frac{x_{12}x_4}{x_1} + 45\,\frac{x_{13}x_2^2}{x_1^2} +$$

$$+ 60\,\frac{x_{12}x_2x_3}{x_1^2} - 105\,\frac{x_{12}x_2^3}{x_1^3}$$

troviamo facendo riduzioni che i termini contenenti le derivate della t vengono a sparire e restano solamente i termini colla t^6 ed il loro insieme costituisce la $\bar{\varphi}_3$. Sicchè:

$$\varphi_3 = t^6\,\bar{\varphi}_3$$

essendo 6 il peso della φ_3.

Derivando ancora le x_5 abbiamo dopo alcune riduzioni:

$$x_6 = \bar{x}_6\,t^6 + 15\,\bar{x}_5\,t^4\,t_1 + 45\,\bar{x}_4\,t^2\,t_1^2 + 20\,\bar{x}_4\,t^3\,t_2 + 15\,\bar{x}_3\,t_1^3 +$$

$$+ 60\,\bar{x}_3\,t t_1\,t_2 + 15\,\bar{x}_3\,t^2\,t_3 + 10\,\bar{x}_2\,t_2^2 + 15\,\bar{x}_2\,t_1\,t_3 + 6\,\bar{x}_2\,t t_4 + \bar{x}_1\,t_5$$

$$x_{16} = \bar{x}_{16}\,t^7 + 15\,t^5\,t_1\,\bar{x}_{15} + 45\,t^3\,t_1^2\,\bar{x}_{14} + 20\,t^4\,t_2\,\bar{x}_{14} + 15\,t t_1^3\,\bar{x}_{13} +$$

$$+ 60\,t^2\,t_1\,t_2\,\bar{x}_{13} + 15\,t^3\,t_3\,\bar{x}_{13} + 10\,t t_2^2\,\bar{x}_{12} + 15\,t t_1\,t_3\,\bar{x}_{12} + 6\,t^2\,t_4\,\bar{x}_{12}$$

e sostituendo nella

$$\varphi_4 = x_{16} - 15\,\frac{x_{15}\,x_2}{x_1} - 20\,\frac{x_{14}\,x_3}{x_1} - 15\,\frac{x_{13}\,x_4}{x_1} - 6\,\frac{x_{12}\,x_5}{x_1} +$$

$$+ 105\,\frac{x_{14}\cdot x_2^{\,2}}{x_1^{\,2}} + 210\,\frac{x_{13}\,x_2\,x_3}{x_1^{\,2}} + 105\,\frac{x_{12}\,x_2\,x_4}{x_1^{\,2}} +$$

$$+ 70\,\frac{x_{12}\,x_3^{\,2}}{x_1^{\,2}} - 420\,\frac{x_{13}\,x_2^{\,3}}{x_1^{\,3}}$$

abbiamo dopo lunghi ma semplici calcoli anche qui la sparizione dei termini con le derivate della t e restano i termini contenenti la t^7 e si ha:

$$\varphi_4 = t^7\,\overline{\varphi}_4$$

essendo 7 il peso della φ_4.

Per ragioni di simmetria tenendo presente che il procedimento per ottenere le funzioni $\varphi_5\ \varphi_6\ \varphi_7 \ldots$ è generale ed inoltre che tali funzioni, come si è dimostrato sono isobariche nei pesi 8, 9, 10.... possiamo ritenere:

$$\varphi_5 = t^8\,\overline{\varphi}_5 \qquad \varphi_6 = t^9\,\overline{\varphi}_6 \ldots \text{ e così via.}$$

Sicchè avremo:

$$\Phi = \Phi\left(x_1\,y_1\,\sqrt[3]{x_{12}}\ \sqrt[4]{\varphi_1}\ \sqrt[5]{\varphi_2}\ \ldots\ \sqrt[k+1]{\varphi_{k-2}} \right) =$$

$$= \Phi\left(\overline{x}_1\,t,\ \overline{y}_1\,t,\ t\,\sqrt[3]{\overline{x}_{12}},\ t\,\sqrt[4]{\overline{\varphi}_1}\ \ldots\ t\,\sqrt[k+1]{\overline{\varphi}_{k-2}} \right)$$

e per l'omogeneità supposta:

$$= t\left(\overline{x}_1\ \overline{y}_1\ \sqrt[3]{\overline{x}_{12}}\ \sqrt[4]{\overline{\varphi}_1}\ \ldots\ \sqrt[k+1]{\overline{\varphi}_{k-2}} \right)$$

e per ultimo:

$$\int \Phi\left(x_1\,y_1\,\sqrt[3]{x_{12}}\ \sqrt[4]{\varphi_1}\ \ldots\ \sqrt[k+1]{\varphi_{k-2}} \right) d\,\nu =$$

$$= \int \Phi\left(\overline{x}_1\ \overline{y}_1\ \sqrt[3]{\overline{x}_{12}}\ \sqrt[4]{\overline{\varphi}_1}\ \ldots\ \sqrt[k+1]{\overline{\varphi}_{k-2}} \right) d\,\overline{\nu}$$

e quindi la condizione in questione è anche sufficiente.

4. Verifichiamo ora se le nostre conclusioni si accordano con quelle Vivanti (II[a] Nota). Dobbiamo perciò limitarci al caso delle derivate seconde cioè supporre $k = 2$ e quindi la nostra funzione Φ diverrà omogenea di primo grado rispetto alle x_1

$y_1\,\sqrt[3]{x_{12}}$.

Il Vivanti nei suoi risultati (Vedi fine § 3) conclude che la sua funzione deve essere omogenea di primo grado rispetto a certe quantità da lui denominate ξ_a, $\sqrt[3]{\varsigma_{\alpha\beta}}$ e se in tali risultati si suppone $i = 2$ $n = 1$ cioè si suppone come per noi il caso di 2 funzioni e di un solo parametro allora le ξ si riducono a due sole cioè ξ_1 ξ_2 e le $\varsigma_{\alpha\beta}$ ad una sola ς_{12} e notando inoltre che le funzioni x_1 x_2 del Vivanti coincidono con le nostre x y, le x_{11} x_{21} con le nostre x_1 y_1, le x_{111} x_{211} con le x_2 y_2 si trova quindi facilmente:

$$\xi_1 = -y_1 \qquad \xi_2 = x_1$$

$$\varsigma_{12} = \Omega_{11} M^2_{121} \quad \Omega_{11} = x_1 y_2 - x_2 y_1 = x_{12} \quad M_{121} = -1$$

e quindi

$$\varsigma_{12} = x_{12}$$

cioè i risultati Vivanti sono perfettamente concordi coi nostri.

Como, 28 novembre 1914.

DEGLI ESITI DI S- INIZIALE, -S- , -S+S- , -P+S- , -X- INTERVOCALICI NEI DIALETTI DELL' ITALIA CENTRO-MERIDIONALE

Nota del prof. Clemente Merlo

(Adunanza del 14 gennaio 1915)

I.

Una tendenza spiccata alla **palatilizzazione** di S- , -S- e -SS- (anche **secondario** da P+S) davanti ad ī sembra differenziare dal resto **la** parte **settentrionale** del territorio, particolarmente le **Marche**, gli **Abruzzi** e il **Molise**.

a) a. march. (Pianto) *sci lu* SĪBI ILLU, ecc. (Salv. § 14); ancon. *sci*, [*scinnicu*] 'sindaco', [*scigura*] avv. sicuro; Jesi, Cupramont., Rec., Treia, Matel. *sci*; arcev. *sci* SĪC, *sciga* 'sia', [*scimbia*] (1) SĪMIA [*scimbole*] 'simile', *scimmae* semmai (v. *REW.* 7889, *1*); Mac. *sci*, [*scinnicu*]; Fermo *sci*, *scinente*, [*scinnucu*], ecc.; Monte Rubb. *sci*; S. Gin. [*scinnicu*], [*scicuru*]; Ripatr. *sci*; Grottam. *scinghe* 'sin che'; S. Ben. [*scimbaticu*]; Asc. P. *sci* (2); reat. *sci* e *c̬i* (*de c̬i*), *scia* (e *scià*) sia, [*scinnicu*]; *scinènte* (all. a *sin-*, *nzin-*) sino, *preši* 'persino' *REW.* 7892; aq. *ssci* (in B. di Ran. *sci*), *tu sci* tu sei (v. Meyer-Lübke in *Ital. Gr.* § 448 (3)); castell. *sci*; subl. *šiña* SĪMIA e deriv.; cerv. *c̬i*, *ššiñña* (4) *prišši* (v. più sotto); al. *šiña* § 15; sor. *ši*, *ñərši* (v. più sotto), *šiñña*; arp. *šinə* § 8; castr. *c̬i* (e *ši*) (4), *c̬iña*, *ši* e *šia* 2ª sng.,

(1) Un tempo, verisimilmente, *scigna*.

(2) Materiali che ho di seconda mano, dal saggio, poco o punto felice, pubblicato dal Neumann in *Zeitschr. Gröbers XXVIII*, a p. 273 sgg., 450 sgg.

(3) O direttamente da SIS?

(4) La ragione dell'oscillare tra *š-* e *c̬-* che è di più d'un dialetto, non sarà dappertutto la stessa. Un *c̬i* SĪC, di c. a *šiñña* e anal., po-

ter. [*šibillə*] § 74, *ši* tu sei; chiet. *ċi(ne)* sic, *ċi* tu sei, [*ċimie*], [*ċinechə*] 'sindaco'; vast. *ši* (*šèi*, *šë* ROL. § 3) tu sei, *ñoršë* (v. più sotto); agn. *ši* sic e tu sei, *šiññə* (ZICC. § 69); campb. *ċi* sic, *ċi* (e *ċie*) tu sei, *ċiña* (D'Ov. § 93); voltur. *šinə*, *šiññə* (col dimin. *šiññətęddə*, *-ęddə*). [S-+ı]. — Il magl. *ššiña*, (PAN. § 119) che è tutto solo nella regione di *signa* (v. cer. *siñə*, bar., molf. bitont. *signe*, andr. *seññə*, francav. *siña*, ost. *siñña*, tar., cal., sic. *signa*), sarà da mandare con *šišitta* SAGĬTTA, *šuššettu* SUSCEPTU « figlioccio » e *šinciru* che sono esempi di **assimilazione regressiva** (v. PANAREO l. c.). Lo stesso potrebbe essere del nap., irp. *scigna* cui sta di contro *sine* sì. Nulla posso dire, per difetto di materiali, del garg. *scigna* 'scimmia', *cascigna* « brutto; scimmia ». Il sic. *šimia* è il letterario *scimmia* penetrato di recente. Un siciliano (sic. comune?) *scì* SIC è nel lessichetto del TRAINA allato a *sì*.

b) arcev. *misce* 'mesi', *tisce* 'tesi' § 2, *-usce* -'osi' § 9 (CROC.) (1); cingol. *stisci* 'stesi' I, 201, *quasci* 'quasi' I, 380, ecc. (CROC.); Rec. *guascio*; Mac. *misci* 'mesi'; *guasci*; Porto s. G. *chescio*; Fermo *cascio* quasi; S. Gin. *misci*, *quascio*; Grottam. *meiscə* (?) 'mesi' (di c. a *masə* 'mese'), Asc. P. *misce* (2); reat. *quaċi*, *quaċimente*; a. aq. *forisci* 'foresi', *misci*, *paisci* e *Abruzzišci*, *Camponišci*, ecc. (ROSSI-CASÈ § 9) (3); ter. *quašə*; *bašilischə* (4) (SAV.); can. *paiši* (di c. a *paeso*) § 5, *quaši* p. 438 (CROC.); castell. *rasci* 'quasi'; castr. *kuaċə*, *-šə*, [*frənəċija*]; chiet., ecc. *miċə* (5), *pajiċə* (6), *Langianiċə*, ecc. (di c. a *mesə*, *pajesə*, ecc.); *caċə*, *quaċə*; *traċi* TRA(N)SIRE (7)

---

trebbe offrirci l'esito della posizione intervocalica (DE SĪC e sim.); come, per avventura, un *ši* SĪC essere rifatto sui composti *akkušši* e sim. A sua volta, un *šiñña*, di c. a *ċi* e anal., potrebbe dovere il *š-* al *ññ* seguente. E via discorrendo.

(1) La legge è sfuggita al CROCIONI.

(2) V. la nota 2 di p. 91.

(3) Nel contado, oggi, *misi*, *paisi*; in città, *mesi*, *paesi*.

(4) Ma *misə* 'mesi'; e si tratterà, come nell'aquilano, di restituzione più o meno recente. Anche nel chietino, ecc. le forme *miċə*, ecc. sono ormai antiquate.

(5) V. la nota che precede.

(6) Propriamente « territorio di un comune »: *lə p. d'Angianə*, *d' Uršògnə*, ecc. (FIN.).

(7) Mi trovo così a contrastare con la dichiarazione proposta dal SALVIONI in '*Osserv.*' 95 n. Là dov'egli legge un fatto analogico, l'estensione del -SI- di TRANSEO, io leggo un fatto fonetico. — Stanno di

(*traçejiscə* TRA(N)SĪ EXĪ « via vai »); pal. *mèïçə*, ecc.; *traçejjə*; vast. *mëⁱšə* (e in prot. sintatt., *mišə*, *turnëⁱšə* 'tornesi', ecc. (di c. a *maïsə*, *turnaïsə*); *aritrašë*, *šušëñə* Rol.); scann. *squeçi* R. de D. R. I., 416 (1); agn. *pajọišə*, *Añunọišə*, ecc.; *kụeašə*; [*malrašọjjə*, ecc.] (Zicc.), *trascijə* (donde *trascieuta* « entrata ») (Crem.); campb. *miçə*, *pajiçə*, *Larəniçə*, ecc.; *tu piçə* 'tu pesi' § 8; *traçi*, [*frənəçija*] § 93 (D'Ov.); voltur. *kụaçə*; *traçi*, [*frə-nəçịjə*], [*malvaçịjə*] (di c. a *misə* 'mesi', *turnisə*, ecc.; *tu pisə*, ecc.) (2).

c) ancon. *avrisci* 2ª sng. Condiz.; Cupramont. *aisci* * *av-* 2ª sng. Perf.; arcev. *missce* 'messi', *grassce* 'grassi', ecc., *gruóssce* 'grossi'; *dissce* 'dissi' *-issce* '-essi' 2ª sng. § 109; *besscíga* § 116 VESSĪCA (Croc.); cing. *isci* 'essi' II, 166, *quisci* II, 163, *haisci* I, 261, *sapisci* I, 223, *dicisci* I, 222, *assascinata* II, 449 (Croc.); Rec. [*poscibbole*] 'possibile'; Mac. *viscica*, [*pu-scibbole*], *averisci* 2ª sng. Cond.; Fermo *fussci* 2ª sng. Perf. (di c. a *fosse* 3ª sng., *troasci*, *pirdisci*, *durmisci*, ecc. ecc.; Rapagn. [*nobbilisciumu*]; S. Gin. *isci* 'essi', [*impuscibbole*]; *magnasci* 2ª sng. Imp. Cong. (di c. a *magnessi* 1ª sng.), *vedisci* (di c. a *vedessi*), ecc.: Grottam. *credisci*, *durmisci* 2ª sng. Perf.; Ascoli P. *chisce* (pl. di *quisse*) (3); reat. *jisci* « andassi » (p. 95), *ascie* ASSĪDERE (p. 212) (Camp.); a. aq. *fusci*, *se mittisci*, ecc.; m. aq. *fussci*, *cantissci*, *durmissci*, *leggissci*, ecc. (§ 122), *visscica* (§ 117) (R. Casè); cerv. *aššite*, *aššititi!* siediti!, *uššika*; scann. *avisci* 2ª sng. 'avessi'; *ascide* (*ascidètte*, *ascisa*) R. de D. R. I, 416; Cast. Cas. *ascide*, *ascise* 'assiso' (Fin.); chiet., ecc. *avisce* 2ª sng. (di c. ad *avésse* 1ª, 3ª sng.), *candisce*, ecc.; *vusciche* (4), (*a*)*scise* (all. ad *ass-*) « tariffa delle derrate », *ar-rusci* 'arrossire'; cas. *mañiẹššə*, *aviẹššə*, *səndiẹššə*, ecc. 2ª sng.

---

contro, con *-s-* intatto, i sor., nap., irp. *trasi* -IRE e il garg. *trasi* '-IT « entrò »; vengono a mancare, perchè passati ad altra coniugazione, il tar. *trasère* e il cal. *tràsere*, sic. *tràsiri*. [Degno di nota l'irp. *tràseto* TRANSITUS « entrata »].

(1) Di c. al nap. *quase*, al cal. *casi*, *casica*, ecc.

(2) V. la nota 4 di p. 92.

(3) V. la nota 2 di p. 91.

(4) Di c. al nap., irp. *vessica* (coi der. *vessecchia* « bolla, vesci-chetta », *abbessecchiare* « gonfiare a mo' di vescica », *mmessecchiato* INV- « vescicoso », ecc.), andr. *vəssộkə*, molf. *-ssajeche*, franc., tar. *vissica* (coi deriv. tar. *vissichedda* « bollicina d'acqua », *-ssicone* « tu-more molle del garretto del cavallo »), ost. *vəss-*, cal. *viss-*, sic. *viss-* e *vussica*. Anche ad Alatri (rom.), *ussica*.

(di c. a *mañessə*, ecc. 1ª sng.; De Lollis in *A. Gl. It.* XII, 8) (1); agn. *avišša*, *kandiššə*, ecc. (Zicc., § 70); campb. *avišə*, *candašə*, *fušə*, *candarrišə*, ecc. (D'Ov., §§ 129, 133); voltur. *vuššikə* (di contro a *rassə* 'grassi', *rọssə* 'grossi', ecc.; *kandassə*, *avissə*, *fussə*, ecc.).

Ho trascurato a bella posta i continuatori di (*ec*)*cosí*, (*el*)*losi*, (*es*)*sosí*, non consentendomi di porli sicuramente in questa o quella rubrica l'incertezza della base (2) e più il timore che la tenue differenza che è tra *ç̌*, *š* e anal. sia talora sfuggita ai raccoglitori. (3) In qualche punto si direbbero rifatti su sīc, sul positivo. Da Sora dove -s- e -ss- si mostrano refrattari all'azione dell'ī (v. *trasí* tra(n)sire; *ẹssə* en'ssī(c) (4), ho *akkuəši* e *alləši*, *assəši*, come *ši*; lo stesso ad **Arpino** (*akkuši*, come *šine*; Par.). Anche nel **siciliano** dove è *sci* sīc all. a *si* (v. qua sopra), compare *accusci* all. ad *accussi*.

La palatilizzazione del S dei nessi di R, N+S davanti ad ī sembra peculiare di **Arcevia**: v. *pierce* 'persi' (sng. *pierso*), *trajerce*, ecc., *muorce* 'morsi', *urce* 'orsi' § 2, *surce* 'sorsi' ecc.; *ncina* 'ins-', *ncinènte*, [*conciderà*] (Croc. §§ 108, 107). Il reat. *preši*, cerv. *prišši*, sor. *prəšši*, ecc. 'persino', il sor. *ñərši*, vast. *ñoršə̈*, ecc. '(si)gnore sì' saranno da mandar piuttosto coi casi di S- iniziale.

II.

Dov'è uno -*š*- davanti a vocale che non sia ī, sempre si tratta di -SS+J-, mai di -SS-.

Il march. di Macerata, Montefalcone, Ascoli Piceno, ecc. *rusciu*, *roscia* « rosso, rossa », l'ancon. *roscia* s. f. « cocomero », l'aq. *rossciu* (*ruscio* in B. di Ran. 60²), il cerv. *ruššu rọšša*, sor. *ruššə rọšša*, arp. *rušə*, *rọša* cas., ter. *rọšə* (De Lollis in *A. Gl. It.* XII, 9), chiet., ecc. *róscə* (coi deriv. *rusciazzə* e *ru*-

(1) Ne vien da sè ch'io non consento nella dichiarazione che di codeste forme vi dà l'egregio Autore.

(2) Al tosc. *cosi*, rom. *kkusi*, ecc. stanno di contro il nap., irp. (*ac*)*cossi*, il molf., ecc. *akkəssi*, il tar., cal., sic. (*ac*)*cussi* i quali parlano di eccoc sīc (v. i miei 'continuatori di ille', in *Z. Gr.* *XXX*, a p. 446).

(3) Certo le discrepanze son molte: per **Aquila**, il Finamore ci dà *accuç̌inda*, il Rossi-Casè *accusci*; per **Teramo**, il Finam. *accuç̌indrə* il Savini *cuši*; per **Vasto**, il Finam. *accuç̌ivè*, l'Anelli *accuscë*.

(4) V. la mia 'Appendice ai contin. ecc.', in *Z. Gr.* *XXXI*, a p. 163.

sciardə « rossastro », *rusciumə* s. m. « cosa di color rosso »). vast. *raššə* (col der. *Ruššattə* cogn. < *Rossetti*), agn. *ruscə*, *roscia* (CREM.), campb. *rušə* (D'Ov., § 129), voltur. *rušše* (coi der. *ruššastrə*, *ruššəteddə*, ecc.), l'a. march. (Pianto) *roseçça* (SALV. § 14), l'abr. *ruscepində* s. m. pl. « corbezzole », ecc. muovono da RUSSEU (1); l'abr. *rusciolə* s. m. « triglia; sorta di grano gentile » è un RUSSEOLU (v. *REW.* 7464). RUSSU è nap., irp., garg., cer., andr., molf., bit., bar., ost. (*russə*), francav., cal., sic. (*russu*), mod. (*ruossu*); qua e là dice anche « tuorlo d'ovo » (nap., garg., tar.), « lividore prodotto da bacio, morso e sim. » (bit.) ed ha traslati e derivati che basterebbero da soli a provarne la schiettezza (v. sic. *russa* s. f. « ruggine del grano », tar. *rússoli* s. pl. « corbezzole », cal. *russièllu*, sic. *russeddu* -ELLU « airone rosso, ecc. » (girg. *russidduni cinirisu* « airone »; GIGL.), sic. *russidottu*, *-a* « sgarza », sic. *russuliddu*, *-a* -ULILLU, -A « rossiccio; il Crataegus coccinea; Fulix Nyroca », sic. *russulana* « sorta di grano gentile », cal. *russájina*, sic. *-áina* e *-ánia* -AGINE « rosolia », cal. *arrussicare*, sic. *-ari* « arroventare », ecc. ecc.). — Nel campb., nap., irp., voltur., garg., cer., bar., ecc. *vaššə*, francav., cal., sic. *vaššu* agg. « basso », (2) donde *abbaššə*, *-u* « abbasso », il nap., irp. *vasciajuolo*, *-jola* « popolano, ciana », il garg. *vascianza* « bassura », il sic. *vascizza*, ecc. leggeremo col SALVIONI (v. *R. de D. R.* IV, 201) l'incrocio di BASSU con *BASSIARE < nap., irp. *vasciá*, cal. *vašare*; nap., tar. *avasciare* (3). BASSU è march., aq. (*bassu*), abr. (*vassə*, col dim. *vassarèllə*), agn. (*vassə*, col der. *vassanza* « bassura »). — In *prescia* che è march. (ancon. *pre-*, Montalto *prẹ-*, Macer. *prẹscia*; ancon. *presciuloso*, arcev. *presscioloso* « frettoloso », ecc.), reat. (*prèscia*; CAMP.), sor. (*prẹšša*), chiet., ecc. (*prèscə*, col der. *presciarólə* « frettol. »), campb. (*prẹšu*; D'Ov., § 129), cal. (*preša*, col der. *prescialuoru* SCERBO; *prescia*, col der. *presciarulu* ACCATT.) (4), leggeremo un deverbale di

(1) In *REW.* 7465 (RUSSEU) il MEYER-LÜBKE non ricorda che lo sp. *rojo* e il port. *roxo*.

(2) Nel nap. e cal. è anche sostantivo maschile nel significato di « stanza terrena ».

(3) V. ancora irp., molf. *abbasciá*, bit. *-scèue*, francav. *bbaššari*, cal. *abbasciare*, sic. *-ari*; molf. *sbaššá*, ecc. Il TRAINA registra anche un sic. *abbassari* (term. min.) « trasportare lo zolfo agli scali » che, data la natura spiccatamente siciliana di quell'industria, mi pare abbia una certa importanza.

(4) É anche toscano.

*PRESSIARE < laz. *spreššá*, abr. *sprescià*, agn. *sprescíaie* « spremere », ecc., da mandare col reat. *sprescittu* s. m. « specie di ricotta ». *Pressa*, deverbale di PRESSARE, è dei contadi irpino e napoletano; e ne deriva l'irp., nap. *pressarulo*, *-ola* « frettol. ». — Il reat. *tóscia*, l'aq. *tossce*, il ter. *toššə*, chiet., ecc. *tósce* l'agn., voltur. *tǫššə* (ZICC., § 73), il campb. *tǫša* (D'Ov., § 129), l'a. nap. *tósce*, ecc. non han che vedere col classico TUSSIS, ma, come ha mostrato il SALVIONI in '*Osserv.*', § 95, sono una estensione del tipo presenziale doventato verbale (v. laz., sor., volturin. *tǫššə*, abr. *toscə*, ecc. « tossire ») e dal verbo passato al sostantivo. TUSSE è sor., arp. (*tǫssə*), pugl. (francav., ecc.), sic. (*tussi*); '*tossa*' che 'potrebbe continuare TUSSE come essere il deverb. di un **tóssere* < cal. *stússere*, sic. *tússiri*' (v. SALVIONI l. c.), è nap. e irp., ostun. (*tǫssa*), cal. (*tussa*); TUSSE o *tossa* (la finale non consente di appurarlo con precisione) è pur pugl. sett. (v. molf., bit., bar., tar. *tǫssə*). — Il preromanzo *CRASSIA « roba grassa, untume » (1) che è anche italiano centro-meridionale [v. sor. *rašša* s. f., abr. (chiet., ecc.) *grasce* s. f. « dovizia, abbondanza, cuccagna » (donde *grasciòse* < agn. *grascieuse* « abbondante (di annata); largo nel dare; ricco (di vestito) », *grascéte*, *-scjete* s. m. -ĒTU « terreno molto fertile », volturin. *raššə* s. f. « abbondanza » (donde *raššusə*, *raššętə* s. f., ecc.) all. a *rassə* s. m. « lardo », sic. (*g*)*rascia* s. f. « untume » (donde *ngrasciusu* « untuoso »)] basterà a darci ragione dell'irp. *grascio* « grasso, pingue » (all. a (*g*)*rasso*), del sic. *grasciu* agg. « sudicio »; s. m. « ingrasso, letame » (donde *ngrasciari* « insudiciare », *ngrasciatizza* « sudiciume »), del sic. *grasciudda* (e *grass-*) « giusquiamo » < cal. *grassulla* « favaria, erba di S. Giovanni », del sic. *grasciura* (e *grass-*) « ingrasso, letame » (donde *ngrasciurari* (e (*n*)*grass-*) « concimare »), ecc. ecc. CRASSU è march., umbro, laz., abr., molis. (v. l'agn. *hrassə*; ZICC. § 75), pugl., cal. e sic. Un incrocio tra CRASSU e *CRASSIA era più che naturale. Non è anzi improbabile che anche il nap., irp. *grassa*, bit., ecc. *-ssə* s. f. « grascia, abbondanza di viveri » (donde *grassusə*, *-osa* « ubertoso, prodigo ») altro non sia che l'ital. c.-merid. *grascia* rifatto su *grasso*.

---

(1) V. *REW.* 2298. Il MEYER-LÜBKE vi ricorda un tar. *rašulə* « Viktualienhändler » che mi riesce nuovo. Nel DE VINCENTIIS e nel DE NOTO (§ 40) non trovo che un *rasciulo*, *rašulə* « orzaiuolo », ch'è quanto dire « Gerstenkorn (am Auge) ».

III.

Quel ch'è di -SS- primario non può non essere di -SS- secondario da -P+S-. Che -P+S- possa dare -šš- al mezzogiorno come par dubitare il SALVIONI, (1) io non credo. Perchè mai, là dove -SS- dà una sibilante **dentale** (-*ss*-), il nesso di una cons. **labiale** + S dovrebbe dare una **palatale**? A persuaderne dovrebbero bastare gli esiti di GY̆PSU e di ĬPSU, (EC)CU ĬPSU, ecc. che hanno -*ss*- dappertutto (v. abr. *jèssə* col der. *jissaròlə* « gessaio », campb., voltur. *jissə*, nap. *issə*, cal., sic. *jissu* GY̆PSU; ecc.). Tanto il tosc. *cascia* che il MEYER-LÜBKE, in *REW*. 1658, deriva stranamente dal prov. *caisa*, quanto l'ital. c.-mer. *kašša*, -*ə* (a. sic. *caxa*) coi deriv. '*cascione*', '*casciaro*', '*scasciare*', '*incasciare*', ecc., muovono certo dal *CAPSEA postulato dal PARODI in *A. Gl. It.* XVI § 174 per il gen. *kaša*. Quanto a '*nesciuno*' che anch'esso può ben dirsi ital. c.-mer. (ne' miei appunti non trovo che un a. aq. *nessuno*, -*a* e un catanz. *ness.*, cosent. *nissunu*), nulla vieta di leggervi un NE IPSE ŪNU (cfr. *oññuno* da OMNE ŪNU e *ññuno* da NE ŪNU). Il chiet., ecc. *neçiuno*, il castr. *niçunə* (all. a *niš*-), l'al. *niçunə* (sic) Ceci § 23, il campb. *neçunə* (all. a *neš*-), il voltur. *nəçunə*, accennano a uno scempiamento del -SS- di cui è riprova l'a. aq. *nesuno* (2). Di CAPSA, in tutto il mezzogiorno, non avrei che un continuatore, il sor. *kassa*, e qualche derivato: il chiet. *cassèllə* s. f. -ĬLLA « solco nel quale si piantano le viti », il vast. *cassèllə* s. f. (3) « bocchetta della tramoggia » (4) (cfr. il class. CAPSELLA). Di CAPSU non avrei che il chiet., vast., ecc. *cassə* s. m. « cerchio dello staccio, del vaglio, ecc.; telaio di uscio o finestra » (donde *ngassá* « serrare usci, finestre, coperchi, ecc. »), oltre al *cássiu*

---

(1) «... a tacere pure della possibilità che qua e là **lo š non sia dovuto a** PS (cfr. il centro-merid. *nesciuno*) » e più sotto, «... esso ci ripresenta il caso di PSJ o **quello di** PS **in** *š*. » [v. *R. de D. R.* IV, p. 239].

(2) Di antichi statuti (v. il 'Voc.' del FINAMORE). *Nisciuno* in Buccio di Ranallo 11[18] (all. a un *nisuna* 282[9]); *gnissciunu*, stando al ROSSI-CASÈ, nell'odierno aquilano.

(3) V. « una *cassella* seu scrigno » negli stat. di Vasto del 1543 (FIN. less.).

(4) Fors'anche il chiet., ecc. *cassèllə* s. pl. f. (dalla forma dei semi?) **Taraxacum officinale**.

s. m. *CAPSŬLU (1) « cascino » di Paganica (v. il class. CAPSŬLA) e al *cassïola* s. f. (verisim., **cassiu* + *-ŏla*) « vaso nel quale si spremono le vinacce » di Pescina.

IV.

Col nesso di -P+S- non va confuso quello di K(G)+S, vale a dire lo X. Siamo qui tra le *velari*; epperò la palatilizzazione non sorprende. Quel ch'è difficile appurare è dove, in quali condizioni, essa avvenne. Se badiamo agli esiti di MATAXA (2) COXA (3), [AXIS] (4), TOXICU (5), TEXERE (6), LAXARE (7), AXUNGIA (8),

---

(1) Siamo nella zona di *i̭* '*l*' da L seguito da -Ŭ.

(2) Ha *-ss-* dappertutto: v. aq., rom. (castr., can., ecc.), campb., nap., irp., cal., sic. *matassa*, voltur., bar., cer., bit., tar., ecc. *-ə*. E *-ss-* hanno i derivati: tar. *matassarə*, bit. *-éure*, cal., sic. *-aru* « aspo »; sic. *matassata* « quanto filo può stare sull'aspo; più matasse prese insieme »; nap., cal. *matassella*, ecc.

(3) V. reat., aq., *còssa*, rom. (vell., can., al., castr.. ecc.), sor., arp. *kǫssa*, abr. (chiet., ter., vast., ecc.) *còssə*, agn. *kǫssə*, campb., nap., irp. *còssa*, voltur., bar., cer., tar., ecc. *-ə*, ost. *kǫssa*, magl. *cossa*, ecc. Notevole, tra i derivati, l'agn. *kessəunə* s. pl. « sorta di cosciali di lana fatti a maglia dei quali si vestivano i fanciulli dai piedi alle cosce, ora in disuso » (Crem.). '*Coscia*' è cal. (*coša* Sc., *coscia* Acc.) e sic. (*coscia*) e vivrebbe, allato a *còssa* e coi deriv. *coscetta* e *cosciare* « accoccolare, piegare con mala voglia, ecc. », nel napoletano. Leggervi un imprestito letterario può essere spicciativo, ma non rispondere a verità. Del problema ch'è nel tosc. *kǫšša*, v. più sotto.

(4) Par ristretto alle Puglie, da Bari in giù, e dice « sala »; v. voltur., bar., bit., tar. *assə*, ost. *i̭àssə*, magl. *assu*. A Napoli, *assə* « perno a cui intorno sia cosa girevole ». (D'A.) La risoluzione palatale è esclusa pur dal pugl. '*arsicolo*' « sala » in cui il SALVIONI lesse acutamente un AXICULU (v. *R. de D. R.* IV, 194); è anche francav. (*arsiculi*), sal. (*irsiculi*) [RIB. § 133] e garg. (*rizzicola*).

(5) V. can. *tǫssęko*, castr. *tu̯ǫssəkə*, abr. (chiet., ecc.) *tòssəchə*, nap., irp. *tuòsseco*, voltur. *tǫssekə*, garg. *tùssuch*, tar. *tuèssəchə*, cal. *tuòssicu*, ecc.; magl. *ntossicu* « avveleno », chiet. *andussecà*, sic. *tussichïari* '-eggiare', ecc. Nel campb. *tuǫsəchə*, ost. *tu̯ęsəchə* con *-s-* leggerei un '*tòsco*' epentetico; *tuǫschə* vive pur sempre a Campobasso; ed è cerign. (*tuəskə*) e abr. (*tòschə*).

(6) V. rom., sor., nap., voltur., cer., ost., ecc. *tęssə*, molf. *téssə*, '*ndéssə*, magl. *tèssere* (e *tissire*), cal. *tèssere*; il sic. *tissìrili*, ecc. E su '*tèssere*' sarà rifatto '*tessitore*': arp., sor., nap., irp. *təssətǫrə*, cal. *tessiturə*, ecc.

UXORO, -ARE (1), FRIXORIA (2), e di AXĬLLA, -ĔLLA (3), [MAXĬLLA, -ĔLLA (4), dovremmo dedurne che, nei dialetti di cui ci stiamo

---

(7) V. a. march., rom. *lassare*, reat., aq., rom., sor., arp., abr., campb., nap., irp., voltur., bar., tar. *lassá*, agn. *lasseaie*, garg. *lassè* cer. *-á*, ost. *-ai*, cal. *lassare*, sic. *(l)assari*; abr., campb., nap., ecc. *assa!* lascia!; cal. *lassamestare* 'lasciamistare' « noia, mattana, ecc. », sic. *lasseppigghia* 'lascia e piglia' « ciaccione », ecc.; nap., irp. *lassęto* 'lascito'.

(8) V. orv. *ossogna* (r. pr.), reat. *assoṅa*, abr. *assognə*. Il can. *azzuṅa* deve risultar dall'incrocio di AXUNGIA con l'*INSUN- (= *nz.*) di cui dissi in *R. de D. R.* I, 245.

(1) V. al. *m assorə*, can. *m assǫro*, castelm. *assorasse*, subl. *assorárese*, castr. *assurà*, ecc. Già a Sora, *INSORO (v. *R. de D. R.* I, 245).

(2) V. cingol. *fersora*, Grottam. *fressurə* (cfr. *vregugnə*), can. *frissǫra*, castr., sor. *fressǫra*, irp. *fressòla* **-ora*, [garg. *frisòla* (sic)], voltur. *frassǫre* s. f., bit. *fressàule*, cal. *fress.*, *frissura*. Anche il tar. *frizzòla* (col der. *-uliiddə*) è da **fers-* **ferz-*. E l'agn. *rissaura* sarà un **friss-* **v(r)iss-* o tutt'altra cosa?

(3) V. aq. *sscella*, castr., al., sor., campb., nap. *šęlla*, chiet. *scèllə*, ter. *šellə*, cer. *ašiddə*, molf., bit. *asciddə*, bar., tar. *sciddə*, magl. *ššidda*, cal. *scilla* Acc. [*masciddu* Sc.], sic. *šidda* Schn.; arp. *šella*, irp. *scèdda*; can. *šęnna*, Pag., Pesc. *scènna*, agn. *šęnnə* (v. SALVIONI in *Rom.* 39°, 467), voltur. *ššęnnə*, vast. *scènnele*, [garg. *scinnila* ala allato a un *scedd* ali]. Tra i deriv., nap. *scellatə* « ferito nell'ascella, tarpato, malaticcio ». irp. *sceddièrə* « spallina », bit. *asciddiirə* « gherone »; irp. *sceddà* « ferir nell'ala ecc. »; reat. *scellecà* '-icare' « far tremolare; tremolare (di tavoli, sedie, ecc. deboli in gambe), castelm. *scellecà* « dibattere ». cerv. *ššellekà* « agitare, rimuovere », od. aq. *scellecà*, a aq. (Buccio 174) *scennecare* « traballare », garg. *scirnichè* **scinnilichè*? (v. *scinnila*) « risvegliarsi, muoversi »; ter. *scellijà*, nap. *scelle(j)are* '-eggiare' « starnazzare, svolazzare; vivacchiare », abr. *scennechijà*, cal. *scillichiare* '-icheggiare' « dimenar le ascelle o le ali; tentennare; vivacchiare »; reat. *scellecata* s f. « scossa; colpo apoplettico », cerv. *ššellekatu* « scapigliato »; cerv. *ššellekǫna*, subl. *šell.* « donna trascurata (spec. nel vestire) »; ecc. ecc.

(4) A differenza di AXILLA, non è voce italiana centro-meridionale (altre basi, *garza*, *ganga*, *ganascia*, le disputano il primato); e però è men sicura. Di contro all'aq. *masscella*, castr., sor., campb. *maš(š)ella*, abr. *mascèllə*, *-scjellə*, nap. *mascella*, tar. *masceddə*, sic. *mašidda* Schn. e al garg. *mascidd* « recchio » (dell'aratro?), non avrei, con *ss-*, che il cal. *massilla*. Notevoli indizi di schiettezza mi sembrano il significato della voce garganica e i derivati sor. *maššəllarə* MAXILLARIS « dente molare », sic. *masciddaru* « osso (della mascella); polpa del capo; ecc.), *masciddutu* « paffuto », *masciddiari* « schiaffeggiare », *mascidderi* « guanciale ».

occupando, lo -X- si palatilizzò in sillaba protonica davanti a vocale palatale. SAXU manca affatto al nostro mezzogiorno che si vale di PETRA; e la voce per 'tasso' (l'animale) sembra essere o essere stata, da Napoli in giù, un derivato di MELES, *melogna* (v. *REW.* 5474). L'avezzan. *tasce* che il FINAMORE registra allato al comune abruzzese *tasse*, deve essere un *TAXEU (v. i preromanzi *CAPREU (1), *PULLIU, *SORĬCIU, *VULTURIU), fors'anche un (PORCU) TAXEU (v. (PORCU) SINGULARE). E a *BUXEU (v. ABIETEU, BETULLEU, FACEU, ILICEU, LAUREU, ecc.) risaliranno il sor. *bbuššə*, il chiet. ecc. *busce* (col n. l. *Busciare*, in quel di Mozzagrogna), i nap. *(v)úsciola*, *aúsc.*, *av(r)uscio*, *-úsciolo*, l'irp. *auscio*, il cal. *vušu*, *avusciu*, il sic. *(v)usciu* « bosso » e i loro deriv.: agn. *vuscià*, sic. *(a)usciari* « piallare, allisciare » sic. *vusciaturi* « bossetto », registrati dal SALVIONI in *R. de D. R.* IV, p. 223. BUXU è castr. *(bussə)*, campb. (v. il n. l. *Lu bbussə*; D'Ov. § 132), garg. *(busso)* e non pare sconosciuto agli stessi contadi napoletano ed irpino (v. *abbusso* D'A., *avusso* Nitt.).

Ma che dire dell'irp. *fràsceno*, dei sic. *fràscinu* 'frassino', *frascinata* « frassineto »? (2) che dell'irp., bar. *assí*, cer. *assọiə*, bit. *assòie*, tar. *assérə*, ost. *assíį*, magl. *ssire* « uscire »? (3) del calabr. *massilla*? e più dell'irp. *lessia*, garg. *rissia*, cer. *lessọiə*, bit. *lessòie*, tar. *ləssijə*, ost. *(l)ussia*, magl., cal. *lissia*, del bar. *ləssí* « lisciva »? (4).

Le stesse, e più gravi, contradizioni sono nella formola **voc. palat.** + X + ´.

---

(1) Non vedo la necessità di leggervi una *Rückbildung* di CAPREOLUS, come fa il MEYER-LÜBKE in *REW.* 1650.

(2) Di contro al nap. *fràsseno* (e *frasso* *REW.* 3489), cal. *frassinu* (e *fròssu* (?)). Il cer. *fràsənə* dev'essere da **frasno* con epentesi seriore.

(3) L'esito **palatale** è reat. (*vesci*. su *ventrà*; *mèscio* **non v-* **mm-* « non esco »), aq. (*issci*), al., can., castr., ecc., arp., sor., abr., campb. (*ší*), vast. (*asscë*), nap., irp. (*sci*, *a-*), voltur. *šši* (part. *ššutə*), garg. (*sci*), cal. (*èscere*, *n-*), sic. (*sciri*, *nisciri*, *nèsciri*). V. ancora il cal. *escituru* « abbaino », i sic. *nèscitu* -EXITUS « uscita; diarrea », *uscituri* s. m., *-itura* s. f., *niscènza* s. f. « cocciuola »; l'abr. *ar(r)esci* (che anche si dice dei prodotti del suolo che vengono bene), il cal. *rèscere*, ecc. ecc.

(4) Di contro all'abr. *luscijə*, agn. *luscioja*, campb. *lušija*, voltur. *luššijə*, nap. *lescia*, sic. *liscia* (coi der. *lisciazzu* « ranno », *lisciata* « rannata »).

Di contro agli ital. c.-merid. comuni '*sciacquare*' EXAQUARE (1), '*scialare*' EXHALARE (2), ['*sciancare*' (da 'anca')] (3), '*sciagura*' '*-ato*' (4), all'arcev. *sciorá* EXAURARE « raffreddare » (donde *scióro* « evaporazione », dev., e *scioratóro* -ATORIU « sfiatatoio del forno »), metaur. *sciurina* s. f. « brezza » (5), tar. *sciaurə* « esalazione fetida » ecc., al sic. *šárvidu* *REW*. 2934, all' irp. *sciappilá* EXOPPILARE « stappare », al molf. *šaċánà* *EXACINARE « spicciolare », agli abr. *scéjjə* 'scegliere', *scejeturə* sf. '-itura' « roba scelta », voltur. *ššeǧǧiə*, nap. *scèveta* 'scelta', *scegliutə*, ecc., al sic. *širvari* SALV. in *P.*, ecc. ecc.; stanno gli

(1) V. Mac., Fermo *sciacquá* « lavare », rom. (castr., ecc.), nap., voltur. *ššakkuá*, avezz. *sciacquá* « guazzare » (di liquido ecc.; FIN. less.), abr., tar. *sciacquá*, molf. *aššakkuá*, bit. *sciacquèue*, cal. *sciacquare*, sic. *-ari*; nap., irp., bar., bit., ecc. *sciacquə* (SALVIONI in '*Fon. e morf.*' 8); nap. *sciacqualattuca*, agn. *sciackalatteukə*, sic. *sciacqualattuchi* « inetto »; al. *šaccuaturə* CECI § 17; chiet. *sciacquitte* s. m. « cenetta »; agn. *sciacquoina* « foga di pioggia e di vento »; sic. *sciacquiari* '-eggiare', Ari (abr.) *sciacquilijá*, cal. *sciacquariare*, ecc. ecc.

(2) V. rom. (can., castr., ecc.), campb., voltur., *ššalá*, nap., irp., bar. *scialá*, garg. *-è*, cer. *-á*, bit. *-èue*, andr. *ššalè*, tar. *šalare*, cal. *scialare*, sic. *-ari*; nap. *scialacore*, sic. *-i* s. m. « godimento, sollazzo »; chiet., ecc. *scialosə*, nap. *-usə* « largo, copioso, ecc. »; chiet. *scialèttə* « sollazzo »; sic. *scialucu* « ghiotto », ecc.

(3) V. nap., irp. *sciancá* « zoppicare », sic. *sciancari* « azzoppare » (coi dev. sic. *scianca*, nap. *scianchella* « gamba zoppa », sic. *a scianchina* « a sghembo »); nap., irp. *sciancato* « che zoppica » (SALVIONI in '*Sp. sic.*' 174 n.); nap. *scianchеare*, irp. *-ejá*, sic. *-iari* « zoppicare ». Seppure non vanno, tutti o in parte, con '*cianca*' reat. *cianca*, rom. (cerv., castelm., ecc.) *ċanǧa*, abr. *ciangha*, nap. *cianca*, ecc. « zampa », come paiono provare l'abr. *cianghinə*, il cerv. *ċanǧarella*, abr. *-arèllə* s. m. « zoppetto, trimpellino, sorta di giuoco infantile », l'abr. *ciangh.*, *scianghijá* « trimpellare, camminare a stento barcollando », il reat. *ncianchigliá* « camminare inciampando » e lo stesso sic. *cianchïari* « zoppicare ». O tra 'sciancare' e 'cianca' s'ebbero delle contaminazioni?

(4) V. il nap. *šaura*, irp., sic., ecc. *sciaura*; l'abr. *sciahuratə*, nap. *sciaorato* « malarrivato; poltrone », ecc.

(5) Altra cosa è il nap. *asciorá(re)* « separare la farina dalla crusca », come ho mostrato in *R. de D. R.* I, a p. 254; il MEYER LÜBKE, come troppo spesso gli accade, nel *REW*. lo registra due volte, in due diversi paragrafi, nel 2941 (EXAURARE) e nel 3382 (FLOS). Del nap. *sciaurə*, v. *R. de D. R.* I, a p. 251, n. 3; lo stesso può dirsi del sic. *sciauriu* s. m. « brezza ».

it. c.-mer. *sessanta* *SEXANTA e *assame* EXAME, *assamare*, ecc. (1), l'agn. *assaurietə* *REW.* 2941 (2), il sic. *assurbari* (3) EXORBARE, il sic. *assiddiiri* (4) (col part. *assidditlu*) « scegliere », il molf. *assaləmä'* *EXALMARE (da 'almo' animo, ardire) « esitare per timore o spavento; scoraggiarsi, perdersi d'animo di fronte a un pericolo », voltur. *assalmá*, bit. *assalmèue* *EXALMARE (da 'alma' anima) « ansare », volt. *assalmatə*, bit. *assalemèutə* « ansante, affannoso, scalmanato », bit. *assalmatòinə* « affanno cagionato da soverchia fatica », ecc. (5). Parimenti, di contro al diffuso *sciapito* (6) « insipido » (che è pur toscano e, come mostrano l'abr. *sciapuritə* e l'irp. *sciapritə*, è un EXSAPIDU rifatto su SAPORITU) (7), all'abr. *sciòjjə*, *aresc.*, nap. *asciogliə*, voltur. *ššoǧǧiə*, sic. *(a)sciogghiri* « sciogliere », al nap. *asciortare*

---

(1) V. i reat. *ussame* (cioè *lu ssame*, *l uss.*), vell. *assame* CROC. § 81, castr. *-ə*, abr. (chiet., ecc.) *(a)ssamə* s. f., ter., voltur. *ssamə*, agn. *ssuọmə* ZICC. § 79, cer. *ssämə*, ost. *ssamə*, magl. *ssamu*, cal. *assame*, sic. *assami*, *-u* [con *š* non avrei che un garg. *scèm* e un nap. *sciamə* (all a *morra*), sospetti, e i sic. *sciamu*, *sciamiari* che pur registra il TRAINA]; -chiet., ter. *ssamá*, vast. *assamá*; nap. *nzam(m)á* (cioè **ssamá* con prostesi di IN-) « sciamare ». Meno notevoli, ma non da trascurare del tutto, i castr., vast. *assaminá*, chiet., ecc. *-mená*, nap. *assammená*, irp. *samená*, voltur. *ssaməná*, ecc., vast. *assámene* esame, ecc.

(2) Non trovo nè nel FINAMORE nè nel SAVINI gli abr. *ressavetá*, *ressávetə*, registrati nel § 3011, a (*EXHALITARE) del *REW.*

(3) Così, e non *asurbari*, come sta scritto nel *REW*, § 3026.

(4) Così, e non *ašiddi-*, come sta scritto nel *REW.*, § 3001. Vedine SALVIONI in '*Spig. sic.*' 162. Io vi leggerei un compromesso tra **assilijri* o **assigghiri* EXELIGERE e *addiiri* *ALLIGERE (cioè « EL. modificato per la intrusione del prefisso AD », come ben scrive il Salvioni); escluderei senza più SELIGERE e nel *-ss*, leggerei, scambio di una dissilazione, la ragione d'ordine più generale di cui mi sto occupando.

(5) Di scarso o nessun valore è il dotto *essempio*, *assempio* < a., m. rom. *essempio*, chiet., vast., ecc. *assèmbïə* 'esempio', agn. *assempie*, nap. *assempia* s. f. « quaderno modello su cui il maestro scrive quel che si deve imitare dagli scolari », ecc.; cfr. il nap. *assordio* 'esordio' e sim.

(6) V. abr., nap., tar. *sciapitə*, agn. *-eitə*, cer. *šapọitə*, molf. *šapāitə* (col der. *šapətútənə* -UDINE), bit. *sciapòite*, sic. *sciapitu*; sic. *sciapitura* « scipitezza; freddura ». Il castr. *šapə*, *-a* dev'essere una estrazione di EXSAPIDU.

(7) Un EXSIPIDU + SAPORITU leggeremo nel letter., tosc. *scipito* (donde *scipitaggine*, *scipitezza*, ecc.) che il MEYER-LÜBKE registra in *REW.* 4466 tra gli esiti di INSIPIDUS senza aggiungere verbo. Il sic. di MODICA *šipitu* (v. SCHIAVO-LENA, § 7) è parossitono? e, se parossitono, schietto?

*EXSORTARE « felicitare » (1), nap. *asciortatə*, sic. *sciortatu* « fortunato », nap., sic. *sciorta* « sorte » (2), all'arcev. *sciuccá*, u. *sciuccare* 'asciugare' + 'seccare' (v. *REW.*, § 3073), arcev. *sciucco* « asciutto », ai sic. *asciucari*, *asciucavutti* « beone », *asciucaturi* « trabiccolo per asciugare i panni », *asciuculiari*, ecc., ai nap., irp. *asciuttá*, *asciuttapanne*, sic. *asciuttapanni* « trabiccolo ecc. », per limitarmi ai più sicuri o men sospetti (3), al voltur. *šsumá* 'scemare', ecc.; stanno l'irp. *assipitə* « insipido » (4), l'irp. *assoglie*, molf. *assoǧǧə* sciogliere, il garg. *assugghieva* scioglieva, il pur nap. *assortá(re)*, l'abr. *assurtá* « dar fortuna », il sic. *assurtatu* « fortunato », il vell. *assukko* « asciutto » (CROC., § 81) e gli it. mer. *assucare* (5) « asciugare » e *assutto* « asciutto » col der. *assuttare* (6), l'abr. *assemá* (a. march. *assematu*) scemare, ecc.

Può essere che in *assucá*, *assortá*, *assoglie*, ecc. si nascondano dei composti con AD-, degli ADSUCARE, ADSORTARE e sim.; che, a un dato momento, le forme con *(a)š(š)-* da EXS- alternandosi con quelle con *ass-* da ADS-, in altre parole *(a)š(š)ucá* con *assucá*, *(a)š(š)ortá* con *assortá*, ecc., sorgesse allato ad *(a)š(š)í* un *assí* e il -*ss*- passasse poi ad altre voci. Sarebbe questa una via. Ma è forse preferibile muovere addirittura da un doppio esito italiano centro-meridionale della formola E + X + voc. di sillaba iniziale. Se, come credo, da E + X + voc. **palatale** il nostro mezzogiorno ebbe *š*-, da E + X + vocale non palatale ebbe -*ss*- (si ripensi ad *assame*!), la ragion prima della contaminazione, del livellamento analogico, l'avremo in uno stesso verbo,

---

(1) E non EXHORTARE, come scrissi anni sono in '*Da Dante al Leopardi*', a p. 33. Duolmi che la cattiva etimologia sia stata accolta dal MEYER-LÜBKE nel *REW.* (v. il § 3013).

(2) È 'sorte' rifatto su *EXSORTARE, seppure non ne è addirittura il deverbale.

(3) In parte del mezzogiorno (Calabrie, basso Molise, ecc.) le voci per 'asciutto' 'asciugare' sembrano essere 'secco' 'seccare'.

(4) Dove l'accento? Se proparossitono, EXSIPIDU; se parossitono, EXSIPIDU + SAPORĪTU.

(5) V. aq., chiet., ter., campb. *assucá*, rom. (castr., al., ecc.) *assuká*, sor. *assəká*, vast. *assuquè* (*assucare* in statuti del 1503), agn. *assukuo'*, [irp. *assugá* (all. a *sciucá*)], molf. *assəkuá*, tar. *assucare*; garg. *ssucapann*, bit., tar. *assucapannə* « trabiccolo », ecc.

(6) V. castr., al., arp., sor., chiet., agn., irp., molf., ost. *assuttə*, vast. *assittə*, magl. *ssuttu*; irp., tar. *assutta(re)*, irp. *assuttapannə* « trabiccolo », ecc.

in EXIRE. Le condizioni proprie anche oggi di parte dei dialetti **garganici** (*šì* EXĪRE di contro ad *assutə* *EXŪTU) (1) potrebbero essere le originarie. Il turbamento, nato nel verbo, dalle forme verbali sarebbe passato ad altre voci: a voci con x e a voci con nesso da cui il mezzogiorno non poteva avere che *šš*. Non solo *lessia, massilla* (v. qua sopra), ma ancora *fassa* « fascia » ch' è relativamente diffuso (v. irp., cal. *fassa*, molf., bit., andr. *fassə*, coi der. irp. *fassaturə* '-atoio' « pannolino dei bimbi », molf. *mbassá*, cal. *mpassare* 'inf.' « fasciare », molf. *spassá* 'sfasciare', ecc.).

Nessun aiuto ci vien dal **toscano** e dall' **italiano letterario.** In *Grundriss Gröbers*², a p. 680, il MEYER-LÜBKE scrive così: « x wird nachtonig zu *ss*: *vissi*, *sasso*, vortonig zwischen « dunkeln Vokalen ebenso: *sala* AXALE, *sugna*, sonst zu *š*: « *scialare* EXANLARE (?), *sciame* EXAMEN, *scempiare*, *scegliere*, « *uscire*, *mascella*, *lisciva*. Danach muss man für *lasciare* neben « *lassare* *LAXEARE, für *coscia* *COXEA ansetzen, was nicht un- « bedenklich ist. ». Ma egli dimentica, tra l' altro, *sessanta*. Come spiegare la contradizione che è tra *sessanta* *SEXANTA da un lato e *sciame* EXAMEN, *scialare* EXHALARE, ecc. dall'altro? Riconosceremo alla formola EX- iniziale uno speciale esito di contro alla -EX- interna, intervocalica? o ammetteremo una estensione analogica dello *š* della formola EX + vocal chiara alla EX + vocale oscura? Del tosc. *kǫšša* così scrive il MEYER-LÜBKE in *REW*. 2292: « Die Lautverhältnisse von ital. *coscia* « sind nicht klar, *COXIA ALLG. I, 509 ist morphologisch be- « denklich, Annahme einer Entlehnung aus dem Prov. der « Bedeutung wegen nicht recht einleuchtend »; *lasciare* è invece ricordato nel § 4955 tra gli esiti di LAXARE, quasi fosse la voce più naturale del mondo, senza un commento. Sono le contradizioni, le dimenticanze a cui il MEYER-LÜBKE ci ha abituati da un pezzo, di cui è pieno il *Romanisches etymologisches Wörterbuch*! Ancorchè io non condivida l' avversione dell' illustre romanologo per le formazioni in -EUS, -IUS, mi domando se *COXEA non si debba per avventura a INTERCOXIUM come a COXA il rom. (castr.) *ntrəkkuǫssə*.

Da -X + J- il mezzogiorno ebbe naturalmente -*šš*-; v. il campb. *ndrəkkuǫšə* (D'ov., § 110) e il sor. *aššə*, nap. *ascio*, ecc. AXIO di cui in *Atti R. Acc. Sc. di Torino*, XLIII, a p. 11.

(1) A Molfetta, *assautə* s. f. *EXŪTA « uscita », ma insieme *assì* EXĪRE.

Poscritta. — Mentre correggo le bozze, il mio scolaro Giacomo Melillo di Volturino, reduce da una peregrinazione glottologica nel contado garganico, mi comunica che a S. Marco in Lamis, S. Giovanni Rotondo, Rodi Garganico, gli esiti di sic hanno *ṡ* come quelli di simia (*ṡi*, *ṡiñña*) e che a S. Marco e a Rodi tra(n)sīre suona *traċ̣i*. Non è pertanto improbabile che, anche per questo lato, il Gargano vada con gli Abruzzi e il Molise.

C. M.

NUOVE OSSERVAZIONI
SUI MOVIMENTI DI ALCUNI GHIACCIAI
DELLA VALFURVA NELL'ALTA VALTELLINA

Nota del S. C. prof. Ernesto Mariani

(*Adunanza del 28 gennaio 1915*)

Nel mese di agosto degli anni 1913 e 1914 ho potuto percorrere alcuni tratti del gruppo montuoso dell'Ortler-Cevedale nella Valfurva, e verificare le recenti oscillazioni di alcuni ghiacciai, dei quali già altre volte mi sono occupato (1).

I ghiacciai di cui tratto in questa breve nota sono: quello del passo del Dosegù che dal colle omonimo, che mette nell'alta valle del Monte, discende verso il Pian Bormino in val Gavia; il ghiacciaio che occupa l'ampia conca di Cedeh; il ben noto ghiacciaio del Forno; ed infine il ghiacciaio del versante settentrionale del M. Sobretta a sud-ovest di S. Caterina.

Fin nell'agosto del 1904 ebbi a verificare gli spostamenti subìti dal ghiacciaio del passo Dosegù (da non confondersi col ghiacciaio, o vedretta come comunemente è indicato. Dosegù), basandomi su segnalazioni fatte nel settembre del 1895 dal Dr. C. Riva; e fin d'allora ho potuto rilevare come abbastanza forte era stata l'ablazione sia orizzontale che verticale di esso, e

---

(1) *Osservazioni su recenti oscillazioni di alcuni ghiacciai del gruppo Ortler-Cevedale* (Rend. R. Ist. Lomb., Ser. II, Vol. 38, 1905, Milano).

Nuovi appunti sulle oscillazioni di alcuni ghiacciai della Valfurva (Valtellina) (Rend. R. Ist. Lomb. Ser. II, Vol. 39, 1906, Milano).

Sul ritiro attuale del ghiacciaio del Forno nella Valfurva e di alcuni altri ghiacciai della catena alpina. (Rendic. R. Ist. Lomb., Ser. II, Vol. 41, 1908, Milano).

Sulle recenti oscillazioni del ghiacciaio del Forno nell'alta Valtellina (Rivista mensile di Sc. Nat. « Natura », Vol. III, 1912, Pavia-Milano).

ben rilevabile anche il ritiro della sua fronte. Il sopraluogo fatto nell'agosto 1913 ha rilevato un altro forte ritiro; da rilievi fatti dal sig. A. Ceretti, studente nel nostro Politecnico, risulta che in 9 anni (1904-913) la fronte di tale ghiacciaio si è ritirata una quarantina di metri circa, diminuendo in larghezza di m. 34 in media, e con una ablazione verticale media di m. 9,25. Nello scorso agosto non venne fatto alcun rilievo.

Il ghiacciaio del Forno, del quale ho potuto a larghi tratti descrivere le sue variazioni avvenute dal 1864 in poi, dal 1904 al 1911 come già ricordai nel mio su citato lavoro, presentò pure un ritiro abbastanza notevole della sua fronte, ritiro che nel 1912 fu appena sensibile e che cessò nelle ultime due annate, presentandosi probabilmente in una fase di avanzamento nella zona mediana, come mi sembra aver potuto rilevare nello scorso mese di agosto nel tratto della sua fronte ove si apre la porta, la quale si presenta tuttora notevolmente schiacciata. Spero nel corrente anno di poter rilevare con maggiore esattezza gli spostamenti avvenuti della fronte di questo classico ghiacciaio valtellinese.

Modificazioni notevoli ha presentato il ghiacciaio, o vedretta come viene indicato dalle carte topografiche, che riempie la parte alta dell'ampio bacino di Cedeh, e specialmente sul suo lato orientale a nord della capanna. In questi ultimi anni la sua fronte si trovava alquanto a monte dei laghetti; ora si trova a valle di essi, ed una piccola lingua prolungatasi dalla fronte si trova insinuata fra due antichi cordoni morenici nella direzione del dosso arrotondato su cui si trova la capanna del C. A. I., ma dal quale però dista tuttora notevolmente. Fino a tre anni or sono lo sprone roccioso che si distacca dalla cresta qua e là sporgente dal ghiacciaio al passo del Cevedale, era quasi completamente e su larga zona in senso verticale non coperto da ghiaccio; al presente per un forte accrescimento in senso verticale il ghiacciaio che scende dal passo suddetto, e che contribuisce alla formazione dell'ampio ghiacchiaio di Cedeh, ricopre in gran parte detto sprone roccioso.

Degne di un certo interesse per lo studio delle modificazioni avvenute in questi ultimi anni dei ghiacciai della Valfurva, sono quelle che ho potuto rilevare nello scorso agosto percorrendo la parte terminale del ghiacciaio che si distacca in direzione nord dal M. Sobretta, ghiacciaio di cui finora nessuno si è occupato.

Il M. Sobretta (m. 3296) si innalza sulla sinistra del torr. Frodolfo a sud-ovest di S. Caterina, isolato dal gruppo Ortler-

Cevedale dalle valli del Frodolfo e del torr. Gavia. Il ghiacciaio che ricopre il suo versante settentrionale si spinge colla sua fronte largamente convessa, alla quota di m. 2800, portandosi alquanto più a valle sul lato nord-occidentale, dove la parte terminale di alcune piccole lingue di ghiaccio staccantesi dalla fronte raggiunge la quota di m. 2600.

Di uno sviluppo assai più notevole del ghiacciaio nord del Sobretta nel passato si hanno molte prove, come le morene sui fianchi del M. Malerbe, quelle nell'alta valle del torr. Sclanera, nell'alta valle del rio di Sobretta e nelle vallecole sboccanti in questo circa a metà del suo corso. Nel passato una lingua di ghiaccio si staccava dal lato N E del ghiacciaio, e si incanalava nella valletta di Sclanera, lasciando due bei cordoni morenici fiancheggianti ora a breve distanza l'alveo del torrente. Così va detto per altre lingue di ghiaccio che prolungavano dal lato N O e dal lato occidentale il ghiacciaio, e che si spingevano nei valloncelli dell'alta valle del rio Sobretta poco sotto alla bocchetta di Profa.

Questo sviluppo notevole del ghiacciaio del versante di S. Caterina del M. Sobretta, fa riscontro con quello che già ricordai pel ghiacciaio del Forno; ed è probabile che le due antiche morene a bastione nella valle di Sclanera si siano formate contemporaneamente alla grande morena laterale destra del ghiacciaio del Forno, già rilevata dallo Stoppani nel 1864.

Come già ho ricordato in un mio precedente lavoro, si è nel 1873 che si accentuò il ritiro di buona parte dei ghiacciai dell'alta Valfurva, che fu assai forte nel primo ventennio. Probabilmente anche il detto ghiacciaio del M. Sobretta in quello stesso periodo si trovava già in una fase di ritiro, la quale però in questi ultimi anni si è arrestata, sostituendosi ora ad essa una parziale fase di progresso. Ciò si è potuto constatare nella parte mediana della fronte di detto ghiacciaio, ove la parte sua più convessa ha guadagnato terreno in questi ultimi tre anni. Da essa si distacca, al presente una lunga lingua di ghiaccio in direzione N N E, la quale si è insinuata in uno dei tre piccoli solchi vallivi che si originano poco a valle del piccolo dosso arrotondato su cui si trova un *ometto* di pietra, alla quota di circa m. 3000.

Sui lati e sulla fronte di questa nuova lingua di ghiaccio, ho fatto diverse segnalazioni per poter studiare le oscillazioni che essa eventualmente potrà presentare nel corrente anno.

Milano, gennaio, 1915.

SUL MIO PROCESSO
DI OPERAZIONE RADICALE
PER IL CANCRO DELLA MAMMELLA

Nota del Prof. Iginio Tansini

Direttore della Clinica Chirurgica della R. Università di Pavia

(Adunanza del 28 gennaio 1915)

I motivi di questa mia comunicazione sono i seguenti:

I° la ormai lunga esperienza mi ha sempre più convinto della bontà, oserei direi della eccellenza del mio processo operativo sia riguardo il valore terapeutico, come riguardo la tecnica;

II° l'esperienza stessa mi ha insegnato alcune particolarità di esecuzione che credo bene ora di render note;

III° perchè ho visto anche recentemente da parte di un eminente chirurgo straniero far uso, quando ne fu riconosciuta la necessità, di una plastica decisamente riprovevole che non può reggere il confronto con quella da me ideata e che fa parte del mio processo operativo.

I.°

La cura del cancro della mammella colla estirpazione e con le più estese demolizioni trova sempre più aderenti poichè risultarono assolutamente inefficaci tutti i mezzi curativi proposti in questi ultimi tempi, e se taluno di essi, come il radio, ha potuto esercitare una benefica influenza sopra il cancro di altri organi si è mostrato affatto inefficace su quello della mammella.

Il processo operativo da me ideato fin dal 1896 è appunto inteso ad aggiungere alle profonde demolizioni anche quella

totale della pelle mammaria che è sede frequente di recidiva (1). La recidiva cutanea si verifica nella grandissima maggioranza dei casi sulla cicatrice e sue immediate vicinanze sotto forma di noduli più o meno voluminosi. Si ha, osservando questi casi, l'impressione che se, a suo tempo, si fosse tolta quella zona di pelle che comprende precisamente quella che ricopriva la ghiandola mammaria non si sarebbe ancora in quei casi verificata la recidiva.

Con i processi operativi anche i più demolitori, a tutti noti, la pelle è più o meno largamente asportata se ed in quanto è già invasa evidentemente dal processo morboso e la direzione e forma delle incisioni hanno altre ragioni che non sia quella di togliere terreno alla recidiva cutanea locale. Infatti tutte le incisioni ammettono la riunione diretta dei margini della ferita. Nessun autore andò più in là della demolizione larga della pelle e, ripeto, a pelle non largamente inficiata ed apparentemente sana, ogni incisione deve permettere la cucitura immediata. Mentre io prescrivo di togliere, in ogni caso di cancro ben accertato, tutta la pelle mammaria: solo con questa completa demolizione si completerà il tipo della operazione radicale. Ma con tale asportazione non è più possibile di riunire direttamente i margini della ferita: da ciò la necessità di una plastica.

Se ho ideato, pubblicato ed applicato questo concetto e piano terapeutico fino dal 1896, non l'ho però per varii anni frequentemente usato perchè riconobbi tosto un difetto di tecnica che diminuiva il valore dell'operazione. Il lembo autoplastico che io confezionava solo colla pelle cadeva troppo spesso per un buon terzo in gangrena. Fu dopo il 1906 quando, scolpendo il lembo muscolo cutaneo ho potuto evitare in modo sicuro questo accidente, che ho fatto più frequentemente l'applicazione del mio processo con risultati i più soddisfacenti.

---

(1) Chavannaz, (Revue mens. de gynecol. d'obst. et de pédiatrie de Bordeaux 1902 — Mémoire du concours Dandet. Acad. de Médec. 1901 — «... les recherches récentes ayant montré combien large est la zone cutanée suspecte dans le cancer du sein ».

Koeser (Thèse de Bâle 1880) cita 26 casi di recidiva nella cicatrice sopra 43 recidive.

Rieffel, (Traité d'anatomie. Poirier — Charpy T. V. p. 679) sopra 286 amputazioni con svuotamento del cavo ascellare nota 128 volte la recidiva locale nella pelle e cioè il 45 p. % e

Gross sopra 496 casi operati nota 294 volte la recidiva nella cicatrice e vicinanze.

Posso anche aggiungere che risultati assai soddisfacenti ottennero coloro che hanno usato il mio processo operativo, e ne hanno favorevolmente scritto Campari di Lecco, Cignozzi di Grosseto, che ne volle estendere l'indicazione ai casi di tubercolosi mammaria con alterazione della pelle, Crosti di Milano, che potè operare con buon risultato casi già giudicati inoperabili da altri chirurghi, D'Este di Treviglio, Cernezzi di Cittiglio, Albanese di Palermo, Ajello di Palermo, Uffreduzzi di Torino, Thevenhard di Parigi, che l'usò varie volte e ne riferì assai favorevolmente alla Società dei Chirurghi di Parigi, Guibé clinico-chirurgo della Facoltà di Caen, che volle diffonderne la conoscenza con una bella pubblicazione sulla „ Presse Médicale „ di quest'anno, Bindi di Poppi che pubblicò recentemente un caso assai grave di cancro diffuso della mammella con interessamento esteso della pelle, già in un punto ulcerata, nel quale la guarigione dura perfetta da sei anni e mezzo.

II.°

Non mi indugerò sopra la tecnica fondamentale perchè fu già oggetto di pubblicazione: solo credo bene di precisare alcuni particolari perchè l'esecuzione possa riuscire perfetta come l'esperienza mi ha insegnato. Anche a me avvenne varie volte di non riuscire esatto nelle dimensioni del lembo autoplastico. Stimo prudente, specialmente per chi applica il processo operativo le prime volte, che si prendano alcune misure con un nastro e si disegni colla tintura di jodio il lembo dorsale. L'errore più frequente è che il lembo riesca corto: in questo caso rimane aperto un triangolo verso lo sterno, più o meno largo: non è un grave difetto e si può riparare con piccoli innesti, però fa perder tempo nella esecuzione e poi nella cicatrizzazione.

Per evitare tale errore sarà bene orientarsi con un nastro teso dal centro del peduncolo, sulla scapola, passando pel cavo ascellare, fino all'estremità sternale della ferita. Si terrà conto di una certa arrendevolezza dei margini, che si proverà ogni volta, per valutarne la estensione, per evitare di formare un lembo troppo lungo che nella sua parte marginale estrema sarebbe poco vitale.

Meno facile è un errore per la larghezza del lembo: è ben difficile che questo risulti troppo stretto; anzi bisognerà aver cura di non tenerlo inutilmente troppo largo, come si tende a fare, commisurandolo così ad occhio, sulla larghezza della fe-

rita pettorale, poichè se la larghezza del lembo è eccessiva, mentre non è reclamata dal bisogno della plastica, crea una difficoltà non necessaria alla riunione della ferita dorsale.

Il lembo dorsale non deve essere largo come è larga la ferita lasciata a se risultante dall' ablazione della mammella: bisogna tener conto che i margini della ferita mammaria, per la scorrevolezza della pelle, possono essere sensibilmente avvicinati riducendo così notevolmente l' ampiezza della ferita e solo sopra questa dimensione si deve commisurare l' ampiezza del lembo dorsale.

La scorrrevolezza della pelle è varia a norma degli individui, perciò non si può dare una norma generale, ma bisogna regolarsi caso per caso.

Colle incisioni tanto pettorale come dorsale bisogna evitare ogni dissecazione cutanea, ma procedere direttamente fino al piano profondo così da comprendere sicuramente la sostanza muscolare: con ciò si assicura vieppiù la vitalità del lembo anche nella parte marginale, si evitano innesti, si perde meno sangue, e si fa più presto.

Buona norma per evitare innesti cancerigni sarà di tenere separati in modo assoluto gli strumenti che devono servire per l'ablazione della mammella e svuotamento dei cavi ascellare e sottoclaveare, da quelli che devono usarsi per la confezione del lembo.

Ancora mi permetto di richiamare l'attenzione sopra un'altra apparentemente minuscola esigenza o particolarità, ma che la esperienza mi ha dimostrato di non disprezzare, che riguarda la fasciatura.

Si deve aver cura che questa sia ben fatta, che i giri di benda esercitino una compressione *uniforme* e che nel suo assieme la fasciatura non sia molto compressiva come si tende a renderla quando la si applica dopo una amputazione del seno coi metodi ordinari.

In questi casi è bene che la fasciatura sia compressiva poichè, si metta o no il drenaggio, esistono spazi morti ed una vera cavità che è bene di abolire colla compressione: mancando questa si possono verificare talora ematomi, spesso collezione di liquido sieroematico dannosa alla rapida guarigione. In seguito alla operazione da me ideata non esistono spazi morti, non si applica mai il drenaggio, nessuna necessità pertanto di compressione, mentre un giro di benda che stringa più degli altri, od una compressione generale eccessiva può ingenerare decubito sul lembo e comprometterne parzialmente la vitalità.

III.°

Con la riconosciuta necessità di demolizioni profonde ed estese risulta sempre più preziosa una plastica ben appropriata. Ne furono già proposte varie ed una che fu ideata già dal Legueu (1) o dal Groeve (di Upsala) (2), che ebbe qualche favore e che fu applicata da Assaky (3), Franke (4), Morestin (5), Nanu (6), Chavannaz (7), consiste nel trapiantare la mammella sana sulla larga breccia lasciata dalla estirpazione della mammella ammalata o da una operazione per recidiva locale. Non esito a dichiarare tale plastica riprovevole, tanto più se la si mette in confronto con quella da me proposta. Avendo ora visto che recentemente il prof. Eiselsberg (8) ha applicato ancora tale processo, che egli chiama di Payr, per colmare la larga breccia risultante da operazioni ad oltranza in casi di gravi e ripetute recidive locali, spinte fino alla resezione della parete toracica, credo bene di insistere brevemente sopra questo argomento per meglio mettere in evidenza e giustificare il mio giudizio.

A parte la questione estetica ed il valore pratico in ogni caso io non comprendo come non si sia pensato al pericolo di tale plastica ed eminenti chirurghi si siano, con unilateralità di veduta, lasciati adescare dalla facilità di esecuzione senza pensare al concetto terapeutico; tanto più che tale plastica fu sempre applicata solo nei casi di recidive o di malattia assai inoltrata con evidente compromissione della pelle o delle altre parti sottostanti alla ghiandola mammaria.

In questi casi, come del resto anche in quelli meno gravi, il terreno sul quale si deve trasportare il lembo autoplastico è sempre sospetto e specialmente nei casi di recidiva locale profonda, per quanto ben ripulito, nessuno può assicurare che in tale terreno non vi siano rimasti germi cancerigni, tessuti o vasi linfatici inficiati.

Ebbene sopra tale terreno vi si trasporta un organo sano

(1) Leçons de clinique chir. 1902 p. 162 — Congrés de chir. 1898.
(2) Centralbl. f. Chirurgie 8 ott. 1898.
(3) Münch. Med. Wachen. XLV 1890.
(4) Deutsch. Zeitsch. f. Chir. t. XLIX p. 600.
(5) Gazette d. Hop.
(6) Congrés inter. 1900 p. 606)
(7) Loc. cit.
(8) Clinica chirurgica Anno XXII. Giugno 1914 p. 1212.

ricco di linfatici e di una squisita recettività pel cancro. Per tal guisa è evidentemente favorita la recidiva nella mammella sana ed una recidiva locale della regione primamente invasa troverà il modo ed il mezzo di diffondersi più alacramente per mezzo di essa e delle vie linfatiche.

Già il Morestin vide prodursi la recidiva nella mammella trapiantata ed in uno dei pochi casi nei quali l'Eiselsberg intervenne applicando questa plastica, dopo qualche tempo dall'operazione e della guarigione operativa si rivelarono ingrossamenti delle ghiandole linfatiche nella regione ascellare del lato sano.

Come si può escludere che tali metastasi non siano state prodotte dal contatto diretto, dirò proprio dall' innesto dell'organo sano coi suoi linfatici sopra un terreno invaso dal cancro per ostinata recidiva?

E non è riprovevole di offrire all' invasione cancerosa un organo e vie linfatiche numerose dirette alle pleiadi ascellari del lato sano?

E anche quando nella recidiva nella mammella trapiantata non si volesse riconoscere in tutti i casi l' effetto di un innesto diretto perchè talvolta la mammella superstite si fa sede spontaneamente di recidiva, quali gravi difficoltà si incontreranno necessariamente, in ogni caso, per la demolizione dell'organo cicatrizialmente aderente ai piani sottostanti!

Col mio lembo dorsale, nella peggiore ipotesi, l' invasione avverrà in un pezzo di muscolo o di pelle le cui connessioni linfatiche sono scarsissime e che trovano la via preclusa per la già avvenuta completa estirpazione delle ghiandole ascellari dello stesso lato ammalato verso le quali dovrebbesi, se mai, dirigersi la corrente cancerifera.

I PERICOLI DEI SILÒ
NON SUFFICIENTEMENTE RISCALDATI

(a proposito di un lavoro americano).

Nota del M. E. COSTANTINO GORINI

(Adunanza del 28 gennaio 1915

Come già comunicai a questa insigne Accademia (1), le mie ricerche batteriologiche sui foraggi infossati o *silò* hanno dimostrato (1906) che comunemente tende in essi a prevalere una microflora butirrica, la quale riesce dannosa sotto vari punti di vista.

Dannosa per le trasformazioni troppo profonde che essa induce nei foraggi e particolarmente nei loro componenti azotati; *dannosa* per l'azione infesta che essa spiega sulle funzioni e fermentazioni intestinali del bestiame; *dannosa* per le ripercussioni perniciose che essa esercita sul latte e sui prodotti caseari.

Ho dimostrato d'altra parte (1907) che si danno alcuni silò o, piuttosto, alcune zone di silò nelle quali predomina invece una microflora lattica, che è da considerarsi benevola sotto il duplice rispetto economico-igienico, perchè dà origine a processi fermentativi che non provocano degradazioni dissipanti nella sostanza organica dei foraggi e che tornano propizî sia per le funzioni intestinali sia per i latticini; tant'è

(1) GORINI C., *Rendic. R. Ist. Lomb. Sc. e Lett.*, Vol. 47, 26 Marzo, 1914.

Cfr., poi le mie sette relazioni « Ricerche batteriologiche sui foraggi conservati nei silos » pubblicate nell'*Annuario dell' Istituzione Agraria Ponti*, edito dalla R. Scuola Sup. di Agricoltura di Milano (Annato 1904 e seguenti).

vero che i fermenti lattici sono usati per combattere le fermentazioni anormali così nei prodotti caseari (burro e cacio) come nell'intestino. Venni così a distinguere due sorta di silò che differenziai coi nomi di *silò butirrici* e *silò lattici*.

In base ai suesposti accertamenti mi sono proposto di studiare come fosse possibile promuovere in seno ai silò il predominio benefico della flora lattica. A tal uopo ho suggerito due mezzi: l'impiego di fermenti selezionati e la limitazione della temperatura di fermentazione. Infatti essendo andato alla ricerca delle cause che potessero spiegare il differente orientamento fermentativo riscontrato nelle due specie di silò, ho ravvisato nella temperatura di fermentazione il momento principale indicando come punto critico la temperatura attorno ai 50° C; nel senso che, *coeteris paribus*, (a parità cioè di foraggio, di contenuto microbico originario etc.) le temperature superiori a questo punto critico guidano ai silò butirrici, mentre le temperature inferiori avviano ai silò lattici. Ciò corrisponde appuntino alle nostre cognizioni sulla resistenza termica delle due sorta di germi; gli sporigeni fermenti butirrici sono più termoresistenti dei fermenti lattici non sporigeni.

Ora, quando si consideri che d'ordinario, e per consiglio anzi degli stessi trattatisti, nel caricamento dei silò si lascia che essi raggiungano i 60-65° C. ed oltre, nessuna maraviglia se dalle mie analisi è risultato che i silò appartengono in maggioranza al tipo butirrico, mentre il silò lattico è raro e, piuttosto che abbracciare interi silò, è pressochè limitato a certe porzioni di silò, quelle porzioni che presumibilmente non hanno partecipato al surriscaldamento della massa. Onde derivano quei *silò disuniformi* da me pure segnalati.

Conclusi pertanto che, se vogliamo agevolare lo sviluppo dei fermenti lattici nei silò, dovremo impedire che questi si riscaldino al disopra dei 50° C.; il che si otterrà regolando opportunamente la esclusione dell'aria mediante una appropriata e tempestiva compressione che si può effettuare coi soliti mezzi, senza ricorrere ad apparecchi nè ad impianti speciali.

Resta ora a vedere quale fra le temperature non superiori ai 50° C. si presenti come la più raccomandabile per il miglior esito dei silò lattici sotto i diversi aspetti.

Se badiamo alla vitalità dei fermenti lattici abbiamo sufficiente libertà di elezione; come misi in luce in lavori pre-

cedenti (1), esistono fermenti lattici che funzionano a temperature alte (persino attorno ai 50° C.) come ve ne sono che funzionano a temperature basse (persino al disotto dei 20° C); per cui qualunque temperatura potrebbe essere adottata.

Ma vi è da tener d'occhio la microflora antagonista. E a questo riguardo non credo prudente di discendere troppo in giù; imperocchè vi sono bensì fermenti lattici adattati a temperature basse, ma non tali da svilupparvisi così rigogliosamente e rapidamente come vi si sviluppa all'incontro tutta una microflora che è capace di cagionare deterioramenti nei foraggi, prima che i fermenti lattici abbiano avuto tempo e modo di spiegare la loro azione conservatrice mercè un conveniente inacidimento; detta microflora pericolosa può invece essere agevolmente eliminata o inibita pur che si innalzi di alquanto la temperatura di fermentazione.

È ben noto l'infracidimento che si verifica in quelle zone periferiche di silò che non hanno subìto sufficiente riscaldamento; questo infracidimento è dovuto all'azione simbiotica di eumiceti e di schizomiceti che prosperano appunto a temperatura bassa.

Vero è che alla marcescenza delle zone periferiche dei silò contribuisce anche l'accesso dell'aria, il quale invece è precluso nelle zone interne; ma non è detto che i germi della marcescenza siano tutti aerobi obbligati; vi è ad esempio il gruppo importante dei *Proteus* che pur funziona anaerobicamente; io ho trovato peraltro in sviluppo rigoglioso persino delle muffe, che passano in generale fra i germi più squisitamente aerofili, nel centro di silò ben compressi. Gli è che praticamente è impossibile espellere al completo l'aria da un silò. Ce lo attestano anche Alpe e Menozzi nel loro studio chimico-agrario sui foraggi insilati (2). Del resto, ammettiamo pure che, mercè una compressione eccezionale, quale si usa ad esempio nei silò americani a compressione meccanica, si riesca a trattenere lo sviluppo delle muffe e di altri microbi più strettamente aerobi e con essi l'infracidimento *manifesto* in un silò, che possiamo chiamare freddo, fino alla sua apertura; non appena però esso venga decompresso e posto allo scoperto, cadrebbe celeremente in preda a quei fenomeni di ammuffimento e di sfacelo a cui assistiamo di consueto nelle parti periferiche dei silò. Di questa

---

(1) Gorini C., *Rendic. R. Acc. Lincei.* Vol. XXI, 1 Dicembre 1912.

(2) *Lavori della R. Scuola Sup. di Agricoltura di Milano.* — Milano, Tip. Agraria 1898.

evenienza ho avuto agio di persuadermi portando in Laboratorio dei campioni di silò apparentemente ben riusciti ma che non avevano subito riscaldamenti abbastanza elevati; essi si sono rapidamente immarciti, mentre i campioni dei silò sufficientemente riscaldati si conservarono a lungo in istato normale.

Ciò sta a significare che un silò freddo può anche non presentare *palesi* i segni di marcescenza, eppure trovarsi in quello stato che designerò di *imporrimento latente*, il quale corrisponderebbe alla frollatura di certe carni mal refrigerate, per cui esse sono destinate a dissolversi rapidamente al primo contatto colle condizioni ambiente.

Ora io non credo che uno stato di imporrimento latente dei foraggi, al pari della frollatura delle carni, vada scevro di inconvenienti dal punto di vista dell'igiene alimentare del bestiame e quindi anche della produzione igienica del latte e dei latticini.

« Nè a scagionare simili foraggi basterebbe la constatazione se essi siano appetiti dagli animali; certamente ciò ha il suo peso; ma bisogna peraltro considerare che chi ha fame è di buona bocca, specialmente se non ha troppa scelta di cibi. I bovini e gli equini possono, per sfamarsi, una volta superate le prime renitenze, valersi anche di foraggi poco nutrienti ed anche di foraggi dannosi al loro benessere. Io ho visto dei silò decisamente marci che erano consumati compiacentemente dalle mucche... con quali vantaggi per la loro nutrizione e per il loro latte lo lascio immaginare agli zootecnici e ai cascinai! »

Così scrivevo già nel 1907 nella mia relazione terza all'*Istituzione Agraria Ponti*, corroborando i miei giudizi con quelli di un collega americano, il dottor Chas Thom, attualmente addetto ai Laboratori del Dipartimento di Agricoltura degli Stati Uniti, il quale mi fu gradito compagno in una escursione agraria e mi favorì interessanti notizie sui silò tanto comunemente in uso nell'America del Nord. Ora di tutto ciò piacemi trovare nuova conferma in un pregevole studio che due altri colleghi americani, Esten e Mason della Stazione Sperimentale Agraria di Storrs nel Connecticut, hanno compiuto sulle fermentazioni simbiotiche che si compiono durante l'infossamento dei foraggi nell'intento di fissare le condizioni migliori per preparare i silò (1).

(1) W. M. Esten e C. J. Mason, *Silage Fermentation*. Storrs Agricultural Experiment Station, Bulletin 70, 1912.

Pur essi assegnano la massima importanza alla temperatura; pur essi condannano le temperature troppo elevate; pur essi però ammoniscono che *anche le temperature troppo basse* danno un silò di qualità scadente (*a poor quality of silage*), in causa di processi distruttivi operati da microbi infesti, i quali sono in grado di svilupparsi prima che il silò abbia raggiunto il grado di inacidimento necessario alla sua conservazione. E le loro cautele contro il raffreddamento dei foraggi infossati si spingono a tale, da consigliare di costruire i silò non già in muratura nè in pietra, come di consueto, ma in legno, affine di scemare al possibile il disperdimento del calorico. Imperocchè, affermano, le temperature basse non favoriscono la produzione di acidi bensì favoriscono fermentazioni distruttive che danno odori e sapori disgustosi ai foraggi. Esten e Mason hanno osservato ottimi silò con una temperatura attorno ai 30° C.

Dal canto mio, come feci conoscere in un precedente lavoro e come mi risulta da ulteriori prove in corso di pubblicazione, ho ottenuto silò lattici lodevolissimi anche con una temperatura di soli 30-35° C. Si potrebbe pertanto concludere che tutte le temperature fra 30° e 50° C. siano confacenti per i silò *lattici*. Siccome poi meno la temperatura si eleva e meno profonde sono le trasformazioni organiche che si compiono in seno ai foraggi, verrebbe fatto di consigliare, agli effetti della conservazione, di tenersi piuttosto verso i 30° C. che verso i 50° C.

Queste considerazioni hanno evidentemente preoccupato Esten e Mason quando, nel raccomandare un sufficiente riscaldamento dei silò, si arrestano alla temperatura di 37° C., avvertendo che le temperature superiori espongono a processi troppo distruttivi. E la loro preoccupazione appare giustificata dal momento che essi non ricorrono alla semina di fermenti selezionati quale io invece ho consigliato (1907).

E per vero, se in un silò scaldato verso i 50° C. si verificasse un'insufficienza innata quantitativa o qualitativa di fermenti lattici resistenti a quella temperatura, potrebbe il silò stesso cadere in preda ai fermenti butirrici più termoresistenti e degenerare ugualmente nel paventato silò butirrico, al pari di un silò surriscaldato oltre i 50° C. Ma quando noi con un'opportuna aggiunta artificiale di fermenti selezionati assicuriamo la presenza e l'attività preservatrice della flora lattica anche attorno ai 50° C., possiamo ben permettere che la temperatura di fermentazione si spinga fino a questo punto senza tema per la conservazione dei foraggi.

E ciò sarà tanto di guadagnato nella lotta contro i germi

antagonisti meno termoresistenti, i quali, ripeto, non mi sembrano meno pericolosi dei più termoresistenti. Qui mi soccorrerebbero altri argomenti in favore del riscaldamento attorno ai 50° C.; ma mi riserbo di tornarci sopra in altra occasione.

***

Mi basta per ora di aver ribadito l'allarme, che ho sollevato da tempo, non solamente contro l'eccessivo riscaldamento ma anche contro l'insufficiente riscaldamento dei silò, suffragando le mie osservazioni colle conclusioni di un pregevole lavoro americano, il quale ha tanto maggior peso in quanto proviene da paesi, dove la pratica dell'infossamento dei foraggi è notoriamente molto diffusa e perfezionata (1).

Dal Laboratorio di Batteriologia della R. Scuola Superiore d'Agricoltura di Milano.

---

(1) Queste medesime direttive mi hanno guidato nei miei studi circa l'influenza della temperatura sulla microflora del fieno, avendo anche là segnalato l'esistenza di *fieni butirrici* e *fieni lattici*.
(*Rend. R. Accad. Lincei,* Vol. XXIII, 21 Giugno 1914).

SUI NUCLEI SIMMETRIZZABILI

Nota del M. E. prof. GIULIO VIVANTI

(Adunanza del 28 gennaio 1915)

1. Un nucleo $K(s,t)$ si dice *simmetrizzabile*, se esiste un nucleo simmetrico definito $G(s,t)$ tale, che la funzione:

$$H(s,t) = \int G(s,u)\,K(u,t)\,du,$$

dove l'integrale, come tutti i successivi, si intende esteso da 0 ad 1, sia simmetrica. J. MARTY, a cui è dovuto lo studio dei nuclei di questo tipo, afferma (*) che ad essi si può estendere la dimostrazione dell'esistenza di un valore singolare (*Eigenwert*) data per i nuclei simmetrici da E. SCHMIDT (**), considerando le funzioni:

$$\Phi_n(s,t) = \int G(s,u)\,K_n(u,t)\,du \tag{1}$$

ed i numeri:

$$U_n = \int \Phi_n(s,s)\,ds,$$

dove $K_n(s,t)$ è l'n-esimo nucleo iterato di $K(s,t)$.

Noi vogliamo far vedere come il procedimento di SCHMIDT possa notevolmente semplificarsi mediante l'applicazione di alcune proprietà elementari delle serie di potenze (***).

(*) Comptes-Rendus des séances de l'Acad. des Sc. de Paris, T. 150, 1910, p. 1031-1033.

(**) *Entwicklung willkürlicher Funktionen nach Systemen vorgeschriebener*, Göttingen, 1905.

(***) Un concetto analogo applica A. KNESER (Rend. del Circ. mat. di Palermo, T. 22, 1914, p. 233-240) al caso dei nuclei simmetrici. Egli avrebbe però potuto evitare ogni calcolo per la determinazione del minimo valore singolare, ricordando che, se $\lim_{n=\infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} = l$, la serie di potenze $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ ha il raggio di convergenza $|l|$ e il punto singolare $x = l$ (J. HADAMARD, *La série de Taylor et son prolongement analytique*,

Dimostriamo anzitutto che le funzioni $\Phi_n(s,t)$ sono simmetriche.

La prima, $\Phi(s,t)$, lo è, perchè coincide con $H(s,t)$.

Si ha poi:

$$\Phi_n(s,t) = \int\int G(s,u) K_{n-1}(u,v) K(v,t)\, du\, dv =$$
$$= \int \Phi_{n-1}(s,v) K(v,t)\, dv,$$

$$\Phi_n(s,t) = \int\int G(s,v) K(v,u) K_{n-1}(u,t)\, du\, dv;$$

ora, per la simmetria delle funzioni H, G, si ha:

$$\int G(s,v) K(v,u)\, dv = \int G(u,v) K(v,s)\, dv = \int G(v,u) K(v,s)\, dv,$$

quindi:

$$\Phi_n(s,t) = \int\int G(v,u) K_{n-1}(u,t) K(v,s)\, du\, dv =$$
$$= \int \Phi_{n-1}(v,t) K(v,s)\, dv.$$

Pertanto, supposta Φ_{n-1} simmetrica, risulta:

$$\Phi_n(s,t) = \int \Phi_{n-1}(t,v) K(v,s)\, dv = \Phi_n(t,s).$$

Di qui e dalla formola (1) segue che: *Se un nucleo è simmetrizzabile, lo sono pure tutti i suoi iterati.*

Paris, 1901). In virtù di questo teorema $\lim\limits_{n=\infty} \frac{U_{2n}}{U_{2n+2}} = \lambda^2$ è il minimo valore singolare di $K_2(s,t)$, e quindi λ quello di $K(s,t)$. Da questa espressione si passa a quella di KNESER, osservando che dalla identità:

$$\frac{U_{2n}}{U_{4n}} = \frac{U_{2n}}{U_{2n+2}} \frac{U_{2n+2}}{U_{2n+4}} \cdots \frac{U_{4n-2}}{U_{4n}}$$

segue:

$$\lim_{n=\infty} \frac{U_{2n}}{U_{4n}} = \lim_{n=\infty} \frac{U_{2n}}{U_{2n+2}} \lim_{n=\infty} \frac{U_{2n+2}}{U_{2n+4}} \cdots \lim_{n=\infty} \frac{U_{4n-2}}{U_{4n}} = \left[\lim_{n=\infty} \frac{U_{2n}}{U_{2n+2}}\right]^n,$$

e quindi:

$$\lambda = \left[\lim_{n=\infty} \frac{U_{2n}}{U_{4n}}\right]^{\frac{1}{2n}}.$$

Dall'ipotesi che $G(s,t)$ è definito segue che:

$$a) \qquad \Phi_{2n}(s,s) = \int\int G(s,u)\, K_n(u,v)\, K_n(v,s)\, du\, dv$$

$$= \int\int G(u,v)\, K_n(u,s)\, K_n(v,s)\, du\, dv > 0,$$

e quindi $U_{2n} > 0$;

$b)$ qualunque sieno le funzioni φ, ψ, si ha (****):

$$\left[\int\int G(u,v)\, \varphi(u)\, \psi(v)\, du\, dv\right]^2 \leq$$

$$\int G(u,v)\, \varphi(u)\, \varphi(v)\, du\, dv . \int G(u,v)\, \psi(u)\, \psi(v)\, du\, dv.$$

Facendo in quest'ultima relazione:

$$\varphi(u) = K_{n-1}(u,s), \quad \psi(u) = K_{n+1}(u,s),$$

ne risulta:

$$\Phi^2_{2n}(s,s) \leq \Phi_{2n-2}(s,s) . \Phi_{2n+2}(s,s),$$

e quindi:

$$U_{2n} = \int \Phi_{2n}(s,s)\, ds \leq \int \left[\Phi_{2n-2}(s,s)\, \Phi_{2n+2}(s,s)\right]^{\frac{1}{2}} ds;$$

ma per la diseguaglianza di SCHWARZ:

$$\left\{\int \left[\Phi_{2n-2}(s,s) . \Phi_{2n+2}(s,s)\right]^{\frac{1}{2}} ds\right\}^2 \leq \int \Phi_{2n-2}(s,s)\, ds . \int \Phi_{2n+2}(s,s)\, ds,$$

quindi:

$$U^2_{2n} \leq U_{2n-2}\, U_{2n+2},$$

ossia:

$$\frac{U_{2n}}{U_{2n-2}} \leq \frac{U_{2n+2}}{U_{2n}}.$$

Il rapporto $\frac{U_{2n}}{U_{2n-2}}$ cresce dunque insieme ad n, e quindi per $\lim n = \infty$ tende ad un limite positivo finito od infinito l;

(****) Cfr.: J. MARTY, Comptes-Rendus, T. 150, 1910, p. 515-518.

e la serie di potenze:

$$\sum_{n=0}^{\infty} U_{2n+2}\, x^n$$

ha il raggio di convergenza *finito* $\frac{1}{l}$.

Ricordiamo ora che la serie di potenze:

$$\sum_{n=0}^{\infty} K_{2n+2}(s,t)\, x^n ,$$

per tutte le coppie di valori s, t contenute nel quadrato di vertici (0,0), (0,1), (1,0), (1,1), ha raggio di convergenza ϱ non nullo ed indipendente da s, t (*****); lo stesso raggio di convergenza avrà quindi la serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n \int\int G(s,t)\, K_{2n+2}(s,t)\, ds\, dt = \sum_{n=0}^{\infty} U_{2n+2}\, x^n ,$$

sicchè $\varrho = \frac{1}{l}$. Ciò prova che il nucleo $K_2(s,t)$ ammette almeno un valore singolare, e che il modulo minimo dei suoi valori singolari è $\frac{1}{l}$. Ne segue che anche il nucleo $K(s,t)$ ammette valori singolari, e che il loro modulo minimo è $\frac{1}{\sqrt{l}}$ (******).

2. Come applicazione del teorema d'esistenza ora stabilito, dimostriamo il teorema seguente:

Se φ_i (s) *sono le funzioni singolari* (Eigenfunktionen), *e* λ_i *i valori singolari, d'un nucleo:*

$$\mathrm{K}(s,t) = \mathrm{N}(s,t)\, \mathrm{V}(t),$$

dove N (s,t) *è un nucleo simmetrico definito, e* V (t) *è una funzione integrabile nell'intervallo* 01 (*******), *e se la serie:*

(*****) Come è noto, ϱ è il modulo della radice di modulo minimo della funzione intera $D(\lambda)$ di Fredholm relativa al nucleo $K_2(s,t)$.

(******) Il teorema su cui si fonda questa conclusione, dimostrato da Schmidt (l. c.) per nuclei simmetrici, è valido per qualunque nucleo.

(*******) Sui nuclei di questa forma v.: D. Hilbert, Nachr. d. K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, 1906, p. 439-480; J. Marty, Comptes-Rendus, T. 150, 1910, p. 515-518. 603-606; G. Fubini, Annali di mat., S. III, T. 17, 1910, p. 111-139. Però Hilbert e Fubini suppongono che la funzione $V(t)$ prenda soltanto i valori ± 1. Vedi anche: T. Lalesco, *Introduction à la théorie des équations intégrales*, Paris, 1912, p. 79.

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\varphi_i(s)\varphi_i(t)}{|\lambda_i|}$$

è equiconvergente nel campo:

$$\begin{cases} 0 \leq s \leq 1 \\ 0 \leq t \leq 1 \end{cases},$$

si ha:

$$N(s,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\varphi_i(s)\varphi_i(t)}{|\lambda_i|}.$$

Conviene premettere alcune osservazioni.

Il nucleo $K(s,t)$, come si sa, è simmetrizzabile; posto infatti:

$$G(s,t) = N(s,t)\ V(s)\ V(t), \tag{2}$$

che è definito, come $N(s,t)$, si ha:

$$H(s,t) = \int N(s,u)\ V(s)\ V(u)\ N(u,t)\ V(t)\ du =$$

$$= V(s)\ V(t) \int N(u,s)\ N(u,t)\ V(u)\ du,$$

che è funzione simmetrica. È pure noto che il nucleo $K(s,t)$ ammette valori singolari, e che questi sono reali. Si ottiene poi facilmente, per $\lambda_i \neq \lambda_h$:

$$\int V(s)\ \varphi_i(s)\ \varphi_h(s)\ ds = 0. \tag{3}$$

Invece si ha necessariamente:

$$\int V(s)\ \varphi_h^2(s)\ ds \neq 0; \tag{4}$$

infatti:

$$\frac{1}{\lambda_h} \int V(s)\ \varphi_h^2(s)\ ds = \int\int N(s,t)\ V(s)\ V(t)\ \varphi_h(s)\varphi_h(t)\ ds\ dt, \tag{5}$$

che è > 0, perchè $N(s,t)$ è definito. Dalle (3), (4) segue che, se $\theta(s)$ è una funzione singolare del nucleo $K(s,t)$, non può essere per tutti i valori di h:

$$\int V(s)\ \theta(s)\ \varphi_h(s)\ ds = 0.$$

Intenderemo di aver moltiplicate le funzioni $\varphi_h(s)$ per co-

stanti reali tali, che sia:

$$\int V(s)\, \varphi_h^2(s)\, ds = \varepsilon_h = \pm 1; \tag{6}$$

risulta allora dalla (5):

$$\frac{\varepsilon_h}{\lambda_h} > 0,$$

ossia:

$$\frac{\varepsilon_h}{\lambda_h} = \frac{1}{|\lambda_h|},$$

sicchè la relazione da dimostrarsi può scriversi:

$$N(s,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\varepsilon_i\, \varphi_i(s)\, \varphi_i(t)}{\lambda_i}.$$

Poniamo:

$$N(s,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\varepsilon_i\, \varphi_i(s)\, \varphi_i(t)}{\lambda_i} + Q(s,t). \tag{7}$$

Supposto $Q(s,t) \neq 0$, il nucleo $Q(s,t)\, V(t)$ è simmetrizzabile mediante la $G(s,t)$ data dalla (2); infatti:

$$\int N(s,u)\, V(s)\, V(u)\, Q(u,t)\, V(t)\, du =$$

$$H(s,t) - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\varepsilon_i\, V(s)\, V(t)\, \varphi_i(t)}{\lambda_i} \int N(s,u)\, V(u)\, \varphi_i(u)\, du$$

$$= H(s,t) - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\varepsilon_i\, V(s)\, V(t)\, \varphi_i(s)\, \varphi_i(t)}{\lambda_i^2},$$

che è funzione simmetrica.

Dalla (7) segue:

$$\int N(s,t)\, V(t)\, \varphi_h(t)\, dt = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\varepsilon_i\, \varphi_i(s)}{\lambda_i} \int V(t)\, \varphi_i(t)\, \varphi_h(t)\, dt$$

$$+ \int Q(s,t)\, V(t)\, \varphi_h(t)\, dt,$$

e quindi, tenuto conto della definizione delle φ_h e delle relazioni (3), (6):

$$\int Q(s,t)\, V(t)\, \varphi_h(t)\, dt = 0. \tag{8}$$

Poichè il nucleo $Q(s,t)\,V(t)$ è simmetrizzabile, esso ammette valori singolari; sia c uno di questi, $w(s)$ la corrispondente funzione singolare, sicchè:

$$w(s) = c\int Q(s,t)\, V(t)\, w(t)\, dt. \tag{9}$$

Da questa relazione risulta, per la simmetria di $Q(s,t)$:

$$\int V(s)\, w(s)\, \varphi_h(s)\, ds = c\int\int Q(s,t)\, V(s)\, V(t)\, \varphi_h(s)\, w(t)\, ds\, dt$$
$$= c\int V(s)\, w(s)\, ds \int Q(s,t)\, V(t)\, \varphi_h(t)\, dt,$$

e per la (8):

$$\int V(s)\, w(s)\, \varphi_h(s)\, ds = 0. \tag{10}$$

D'altra parte si ottiene dalla (7):

$$\int N(s,t)\, V(t)\, w(t)\, dt = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\varepsilon_i\, \varphi_i(s)}{\lambda_i} \int V(t)\, w(t)\, \varphi_i(t)\, dt$$
$$+ \int Q(s,t)\, V(t)\, w(t)\, dt,$$

ossia, per le (9), (10):

$$c\int N(s,t)\, V(t)\, w(t)\, dt = w(s),$$

sicchè $w(s)$ è funzione singolare del nucleo $K(s,t)$. Ma ciò rende impossibile la (10), per quanto si è trovato sopra. Quindi:

$$Q(s,t) \equiv 0.$$

CONCORSO AL PREMIO FOSSATI

scaduto il 1 aprile 1914.

Tema: *Illustrare con ricerche originali un fatto di anatomia macro o microscopica del sistema nervoso.*

(*Commissari:* MM. EE. Golgi; Marcacci, *rel.*; S. C. Morselli).

Al premio di « Fondazione Fossati » si presentarono quest'anno quattro concorrenti:

1°) il Dr. Vito Buscaino con tre memorie a stampa, pubblicate sulla « Rivista di patologia nervosa e mentale »;

2°) il Dr. Ugo Cerletti con una memoria dattilografata;

3°) il Dr. Alfonso Bovero con un lavoro pubblicato nelle « Memorie della R. Accademia delle scienze di Torino; e infine

4°) il Dr. Nello Beccari con sei lavori stampati nell'Archivio italiano di anatomia e di embriologia ».

I°) Nel primo lavoro dal titolo: « *Grassi, sterine e lipoidi nel sistema nervoso centrale, in condizioni normali, sperimentali e patologiche* », il Dr. Buscaino, dopo aver parlato brevemente dei caratteri generali dei grassi, della loro classificazione e della differenziazione in base ai criteri di solubilità e di colorabilità ed al comportamento verso la luce polarizzata, si addentra nella questione della presenza di sostanze grasse nelle pareti dei vasi cerebrali, entro le cellule di nevroglia e nell'interno delle cellule nervose.

A) Traendo elementi di confronto dal materiale offerto da un giovane di 30 anni ucciso in rissa, l'A. studia il comportamento dei granuli di grasso delle pareti vasali in 19 casi di malattie varie, ma prevalentemente del sistema nervoso, per concludere, in base ai reperti ottenuti, che egli ritiene « di importanza scarsissima, dal punto di vista patologico, le variazioni quantitative trovate delle sostanze grasse perivasali » e che anche qualitativamente « non fu trovata nessuna differenza, nè tra i singoli casi, nè tra questi ed il caso normale innanzi

descritto e tutto ciò malgrado la diversità delle sindromi cliniche e del reperto necroscopico ». (pag. 21).

Granuli di grasso furono pure riscontrati nella parete vasale cerebrale del cane, mentre non poterono essere messi in evidenza dei vasi cerebrali della cavia e del coniglio.

B) Quanto alla presenza di granuli entro le cellule di nevroglia, l'A. conclude che « in condizioni patologiche si sono avute variazioni quantitative approssimativamente corrispondenti a quelle delle sostanze perivasali »; modificazioni notevoli furono osservate in 2 casi, « ma è probabile che ciò dipenda dal fat o di che queste lesioni, come ritengono per casi consimili gli Autori, che si sono occupati di questa questione (p. e. Sciuti), erano avvenute intra vitam ». (pag. 26),

Aggiunge il Dr. Buscaino che « nelle cellule nevrogliche degli animali esaminati (cavia. coniglio, cane) si trovano rare cellule con rari granuli o cumuletti di granuli sudanofili ». (pag. 27).

C) Trattando infine del comportamento dei granuli di grasso contenuti nelle cellule nervose, l'A. viene alla conclusione che « in condizioni patologiche non si è potuta dimostrare nei casi esaminati nessuna variazione qualitativa », che « per le variazioni quantitative non si è potuto stabilire un rapporto netto con il processo morboso » e che « il vero pigmento bruno del locus niger di psicopatici adulti non contiene sostanze appartenti al gruppo generale delle sostanze grasse ». (pag. 35).

II°) In un secondo lavoro « *Sulla genesi e sul significato delle cellule ameboidi* », il Dr. Buscaino riprende lo studio di elementi cellulari, descritti con questo nome dall' Alzheimer e che « si trovano con una certa frequenza nel sistema nervoso di individui morti per affezioni acute o per riacutizzazione di affezioni croniche » (pag. 4).

Secondo il concetto dell'Alzheimer » le cellule ameboidi libererebbero il sistema nervoso dai prodotti patologici di disintegrazione; esse si rigonfierebbero in reazione ad uno stimolo esercitato dalla mielina patologica, scioglierebbero le particelle mieliniche, assimilando nel loro corpo le sostanze che si rendono libere, metabolizzando specialmente le sostanze grasse: i granuli così avrebbero una genesi intracellulare » (pag. 10). « È da notare però che non sempre dove ci sono prodotti di disintegrazione ci sono anche cellule ameboidi. Ciò risulta dalla esperienza di Alzheimer, il quale parla della loro presenza nelle forme acute e non sempre, ed è stato confermato da altri osservatori » (pag. 11).

L'A. si è domandato quall'è il significato delle cellule ameboidi, tentando di stabilire se esse sono delle forme protettive per il sistema nervoso, come ritengono l'Alzheimer ed altri, ovvero se esse sono forme nevrogliche degenerate, come verrebbero interpretate, ad esempio, dall'Eisath e dal Cerletti.

A) « Ripetendo e variando in una prima serie di ricerche (pag. 13) gli esperimenti di Rosental », cioè esaminando preparati di pezzi del sistema nervoso fissati subito dopo la morte dell'animale (cane), oppure preparati ottenuti da pezzi di sistema nervoso abbandonato rispettivamente per 24, 48, 72, 96 ore dopo la morte dell'animale entro la scatola cranica, il Dr. Buscaino conclude, in base ai risultati da lui ottenuti, che (pagina 18) « con il progredire delle variazioni cadaveriche anche le cellule nevrogliche subiscono alterazioni e più prontamente, se si tengono i pezzi nella stufa a 37° ».

« Il protoplasma prende a lungo andare (dopo 96 ore in generale, certe volte anche più presto), oltre la forma, l'aspetto anche caratteristico omogeneo, opaco della cellula ameboide per la perdita della sua translucidità normale. Il nucleo infine ora appare più piccolo, ora più voluminoso, ma perde anch'esso la sua translucidità normale ».

B) Ma l'A non si è limitato allo studio delle alterazioni postmortali delle cellule nevrogliche; egli ha voluto anche studiare le alterazioni delle cellule gliali prodotte da variazioni chimiche dell'ambiente liquido esterno. A raggiungere il suo intento, ricordandosi che (pag. 19) « durante l'autolisi la reazione dei succhi cellulari e organici si altera (diventando ora alcalina, ora acida) », il Dr. Buscaino ha avuto l'idea di provare « se le cellule gliali, messe in soluzioni acide o alcaline, non abbiano a mostrare qualche variazione di notevole interesse per la interpretazione di certe forme patologiche della nevroglia » (pag. 20).

Egli ha perciò posto dei pezzi di cervello di cane in soluzioni, variamente concentrate, di soda caustica e di acido cloridrico, lasciandoveli immersi da 6 a 24 ore e ottenendo così dei risultati « costanti ». (pag. 21).

L'A. afferma (pag. 27, 28) che « le cellule gliali, rispetto alle soluzioni acide ed alcaline, seguono fedelmente le variazioni descritte da altri osservatori per la fibrina e la gelatina, cioè si alterano più nella soluzione acida, che nell'acqua distillata, più nella soluzione alcalina che nella soluzione acida, più nelle soluzioni alcaline o acide più concentrate che nelle meno concentrate, più con un tempo più lungo (entro i limiti

esaminati) che con un tempo più corto di immersione nella soluzione scelta, meno in presenza di un sale (cloruro sodico) ».

In base ai due ordini di ricerche da lui istituiti, l'A. si crede quindi autorizzato a concludere che le cellule ameboidi sono forme degenerate delle cellule gliali.

III°) L'ultimo lavoro del Dr. Buscaino, dal titolo « *Rigonfiamento torbido e necrosi granulare delle cellule nevrogliche. — Ricerche sulla natura dei Methylblaugranula* » è una continuazione del lavoro precedente. In questo egli si era limitato ad affermare che le cellule ameboidi dovevano essere considerate come delle forme regressive delle cellule nevrogliche. Ma poichè (pag. 4) « tra le varie norme di degenerazione, note in patologia generale, quella che presenta una certa somiglianza generica con le forme ameboidi della nevroglia è il cosidetto rigonfiamento torbido », egli si è ora proposto di stabilire se esiste un parallelismo completo tra le cellule in stato di rigonfiamento torbido e le cellule ameboidi. Ma come stabilire questo parallelismo? Ricercando, dice l'A., 1°) se nelle cellule in stato di rigonfiamento torbido ci sono Methylblaugranula con i caratteri delle granulazioni del rigonfiamento torbido; 2°) se i Methylblaugranula delle cellule ameboidi hanno i caratteri delle granulazioni del rigonfiamento torbido.

1°) Per rispondere al primo punto, ha studiato il rene di cane morto per intossicazione acuta da calomelano, in cui ha potuto riscontrare la presenza di « cellule rigonfie, con granuli colorabili intensamente in turchino con il turchino di metile, ed insolubili in acqua, in xilolo, in etere solforico, solubili in soluzioni di acido acetico e di soda: caratteri questi sufficienti per far ritenere le suddette cellule in stato di rigonfiamento torbido (con granulazioni di natura proteica).

Esistono d'altro canto nello stesso rene cellule in uno stato patologico più avanzato, ridotti a un cumulo soltanto di detti granuli, cellule in stato di « necrosi granulare », processo patologico ben noto nella patologia generale e che è stato descritto anche per il rene » (pag. 8).

2°) Fissato questo caposaldo, non rimaneva, secondo l' A., che da stabilire se i Methylblaugranula si possono mettere in evidenza anche nelle cellule ameboidi umane.

« Facendo la colorazione con il turchino di metile soltanto (di sezioni ottenute da pezzi fissati in mordente di Weigert + formalina) ovvero in unione con l'eosina, i granuli non risultano evidenti così facilmente come con l'ematossilina di Mallory, ma qua e là si scorge nettamente che essi si colorano in

turchino » (pag. 9). E poichè risulta che (pag. 11) « i Methylblaugranula delle cellule ameboidi umane sono insolubili in acqua, in alcool assoluto, in xilolo, in etere solforico; sono solubili in acido acetico (in sostanza) ed in soluzione (anche diluita) di soda », il Dr. Buscaino si ritiene autorizzato ad affermare che detti granuli « sono perciò, per i loro caratteri qualificativi, perfettamente corrispondenti agli altri granuli antecedentemente descritti per il rene patologico: l'unica differenza è la quantitativa, in quanto che quelli del rene si sciolgono facilmente e quelli delle cellule ameboidi umane meno facilmente in acido acetico ».

L'A. conclude perciò (pag. 12) che « viene dai dati comparativi con le cellule renali patologiche innanzi accennate e dai suddetti dati istochimici autorizzata la deduzione che le cellule ameboidi con Methylblaugranula rappresentano, rispettivamente, in parte vere forme di rigonfiamento torbito, in parte vere forme di necrosi granulare delle cellule nevrogliche ».

Le questioni di cui si occupa il Dr. Buscaino, non rispondono al tema di concorso, poichè esulano completamente dal campo dell'anatonomia normale, per rientrare in quello dell'anatomia patologica. Per questa ragione noi crediamo di non dover prendere in considerazione i tre lavori presentati dal concorrente, per quanto, dopo il riassunto fattone, assai facile ci riescirebbe il mettere in evidenza la povertà dei risultati ottenuti, la discutibilità di parecchi reperti e la poca fondatezza di alcune deduzioni.

Il Dr. Ugo Cerletti presenta, sotto più ampia veste e corredato di numerose tavole, un lavoro « *sulla struttura della nevroglia* », comparso in forma più concisa nel volume pubblicato in occasione delle onoranze fatte al prof. Bianchi.

L'A. affronta con questo suo lavoro una importante questione riguardante la fine organizzazione dei centri nervosi, questione che fu già oggetto di lunghe controversie e che non si può dire ancora definitivamente risolta.

Ritornando sul discusso argomento dell'esistenza o della mancanza di fibre indipendenti nel tessuto formato dalla nevroglia, egli nega che i metodi di colorazione, proposti dal Weigert e da altri per differenziare le supposte fibre nevrogliche, permettano di colorare elettivamente particolari elementi costitutivi del tessuto, in base ad una loro speciale affi-

nità chimica; ammette invece che le condizioni, per cui alcune parti del tessuto presentano quella particolare intensità di colorazione, che dà loro l'aspetto di fibre indipendenti dalle cellule, siano in ordine fisico e conclude, che, gli elementi descritti dagli Autori come fibre nevrogliche, quando si presentano come filamenti più o meno nudi, sono certamente, nel massimo numero dei casi, verosimilmente, in tutti i casi, dei prolungamenti di cellule nevrogliche; quando si presentano come linee colorate nel protoplasma nevroglico sono spigoli o lembi marginali di lamelle protoplasmatiche, presentantisi in taglio alla visuale, ovvero pieghe della superficie del protoplasma.

A sostegno del suo asserto il Dr. Cerletti avrebbe potuto anche aggiungere che, a differenza di quanto avviene in tutti gli elementi dove esiste una grande differenziazione fibrillare nel protoplasma, non si riesce nella nevroglia a rilevare le sezioni trasversali delle fibrille, quando un tratto del corpo cellulare od un grosso prolungamento vengono tagliati trasversalmente.

Non appare invece abbastanza persuasivo il paragone con le cellule epiteliali, che distese sopra un vetrino e fissate e colorate col metodo di Weigert per la nevroglia, appaiono, quando non siano ben distese, ma raggrinzate, come attraversate da filamenti; qui si tratta di elementi, che si trovano in condizioni ben diverse, in quanto che sono distesi sopra un vetrino irregolarmente, in modo che, in alcuni punti, aderiscono al vetrino stesso ed in altri, precisamente in corrispondenza delle pieghe, non vi aderiscono, cosicchè, la colorazione non può avvenire in modo uniforme.

Inoltre il paragone colle cellule epiteliali potrebbe sembrare non del tutto adatto, anche perchè per queste cellule può sostenersi, in base a dati di fatto anche più concreti che per le cellule di nevroglia, una struttura fibrillare.

Infine il confronto con i modelli di paraffina fotografati, per le condizioni di illuminazione troppo profondamente diverse rispetto ai preparati di nevroglia, non pare che rappresenti un argomento di grande lavoro in appoggio alla tesi sostenuta dall'A.

Il Dr. Cerletti ammette che in qualche caso la maggiore cromofilia possa dipendere, anzichè da ripiegature e da spigoli dei corpi cellulari e dei loro prolungamenti, da una particolare aggregazione molecolare del substratum, avvicinandosi così al concetto espresso da Da Fano e da altri che le fibre non siano indipendenti dalle cellule, ma rappresentino una particolare differenziazione del protoplasma cellulare; per cui acquisterebbero proprietà chimiche e tintoriali diverse.

Il Dr. Cerletti, già favorevolmente conosciuto per numerosi ed interessanti suoi lavori sulla fine organizzazione del sistema nervoso centrale, lavori particolarmente indirizzati allo studio della anatomia patologica dei centri nervosi, è un concorrente certamente meritevole di molta considerazione e la Commissione sarebbe stata lieta di poterlo dichiarare meritevole del premio.

Se non chè, date le condizioni del concorso, le quali richiedono in modo esplicito di « illustrare con ricerche originali un fatto di anatomia macro o microscopica del sistema nervoso », alla Commissione stessa è sembrato che il Dr. Cerletti, col suo lavoro, certamente interessante, ma indirizzato piuttosto verso l'interpretazione dei reperti già noti che verso la dimostrazione di nuovi fatti, non ottemperi completamente agli obblighi imposti ai concorrenti per il premio Fossati.

Il Dr. Bovero sottopone all'esame della Commissione un accurato diligente lavoro « *Sulla fine struttura e sulle connessioni del ganglio vestibolare del nervo acustico* ».

Riprendendo un argomento già affrontato da altri, nell'intento di compiere uno studio sistematico, che permette di dilucidare i punti contradditori, l'A. si è occupato essenzialmente della « forma tipica e delle eventuali forme atipiche della cellula gangliare, delle dimensioni del corpo cellulare e del volume rispettivo »; inoltre ha rivolto la sua attenzione « al numero dei prolungamenti, alla occorrenza di determinazioni di fibre nervose esogene nel ganglio di Scarpa, ai rapporti di dette determinazioni con le cellule gangliari, a quelli delle stesse cellule con la capsula e alla struttura di quest'ultima ».

Dato il carattere del lavoro, non è possibile di riassumere in poche righe i risultati ottenuti dal Dr. Bovero: essi furono raccolti in 16 paragrafi dall' Autore stesso nelle conclusioni finali, che rappresentano una conferma ed una integrazione di quanto già era noto sull'argomento.

Particolarmente importante (per quanto il fatto fosse già conosciuto nei riguardi dei gangli annessi a determinati nervi cerebrali, ad esempio il ganglio seminulare) è la dimostrazione che « nella compagine del ganglio vestibolare occorrono delle fibre nervose amieliniche, indubbiamente di origine esogena, con la massima probabilità di natura simpatica, costituentesi, in immediato rapporto con tutte le cellule gangliari, nelle capsule

pericellulari e nel tessuto interstiziale, dei fitti e complicati plessi, con speciali apparati terminali " (pag. 33).

Volendo formulare un giudizio sul lavoro del Dr. Boveri, è duopo riconoscere che esso è stato condotto secondo i più rigorosi metodi d' indagine e che l' A. dimostra di possedere qualità eccellenti di ricercatore e rara abilità tecnica.

Disgraziatamente però l'argomento preso a trattare non ha permesso all'A. di raccogliere una tale messe di fatti nuovi, da dare al lavoro l'impronta dell'originalità e di renderlo perciò meritevole di premio.

I lavori, presentati dal Dr. Beccari, si possono dividere in due gruppi:

I°) Il primo gruppo comprende tre monografie, riguardanti il rinencefalo umano e di altri mammiferi;

II°) Il secondo gruppo comprende tre monografie, riguardanti i nuclei di origine e la morfologia di alcuni nervi cranici dei rettili.

1°) Coi lavori del primo gruppo l' A. porta un notevole contributo alla migliore conoscenza della conformazione macroscopica del lobo paraolfattorio dei mammiferi e dell' uomo in particolare ed inoltre della superficie degli emisferi cerebrali dell'uomo nelle regioni prossime al rinencefalo.

Con fini metodi di tecnica microscopica (metodo di Weigert, di Golgi, di Cajl), l'A. ha anche studiato la fine struttura del lobo paraolfattorio ed in modo speciale dell'eminenza paraolfattoria dei mammiferi, dimostrando che esistono rapporti intimi fra corteccia paraolfattoria e corpo striato e che la maggiore o minore ampiezza del lobo paraolfattorio nelle varie specie trova una spiegazione anatomica nella maggiore o minore sporgenza dei nuclei striati sulla superficie ventrale degli emisferi. Dà una descrizione particolareggiata dei fasci di fibre nervose, che si originano o che terminano nella regione paraolfattoria e dei fasci che l'attraversano.

Anche della sostanza perforata anteriore dell'uomo descrive la fine struttura, riuscendo, in base alla conoscenza di essa, a ritenere la eminenza paraolfattoria come costituita dalla testa del nucleo caudato, rivestito, con probabilità, dal primo strato della corteccia palliale, a ritenere il piano settale come costituito da uno strato del nucleo del piano settale, rivestito dal primo strato della corteccia.

Studiando il decorso delle fibre nervose, porta notevoli contributi alla conoscenza delle vie olfattorie.

In base ai dati comparativi, da lui stesso raccolti, in base inoltre alla valutazione critica dei dati riscontrati all' esame della bibliografia, l'A. assurge a considerazioni sul significato morfologico delle varie formazioni studiate.

2°) Coi lavori del secondo gruppo, eseguiti sulla Lacerta muralis, e particolarmente in embrioni. valendosi del metodo di Weigert e di Cajal, l'A. fornisce dati interessanti sulla fina struttura e sulle connessioni dei nuclei di determinazione dell'acustico, dimostrando per il primo nei rettili la esistenza di un nucleo tangenziale, descritto da altri autori in altri sauropsidi e descrivendone la fine struttura.

Studiando nel midollo spinale della Lacerta le fibre di Lenhossek, che, originatesi da cellule delle corna anteriori, si uniscono alle radici posteriori, dimostra che, in questa specie animale, esse sono limitate alla porzione craniale del midollo, che non sono destinate a regredire col procedere dello sviluppo e che sono tipiche fibre motorie, destinate a muscoli striati; dimostra ancora che esse, nella regione cefalica, si uniscono all'ipoglosso e specialmente al vago, pur mantenendo rispetto a questi nervi una certa indipendenza, così da costituire un nervo abbastanza distinto, che è appunto l'accessorio (XI°).

L'A., oltrechè all'accessorio (XI°), estende le sue ricerche all'origine reale dell'ipoglosso (XII°). del vago (X°, e del glossofaringeo (IX°), sempre nella Lacerta muralis; stabilisce i rapporti repicroci di questi nervi fra loro, coi primi nervi spinali, col simpatico. Discute infine la questione molto complessa del significato dei nervi cranici e della metameria della testa, giungendo a conclusioni importanti di morfologia comparata.

Dal complesso dei lavori presentati si rivela nel Dr. Beccari sicura conoscenza dei metodi di indagine, vasta coltura sulle questioni di morfologia anche più astruse, senso critico nel valutare i dati di fatto osservati e le notizie bibliografiche raccolte, obbiettività nel formulare le conclusioni.

Per ciò che riguarda la fine struttura delle formazioni studiate, si notano, è vero, alcune lacune e si rileva che in alcune questioni ad essa inerenti l' A. non si è molto approfondito; ma bisogna pur tener conto delle difficoltà di varia natura degli argomenti trattati e d'altra parte sono tuttavia molti i contributi portati dall'A. alla conoscenza delle parti del sistema nervoso centrale che egli si è proposto di studiare.

Pertanto, convinta che le ricerche originali dell'A. formino un importante corredo di nnovi fatti, aggiunto a quanto era già noto sull'argomento, la Commissione propone che il premio Fossati di quest'anno venga assegnato al Dr. Beccari.

Letta ed approvata nell'adunanza del 28 gennaio 1915.

Fu conferito il premio di L. 2000 al dott. Nello Beccari *dell'Istituto anatomico di Firenze.*

GENNAIO 1915

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	— 0.05	+ 0.54	+ 0.08	+ 0.17	+ 0.01	+ 0.41	agitato
2	— 0.06	+ 0.54	+ 0.06	+ 0.16	+ 0.00	+ 0.52	+ 0.76
3	— 0.10	+ 0.54	+ 0.08	+ 0.16	+ 0.00	+ 0.63	+ 0.78
4	— 0.06	+ 0.53	+ 0.10	+ 0.21	+ 0.04	+ 0.65	+ 0.81
5	— 0.04	+ 0.53	+ 0.11	+ 0.21	+ 0.04	+ 0.65	+ 0.81
6	— 0.09	+ 0.52	+ 0.10	+ 0.20	+ 0.03	+ 0.66	+ 0.80
7	— 0.11	+ 0.51	+ 0.09	+ 0.18	+ 0.02	+ 0.65	+ 0.81
8	— 0.12	+ 0.50	+ 0.08	+ 0.16	+ 0.00	+ 0.64	+ 0.81
9	— 0.12	+ 0.49	+ 0.07	+ 0.15	— 0.01	+ 0.37	+ 0.80
10	— 0.13	+ 0.47	+ 0.06	+ 0.14	— 0.02	+ 0.32	+ 0.79
11	— 0.14	+ 0.46	+ 0.05	+ 0.13	— 0.02	+ 0.38	+ 0.77
12	— 0.16	+ 0.45	+ 0.04	+ 0.12	— 0.03	+ 0.40	+ 0.77
13	— 0.19	+ 0.44	+ 0.03	+ 0.11	— 0.04	+ 0.30	+ 0.77
14	— 0.20	+ 0.43	+ 0.02	+ 0.10	— 0.05	+ 0.21	+ 0.76
15	— 0.21	+ 0.42	+ 0.01	+ 0.08	— 0.07	+ 0.20	+ 0.76
16	— 0.22	+ 0.41	+ 0.00	+ 0.07	— 0.08	+ 0.20	+ 0.75
17	— 0.22	+ 0.40	— 0.01	+ 0.06	— 0.09	+ 0.19	+ 0.74
18	— 0.23	+ 0.39	— 0.02	+ 0.05	— 0.10	+ 0.17	+ 0.72
19	— 0.25	+ 0.38	— 0.03	+ 0.04	— 0.11	+ 0.17	agitato
20	— 0.26	+ 0.37	— 0.05	+ 0.02	— 0.12	+ 0.15	+ 0.70
21	— 0.28	+ 0.35	— 0.06	+ 0.02	— 0.13	+ 0.15	+ 0.70
22	— 0.28	+ 0.34	— 0.07	+ 0.02	— 0.13	+ 0.13	+ 0.70
23	— 0.28	+ 0.35	— 0.06	+ 0.01	— 0.14	+ 0.12	+ 0.69
24	— 0.29	+ 0.34	— 0.07	+ 0.03	— 0.12	+ 0.12	+ 0.70
25	— 0.30	+ 0.34	— 0.08	+ 0.01	— 0.14	+ 0.11	+ 0.69
26	— 0.31	+ 0.33	— 0.09	+ 0.00	— 0.15	+ 0.10	+ 0.69
27	— 0.31	+ 0.32	— 0.10	— 0.02	— 0.16	+ 0.09	+ 0.69
28	— 0.32	+ 0.32	— 0.11	— 0.02	— 0.16	+ 0.08	+ 0.69
29	— 0.34	+ 0.31	— 0.11	— 0.03	— 0.17	+ 0.08	+ 0.68
30	— 0.35	+ 0.30	— 0.12	— 0.03	— 0.18	+ 0.05	+ 0.67
31	— 0.36	+ 0.30	— 0.13	— 0.04	— 0.18	+ 0.05	+ 0.65

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare

GENNAIO 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	o	o	o	o	o	o	mm
1	745.3	742.5	741.9	743.2	+ 1.2	+ 2.2	+ 1.4	+ 2.3	- 0.4	+ 1.1	14.6
2	37.8	35.5	36.3	36.5	+ 1.8	2.4	1.6	2.5	— 0.3	+ 1.4	21.8
3	36.3	34.2	29.7	33.4	— 0.4	1.2	0.8	1.2	— 2.2	— 0.1	11.3
4	28.7	31.2	34.7	31.5	+ 1.6	5.1	1.2	5.1	— 1.2	+ 1.7	20.1
5	41.6	43.6	45.8	43.7	— 0.4	3.9	1.0	3.9	— 3.6	+ 0.2	—
6	748.7	748.6	750.2	749.2	— 1.8	+ 5.7	+ 3.4	+ 5.7	— 4.2	+ 0.8	—
7	49.5	48.2	48.0	48.6	+ 1.4	5.2	2.5	5.6	— 0.7	2.2	5.0*
8	46.0	45.2	45.0	45.4	+ 3.4	4.8	1.4	4.9	+ 0.1	2.5	—
9	41.9	38.6	37.8	39.4	+ 3.0	3.4	1.6	4.3	0.0	2.2	—
10	40.6	42.5	45.6	42.9	— 1.6	2.8	2.1	3.4	— 3.0	0.2	—
11	746.1	743.6	741.3	743.6	+ 0.9	+ 3.8	+ 1.8	+ 4.3	— 1.5	+ 1.4	—
12	39.7	41.5	44.4	41.9	0.9	7.5	5.4	7.7	— 1.7	3.1	0.8*
13	48.8	49.5	51.8	50.0	7.4	10.4	5.6	10.7	+ 1.2	6.2	—
14	52.9	51.9	51.6	52.1	2.0	5.2	3.6	5.3	+ 0.4	2.8	—
15	52.3	49.9	49.2	50.5	2.0	5.4	3.0	5.5	— 0.4	2.5	—
16	744.6	740.1	739.2	741.3	+ 2.8	+ 3.2	+ 1.6	+ 3.8	+ 0.4	+ 2.1	—
17	41.7	41.4	42.3	41.8	+ 0.4	6.6	+ 5.0	7.5	— 2.3	+ 2.7	0.3*
18	44.7	45.6	47.9	46.1	+ 2.1	3.5	+ 1.2	4.3	— 0.2	+ 1.9	—
19	52.6	53.1	56.2	54.0	+ 1.4	5.0	+ 1.0	5.0	— 1.4	+ 1.5	—
20	56.9	54.8	53.1	54.9	— 1.0	2.3	— 1.2	4.9	— 3.3	— 0.1	—
21	745.6	739.0	735.1	739.9	— 0.4	+ 1.4	+ 0.4	+ 1.6	— 2.8	— 0.3	—
22	30.2	29.6	29.8	29.9	+ 0.2	0.7	0.8	1.0	— 2.2	— 0.1	2.2
23	25.4	24.5	27.4	25.8	+ 1.3	2.3	2.4	2.6	— 0.4	+ 1.5	20.0
24	32.5	32.4	32.2	32.4	+ 2.4	4.4	3.8	5.1	+ 1.2	+ 3.1	5.2
25	31.4	29.9	30.6	30.6	+ 3.1	6.0	1.6	6.0	+ 0.3	+ 2.8	7.6
26	732.8	733.0	732.7	732.8	+ 0.2	+ 0.5	0.0	+ 1.3	— 1.2	+ 0.1	0.3*
27	30.8	30.0	29.8	30.2	+ 0.6	1.4	+ 1.3	1.8	— 1.8	+ 0.5	2.9
28	28.1	29.3	31.8	29.7	+ 0.9	1.8	+ 1.2	2.0	— 0.7	+ 0.8	1.2
29	34.8	34.2	34.8	34.6	+ 0.7	2.6	+ 0.4	2.7	— 1.2	+ 0.6	2.0
30	38.1	40.0	43.9	40.7	+ 2.2	6.0	+ 3.6	6.0	— 3.9	+ 2.0	—
31	47.7	47.7	47.8	47.7	— 2.2	+ 2.3	+ 0.7	+ 2.6	— 3.1	— 0.5	—
M	741.10	740.36	740.90	740.78	+ 1.17	+ 3.84	+ 1.94	+ 4.20	— 1.29	+ 1.51	115.3

Altezza barom.	mass.	756.9 mm	g. 20		Temperatura mass.	+ 10°.7	g. 13
» »	min.	724.5	» 23		» min.	— 4°.2	» 6
» »	media	740.78			» media	+ 1°.51	

Nebbia il giorno 1, 2, 3, 7, 8, 9, 16, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 29

Neve » 1, 3, 4, 12, 22, 27, 28, 29

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

GENNAIO 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nubulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	4.8	5.0	4.7	4.7	96	93	93	94.6	10	10	10	NW	W	W	6
2	4.9	5.2	4.9	5.0	95	95	94	95.3	10	10	9	N	SW	NW	7
3	4.4	4.8	4.3	4.4	98	96	96	97.3	10	10	10	NE	E	CALMA	4
4	4.9	5.1	4.6	4.9	94	78	92	88.6	10	0	1	W	CALMA	N	5
5	3.7	4.6	4.4	4.1	83	75	89	82.9	5	0	2	N	SE	W	3
6	3.4	4.1	4.2	3.9	83	60	70	71.6	1	2	0	W	W	W	8
7	4.3	5.2	4.8	4.7	85	78	88	84.3	2	9	7	CALMA	CALMA	N	3
8	5.2	4.8	4.3	4.8	88	74	85	82.9	7	2	3	W	W	NE	7
9	5.3	5.2	4.8	5.0	93	88	93	91.9	10	10	10	SE	CALMA	SW	5
10	3.6	4.3	3.8	3.9	88	75	71	78.6	2	0	0	W	W	SW	9
11	3.6	3.5	3.7	3.6	74	58	71	68.4	8	7	10	SE	SW	NE	4
12	4.0	3.0	2.7	3.2	81	39	40	54.0	3	2	2	W	NW	NW	11
13	2.5	1.9	3.5	2.6	32	20	52	35.4	2	4	4	NW	NW	E	12
14	3.9	4.2	3.8	3.9	73	63	64	67.4	3	8	3	CALMA	W	SW	3
15	4.2	5.0	4.9	4.6	79	73	86	80.0	7	10	3	CALMA	SE	NE	2
16	4.8	5.2	4.6	4.8	86	90	89	89.0	10	10	3	N	W	E	6
17	4.0	4.1	2.0	3.3	85	57	31	58.4	2	3	0	W	W	NW	12
18	3.7	4.4	4.4	4.1	69	75	89	78.4	9	8	3	S	W	E	6
19	1.8	1.9	3.2	2.2	36	29	65	44.0	5	3	2	N	E	N	5
20	2.6	2.5	2.3	2.4	62	47	55	55.3	4	3	4	E	NW	N	6
21	3.4	4.3	3.6	3.7	74	85	77	79.7	10	10	10	NE	W	W	3
22	4.5	4.3	4.5	4.3	96	88	92	93.0	10	10	10	NE	NE	N	2
23	4.7	4.9	5.1	4.8	93	91	93	93.3	10	10	10	W	W	N	4
24	5.1	5.6	5.6	5.4	93	87	93	92.0	10	10	10	NE	SE	W	4
25	5.2	5.5	4.6	5.0	91	79	89	87.3	10	1	2	W	SW	SW	8
26	4.6	4.6	4.3	4.4	98	96	94	97.0	10	10	10	CALMA	NW	W	3
27	4.2	4.7	4.5	4.3	88	93	94	92.7	10	10	10	S	CALMA	CALMA	3
28	4.4	4.5	4.6	4.5	90	85	92	90.0	10	10	10	NE	E	SE	4
29	4.4	3.6	3.9	3.9	90	65	81	79.7	10	1	8	NW	W	SW	6
30	2.1	1.8	1.5	1.7	39	25	26	31.0	0	0	0	NW	NW	W	11
31	2.8	3.3	3.5	3.2	70	62	73	69.3	1	3	10	W	CALMA	N	4
M	4.03	4.23	4.05	4.04	80.71	71.58	77.97	77.52	6.8	6.0	5.7				5.7

Ten. del vap. mass. 5.6 g. 24
" " " min. 1.5 " 30
" " " media 4.04
Umid. mass. 98 % g. 3 e 26
" min. 25 % " 30
" media 77.52 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
11	9	7	6	2	8	27	12	11

Media nebulosità relativa del mese
6,2

Adunanza dell' 11 febbraio 1915

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. GIOVANNI CELORIA
PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: BERZOLARI, BRUGNATELLI, BUZZATI, CELORIA, DEL GIUDICE, GABBA B., GOBBI, GOLGI, JORINI, JUNG, KÖRNER, MANGIAGALLI, MENOZZI, MURANI, NOVATI, SABBADINI, SCHERILLO, TARAMELLI, VIVANTI E ZUCCANTE.

E i SS. CC.: ABRAHAM, BONFANTE, BORDONI-UFFREDUZI, COLETTI, DE MARCHI M., GUARNERIO, JONA, LIVINI, PASCAL C., PORRO, ROCCA, SORMANI, SUPINO C., TANSINI, VILLA.

Giustificano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE.: FORLANINI, GABBA L. senior, LATTES E., VIDARI E.

L' adunanza è aperta alle ore 13.40.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Oreste Murani, segretario della Classe di scienze matematiche e naturali, legge il verbale della precedente adunanza del 28 gennaio. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto. Essi sono le seguenti, per la Classe di scienze matematiche e naturali:

BECCARI N. Il lobo paraolfattorio nei mammiferi. Firenze, 1910.
— La sostanza perforata anteriore e i suoi rapporti col rinencefalo nel cervello dell'uomo. Firenze, 1911.
— La superficie degli emisferi cerebrali dell' uomo nelle regioni prossime al rinencefalo. Firenze. 1911.
— La costituzione, i nuclei terminali e le vie di connessione del nervo acustico nella Lacerta muralis, Merr. Firenze 1914.
— Sulla spettanza delle fibre del Lenhossék al sistema del nervo accessorio e contributo alla morfologia di questo nervo. Firenze, 1913.
— Il IX, X, XI e XII paio di nervi cranici e i nervi cervicali negli embrioni di Lacerta muralis. Firenze, 1914.
MEMOIRS of the College of science, Kyoto imperial University. Vol. 1, N. 1, october 1914.... Kyoto, 1914....

STIELTJES T. J. Oeuvres complètes, publiées par les soins de la Société mathém. d'Amsterdam. Tome 1. Groningen, 1914.

Il presidente commemora quindi il socio corrispondente straniero, recentemente defunto, Arturo von Auwers, con le seguenti parole:

« Il 24 dell'ora scorso gennaio spirava dopo lunga malattia, in età di 77 anni, il nostro socio corrispondente straniero Arturo von Auwers, da noi chiamato a tale onore il 22 giugno del 1899, ed io, addolorato, ne dò al Corpo accademico il mesto annunzio.

Pochi scienziati sarebbero più che lui degni di un lungo discorso commemorativo, se di esso questo fosse il luogo e il momento opportuno. Sia a me però concesso di aggiungere almeno che egli, fortissimo lavoratore, fu tra gli astronomi più riputati del tempo nostro. Le sue ricerche magistrali sulle posizioni e sui moti delle stelle nello spazio, le sue pubblicazioni classiche sui cataloghi stellari, i suoi cataloghi stessi. il suo nome, saranno sempre ricordati con omaggio negli Annali dell'astronomia ».

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. G. C. Buzzati legge la sua nota su *I divorzi all'estero e la cittadinanza italiana*;

Il S. C. prof. Guido Bordoni-Uffreduzi discorre di *Una piccola epidemia di difterite provocata da portatori normali dei germi specifici;*

Il S. C. prof. Giuseppe Sormani legge un suo scritto dal titolo: *La vaccinazione Jenneriana dev'essere richiamata in onore;*

Il prof. Luigi Brusotti riassume brevemente una sua nota: *Nuovi metodi costruttivi di curve piane d'ordine assegnato, dotate del medesimo numero di circuiti.* La nota era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche;

Segue uno scritto di Alberto Pascal, pure ammesso alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche: « *L'apparecchio polisettore di Tommaso Ceva ed una lettera inedita di Guido Grandi.* Non essendo il Pascal potuto intervenire all'adunanza, riassume brevemente il suo scritto il M. E. prof. Vivanti.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata per la trattazione degli affari.

È all'ordine del giorno la proposta della Sezione di letteratura e filosofia, di pubblicare nelle *Memorie* il lavoro della

dott. Maria Pesenti-Villa: *La Venatio di Ercole Strozzi*, letta nella precedente adunanza del 28 gennaio.

Secondo l'art. 20, comma *d*, del regolamento organico, riferisce sul lavoro della signora Pesenti-Villa, a nome della Sezione di letteratura e filosofia, il M. E. prof. Remigio Sabbadini; indi la Classe di lettere scienze morali e storiche a unanimità di voti approva l'inserzione di esso nelle *Memorie*.

Esaurito l'ordine del giorno, l'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
G. ZUCCANTE

SOPRA UN METODO DI POSTULAZIONE

Nota di Salvatore Cherubino

(Adunanza del 28 gennaio 1915)

Il sig. Berzolari, in una recente Nota (*), ha svolte alcune interessanti considerazioni, che permettono di costruire, sopra una curva od una superficie algebrica, un gruppo di punti che *determini in modo unico* la curva o la superficie stessa.

Queste considerazioni lo hanno condotto anche ad una risoluzione dei problemi di postulazione dipendenti dai teoremi di Cayley e di Jacobi, per le curve piane, e ad una risoluzione del problema analogo, per le curve storte. Tutte le considerazioni sono valevoli per gli iperspazi.

Ora — oltre al fatto che le stesse considerazioni, con lieve modifica, risolvono il problema per le curve storte (complete intersezioni di due superficie) nel caso più ampio (**) — è da osservare che tutti questi problemi possono risolversi facendo uso, più generalmente, di punti situati sopra curve o superficie irriducibili, senza che i procedimenti dimostrativi ne vengano sostanzialmente alterati. Si consegue anzi qualche vantaggio, almeno nella forma, e si consente maggiore arbitrarietà alla scelta dei punti del gruppo di postulazione.

A mettere ciò in evidenza, mi è sembrato opportuno ed utile redigere la presente Nota.

(*) *Sulla determinazione d'una curva o d'una superficie algebrica e su alcune questioni di postulazione.* [Rend. del R. Ist. Lomb., Vol. XLVII, f. 12 (1914)].

(**) V. § 3 della presente: il sig. Berzolari considera soltanto il caso $p=q$ (art. 4, Nota cit.).

§ 1. Estensione diretta del metodo del sig. Berzolari.

Le considerazioni del sig. Berzolari, trasportate su curve irriducibili, nel piano, dànno le seguenti soluzioni:

1. *Determinazione d' una curva piana.* — Sia C^m una curva algebrica di ordine m, irriducibile o non, ma priva di parti multiple. $C_1^{m_1}, C_2^{m_2}, \ldots, C_r^{m_r}$ curve algebriche *irriducibili*, distinte, degli ordini rispettivi $m_1, m_2, \ldots, m_r$, la cui somma eguagli m, ed intersecanti C^m in punti semplici *tutti* distinti (perciò, a due a due, non s'incontrano sulla C^m). Prendansi:

mm_1	punti di C^m sulla curva $C_1^{m_1}$,
$(m - m_1)m_2 + 1$	" " " " " $C_2^{m_2}$,
$(m - m_1 - m_2)m_3 + 1$	" " " " " $C_3^{m_3}$,
. . . .	. . . .
$(m - m_1 - m_2 - \ldots - m_{r-1})m_r + 1$	" " " " " $C_r^{m_r}$,

cioè, in totale,

$$m^2 - \sum_1^{r-1}{}_k\, m_k\,(m_{k+1} + m_{k+2} + \ldots + m_r) + (r-1) \qquad \text{(I)}$$

punti semplici distinti di C^m.

Con opportuna scelta degli ordini $m_1, m_2, \ldots, m_r$, si può supporre che questo numero sia inferiore ad $\frac{m(m+3)}{2}$. Basterà avere

$$\frac{m^2 - 3m}{2} < \sum_1^{r-1}{}_k\, m_k\,(m_{k+1} + m_{k+2} + \ldots + m_r) - (r-1)$$

che si riduce ad

$$m_1^2 + m_2^2 + \ldots m_r^2 < 3\,(m_1 + m_2 + \ldots + m_r) - 2\,(r-1),$$

la quale è soddisfatta almeno per $m_i \leq 2$ $(i = 1, 2, \ldots, r)$.

Sia dunque s la differenza fra il numero (I) ed $\frac{m(m+3)}{2}$ e scelgansi su C^m, ma fuori delle $C_i^{m_i}$, altri s punti semplici. Di curve di ordine m passanti per tutti i punti così scelti, non vi è che la C^m.

Perchè, se ve ne fosse una seconda, ne esisterebbero infinite, ed una (almeno) per un *altro* punto di $C_1^{m_1}$. Questa si

spezzerebbe nella $C_1^{m_1}$ e, successivamente, nella $C_2^{m_2}, \ldots,$ $C_r^{m_r}$; ed essendo $m_1 + m_2 + \ldots + m_r = m$, detta curva non potrebbe passare per gli s punti esterni alle sue parti.

2. *Problema di postulazione, per una curva piana.* — Sono date r curve algebriche irriducibili distinte $C_1^{m_1}$, $C_2^{m_2}, \ldots,$ $C_r^{m_r}$ degli ordini rispettivi $m_1, m_2, \ldots, m_r$, — aventi per somma m, — ed una curva algebrica C^n, di ordine n, irriducibile o non, ma priva di parti multiple, tagliata da ogni $C_k^{m_k}$ in nm_k punti semplici, distinti fra loro e dalle intersezioni di tutte le altre curve. Si prendano arbitrariamente:

nm_1	punti di C^m sulla $C_1^{m_1}$,
nm_2	" " " " $C_2^{m_2}$,
. .	. . . .
nm_i	" " " " $C_i^{m_i}$,
$(n - m_1)\, m_{i+1}$	" " " " $C_{i+1}^{m_{i+1}}$,
$(n - m_1 - m_2)\, m_{i+2}$	" " " " $C_{i+2}^{m_{i+2}}$,
. . . .	. . . .
$(n - m_1 - m_2 - \ldots - m_{r-i})\, m_r$	" " " " $C_r^{m_r}$.

Le curve di ordine p, passanti per tutti questi

$$nm - \sum_{1}^{r-i}{}_k\, m_k\, (m_{i+k} + m_{i+k+1} + \ldots + m_r) \qquad \text{(II)}$$

punti di C^n, contengono anche i rimanenti

$$\sum_{1}^{r-i}{}_k\, m_k\, (m_{i+k} + m_{i+k+1} + \ldots + m_r) \qquad \text{(III)}$$

punti di intersezione di C^n con le r curve irriducibili date, purchè si abbia:

a) $\qquad p \geqq m \quad , \quad p \geqq n;$

b) $\qquad p < n + \sum_{1}^{i-1}{}_s\, m_{s+k} \quad (k = 0, 1, \ldots, r - i);$

c) $(p-n)(m_1+m_2\ldots.+m_{i-1})-$

$$-\sum_{1}^{i-2}{}_k\, m_k\,(m_{k+1}+m_{k+2}+\ldots+m_{i-1})+i-1\leq\frac{(p-n)(p-n+3)}{2}+1\ (*).$$

Diciamo S il sistema lineare, di dimensione $\frac{(p-n)(p-n+3)}{2}$, di tutte le curve di ordine p contenenti come parte C^n: tutte le curve di S contengono i punti di C^n sopra indicati, il cui numero è dato dalla (II) e che distinguiamo con A, ed anche le rimanenti intersezioni di C^n con le $C_k^{m_k}$, il cui numero è espresso dalla (III) e che denotiamo con B. Sia C^p una curva algebrica di ordine p, non di S, ma passante per i punti A: essa, aggregata ad S, dà luogo ad un sistema lineare S' dello stesso ordine p, ma di dimensione

$$\frac{(p-n)(p-n+3)}{2}+1.$$

Scegliamo comunque, ma sempre fuori delle intersezioni delle $C_k^{m_k}$ fra loro, ed anche fuori di C^n:

$(p-n)m_1+1$ punti su $C_1^{m_1}$,

$(p-n-m_1)m_2+1$ " " $C_2^{m_2}$,

. . . .

$(p-n-m_1-m_2-\ldots-m_{i-2})m_{i-1}+1$ " " $C_{i-1}^{m_{i-1}}$.

(*) Queste disuguaglianze si possono soddisfare anche senza scegliere eguali all' unità gli ordini di *tutte* le $C_k^{m_k}$ Ad es., per

$$i=p-n+2$$

ed $m_1=m_2=\ldots.=m_{i-1}=1$, nella c) ha luogo il segno $=$, ed i rimanenti ordini restano arbitrari. Così pure, per $p=n+i-2$, — scelta possibile perchè il 2º membro della b) è sempre $\geq n+i-1$, — osservando che la sommatoria del primo membro della c) ha per minimo valore quello assunto per $m_1=m_2=\ldots.=m_{i-1}=1$, cioè $\frac{(i-1)(i-2)}{2}$, la disuguaglianza c) è soddisfatta se si ha

$$(i-2)(m_1+m_2+\ldots.+m_{i-1})-\frac{(i-1)(i-2)}{2}+i-1\leq\frac{(i-2)(i+1)}{2}+1,$$

che si riduce subito ad

$$m_1+m_2+\ldots.+m_{i-1}\leq i-1.$$

Cioè, potranno prendersi eguali ad 1 gli ordini $m_1, m_2, \ldots., m_{i-1}$ e ad arbitrio i rimanenti (purchè risulti $m\leq p$).

Il numero di questi punti uguaglia il primo membro della c , perciò per essi passa *almeno* una curva K di S'.

Questa curva K, di ordine p, passa per pm_1+1 punti di $C_1^{m_1}$, che è irriducibile, dunque contiene $C_1^{m_1}$. La sua parte rimanente, che è di ordine $p-m_1$, analogamente conterrà $C_2^{m_2}$; e così fino a $C_{i-1}^{m_{i-1}}$. Soppresse le parti precedenti, la K si riduce all' ordine $p-m_1-m_2-\ldots-m_{i-1}$ il quale, per le b), è minore di n, perciò anche $C_i^{m_i}$, che è irriducibile e di cui nm_i punti sono su K, sarà parte di K. La restante parte di K è dell' ordine $p-m_1-\ldots-m_i<n-m_1$ (per le stesse b)), onde anche $C_{i+1}^{m_{i+1}}$ è contenuta in K. In conclusione, la K ha per parti tutte le r curve irriducibili date, perciò passa per i punti A e per i B. Altrettanto dovrà accadere di C^p,

Prendendo $r=m$, cioè $m_1=m_2=\ldots=m_r=1$ ed $i=p-$ $-n+2$, si ha la risoluzione del sig. BERZOLARI.

§ 2. Problema di postulazione per una curva piana.

Siano, al solito, C^n una curva algebrica di ordine n, riducibile o non, ma priva di parti multiple, e $C_1^{m_1}$, $C_2^{m_2}$, ..., $C_r^{m_r}$ r curve irriducibili, algebriche, degli ordini $m_1, m_2, \ldots, m_r$, di somma m, fra loro distinte e seganti C^n in punti tutti semplici e *tutti* distinti.

Pongasi, quali che siano p, m, n

$$\chi(p,m)=\binom{p+2}{2}-\binom{p-m+2}{2}-\binom{p-n+2}{2}+\binom{p-m-n+2}{2},$$

convenendo di attribuire il valore zero a quei simboli combinatorî che risultassero, eventualmente, privi di significato. Se è $p\geqq m+n$, si ha $\chi(p,m)=mn$. Invece, per $p\geqq m$, $p\geqq n$, $p<m+n$, l' ultimo simbolo vale zero e si ha

$$\chi(p,m)=mn-\frac{(m+n-p-1)(m+n-p-2)}{2}.$$

Ed infine, se p è minore di m o di n, il numero $\chi(p,m)$ risulta, rispettivamente, $\leqq np+1\leqq mn$, ovvero $\leqq mp+1\leqq mn$.

Ciò posto, scelgansi

$\chi(p, m_1)$ punti di C^n sulla $C_1^{m_1}$.

$\chi(p - m_1, m_2)$ " " " " $C_2^{m_2}$.

. . . .

$\chi(p - m_1 - m_2 - \dots - m_{r-1}, m_r)$ " " " " $C_r^{m_r}$.

Questi punti, pel teorema di Cayley, possono sempre scegliersi in modo da presentare condizioni distinte alle curve degli ordini rispettivi $p, p - m_1, \dots, p - m_1 - \dots - m_{r-1}$ (*): il loro numero totale è $\chi(p, m)$, e li indicheremo complessivamente con A, per distinguerli dalle rimanenti $nm - \chi(p, m)$ intersezioni, che denotiamo B.

Poichè, per $p \geq m$, è

$$pm = \binom{p+2}{2} - \binom{p-m+2}{2} + \binom{m-1}{2} - 1,$$

si ha subito

$$pm_1 + (p - m_1) m_2 + \dots + (p - m_1 - m_2 - \dots - m_{r-1}) m_r =$$
$$= pm + \binom{m_1 - 1}{2} + \dots + \binom{m_r - 1}{2} - \binom{m-1}{2} - r + 1;$$

anche in queste relazioni, ai simboli combinatorî privi di significato va attribuito il valore zero.

Detto S il sistema delle curve del piano di ordine $p > n$ contenenti come parte la C^n, la sua dimensione è

$$\sigma = \binom{p - n + 2}{2} - 1.$$

Prendansi ancora:

$$(1) \qquad pm_1 - \chi(p, m_1) - \binom{m_1 - 1}{2}, \ (p - m_1) m_2 -$$
$$- \chi(p - m_1, m_2) - \binom{m_2 - 1}{2}, \dots (p - m_1 - \dots - m_{r-1}) m_r -$$
$$- \chi(p - m_1 - \dots - m_{r-1}, m_r) - \binom{m_r - 1}{2}$$

punti, rispettivamente su $C_1^{m_1}$, $C_2^{m_2}$, ..., $C_r^{m_r}$, tutti fuori di C^n e distinti dalle intersezioni delle stesse curve a due a

(*) Si tenga anche presente la nota a pag. 155.

due. Il numero totale di questi ultimi punti risulta

$$(2) \qquad \binom{p-n+2}{2} - \binom{p-n-m+2}{2} - r \leq \sigma - r + 1.$$

Dopo ciò, sulle curve $C_i^{m_i}$ $(i = 1, 2, \ldots, r)$ si trovano rispettivamente

$$(3) \qquad pm_1 - \binom{m_1 - 1}{2}, \; (p - m_1)\, m_2 - \binom{m_2 - 1}{2},$$

$$\ldots, (p - m_1 - \ldots - m_{r-1}\, m_r) - \binom{m_r - 1}{2}$$

punti i quali, pel teorema di CAYLEY (essendo $p \leq p + m_i - 3$, se $m_i \geq 3$; e $p > p + m_i - 3$, se $m_i < 3$, nel qual caso i punti su $C_i^{m_i}$ sono in numero di $(p - m_1 \ldots\ldots - m_{i-1})\, m_i$) e con opportuna scelta dei punti ultimi fissati, possono ritenersi presentare condizioni distinte, rispettivamente alle curve di ordine $p, p - m_1, \ldots, p - m_1 - m_2 - \ldots\ldots - m_{r-1}$: con ciò le intersezioni di queste ultime curve con le $C_i^{m_i}$ restano tutte determinate.

Infine, su ciascuna $C_i^{m_i}$, scelgasi un punto P_i fuori tanto della C^n, che delle intersezioni delle $C_i^{m_i}$ stesse a due a due, e delle intersezioni di $C_i^{m_i}$ con le curve di ordine $p - m_1 - \ldots - m_{i-1}$ passanti per i punti già esistentivi.

Sia φ una curva di ordine p che passi per i punti A, ma non appartenga ad S, ed aggreghiamola ad S stesso: il sistema lineare S' risultante è di dimensione $\sigma + 1$. Poichè quelli fra i punti finora scelti sulle $C_i^{m_i}$ che si trovano fuori di C^n sono in numero di $\binom{p-n+2}{2} - \binom{p-n-m+2}{2}$, per essi passa almeno una curva di S': sia ψ.

Questa curva ψ, di ordine p, incontrerà $C_1^{m_1}$ nei pm_1 punti individuati dai $pm_1 - \binom{m_1 - 1}{2}$ su questa fissati, più nel punto P_1, distinto dai precedenti; e poichè $C_1^{m_1}$ è irriducibile, ψ conterrà come parte la $C_1^{m_1}$. La rimanente parte di ψ risulta dell' ordine $p - m_1$ e si trova in condizioni analoghe, rispetto

a $C_2^{m_2}$, perciò ψ contiene come parte anche $C_2^{m_2}$. Così per tutte le r curve irriducibili date. Dunque ψ contiene il gruppo di punti A ed il gruppo B, ed altrettanto avverrà di φ.

Nota. Se fosse, p. es., $m_1 = 3$, si ha $\chi(p, m_1) = pm_1$: se $m_1 < 3$, si ha $\chi(p, m_1) = pm_1 + 1$; allora il primo dei numeri (1) risulta -1. In tal caso, questo ultimo numero si sostituisca con zero, ed in compenso, non si prenda più alcun punto su $C_1^{m_1}$. Per $m_1 = 3$, fra i pm_1 punti su $C_1^{m_1}$, — presentando *tutti* condizioni indipendenti rispetto alle curve di ordine p, — ve ne sono $pm_1 - 1$ tali che tutte le curve di ordine p, (non contenenti come parte $C_1^{m_1}$) passanti per essi segano la $C_1^{m_1}$ in un ulteriore punto, diverso dal rimanente di quelli considerati. Per $m_1 < 3$. i punti su $C_1^{m_1}$ sono $pm_1 + 1$. Con ciò, il ragionamento precedente rimane inalterato. Analogamente si opererà se qualche altro m_i risultasse ≤ 3.

Poniamo, in particolare, che si abbia $m = n = p$; il numero dei punti A risulterà $\binom{p+2}{2} - 2$. Aggiungiamo ad essi un punto P, semplice per $C^n = C^p$, fuori delle $C_i^{m_i}$ $(i = 1, 2, \ldots, r)$: si hanno, così, $\binom{p+2}{2} - 1$ punti di C^p che individuano la curva stessa. Infatti, in tal caso, si ha

$$\chi(p - m_1 - \ldots - m_{i-1}, m_i) = (p - m_1 - \ldots - m_{i-1})\, m_i - \frac{m_i (m_i - 3)}{2} = (p - m_1 - \ldots - m_{i-1})\, m_i - \binom{m_i - 1}{2} + 1$$

$$(i = 2, 3, \ldots, r)$$

$$\chi(p, m_1) = pm_1 - \binom{m_1 - 1}{2}.$$

Perciò, i punti scelti su $C_1^{m_1}$ individuano tutti i pm_1 punti di incontro di $C_1^{m_1}$ con le curve di ordine p, passanti per essi. Su ogni altra $C_i^{m_i}$, poichè *tutti* i punti scelti presentano condizioni distinte alle curve di ordine $p - m_1 - \ldots - m_{i-1}$, vuol dire che si potranno prendere fra essi $(p - m_1 - \ldots -$

$- m_{i-1}) m_i - \binom{m_i - 1}{2}$ punti, che individuino tutte le $p - m_1 -$ $- \ldots - m_{i-1}) m_i$ intersezioni di $C_i^{m_i}$ con le curve di ordine $p - m_1 - \ldots - m_{i-1}$ passanti per essi, e tali che, fra queste, non figuri il rimanente punto dato di $C_i^{m_i}$ (altrimenti quest'ultimo darebbe una condizione dipendente da quelle presentate dagli altri).

Se la curva di ordine p passante per i punti considerati non fosse unica, per quei punti ne passerebbero infinite, ed una (almeno) anche per un punto di $C_1^{m_1}$, diverso da tutti quelli individuati su $C_1^{m_1}$ dal gruppo già scelto. Questa curva, si vede subito, si spezza nelle r parti $C_1^{m_1}, C_2^{m_2}, \ldots, C_r^{m_r}$, che la esauriscono, e perciò non potrebbe passare pel punto P di C^p, ad esse esterno.

§ 3. Problema di postulazione per le curve storte complete intersezioni di due superficie: prima soluzione.

La formula di postulazione per la varietà algebrica, priva di parti multiple, intersezione della 3 superficie F^m, F^n ed F^q, degli ordini m, n, e q, rispetto alle superficie di ordine $p \geqq$ di m, n, e q (cioè il numero delle condizioni lineari distinte imposte alle superficie di ordine p costrette a contenere i punti di quella varietà), è la seguente:

$$\chi(p, m) = \binom{p+3}{3} - \binom{p-m+3}{3} - \binom{p-n+3}{3} - \binom{p-q+3}{3} + \binom{p-m-n+3}{3} + \binom{p-m-q+3}{3} + \binom{p-n-q+3}{3} - \binom{p-m-n-q+3}{3} \text{ (*)}.$$

Diciamo C la curva intersezione completa di F^m con F^n: la C risulta priva di parti multiple, però può anche essere riducibile. La superficie F^q supponiamola composta di q piani

(*) SEVERI: « *Su alcune questioni di postulazione* » [Rend. Pal., t. XVII, 1903]. V. anche BERTINI: « *Introduzione alla geom. projett. degli ipersp.* » (Pisa, 1907), pag. 262, art. 17, 2°. Qui va fatta la stessa convenzione del § prec., riguardo ai simboli combinatorii.

distinti $\pi_0, \pi_1, \ldots, \pi_{q-1}$ ognuno dei quali incontri C in mn punti semplici, *tutti* distinti (cioè le rette intersezioni di quei piani a due a due, non incontrino C).

Poniamo, in primo luopo, $p \geqq m + n + q$.

Allora, su quei q piani, si prendano, rispettivamente,

$$\binom{p+2}{2} - 1 - h_0 ; \binom{p+1}{2} - 1 - h_1 ; \ldots ; \binom{p-q+3}{2} - 1 - h_{q-1}$$

punti di C. Poichè $p \geqq m + n + q$, questi punti presenteranno condizioni tutte distinte, ordinatamente alle curve di ordine $p, p-1, \ldots, p-q+1$, del rispettivo piano, passanti per ciascun gruppo di punti. Ed il numero totale dei punti scelti è

$$\binom{p+3}{3} - \binom{p-q+3}{3} - (q + h_0 + h_1 + \ldots + h_{q-1}),$$

che diventerà eguale a $\chi(p, q)$, se, come supponiamo, si ha

$$q + h_0 + h_1 + \ldots + h_{q-1} = \binom{p-m+3}{3} + \binom{p-n+3}{3} +$$
$$+ \binom{p-m-n-q+3}{3} - \binom{p-m-n+3}{3} -$$
$$- \binom{p-m-q+3}{3} - \binom{p-n-q+3}{3}.$$

La dimensione del sistema lineare S, di tutte le superficie di ordine p contenenti come parte la sup. F^m o la F^n, è

$$\sigma = \binom{p-m+3}{3} + \binom{p-n+3}{3} - \binom{p-m-n+3}{3} - 1 ;$$

perciò si ha

$$(1) \qquad q + h_0 + h_1 + \ldots + h_{q-1} = \sigma -$$
$$- \left\{ \binom{p-m-q+3}{3} + \binom{p-n-q+3}{3} - \binom{p-m-n-q+3}{3} - 1 \right\} \leqq \sigma + 1.$$

Diciamo A i punti scelti su C, e B le rimanenti intersezioni di C con F^q: le superficie di S contengono entrambi i gruppi A e B di punti. Vogliamo far vedere che ogni superficie di ordine p, non appartenente ad S, ma passante per i punti A, contiene anche i punti B.

Sia infatti Φ una superficie di ordine p, non di S, che passi per gli A, ed aggreghiamola ad S: si avrà un sistema

lineare S', di dimensione $\sigma + 1$. Perciò, fissati ad arbitrio $q + h_0 + h_1 + \ldots + h_q$ punti, per essi passerà almeno una superficie di S'.

Prendiamoli così: h_0 su π_0, fuori di C, e che, coi punti di A già esistentivi, individuino una curva di ordine p; h_1 su π_1, fuori di C, e che, coi punti di A già esistentivi, individuino una curva di ordine $p - 1$; e così seguitando sino a π_{q-1}, su cui si individuerà una curva di ordine $p - q + 1$; poi ancora q punti fuori di C, uno su ciascun piano, fuori anche delle curve ora individuate. *Tutti* questi punti si scelgano esterni, oltre che a C, anche alle rette intersezioni di quei piani a due a due.

Una superficie Ψ di S', che passi per i punti ora scelti, contiene come parti i q piani $\pi_0, \pi_1, \ldots, \pi_{q-1}$, perciò passa anche per i punti B; altrettanto avverrà dunque di Φ.

Supponiamo ora $m + n + q > p \geqq m + n$, $m \geqq n$.

Allora i q piani li distribuiamo in 4 sistemi:

(a) $\pi_0, \quad \pi_1, \ldots\ldots, \quad \pi_{p-m-n+2}$;
(b) $\pi_{p-m-n+3}, \quad \pi_{p-m-n+4}, \ldots\ldots, \quad \pi_{p-m}$;
(c) $\pi_{p-m+1}, \quad \pi_{p-m+2}, \ldots\ldots, \quad \pi_{p-n}$;
(d) $\pi_{p-n+1}, \quad \pi_{p-n+2} \ldots\ldots, \quad \pi_{q-1}$.

Sui piani del sistema (a) scelgansi rispettivamente

$$\text{(a)}' \quad \binom{p+2}{2} - 1 - h_0; \binom{p+1}{2} - 1 - h_1; \ldots, \binom{m+n}{1} - 1 - h_{p-m-n+2}$$

punti di C. Questi presenteranno condizioni tutte distinte alle curve di ordine rispettivo $p, p-1, \ldots, m+n-2$ passanti per essi.

Sui piani (b) si scelgano, ordinatamente,

$$\text{(b)}' \quad \binom{m+n-1}{2} - 1 - h_{p-m-n+3}, \binom{m+n-2}{2} - 1 - h_{p-m-n+4},$$
$$\ldots, \binom{m+2}{2} - 1 - h_{p-m},$$

punti di C, che presentino condizioni distinte alle curve di ordine rispettivo $m+n-3, m+n-4, \ldots, m$ passanti per essi. Perciò (teorema di CAYLEY), i numeri (b)' non potranno, ordinatamente, superare

$$\text{(b)}'' \quad nm - \binom{2}{2}, nm - \binom{3}{2}, \ldots, nm - \binom{n-1}{2}.$$

Sui piani (c) si prendano, rispettivamente,

$$(c)' \quad \binom{m+1}{2}-1-h_{p-m+1}, \binom{m}{2}-1-h_{p-m+2}, \ldots, \binom{n+2}{2}-1-h_{p-n}$$

punti di C. Questi, *in generale*, presenteranno condizioni tutte distinte alle curve degli ordini rispettivi $m-1, m-2 \ldots, n$, passanti per essi.

Infine, sui piani (d), rispettivamente,

$$(d)' \qquad \binom{n+1}{2}, \binom{n}{2}, \ldots, \binom{p-q+3}{2}$$

punti di C. Anche questi, *in generale*, presenteranno condizioni tutte distinte alle curve degli ordini rispettivi $n-1$, $n-2, \ldots, p-q+1$; vale a dire che, p. es., su π_{p-n+1}, $\binom{n+1}{2}-1$ dei punti scelti individuano una curva di ordine $n-1$, che non passa per il rimanente punto (*).

I numeri $h_0, h_1, \ldots, h_{p-n}$ si scelgano tali che il numero dei punti precedenti risulti $\chi(p, q)$. È facile convincersi che questi numeri possono scegliersi in modo da soddisfare *anche* alle seguenti condizioni:

(*) Per la indipendenza delle condizioni presentate dai punti (c)′ e (d)′ alle curve degli ordini sopra indicati, si osservi che:

Se fra gli m^2 *punti base di un fascio di ordine* m, *a punti base semplici e distinti, si prendono* $\binom{m-k+2}{2}-1-h$ *punti* ($k \geq 1$, $h \geq 0$), *questi, in generale, presentano condizioni distinte alle curve di ordine* $m-k$ *passanti per essi.*

Infatti, il fascio non può essere riducibile, altrimenti i suoi punti base non sarebbero tutti semplici e distinti (come segue da un teorema di BERTINI: *Sui sistemi lineari*, Rend. Ist. Lomb. s. 2, t. 15, 1880. V. anche « *Introduzione*, ecc. » (Pisa, 1907,) pag. 231, art. 11). La curva generica C^m del fascio é dunque irriducibile e, su essa, le curve del piano di ordine $m-k$, non potendo contenere C^m come parte, segano una serie lineare di dimensione $\binom{m-k+2}{2}-1$. Perciò, agli $\binom{m-k+2}{2}-h-1$ punti scelti, non si possono aggiungere più di altri h punti *generici* di C^m, tali che per essi passi una curva di ordine $m-k$.

1.ª la loro somma non superi $\sigma - (p - n) + 1$;
2.ª i numeri (a)′ risultino tutti non maggiori di nm;
3.ª i numeri (b)′ diventino, ordinatamente, non maggiori dei (b)′;
4.ª i numeri (c)′ siano tutti non maggiori di nm.

La prima condizione si riduce alla (1), salvo a sostituirvi q con $p - n$ e $\binom{p-m-n-q+3}{3}$ con zero. Le altre si riducono, rispettivamente, alle seguenti:

$$h_0 + h_1 + \dots + h_{p-m-n-2} \geqq \binom{p+3}{3} - \binom{m+n}{3} - (p-m-n+3)(mn+1);$$

$$h_{p-m-n+3} + h_{p-m-n+4} + \dots + h_{p-m} \geqq \binom{m+n}{3} + \binom{n}{3} - \binom{m+2}{3} - (n-2)(mn+1);$$

$$h_{p-m+1} + h_{p-m+2} + \dots + h_{p-n} \geqq \binom{m+2}{3} - \binom{n+2}{3} - (m-n)(mn+1).$$

Confrontando con la prima condizione, ossia con la (1), si ha

$$\binom{n+2}{3} - \binom{n}{3} + (p-n+1)(mn+1) \geqq$$

$$\geqq \binom{p+3}{3} - \binom{p-n+3}{3} - \binom{p-m+3}{3} + \binom{p-n-m+3}{3} + (p-n),$$

che diventa

$$n(m-n)(m-2) + 2 \geqq 0,$$

condizione sempre soddisfatta.

Dopo ciò, la dimostrazione si conduce come nel caso precedente.

Per $m + n > p$, i piani del sistema (a) si riducono ai due ultimi: e tutto il resto rimane inalterato.

Per $p = q = n \geqq m$, aggiungendo ai $\chi(p, m)$ punti di C considerati un ulteriore punto semplice di C, esterno ai p piani si hanno

$$\binom{n+3}{3} - \binom{n-m+3}{3} - 1$$

punti di C, che *individuano* la curva stessa, nel senso che ogni superficie di ordine n, passante per essi, contiene la C. La dimostrazione è analoga alla precedente.

§. 4. **Altra soluzione.**

Poniamo invece che la F^q sia decomposta in r parti irriducibili $F_1^{q_1}$, $F_2^{q_2}$,....., $F_r^{q_r}$, che si taglino a due a due esternamente a C, ed incontranti C in punti semplici tutti distinti.

Supponiamo p non minore di alcuno degli ordini m, n, q. Prendiamo, rispettivamente su quelle r parti irriducibili,

$$\chi(p, q_1), \chi(p - q_1, q_2), \ldots\ldots, \chi(p - q_1 - q_2 - \ldots\ldots - q_{r-1}, q_r)$$

punti di C, che possiamo sempre scegliere in modo da presentare condizioni distinte alle superficie di ordine $p, p - q_1, \ldots$ $\ldots, p - q_1 - q_2 - \ldots - q_{r-1}$ passanti ordinatamente per quegli r gruppi di punti. Il numero totale di questi punti è proprio $\chi(p, q)$.

Ponendo

$$N_{p,q} = \binom{p+3}{3} - \binom{p-q+3}{3} - 1,$$

si ha subito

$$N_{p,q_1} + N_{p-q_1,q_2} + \ldots\ldots + N_{p-q_1-\ldots-q_{r-1},q_r} = N_{p,q} - r + 1.$$

E tenendo presente il valore ed il significato di σ, di cui al §. prec., si ha

$$\begin{aligned} N_{p,q_1} - \chi(p, q_1) + N_{p-q_1,q_2} - \chi(p - q_1, q_2) + \ldots \\ \ldots + N_{p-q_1-\ldots-q_{r-1},q_r} - \chi(p - q_1 - \ldots\ldots - q_{r-1}, q_r) = \\ = N_{p,q} - \chi(p, q) - r + 1 \leqq \sigma - r + 1. \end{aligned}$$

Diciamo A i punti scelti su C, e B le rimanenti intersezioni di C con F^q. Sia Φ una superficie algebrica di ordine p, non appartenente al sistema lineare S, ma passante per i punti A. Questa Φ, aggregata ad S, dà un sistema lineare S' di dimensione $\sigma + 1$.

Scelgansi, come è possibile (§. 3):

$N_{p,q_1} - \chi(p, q_1)$	punti di $F_1^{q_1}$ fuori di C, tali che, insieme ai punti del gruppo A già scelti, *individuino* una curva di ordine $p\,q_1$, su $F_1^{q_1}$;
$N_{p-q_1,q_2} - \chi(p-q_1, q_2)$	punti di $F_2^{q_2}$, esterni a C, e tali che, coi già esistentivi, *individuino* una curva di ordine $(p-q_1)q_2$ su $F_2^{q_2}$;

. . . .

$N_{p-q_1-\dots-q_{r-1},q_r} - \chi(p-q_1-\dots-q_{r-1},q_r)$ punti di $F_r^{q_r}$ fuori di C, che *individuino*, coi punti già esistenti, una curva di ordine $(p-q_1-\dots-q_{r-1})q_r$, su $F_r^{q_r}$;

r punti, uno su ciascuna $F_i^{q_i}$ $(i=1,2,\dots,r)$, esterni a C ed *esterni alle curve ora individuate*.

Sono, in totale, $N_{p,q} - \chi(p,q) + 1 \leq \sigma + 1$ punti, pei quali passa almeno una superficie Ψ di S'. Questa Ψ, come risulta subito dal modo come sono stati scelti i punti A e questi ultimi, conterrà come parte la F^q, onde passerà anche per i B.

Ed altrettanto dovrà avvenire per Φ.

Per $p=q$, ed aggiungendo agli A un altro punto di C, però fuori di F^q, si hanno

$$\binom{p+3}{3} - \binom{p-m+3}{3} - \binom{p-n+3}{3} + \binom{p-m-n+3}{3}$$

punti tali che ogni superficie di ordine p passante per essi contiene C, e presentanti condizioni distinte alle superficie di ordine p che li contengono (*).

§. 5. Determinazione di una superficie algebrica.

Sia F^m una superficie algebrica di ordine m, riducibile o non, ma priva di parti multiple. Scelgansi r superficie algebriche irriducibili $F_1^{n_1}, F_2^{n_2}, \dots, F_r^{n_r}$, distinte, i cui ordini $n_1, n_2, \dots, n_r$ hanno per somma m, ed incontranti la F^m rispettivamente nelle curve $C_1, C_2, \dots, C_r$, fra loro distinte, senza parti multiple e senza parti comuni a due a due.

Scegliamo

N_{m,n_1} punti su C_1, in modo da individuare C_1 su $F_1^{n_1}$ (con le norme dei §. 3 o 4);

$N_{(m-n_1),n_2}$ punti su C_2, così che si individui, su $F_2^{n_2}$, una curva di ordine $(m-n_1)n_2$ (basterà, se, p. es., si seguono le norme del §. 3, limitarsi a considerare i piani $\pi_{n_1}, \pi_{n_1+1}, \dots, \pi_{m-1}$);

(*) V. la fine della nota citata del sig. BERZOLARI.

. . . . . .
$N_{(m-n_1-\ldots-n_{r-1}),n_r}$ punti su C_r, in modo da individuare su $F_r^{n_r}$ una curva di ordine n_r^2 (cioè analogamente come sopra).

Prendansi inoltre altri $r-1$ punti semplici per F^m, uno su ogni C_i $(i=2,3,\ldots,r)$, ma fuori della curva di ordine $(m-n_1-\ldots-n_{i-1})n_i$ di ciascuna $F_i^{n_i}$ $(i=2,3,\ldots,r)$ individuata dai punti già scelti sulla C_i.

Infine, aggiungasi un altro punto semplice di F^m, fuori di tutte le $C_1, C_2,\ldots, C_r$ (ossia delle $F_i^{n_i}$).

Si hanno così

$$\binom{m+3}{3} - 1$$

punti, per i quali non passa alcuna superficie algebrica di ordine m, tranne F^m. Perchè, se vi passasse una seconda superficie di ordine m, ve ne passerebbero infinite, di cui una Ψ_m per un punto P di $F_1^{n_1}$ esterno a C_1; questa superficie, dovendo passare per C_1 e per P, dovrebbe contenere come parte la $F_1^{n_1}$, che è irriducibile. La parte rimanente è dell'ordine $m-n_1$, e passerà per la curva di ordine $(m-n_1)n_2$ di $F_2^{n_2}$, *individuata* dagli $N_{(m-n_1),n_2}$ punti scelti dapprima su C_2, onde, per passare ancora per l'ulteriore punto fissato su C_2, dovrà contenere come parte la $F_2^{n_2}$, che è irriducibile. E così di seguito.

La Ψ_m risulta dunque composta da tutte le $F_1^{n_1}, F_2^{n_2},\ldots, F_r^{n_r}$ che la esauriscono, e perciò non potrebbe passare per il punto di F^m esterno a quelle parti, come supponevasi.

Napoli, novembre del 1914.

UNA PICCOLA EPIDEMIA DI DIFTERITE PROVOCATA DA PORTATORI NORMALI DEI GERMI SPECIFICI

Nota del S. C. prof. Guido Bordoni-Uffreduzi

(*Adunanza 11 febbraio 1915*)

Già nel 1908 ho avuto l' onore di intrattenere l' Istituto sulla questione dei portatori normali dei germi difterici e sull' importanza che possono avere per la diffusione della difterite, specialmente nelle scuole.

Ora mi offre occasione di tornare sull' argomento un episodio epidemiologico del genere, veramente interessante, verificatosi in un Istituto sanitario di questa città nello scorso anno 1914. Quivi improvvisamente, nel mese di luglio, si manifestarono alcuni casi di difterite nei bambini degenti in un' infermeria dell' Istituto, che erano da tempo ivi ricoverati, senza che fosse avvenuta alcuna nuova ammissione di infermi, da un numero di giorni notevolmente superiore a quelli che corrispondono al periodo massimo di incubazione della malattia.

Era quindi difficile spiegare e rintracciare l'origine di tale infezione.

Pensai allora che il fatto poteva essere dovuto all'esistenza di qualche portatore di bacilli difterici, sia fra i piccoli infermi e sia nel personale assistente; e feci praticare perciò l'esame batteriologico del muco faringeo di tutti i degenti nel padiglione infetto, che erano 34, e nelle suore e infermiere ivi addette, in numero di sette.

Orbene l'esame batteriologico rivelò la presenza di 8 portatori normali di bacilli specifici, sei bambini. una suora e una infermiera. Vennero tosto isolati tutti e sottoposti alle pratiche opportune di disinfezione del cavo orale e faringeo, praticando

in pari tempo un'accurata disinfezione del padiglione infetto; e dopo ciò si ebbe ancora, quasi subito, un caso di difterite in un bambino della stessa infermeria e un altro caso in uno dei bambini isolati come portatori dei germi; e poscia nulla più.

Le ricerche eseguite e le misure adottate in conseguenza ebbero dunque completo successo.

Ho voluto render noto questo caso interessante e veramente dimostrativo dell'importanza che possono avere i portatori di germi difterici per la diffusione dell'infezione relativa, per richiamare su ciò l'attenzione dei medici: perchè il fare a tempo, in simili casi, le ricerche necessarie per rintracciare l'origine dell'infezione è della massima importanza per poterne arrestare prontamente il decorso.

I DIVORZI ALL'ESTERO
E LA CITTADINANZA ITALIANA

Nota del M. E. prof. G. C. Buzzati

(Adunanza 11 febbraio 1915)

La questione così grave di problemi e feconda di polemiche sulla adozione del divorzio nella nostra legislazione è ormai da tempo perfettamente risoluta, per una parte almeno degli italiani. A chi può permettersi il lusso di perdere qualche mese, spendere un po' di quattrini e correre il rischio di restare più o meno a lungo stranieri, pure vivendo pacificamente sotto il bel cielo d'Italia il pauroso monito del codice nostro « il matrimonio non si scioglie che colla morte di uno dei coniugi » è uno spaventapasseri: *il y a des accommodements....* anche col severo rigore delle leggi!

L'espediente è noto in Italia da oltre un ventennio: anzi da più tempo ancora: era di moda in Francia prima che la terza repubblica vi stabilisse il divorzio. I coniugi cui la catena nunziale intollerabilmente pesa si recano in uno Stato dove il matrimonio sia dissolubile; vi acquistano la cittadinanza: invocando qualche causa vera, o d'accordo inventata, ottengono una sentenza di divorzio: ne domandano la esecuzione in Italia: e raggiunto quest'ultimo fine, ognuno dei due colombi può, se crede. da nuovo disio chiamato, convolare ad altre legittime nozze.

Fino a qualche hanno fa qualche pericolo o qualche difficoltà tuttavia si presentava: anzitutto molte tra le nostre Corti d'Appello pensavano: se in Italia, come non è contestabile, non si può pronunciare il divorzio neppure tra stranieri, secondo quanto dispone la legge loro, essendo il matrimonio nel nostro paese indissolubile per una ragione di ordine pubblico che si

impone così ai cittadini come agli stranieri, la stessa ragione vieta ugualmente di dare esecuzione ad una sentenza estera di divorzio e ne rifiutavano quindi costantemente l'*exequatur*, giudicando, a mio avviso, molto rettamente. Ma altre Corti erano di parere diverso: non scioglievano cioè nessun matrimonio, ma davano esecuzione alle straniere sentenze di divorzio. La Cassazione di Firenze seguiva la seconda opinione: quella di Torino la prima. Poco male, del resto; invece di domandare la esecuzione all'Appello di Milano, la si domandava a quella di Venezia ed ogni scoglio era evitato.

Inoltre col Codice civile chi avesse perduto la cittadinanza italiana (e la si perdeva ottenendone una straniera) non poteva riacquistarla se non adempiendo certe condizioni e domandando un permesso al governo: se questo si rifiutava, si correva il pericolo di essere divorziati bensì, ma stranieri, ciò che poteva ripugnare al sentimento di italianità, far correre l'alea di essere eventualmente espulsi dal nostro territorio e produrre o minacciare altri danni non sopportabili da tutti.

Ma vennero due provvide leggi: quella del 7 settembre 1905 che diede esecuzione, tra altre convenzioni dell'Aja, anche a quella per regolare i conflitti di leggi e di giurisdizioni in materia di divorzio e di separazione personale; e siccome per essa le sentenze di divorzio pronunciate in uno degli Stati contraenti devono essere sotto certe condizioni riconosciute negli altri, così a tutti i giudicati belgi, francesi, lussemburghesi, neerlandesi, portoghesi, rumeni, svedesi, svizzeri ed ungheresi i quali, in conformità della Convenzione, abbiano pronunciato un divorzio, non si può più rifiutare la esecuzione in Italia; almeno di fronte a codeste sentenze straniere la questione cui prima accennavo, sulla possibilità o meno di riconoscerle, è stata legislativamente risolta in senso affermativo.

L'altra legge è quella del 13 giugno 1912: per essa l'italiano che ha perduto la nostra cittadinanza non ha più bisogno come prima, per riacquistarla, di ottenere un permesso dal governo: basta che rinunci a quella straniera e stabilisca la propria residenza nel regno, oppure, anche senza rinunciare a quella straniera, che da due anni abbia ristabilito la residenza in Italia: e il governo, il quale, prima aveva la facoltà di permettere il riacquisto, ora ha soltanto quella di inibirlo. Ritornare ad essere italiani è perciò adesso più facile di un tempo anche perchè, per una imperfezione della legge, il governo non sempre è in grado di sapere chi si stabilisca nel regno e di esercitare quindi la sua facoltà di inibizione.

In favore degli italiani che vogliono divorziare sta poi anche un'altra circostanza: l'acquisto di una cittadinanza straniera normalmente non è nè facile, nè sollecito, nè a buon mermercato: ma in uno Stato al nostro vicino, in Ungheria, è sufficiente farsi adottare da un ungherese per ottenere, poco dopo, un decreto di naturalizzazione magiara: e un padre adottivo lo si trova facilmente; basta pagarlo. Il mercato dei padri adottivi in Ungheria è fiorentissimo e la concorrenza, naturalmente, fa rinvilire i prezzi. Aggiungasi che la legge matrimoniale ungherese annovera molte non rigorose cause di divorzio e che essa è in vigore anche a Fiume, dove la procedura davanti ai tribunali si svolge in lingua italiana. Un piacevole, breve viaggio attraverso il non amarissimo mare; e a Fiume si trova tutto: padri adottivi, aria salubre, decreti di naturalizzazione, clima mite d'inverno e d'estate, sentenze di divorzio, ottimi alberghi, leggi poco severe, Abbazia allettatrice vicina, tribunali compiacenti, ottime stazioni balneari, prezzi moderati. Resterà tuttavia l'incomodo di un padre posticcio di cui si porta il nome: ma no, anche a questo la comoda legge ungherese ha pensato; raggiunto il fine del divorzio, il padre adottivo, che ha intascato il compenso della sua prestazione e ormai non sa più che farsi dell'amato figliuolo, intravveduto si e no un paio di volte, sdegnosamente e solennemente si dichiara deluso nelle sue legittime aspettazioni dalla sconoscente condotta del rampollo e lo ripudia! Divorzio e disadozione: gli ex-sposini felici, liberi d'ogni vincolo, rivarcano l'Adriatico.

Almeno, pensò con alto senso di giustizia e di moralità l'on. Meda, a codesti ex-coniugi sia inibito il riacquisto della nostra cittadinanza; divorziati sia pure, ma stranieri: e interrogò in proposito il Ministro dell'interno. Rispose l'on. Celesia che la facoltà di inibizione è stata esercitata dal governo per quelle persone che, come risulta dalla rapida successione con cui avevano compiuto i diversi atti tra loro coordinati (e cioè acquisto di cittadinanza estera, sentenza di divorzio, esecutorietà della sentenza in Italia, pratiche per il riacquisto della cittadinanza italiana) avevano mutato cittadinanza col solo scopo di conseguire il divorzio e di compiere così una frode alle nostre leggi sull'ordinamento della famiglia; frode che come ebbero a ritenere le sezioni I e II del Consiglio di Stato col parere di massima emesso il 13 dicembre 1912, costituisce una delle ragioni gravi previste dalla legge per fare luogo alla inibizione. — Benissimo; ma l'on. Celesia non ha detto come il Consiglio

di Stato nel parere del dicembre 1912 lasci chiaramente comprendere che se le pratiche per il riacquisto sono rinnovate dopo qualche tempo, manca ogni motivo per insistere nel divieto e come in altri casi, nei quali concorreva qualche circostanza, favorendo, come ad es., un successivo matrimonio dell'antico italiano, il Consiglio stesso ammise non doversi impedirgli di ridiventare nostro concittadino.

Altro ancora è poi da notare: ossia che molte volte il governo è posto nella impossibilità di esercitare la sua facoltà di inibire il riacquisto, semplicemente perchè il divorziato nulla ha da riacquistare, essendo sempre rimasto italiano. È strano ma è così: facile ne è la spiegazione. Per perdere la cittadinanza italiana due condizioni, secondo la nuova nostra legge, devono verificarsi: aver acquistato una cittadinanza straniera ed aver stabilito all'estero *la residenza*. Chi non abbia adempiuto l'una o l'altra condizione rimane italiano. Ora la residenza è la *dimora abituale* e per stabilire all'estero la propria residenza è necessario dimorare *abitualmente* all'estero: ma l'italiano che vuol divorziare per solito va in terra straniera una o due volte per qualche giorno, tutto al più per un paio di settimane: so di divorziati i quali sono rimasti complessivamente a Fiume non più di 48 ore. Tutti costoro hanno cessato d'essere italiani? Evidentemente no, perchè il passare in uno Stato straniero anche due mesi non costituisce una dimora abituale, una residenza all'estero.

Viceversa c'è qualche Stato che non richiede, per concedere la cittadinanza, la residenza sul suo territorio e qualche altro come l'Ungheria, che la richiede, ma che, per ritenere una persona colà residente, si accontenta di far constatare che ha preso a pigione una stanza a Fiume o a Budapest. Per le leggi ungheresi insomma è in Ungheria residente chi in esso Stato semplicemente dimora, per le nostre è residente all'estero chi vi dimora *abitualmente*.

Ora più e più volte accadde che quando il divorziato in Ungheria o altrove domanda la esecuzione della sentenza in Italia, nè le nostre Corti (in modo speciale poi quella di Venezia, la quale pare si sia proposto di aprire ai divorziati delle braccia larghe quanto la misericordia divina) nè il Pubblico Ministero si curano di verificare se costui abbia veramente trasportato all'estero la sua residenza e sia quindi per noi straniero: trovano un certificato ungherese che lo dichiara residente a Fiume o a Budapest e di ciò si accontentano, senza

avvertire come pure sarebbe doveroso, che il certificato non basta per noi a dimostrare la sua residenza abituale all'estero e senza quindi constatare che realmente più non sia italiano: e la esecuzione è così concessa a coniugi che saranno ungheresi per l'Ungheria, ma continuarono sempre ad essere italiani di fronte alle nostre leggi.

Il caso più clamoroso è stato quello dell'on. Fortunati: recatosi per breve tempo a Fiume, vi ottenne la cittadinanza ungherese ed il divorzio: poi a Venezia la esecuzione: eletto deputato e contestata la elezione per la sua qualità di straniero, la Giunta prima e la Camera poi dovettero giudicare che era stato sempre residente in Italia e perciò sempre italiano e confermarono la elezione: implicitamente riconoscendo così che la Corte di Venezia aveva dato esecuzione ad un divorzio pronunciato all'estero tra cittadini italiani.

Ma la colpa in questo e in molti altri simili casi non sta nella legge: sta nell'errore e nella incuria con la quale viene applicata. La pura e semplice applicazione delle nostre norme legislative fatta senza rigore, ma anche senza colpevole larghezza, avrebbe moltissime volte impedito che codesti divorzi avessero efficacia in Italia. Se ciò si facesse, la dissoluzione di matrimoni tra italiani divenuti realmente stranieri potrebbe ancora essere raggiunta ed avere effetto tra di noi; ma con difficoltà alle quali non tutti sarebbero disposti a sottoporsi e seguendo vie più complicate, che non è questo il luogo di indicare. Ma almeno finirebbe una buona volta il vero sconcio giuridico e morale della sanzione data dalle nostre Corti di giustizia a divorzi pronunciati tra coniugi che furono, sono e continueranno ad essere cittadini italiani.

LA VACCINAZIONE JENNERIANA DEV' ESSERE RICHIAMATA IN ONORE

Nota del S. C prof. GIUSEPPE SORMANI

(*Adunanza del 11 febbraio 1915*)

Il Wright, come epigrafe al volume de' suoi studi sulla immunizzazione (1), pose questa proposizione: *Il medico dell' avvenire dovrà essere un' immunizzatore* (2).

Con questa asserzione il sommo patologo inglese conferma quanto fatidicamente aveva già iniziato un secolo innanzi il suo grande connazionale, con la scoperta di un innesto preventivo contro il vaiuolo, che ancora oggidì è il più tipico, il più genuino di tutti i processi immunizzatori.

Ma la vaccinazione contro il vaiuolo, quantunque ormai scientificamente accertata ne' suoi fattori fondamentali, lascia tutt'ora qualche incertezza in taluni momenti della sua pratica applicazione.

Ed è da queste incertezze, che presero origine le antiche e moderne accuse, che a lei rivolgono le tanto moleste, ma però talora utili, leghe degli antivaccinisti.

Queste opposizioni, se nella maggior parte sono basate su errori di osservazione, o su sofismi, non mancano talora di un fondo di verità, che, opportunamente scandagliato, ebbe altra volta il merito di imporre al metodo decisivi miglioramenti; come avvenne quando gli allarmi giustissimi suscitati dai casi della sifilide vaccinica, condussero gli igienisti a studiare il metodo più rigoroso della vaccinazione animale.

(1) Sir A. E. WRIGHT. *Studies on Immunisation and their application to the diagnosis and treatment of bacterial infections.* London 1909.

(2) *The Physician of the future will be an Immunisator.*

Ma anche la vaccinazione animale non è senza pecche.

La vaccinazione animale moderna, nella quale la scuola italiana e specialmente quella milanese (1) ha avuto il vanto di essere stata maestra ai francesi, ai belgi, agli inglesi, ai tedeschi, nella seconda metà del secolo scorso, non è più una pratica alquanto empirica, quale si svolgeva circa 40 anni or sono; ma nello stesso tempo in cui ha ottenuto il trionfo nel campo scientifico, ha incontrate altre difficoltà nella sua applizione.

E qui intendo accennare *alla frequenza colla quale da certi Istituti vaccinogeni si distribuisce linfa inattiva.*

Prendiamo a sfogliare quella Relazione, che il medico provinciale dott. Stefano Balp presentava nel 1905 all'Accademia medica di Torino (2); e che è stata una delle prime coraggiose rivelazioni del gravissimo fatto.

Vi si legge che l'epidemia, che desolò la terra di Bari nel 1902-1903 fu veramente spaventosa; i casi denunciati furono 719 nel primo anno, e 9186 nel secondo anno. Ma in realtà il numero dei colpiti dev'essere stato notevolmente superiore, quando si pensi che « nel solo comune di Barletta si trovarono « dai medici necroscopi 244 morti di vaiuolo non visti in vita « da alcun medico. Questo fatto si ripetè in quasi tutti i co- « muni colpiti! » I morti di vaiuolo nella sola provincia di Bari, nell'anno 1903, superarono i 4000!

Il diligente funzionario nella ricerca delle cause di tale strage trovò che fin dal 1896 le vaccinazioni (che pure si eseguivano) avevano dato abitualmente *esito negativo:* e ciò per le qualità *negative* della linfa vaccinica, *male confezionata o male conservata.* Questo si ripetè successivamente per i comuni di Bari, Andria, Molfetta, Monopoli, Locorotondo, Capurso, Conversano, San Michele, Bitonto, etc. etc.

---

(1) È dovere qui ricordare i nomi di DELL'ACQUA, GRANCINI, NOLLI e REZZONICO, che costituivano il Comitato milanese di vaccinazione animale; del colonello medico Paolo Macchiavelli, che introdusse per il primo la vaccinazione animale nell'esercito italiano, nonchè il R. Istituto Lombardo, che incoraggiò i loro studi, istituendo dei premi per i loro lavori. (*Il vaccino animale ed il vaccino umanizzato* - Memoria premiata, Milano 1879).

(2) BALP. — *Note ed osservazioni epidemiologiche su duecento epidemie di vaiuolo.* Comunicazione fatta nella seduta del 17 Marzo 1905, all'Accademia medica di Torino.

Questo vaccino inattivo, che non produce le pustole immunizzanti, esclama il Balp « *annoia i parenti dei vaccinati,* « *impazienta e scredita i medici, ed è più pericoloso di cento* « *campagne antivacciniche* ».

Ma chi lo distribuisce? Perchè se ne fa uso? Come va che nessuno provvede?

Nè meno esplicito è il dottor Salvatore Marano (1), Direttore dei servizi d'igiene della città di Salerno, ove parlando delle misure adottate da lui contro la epidemia di vaiuolo nel 1909 dice che « lo scopo non fu raggiunto affatto, *principal-* « *mente perchè le vaccinazioni... per la pessima qualità della* « *linfa, dettero* **tutte** *esito negativo...* » ed aggiunge:

« Ma *l'inefficacia della linfa...* produsse anche danni mag- « giori; valse a far mancare nella popolazione ogni fiducia « nella utilità della vantata pratica profilattica! ».

Ed io domando: Che cosa vale la legge sulla vaccinazione obbligatoria, se poi si tollera che gli Istituti vaccinogeni mandino linfa inattiva ai vaccinatori?

E quello che qui risulta esser avvenuto durante i periodi epidemici, avviene con identica misura nelle vaccinazioni ordinarie; come appare dalle indagini del dott. E. Balp; e dalla confessione di altri medici (2), i quali « *non si curano più* « *di verificare gli esiti delle vaccinazioni, ricorrendo all' im-* « *morale espediente di riportare fra i vaccinati tutti i ribelli,* « *e di affibbiare alla colonna* **esito**, *quello che più loro ag-* « *grada* ».

E così i registri dei vaccinati, che dovrebbero essere tenuti con un relativo rigore in ogni ufficio comunale, se pure esistono, vanno diventando documenti falsi o sospetti. Ma procediamo innanzi.

La più interessante di tutte queste Relazioni che io conosca su questi argomenti di grande valore per la pubblica igiene, è quella che fu scritta dal dott. Vincenzo Pernice (3),

---

(1) MARANO, *Relazione sullo stato sanitario del comune di Salerno, nel decennio 1901-910.* Salerno, 1911.

(2) Dott. ANGELO RICCIARDI, *Vacciniamo ma osserviamo.* Articolo pieno di assennate considerazioni, pubblicato sulla *Medicina Sociale* del prof. Gius. Tropeano, Numero 25. Nov. 1913, Napoli.

(3) Docteur VINCENZO PERNICE, médecin assistant de l'institut de anatomie pathologique de la R. Université de Palerme, *L'épidémie de variole de Palerme en 1911-12.* Revue internationale de la vaccine. (Mars-avril 1913) Paris.

il sincero storico della tremenda ed incredibile epidemia di vaiuolo, che infierì nella città di Palermo, per 22 mesi consecutivi, cioè dall'ottobre del 1910, al giugno del 1912.

Essendosi scoperta l'esistenza di un incipiente epidemia di vaiuolo nel mese di ottobre del 1910, furono iniziate in Palermo le vaccinazioni e rivaccinazioni obbligatorie, secondo le giuste prescrizioni dei vigenti regolamenti. Ma dopo *otto mesi* di lavoro di 10 medici vaccinatori, cioè nel maggio del 1911 si sospesero le vaccinazioni, perchè sopraggiunse il colera.

Quanto fu grande la mia sorpresa, leggendo di seguito, che: delle 86.552 vaccinazioni praticate in questi otto mesi « *non si* « *deve tenere alcun conto*, perchè il numero dei risultati posi- « tivi, con la linfa fornita dai vaccinogeni fino a quest' epoca, « *era nullo, o quasi nullo*; poichè quella linfa, che erasi ado- « perata fino allora, *era quasi completamente inattiva!* » (1).

E così in Palermo il virus vaiuoloso si diffuse a suo beneplacito, e l'epidemia, che colpì certamente più di 10 mila persone (2), ne uccise 2238.

I gravi fatti, che ho riferito e documentato, spiegano certamente perchè il vaiuolo, che era disceso a poche centinaia di morti in tutta l'Italia nei tre ultimi anni del secolo XIX, risorse con epidemie, che travolsero ancora parecchie migliaia di morti nei quattro anni dal 1901 al 1904, e dal 1909 al 1912.

Prescrivere l'obbligo della vaccinazione, e poi vaccinare con linfa priva di ogni virtù, è uno scherzo di cattivo genere, che non deve più ripetersi, perchè presuppone ignoranza o mala fede.

---

(1) Ed il dottor PERNICE aggiunge: « Questo fatto non fu speciale a Palermo, ma si produsse egualmente in altri paesi ».

E per confortare maggiormente *la sua tesi* il dott. Pernice cita pure il fatto avvenuto in provincia di Caserta, ove il capitano medico dott. Messineo, durante una epidemia di vaiuolo nel comune di Fondi, vaccinò con linfa *che non produsse nemmeno un solo esito positivo.*

Il Messineo voleva giustamente ripetere le vaccinazioni con altra linfa. Ma la popolazione per dispetto vi si rifiutò; e così l'epidemia fece la sua strada.

(2) Il numero dei denunciati fu soltanto di 6909, ma lo storico ricorda, che un gran numero *sfuggivano alla denuncia* specialmente i casi leggieri, che non chiamavano il medico, ed anche casi gravi, che morivano in famiglia per timore del lazzaretto.

La quistione ora sorge anche più grave per il fatto, che la Lega degli antivaccinatori ne prende occasione per far maggior rumore, ed aumentare il numero de' suoi proseliti.

Questi sono i fatti sui quali i nemici della vaccinazione appoggiano le loro frasi sensazionali, come questa, inserita nella Circolare ai Senatori ed ai Deputati del Regno d'Italia.

La vaccinazione non protegge contro il vaiuolo nemmeno per un giorno! (1). Se alludevano alle 86 mila vaccinazioni e rivaccinazioni eseguite a Palermo nel 1910-11, essi avevano pienamente ragione.

Gli Istituti vaccinogeni non devono essere lasciati in balìa di coloro, che non ne conoscono la grande importanza scientifica, e li considerano puramente come stabilimenti industriali.

Molte sono le cause che tendono a snaturare la produzione della linfa vaccinica, e molte sono quelle, che in breve possono rendere inattiva anche una linfa ottima. La sua produzione non può pertanto essere concessa, che a personale dedicato alle ricerche scientifiche, ai lavori di laboratorio, e giudicato competente in quella speciale tecnica. Anche con queste favorevoli disposizioni è tuttavia possibile, che in qualche spedizione la linfa fallisca.

Ma in queste circostanze bisogna imitare l'esempio del direttore dell'Istituto vaccinogeno di Pavia, il quale, accortosi del caso inaspettato, richiamò subito di sua iniziativa la linfa trovata inattiva, e la sostituì con linfa più recente e più sicura (2).

La nostra legislazione sull'argomento è incompleta. Nessun provvedimento legislativo potrebbe essere preso contro Istituti che smerciano linfa inattiva. Eppure si deve a questa, più che ad ogni altra causa, se nelle provincie meridionali d'Italia, dal 1901 al 1912, la statistica delle cause di morte registrò più di 20 mila decessi per vaiuolo! (3).

I provvedimenti potrebbero essere presi dagli stessi medici vaccinatori, cui spetterebbe sempre di controllare l'azione della linfa, respingendola ogni volta che non attecchisse, od abbandonando definitivamente il rispettivo fornitore. Ma questo pur-

---

(1) *Circolare in data 25 nov. 1913* sul periodico « *Vita e Malattie* » N. 48. Perugia, inviata a tutti i Senatori e Deputati onde persuaderli ad abolire la legge sulla vaccinazione.

(2) Vedi Lettera circolare del prof. Golgi, in data 7 maggio 1897.

(3) v. Statistica ufficiale delle cause di morte — per gli anni dal 1901 al 1912 — Roma, tipografia Cecchini, 1914.

troppo è difficile a tradursi in pratica, per il contratto provinciale, che lega i comuni ai così detti Istituti provinciali.

Per salvare l'onore della vaccinazione Jenneriana, meraviglioso strumento della scienza profilattica, ma guerreggiata dagli antivaccinatori, e bistrattata dai vaccinatori, è dunque necessario migliorare l'istituto degli stabilimenti vacciniferi, istruire i medici vaccinatori, e riformare in molte parti la rispettiva legislazione; il che mi riservo di proporre in una prossima comunicazione.

L' APPARECCHIO POLISETTORE DI TOMMASO CEVA E UNA LETTERA INEDITA DI GUIDO GRANDI

Nota di Alberto Pascal

(STUDENTE NELLA R. UNIVERSITÀ DI NAPOLI)

(Adunanza dell'11 febbraio 1915)

---

1. Nel 1695 Tommaso Ceva, che insegnava matematica e retorica nel Collegio di Brera di Milano, ideò e rese noto uno strumento atto alla divisione di un angolo dato in un qualunque numero di parti eguali.

Tommaso Ceva, (1648-1737), milanese, era fratello di quel Giovanni Ceva, maggiore di lui di età, molto conosciuto in matematiche per le sue opere (divenute oggi rarissime), e per alcuni teoremi di geometria segmentaria che da lui han preso il nome (1). Tommaso Ceva, che apparteneva alla Compagnia di Gesù, sino a quell' epoca, nulla aveva pubblicato di matematica, pure essendo versatissimo in questa disciplina; aveva preferita invece la poesia, specialmente religiosa, ed aveva subito ottenuto grandi allori; diventò anche, più tardi, accademico Arcade (2).

---

(1) È veramente a deplorarsi che sopra Giovanni Ceva non si conosca oggi quasi nulla. Questo geometra fu Commissario della Camera arciducale del Ducato di Mantova, e non si sa nè quando nacque, nè quando morì.

(2) Nel necrologio di G. C. Cordara, *Vita del P. Tomaso Ceva* [in *Le vite degli Arcadi illustri scritte da diversi autori, e pubblicate d'ordine della Generale Adunanza da Michel Giuseppe Morei, Custode d'Arcadia*, parte V (Roma, tip. de' Rossi, 1751)] è contenuto anche un ritratto del Ceva.

L'idea dello strumento trisettore o, meglio, polisettore, fu da lui esposta in un opuscoletto oggi certamente dimenticato, e di cui peraltro ho rintracciata una copia nella R. Biblioteca Nazionale Braidense di Milano (1); ma ben può credersi ch'esso sarebbe forse allora passato inosservato, se il suo contenuto non fosse stato integralmente riprodotto negli *Acta Eruditorum* di Lipsia (a. MDCXCV, p. 290) (2).

2. Il Ceva immaginava un rombo articolato $mzbp$ (v. **fig. I**): se cbx è l'angolo proposto, si staccano sui lati segmenti

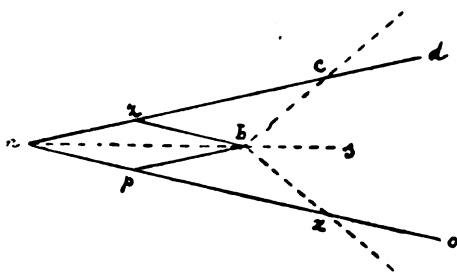



Fig. I.

$bc = mz$, $bx = mz$; si fissa poi il vertice b dello strumento, sul vertice b dell'angolo, stringendo di tanto i regoli md, mo,

---

(1) *Instrumentum pro sectione cuiuscunque anguli rectilinei in partes quotcunque aequales* Thomae Cevae *è Soc. Jesu.* (Mediolani, MDCXCV, apud Ambrosium Ramellatum) di pag. 12, in 12°.

Quest'opuscolo è menzionato erroneamente nella *Biblioteca Matematica Italiana dalla origine della stampa ai primi anni del secolo XIX compilata da* Pietro Riccardi (Modena, Tip. Soliani, MDCCCLXX); giacchè se ne fa cenno, riportandone un titolo che non gli è dovuto, e cioè quello di *Opuscula Mathematica*, confondendo, senza dubbio, cogli *Opuscula Mathematica*, del 1699, e che son menzionati subito dopo.

(2) Lo strumento di Ceva non è ricordato nelle *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, 2 Aufl. (Leipzig, B. G. Teubner, 1900) di M. Cantor; neppure se ne fa cenno in altri libri nei quali, specialmente per la semplicità estrema, sarebbe stato utile ricordarlo; come, per esempio, nelle *Questioni riguardanti la Geometria elementare raccolte e coordinate da* F. Enriques (Bologna, Zanichelli, 1900).

Solo nel libro di A. Mitzscherling, *Das Problem der Kreisteilung; ein Beitrag zur Geschichte seiner Entwicklung.* (Leipzig, B. G. Teubner, 1913) pp. 145 e 202, è fatta menzione dello strumento, del quale si riproduce anche una figura (tratta dagli *Acta Eruditorum*)

da far sì che passino pei punti *c* ed *x*; si viene così a formare un angolo *c m x*, che, con ovvia dimostrazione, si vede esser terza parte del proposto angolo *c b x*.

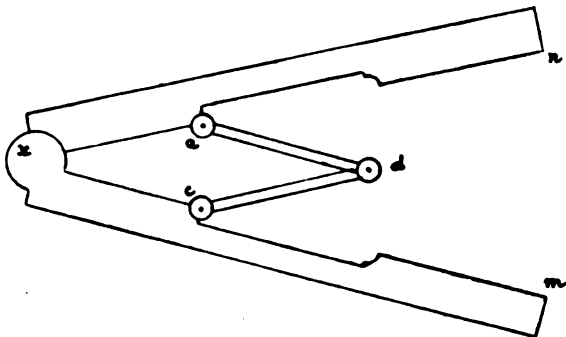



Fig. II.

Lo stesso strumento, coll'aggiunta di altri rombi, serviva al Ceva per la polisezione; per esempio, per la quintisezione, basta

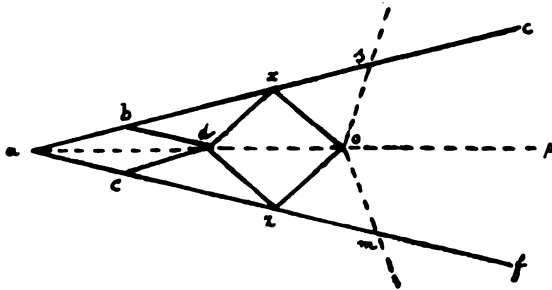



Fig. III.

che si aggiunga un secondo rombo equilatero col primo (vedi fig. III), ed articolato sempre in modo che i vertici *z* ed *x* scorrano entro scanalature praticate sui regoli *a e*, *a f*; se l'angolo a dividersi è *s o m*, basta staccar sui lati di questo angolo, segmenti eguali ad *a b*, fissare *o*, vertice estremo del secondo rombo, in *o*, vertice dell'angolo a dividersi, e stringere i regoli *a e*, *a f* finchè comprendano il segmento *s m*: si ottiene allora l'angolo *s a m*, quinta parte di *s o m*. È evidente che, colla successiva aggiunzione di altri rombi, può ottenersi la polisezione. Come si vede, lo strumento era quindi ingegnoso e semplicissimo; esso fu poi anche costruito; Ceva scriveva

infatti a Guido Grandi (1): *Un eccellente artefice francese, a richiesta d'un gran Cavaliere, si è messo a lavorare il mio strumento per la divisione dell' angolo sino al nove* (2).

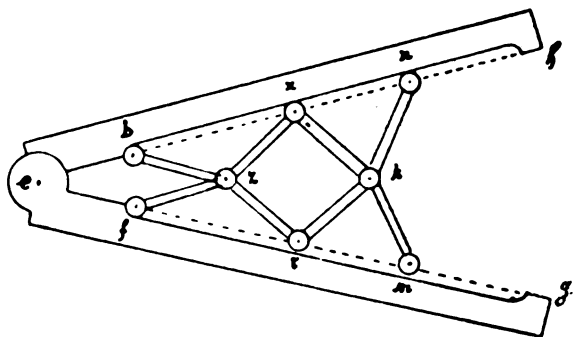



Fig. IV.

3. Ma lo strano si è che, nel 1707, uscita, postuma, l'opera famosa di de l'Hospital, *Traité analytique des sections coniques*, vi si trovò inserita al completo la medesima descrizione dello stesso strumento, senza peraltro l' avvertenza che non si trattava di una idea dell' autore dell' opera (3). Ciò, a quanto pare, diede luogo a vivi risentimenti dei geometri italiani, e

---

(1) In una lettera, del 30 giugno 1700, conservata nella R. Biblioteca Universitaria di Pisa, e pubblicata da A. Paoli, *La Scuola di Galileo nella storia della filosofia — Documenti — Corrispondenza del padre Grandi col padre Ceva.* (Annali delle Università Toscane, vol. XXVIII e XXIX, 1908-09), p. 77 dell' estratto.

(2) In una delle lettere di Giovanni Ceva a Vincenzio Viviani, che io ho ritrovate recentemente nei *Manoscritti Galileiani, Discepoli*, della R. Biblioteca Nazionale di Firenze, e precisamente in quella del 13 marzo 1693, si accenna, con molto elogio, ad un artefice francese, un tale Cotel, che lavorava a Mantova, dove era molto stimato dall'Arciduca. Vi son quindi buone ragioni per credere che questo artefice appunto fu quello che costruì l' apparecchio polisettore di Tommaso Ceva.

(3) de l' Hospital, *Traité analytique des sections coniques et de leur usage pour la résolution des équations dans les problèmes tant déterminez qu' indeterminez.* (Paris, chez Boudot, MDCCVII) livre X, probl. VI, p. 452. Questo libro ebbe una ristampa nel 1720 (Paris, chez Montalant).

chi per primo se ne fece eco fu GUIDO GRANDI (1671-1742) che, nella prefazione d'una sua opera (1) fece notare questo caso.

Siccome però il DE L'HOSPITAL morì nel 1704, l'opera sua certo non ebbe l'ultima revisione dall'autore, e può anche darsi che non fosse nelle intenzioni del DE L'HOSPITAL il far propria la costruzione del CEVA; quello che però non par verisimile, è che il DE L'HOSPITAL non conoscesse lo strumento di CEVA, e ciò perchè la descrizione di tal strumento fu inserita proprio negli *Acta Eruditorum*, vale a dire nel giornale scientifico più conosciuto dell'epoca, ed al quale lo stesso DE L'HOSPITAL collaborava in quell'epoca (2).

4. Avendo io ritrovate nella R. Biblioteca Nazionale Braidense di Milano (nella cartella segnata A F. XIII. 13) alcune lettere di GUIDO GRANDI a TOMMASO CEVA, e, fra queste, una nella quale il GRANDI scrive appunto di questa, chiamiamola pur così, disavvertenza del DE L'HOSPITAL, manifestando l'intenzione di trarne argomento d'una risposta a chi di analoghe disavvertenze lo accusava, credo cosa non del tutto inutile il riprodurre qui appunto questa lettera, cogliendo così l'occasione, con questa Nota, di ricordare TOMMASO CEVA, dalla cui scuola uscirono tanti valenti cultori di matematica.

Nella prima parte (che noi ometteremo) della lettera (che data del 1° aprile 1708) GRANDI risponde ad una questione propostagli da CEVA; passa quindi a trattare dell'argomento che ci occupa, e scrive:

---

(1) G. GRANDI, *Quadratura circuli, et hyperbolae per infinitas hyperbolas, et parabolas quadrabiles geometricè exhibita, et demonstrata. Editio altera etc.* (Pisis, MDCCX, ex tip. Francisci Bindi) p. XIV.

(2) Dodici pagine dopo la descrizione dello strumento di CEVA, è inserita negli *Acta Eruditorum* una lettera di DE L'HOSPITAL, nella quale questi risolve dei problemi proposti da GIOVANNI BERNOULLI.

Anche a pag. 421 del vol. 17 del *Giornale de' Letterati d'Italia* (Venezia, Ertz, MDCCXIV), e nella *Prolusione agli studi nel solenne aprimento del Liceo di Milano in Porta Nuova recitata il giorno 24 novembre 1812 da* CESARE ROVIDA *professore di Matematica, e reggente provvisionale.* (Milano, dalla stamperia Pirotta, 1813), p. 47, si nota la priorità del CEVA nella ideazione dello strumento.

Il prof. GINO LORIA, *Osservazioni sopra la storia di un problema pseudo-elementare.* (Bibliotheca Mathematica, Zeitschrift für Geschichte der mathematischen Wissenschaften, (3), 4 Bd., 1903), ha fatte analoghe osservazioni, a proposito di questa non eccessiva scrupolosità del DE L'HOSPITAL nel citare le fonti donde attingeva.

Cariss°. P. Ceva,

. . . .
. . . .

Il modo di trovare il moto de gravi, crescendo la velocità secondo l'ordinate di qualunque curva, già lo sò da me, e l'ho imparato dalla Geometria del moto del Sig.r Giovanni suo Fratello (1); *onde non acade ella mi mandi ciò li SS. Francesi abbiano dato sopra di tale ricerca; vorrei che le curve trattate nel mio libro* (2) *fossero del tutto nuove, per non espormi alla taccia datami ne Giornali da q.ti Oltramontani, che io abbia dimostrato le cose già dimostrate da altri.*

Nel libro intitolato Traité Analytique des Sections Coniques del March. dell' Ospital stampato l'anno passato 1707 in Parigi al lib. 10 probl. 6. si propone di dividere l'angolo in trè, in cinque, o più parti di num.o dispari con uno stromento, e questo stromento è per appunto lo stesso, che il suo compasso di trisezione, e quintisezzione; lo stesso e nella struttura, e in tutte le sue parti senza minima alterazione, di modo che pare copiato dall' opuscolo che V. P. stampò, e fù inserito interam.te nè supplementi delli atti di Lipsia; sono restato molto maravigliato, e stomacato, che ne meno s' acenni questo istromento essere di V. P. o almeno in genere da altri inventato, di modo che quelli che leggeranno quest' opera senza avere notizia della sua, crederanno essere questa una invenzione dell' Ospital; ma io ne ho un fascio di cose simili stampate dalli Oltramontani come nuove, e che già erano da altri Autori publicate, e le ho raccolte apposta per materia di qualche bella prefazione, se pure non me ne servissi per acrescere quella del libretto delle quadrature (3),

(1) *Geometria motus opusculum geometricum a* Joanne Ceva *mediolanensi in gratiam Aquarum excogitatum. Continet duos libros. Primum de simplici motu, alterum de composito.* (Bononiae, typ. Pisarij, MDCXCII).

(2) G. Grandi, *Quadratura circuli, et hyperbolae per infinitas Hyperbolas, et Parabolas geometricè exhibita etc.* (Pisis, MDCCIII, ex typ. Bindi).

(3) Come infatti Grandi fece a p. XIV dell' Opera segnata nella nota (1) della pagina precedente.

in caso che lo ristampi, giacchè tocca alquanto da lungi questo tasto.

La riv.º di cuore e mi conf.º

di V. P. M. R.do
Um.mo D.mo S.re
D. GUIDO GRANDI

Pisa, 1. Aprile 1708

Al M. R.do Pre Pne Col.mo
Il P. TOMMASO CEVA *d.a Comp.a di Gesù*
Milano.

5. A commento della lettera precedente, aggiungiamo che, nel 1701, il GRANDI aveva pubblicate le dimostrazioni dei teoremi trovati dall'HUYGENS sulla logaritmica (1), servendosi del metodo degli *indivisibili* di BONAVENTURA CAVALIERI; aveva determinate le tangenti alla curva, la sua quadratura, la misura del volume del solido ch'essa genera ruotando attorno all'asse delle ascisse, e così via.

Ed è ben noto che uno dei maggiori meriti matematici di GRANDI, è quello appunto d'esser stato uno dei primi ad applicare i metodi del nascente Calcolo infinitesimale, allo studio delle curve. Però in una recensione dell'opera del GRANDI del *Le Journal des Sçavans* (2), fu fatto notare che questo metodo era stato già, circa cinque anni prima, adoperato pel medesimo scopo da un certo padre NICOLAS di Tolosa (3); analogo appunto

(1) G. GRANDI, *Geometrica demonstratio Theorematum Hugenianorum circa logisticam, seu logarithmicam lineam, etc.* (Florentiae, MDCCI, apud Brigonci).

(2) *Le Journal des Sçavans pour l'année MDCCVII.* (Paris, Cusson, 1707) p. 294.

(3) *De lineis logarithmicis et spiralibus hyperbolicis Exercitationes geometricae. Autore R. P.* PETRO NICOLAS, *è Societate Iesu.* (Tolosae, Ex typ. Pekiana, MDCXCVI).

Questo p. NICOLAS è il medesimo che risolse i problemi proposti da GIROLAMO SACCHERI alla fine dei suoi *Quaesita geometrica a Comite Rugerio de Vigintimilliis omnibus proposita etc.* (Mediolani, MDCXCIII, apud Malatestam). Cfr. ALBERTO PASCAL, *Girolamo Saccheri nella vita e nelle opere.* (Giornale di Matematiche di Battaglini, (3) vol. LII, 1914).

Colgo quest'occasione per completare una notizia riportata in questo mio lavoro, aggiungendo cioè che i cennati problemi furon risolti dal NICOLAS nell'opuscolo che porta il lunghissimo titolo seguente:

De novis spiralibus Exercitationes duae. In priori solvitur problema

si fece poi al GRANDI negli *Acta Eruditorum* (1), a proposito di un' opera del CARRÉ (2), nella quale si faceva uso del Calcolo Leibniziano per risolvere le questioni che GRANDI aveva creduto risolvere per primo; ed a queste osservazioni fattegli, si riferisce GRANDI nella lettera riportata e ad esse egli rispose nella prefazione al suo citato lavoro.

6. Ricordiamo in ultimo che, sempre sull' argomento della polisezione dell' angolo, TOMMASO CEVA, qualche anno dopo l'ideazione dell'apparecchio polisettore, nei suoi *Opuscula Mathematica* (3), descrisse alcune curve settrici ch' egli chiamò *cicloidi anomale* (4).

Di queste cicloidi si parla a lungo nel citato carteggio GRANDI-CEVA pubblicato dal PAOLI; in queste lettere sono esposte le soluzioni di varî problemi su quell'argomento: per esempio varie eleganti costruzioni della tangente in un punto della curva, etc.

Il CEVA, come ben può immaginarsi, studiò queste sue curve con metodo sintetico. Egli, in una lettera al GRANDI (26 giugno 1700) (carteggio citato) confessava di non avere l'*assuefazione alla maniera moderna analitica.* E GRANDI in una lettera ante-

---

nuper propositum à R. Patre Hieronymo Saccherio Societatis Iesu, Comiti Rugerio de Viginti-milliis in Sicilia nobili Geometrae, circa quamdam spiralem secundi gradùs: et ostenditur quomodò simile Problema in aliis omnibus cuiuscunque gradùs fuerint spiralibus solvi possit. In posteriori autem agitur de alia quadam spirali à prioribus longè diversa, de qua Wallisius et Wrennius insignes Geometrae scripserunt; et quae illi non attigere circa Tangentem huius spiralis, spatiorum illa contentorum, et curvae ipsius dimensionem absolvuntur. Authore R. P. PETRO NICOLAS, *è Societate Iesu.* (Tolosae, apud Pech, MDCXCIII).

Ho ritrovato questo libretto di P. NICOLAS nella R. Biblioteca Braidense di Milano, alla quale pervenne dalla Biblioteca del Collegio dei Gesuiti di Brera.

(1) *Acta Eruditorum anno MDCCVI.* (Lipsiae, 1706) p. 150.

(2) CARRÉ, *Méthode pour la mesure des surfaces etc.* (Paris, chez Boudot, 1700).

(3) *Opuscula Mathematica* THOMAE CEVAE *è Soc. Iesu* (Mediolani, typ. Malatestae, 1699). Nell'opuscolo intitolato: *De cycloidibus anomalis pro sectione anguli rectilinei in quotvis partes aequales* (pp. 22-34).

(4) Cfr. anche G. LORIA, *Spezielle algebraische und transzendente ebene Kurven. Deutsche Ausgabe von* F. SCHÜTTE. II Auflage. (Leipzig, B. G. Teubner, 1910) Bd. I. p. 388.

A. MITZCHERLING, *Das Problem der Kreisteilung; ein Beitrag zur Geschichte seiner Entwicklung.* (Leipzig, B. G. Teubner, 1913) p. 156.

riore (5 giugno 1700) gli scriveva: *Non toglie poi a V. P. il pregio di gran Geometra il non essere avvezzo alle dimostrazioni analitiche; a queste nemmeno era avvezzo il Galileo, non il Torricelli, non il Cavalieri, non è avvezzo il Viviani e tanti altri e pochissimo ci sono avvezzo io, per un mio privato esercizio fatto da poco in qua; ne mi piace mai la dimostrazione se non è ridotta a servirmi della geometria.*

Napoli, Facoltà Matematica della R. Università, novembre 1914.

NUOVI METODI COSTRUTTIVI
DI CURVE PIANE D'ORDINE ASSEGNATO
DOTATE DEL MASSIMO NUMERO DI CIRCUITI

Nota IIIª del prof. LUIGI BRUSOTTI (*)

(Adunanza dell' 11 febbraio 1915)

---

§ 9. — **Lo schema delle dedotte da una generatrice d'ordine pari, avente due basi rispettivamente su due circuiti omocentrici.**

27). In questo § mi riferisco ad una curva generatrice C^n, d'ordine pari $n = 2m$, *dotata di due basi collocate rispettivamente su due circuiti omocentrici.* Suppongo inoltre (come già al num. 14), per semplicità, che *nella relativa regione anulare non giacciano circuiti di* C^n. Sarà:

$$\Phi\,[\omega\,\omega'\,\Psi\,(\alpha_1, \alpha_2, \ldots), \beta_1, \beta_2, \ldots]$$

lo schema di C^n, essendo ω ed ω' i circuiti muniti di base.

Il procedimento utilizza alternativamente la base su ω e quella su ω' e può quindi iniziarsi così con ω come con ω'. D'altra parte si può pure disporre (num. 2) del segno di t_1.

La scelta del circuito all'inizio e la scelta del segno di t_1, insieme considerate, conducono a distinguere quattro casi, che saranno presi in esame nei numeri seguenti.

28). 1° CASO. *Il procedimento s'inizia con* ω *ed il circuito di* K^n *prossimo ad* ω' *include* ω'.

Il circuito di K^n prossimo ad ω' si conserva nei successivi stadî del procedimento: verrà costantemente indicato con δ.

(*) Per le Note I e II, pubblicate collo stesso titolo, vedansi questi Rendiconti [Serie II, vol. XLVII, pag. 489-504 e pag. 797-811].

Il generatore appartenente ad una K^{pn} $(p < q)$, insieme ad ω oppure ad ω', dà luogo a $4pm^2$ nuovi circuiti, i quali si possono ripartire in due gruppi di $2pm^2$ per ciascuno. Se p è dispari, il primo gruppo è esterno ad ω, il secondo è interno ad ω, ma esterno a δ. Se p è pari, il primo gruppo è interno ad ω', il secondo è esterno ad ω' ma interno a δ. Il generatore γ di K^{qn} rispetto ai circuiti formatisi nei precedenti stadî (δ compreso) si comporta come ω per q dispari, come ω' per q pari.

Mediante semplici conteggi e calcoli di sommatorî si conclude:

Nel 1° caso lo schema di K^{qn} *è:*

$$\Phi\,(\Omega, \beta_1{}^q, \beta_2{}^q, \ldots),$$

dove per $q = 2s$ *è:*

$$\Omega = a\,\lambda + \delta\,[b\,\mu + \gamma\,\{b\,\nu + \Psi\,(\alpha_1{}^q, \alpha_2{}^q, \ldots)\}],$$

con $a = 4\,m^2\,s^2$, $b = 2\,m^2\,s\,(s - 1)$; *mentre per* $q = 2\,s + 1$ *è:*

$$\Omega = a\,\lambda + \gamma\,[a\,\mu + \delta\,\{b\,\nu + \Psi\,(\alpha_1{}^q, \alpha_2{}^q, \ldots)\}],$$

con $a = 2\,m^2\,s^2$, $b = 4\,m^2\,s\,(s + 1)$.

2° CASO. *Il procedimento s' inizia con* ω *ed il circuito di* K^n *prossimo ad* ω' *è interno ad* ω'.

Si svolgano considerazioni analoghe a quelle del caso precedente, facendo uso di notazioni analoghe. Riguardo ai circuiti prodotti con ω oppure con ω' dal circuito generatore appartenente a K^{pn}, si noti però che, per p dispari, un gruppo è esterno ad ω, l'altro interno ad ω ma esterno ad ω', mentre per p pari un gruppo è interno ad ω' ma esterno a δ, l' altro è esterno ad ω' ma interno ad ω. Segue:

Nel 2° caso lo schema di K^{qn} *è:*

$$\Phi\,(\Omega, \beta_1{}^q, \beta_2{}^q, \ldots).$$

dove si ponga:

$$\Omega = a\,\lambda + \gamma\,[b\,\mu + \delta\,\Psi\,(\alpha_1{}^q, \alpha_2{}^q, \ldots)]$$

essendo, per $q = 2\,s$:

$$a = 2\,m^2\,s\,(3\,s - 1),\; b = 2\,m^2\,s\,(s - 1)$$

e, per $q = 2\,s + 1$:

$$a = 2\,m^2\,s^2,\; b = 2\,m^2\,s\,(3\,s + 2).$$

29). 3° CASO. *Il procedimento si inizia con* ω' *ed il circuito di* K^n *prossimo ad* ω *include* ω.

Si proceda come nei casi precedenti, conservandone le no-

tizioni. Si osservi però che i circuiti prodotti (con ω o con ω') dal generatore appartenente a K^{pn} per p dispari costituiscono due gruppi, uno interno ad ω', l'altro nella regione anulare fra ω ed ω', mentre per p pari costituiscono due gruppi, uno nella detta regione anulare, l'altro in quella fra ω e δ. Il generatore γ di K^{qn} rispetto ai circuiti formatisi nei precedenti stadî (δ compreso) si comporta come ω' o come ω secondo che q sia dispari o pari. Onde:

Nel 3° *caso lo schema di* K^{qn} *è*:

$$\Phi(\Omega, \beta_1^q, \beta_2^q, \ldots),$$

dove si ponga:

$$\Omega = \delta[a\lambda + \gamma\{b\mu + \Psi(\alpha_1^q, \alpha_2^q, \ldots)\}],$$

essendo, per $q = 2s$:

$$a = 2m^2 s(s-1), \; b = 2m^2 s(3s-1)$$

e, per $q = 2s+1$:

$$a = 2m^2 s(3s+2), \; b = 2m^2 s^2.$$

4° CASO. *Il procedimento si inizia con* ω' *ed il circuito di* K^n *prossimo ad* ω *è interno ad* ω.

Il presente caso differisce dal 3° solo in quanto i circuiti provenienti dal generatore di K^{pn} si distribuiscono, per p dispari, in un gruppo interno ad ω' e in un altro giacente nella regione anulare fra ω' e δ; invece per p pari in un gruppo esterno ad ω e in un'altro giacente nella regione anulare fra ω e δ. Segue:

Nel 4° *caso lo schema di* K^{qn} *è*:

$$\Phi(\Omega, \beta_1^q, \beta_2^q, \ldots)$$

dove per $q = 2s$ *è*:

$$\Omega = a\lambda + \delta[a\mu + \gamma\{b\nu + \Psi(\alpha_1^q, \alpha_2^q, \ldots)\}]$$

con $a = 2m^2 s(s-1)$, $b = 4m^2 s^2$, *mentre per* $q = 2s+1$ *è*:

$$\Omega = a\lambda + \gamma[b\mu + \delta\{b\nu + \Psi(\alpha_1^q, \alpha_2^q, \ldots)\}]$$

con $a = 4m^2 s(s+1)$, $b = 2m^2 s^2$.

§ 10. — Ricerca dello schema delle dedotte da una generatrice d'ordine pari, dotata di due circuiti omocentrici, l'esteriore avente più basi, l'interiore una sola.

30). Si consideri una curva generatrice C^n di ordine pari ($n = 2m$) fornita di due circuiti omocentrici dei quali *l'esteriore*

ω possegga più basi, mentre l' interiore ω' ne possegga una sola. Nella regione anulare fra ω ed ω' non giacciano altri circuiti di C^n (cfr. num. 14).

Lo schema sia quindi:

$$\Phi\,[\omega\,\omega'\,\Psi\,(\alpha_1, \alpha_2, \ldots), \beta_1, \beta_2 \ldots].$$

La C^n, la K^{pn}, la $g_{(p+1)n}=0$ $(p<q)$, nel loro insieme, determinano una ripartizione del piano in regioni, contrassegnabili coi segni $+$ e $-$. Prescindendo dagli intorni delle basi $\theta^{(ip)}$, $\theta^{(ip+1)}$, la regione interna e prossima ad ω abbia ugual segno di quella esterna e prossima ad ω'.

Perciò basta che ogni $g_{pn}=0$ determini una divisione del piano in regioni per la quale ω ed ω' (prescindendo da $\theta^{(ip)}$) giacciano in regioni di ugual segno.

Se ai circuiti ω, ω' si fanno corrispondere gli indici 1, 2 rispettivamente e per rappresentare il procedimento si ricorre ad un *modulo abbreviato* (cfr. num. 26), si possono presentare quattro distinti tipi di *moduli*:

$$(9)\quad \left\{\begin{matrix} q_1 & 1 & q_2 & 1 & \ldots & q_h & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & \ldots & 1 & 2 \end{matrix}\right\};\ (q_1+q_2+\ldots+q_h+h=q-1)$$

$$(10)\quad \left\{\begin{matrix} q_1 & 1 & q_2 & 1 & \ldots & 1 & q_h \\ 1 & 2 & 1 & 2 & \ldots & 2 & 1 \end{matrix}\right\};\ (q_1+q_2+\ldots+q_h+h-1=q-1)$$

$$(11)\quad \left\{\begin{matrix} 1 & q_1 & 1 & q_2 & \ldots & 1 & q_h \\ 2 & 1 & 2 & 1 & \ldots & 2 & 1 \end{matrix}\right\};\ (q_1+q_2+\ldots+q_h+h=q-1)$$

$$(12)\quad \left\{\begin{matrix} 1 & q_1 & 1 & q_2 & \ldots & q_h & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & \ldots & 1 & 2 \end{matrix}\right\};\ (q_1+q_2+\ldots+q_h+h+1=q-1)$$

ciascuno dei quali dà luogo a due casi in relazione alla scelta del segno di t_1.

Le considerazioni da svolgersi sono sotto un certo aspetto analoghe a quelle del § precedente e sotto un altro aspetto analoghe a quelle del § 7. Perciò mi limito ad enunciare i risultati.

31). A tale scopo si riprendano le (7) del num. 24, convenendo che in esse le Q_r siano determinate non già dalle formole del num. 23, bensì, secondo i casi, dalle:

$$(13)\quad \left\{\begin{aligned} & Q_0=0, \\ & Q_r=Q_{r-1}+q_r+1 \end{aligned}\right.$$

oppure dalle:

$$(14) \begin{cases} Q_0 = 1, \\ Q_r = Q_{r-1} + q_r + 1 ; \end{cases}$$

Si ponga inoltre in ogni caso:

$$(15) \begin{cases} A_h = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_h , \\ M_h = 2 (Q_0 + Q_1 + Q_2 + \dots + Q_h) m^2, \\ \bar{A}_h = A_h + M_h , \\ A^*_h = A_h + M_{h-1} . \end{cases}$$

Indicati al solito con A, A' schemi arbitrarî, si introducano le seguenti formole di ricorrenza:

$$(16) \begin{cases} \Delta_0 (A) = A, \\ \Delta_r (A) = \Delta_{r-1} (A) + b_r \lambda_r + \delta_r . c_r \mu_r, \ [q_r \text{ dispari}] \\ \Delta_r (A) = \delta_r [\Delta_{r-1} (A) + b_r \lambda_r] + c_r \mu_r ; \ [q_r \text{ pari}] \end{cases}$$

$$(17) \begin{cases} \nabla_0 (A) = A, \\ \nabla_r (A) = \nabla_{r-1} (A + b_r \lambda_r + \delta_r . c_r \mu_r), \ [q_r \text{ dispari}] \\ \nabla_r (A) = \nabla_{r-1} [\delta_r (A + c_r \mu_r) + b_r \lambda_r] ; \ [q_r \text{ pari}] \end{cases}$$

e, secondo i casi, le:

$$(18) \begin{cases} \Delta'_0 (A') = A', \\ \Delta'_r (A') = \nu_r^{q_r - 1} \Delta'_{r-1} (A') + 2 \ Q_r m^2 \varrho_r ; \end{cases}$$

$$(19) \begin{cases} \nabla'_0 (A') = A', \\ \nabla'_r (A') = \nabla'_{r-1} [\nu_r^{q_r - 1} (A' + 2 \ Q_r m^2 \varrho_r)] ; \end{cases}$$

oppure le:

$$(20) \begin{cases} \Delta'_0 (A') = A', \\ \Delta'_r (A') = \nu_r^{q_r - 1} [\Delta'_{r-1} (A') + 2 \ Q_{r-1} m^2 \varrho_r] ; \end{cases}$$

$$(21) \begin{cases} \nabla'_0 (A') = A' \\ \nabla'_r (A') = \nabla'_{r-1} (\nu_r^{q_r - 1} A' + 2 \ Q_{r-1} m^2 \varrho_r). \end{cases}$$

Infine si supponga che per $t_1 > 0$ la K^n si svolga, in prossimità di ω e di ω', nella regione anulare, quando si prescinda dall'intorno di $\theta^{(i_1)}$ (*).

(*) A questa condizione si può sempre soddisfare, includendo eventualmente nel primo membro della $g_n = 0$ un fattore $= -1$.

Ciò posto, *lo schema di* K^{qn} *è:*

$$\Phi(\Omega_h, \beta_1{}^q, \beta_2{}^q, \ldots),$$

essendo Ω_h *determinata nei vari casi rispettivamente nei modi qui sotto indicati.*

1° CASO. Modulo (9); $t_1 > 0$. Richiamate le (7), (13), (15), (16), (19), è:

$$\Omega_h = \delta \,.\, \Delta_h(\Omega'_h) + A_h\,\varepsilon,$$

dove:

$$\Omega'_h = \tau\,\nabla'_h\,[\Psi(\alpha_1{}^q, \alpha_2{}^q, \ldots) + M_h\,\varepsilon'].$$

2° CASO. Modulo (9); $t_1 < 0$. Richiamate le (7), (13), (15), (17), (18), è:

$$\Omega_h = \nabla_h(\delta \,.\, \Omega'_h),$$

dove:

$$\Omega'_h = \Delta'_h\,[\tau\,\Psi(\alpha_1{}^q, \alpha_2{}^q, \ldots)] + \overline{A}_h\,\varepsilon.$$

3° CASO. Modulo (10); $t_1 > 0$. Richiamate le (7), (13), (15), (16), (19), è:

$$\Omega_h = \Delta_h(\Omega'_h) + A_h\,\varepsilon,$$

dove:

$$\Omega'_h = \tau\,\nabla'_{h-1}\,[\nu_h{}^{q_h}\{\Psi(\alpha_1{}^q, \alpha_2{}^q, \ldots) + M_{h-1}\,\varepsilon'\}].$$

4° CASO. Modulo (10); $t_1 < 0$. Richiamate le (7), (13), (15), (17), (18), è:

$$\Omega_h = \nabla_h(\Omega'_h),$$

dove:

$$\Omega'_h = \nu_h{}^{q_h}\,\Delta'_{h-1}\,[\tau\,\Psi(\alpha_1{}^q, \alpha_2{}^q, \ldots)] + A^*_h\,\varepsilon.$$

5° CASO. Modulo (11); $t_1 > 0$. Richiamate le (7), (14), (15), (16), (21), è:

$$\Omega_h = \Delta_h(\tau\,\Omega'_h) + A_h\,\varepsilon,$$

dove:

$$\Omega'_h = \nabla'_h\,[\delta\,\{\Psi(\alpha_1{}^q, \alpha_2{}^q, \ldots) + M_{h-1}\,\varepsilon'\}].$$

6° CASO. Modulo (11); $t_1 < 0$. Richiamate le (7), (14), (15), (17), (20), è:

$$\Omega_h = \tau\,\Delta_h(\Omega'_h),$$

dove:

$$\Omega'_h = \delta\,\Delta'_h\,[\Psi(\alpha_1{}^q, \alpha_2{}^q, \ldots)] + A^*_h\,\varepsilon.$$

7° CASO. Modulo (12); $t_1 > 0$. Richiamate le (7), (14), (15), (16), (21), è:

$$\Omega_h = \delta\,\Delta_h(\tau\,\Omega'_h) + A_h\,\varepsilon,$$

dove :

$$\Omega'_h = \nabla'_h \left[\Psi (\alpha_1^q, \alpha_2^q, \dots) + 2\, Q_h\, m^2\, \varrho + M_h\, \varepsilon' \right].$$

8° caso. Modulo (12); $t_1 < 0$. Richiamate le (7), (14), (15), (17), (20), è:

$$\Omega_h = \tau\, \nabla_h\, (\delta\, \Omega'_h),$$

dove :

$$\Omega'_h = \Delta'_h \left[\Psi (\alpha_1^q, \alpha_2^q, \dots) \right] + 2\, Q_h\, m^2\, \varrho + \overline{A}_h\, \varepsilon.$$

§ 11. — Lo schema delle curve dedotte da una generatrice d' ordine dispari, avente le basi su di un solo circuito.

32). La ricerca dello schema delle dedotte nel caso di n pari è stata oggetto della trattazione svolta dal § 5 al § 10. Si passi ora al caso di n *dispari* $(n = 2m + 1)$ e si supponga dapprima che *le basi giacciano sopra un sol circuito* ω *di* C^n (necessariamente sul circuito dispari).

Fig. 9.

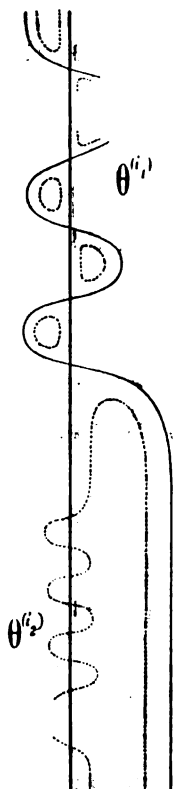
Se lo schema di C^n si pone sotto la forma:

$$\omega,\ \Phi (\alpha_1, \alpha_2, \dots),$$

lo schema della curva K^{2n} dedotta per duplicazione prende l'aspetto:

$$n^2 \pi + \Phi (\alpha_1^2, \alpha_2^2, \dots),$$

come risulta da considerazioni svolte altrove (*). Degli n^2 circuiti π di K^{2n}, uno è il circuito generatore (vedi fig. 9).

Nel procedimento di triplicazione in prossimità di ω si formano $2n^2$ circuiti di K^{3n}, uno dei quali (dispari) è il circuito generatore. Esso, insieme con ω, divide il piano in $3n^2 + 1$ regioni di cui una, R, fronteggia per intiero entrambi i circuiti. Fra le rimanenti dicasi R' quella fronteggiante $\theta^{(i_2)}$. Dalla fig. 10 risulta che, dei circuiti pari di K^{3n} formatisi in prossimità di ω, n^2 si trovano in R ed $n^2 - 1$ in R'. Questi ultimi si diranno circuiti η. Ai primi si uniscono $n^2 - 1$ circuiti provenienti da altrettanti già presentatisi presso ω nella duplicazione ed inoltre le serie di tre circuiti omocentrici prossime ai singoli circuiti α_i di C^n.

(*) Vedasi num. 11. Ivi (Nota I, pag. 500, quartultima linea) invece di *terzo tipo*, leggasi *quarto tipo*.

Lo schema di K^{3n} è dunque:

$$\gamma,\ a\,\varepsilon + \Phi(\alpha_1^3, \alpha_2^3, \ldots),$$

essendo:

$$a = 3\,n^2 - 2.$$

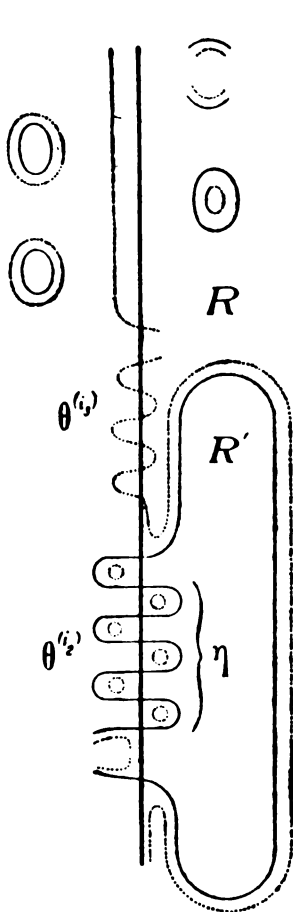
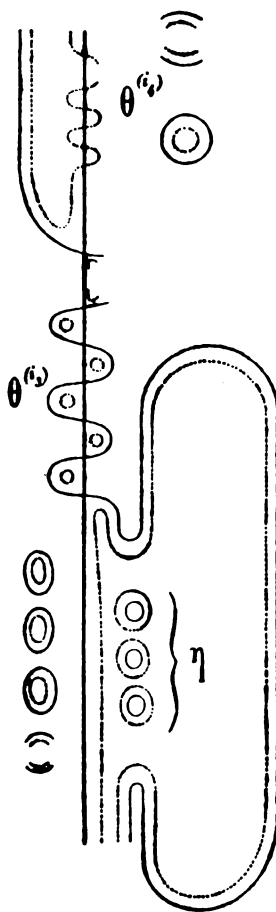



Fig. 10. Fig. 11.

Passando per quadruplicazione a K^{4n} si producono, in prossimità di ω, $3\,n^2$ circuiti indipendenti, di cui uno è il generatore. Come risulta dalla fig. 11, dei circuiti provenienti dai circuiti ε di K^{3n}, sono interni al generatore quelli prodotti dai circuiti η; i rimanenti sono indipendenti col generatore. Lo schema di K^{4n} è dunque:

$$a\,\varepsilon + \gamma\,.\,b\,\eta + \Phi(\alpha_1^4, \alpha_2^4, \ldots),$$

ove sia:

$$a = 5n^2 - 2,$$
$$b = n^2 - 1.$$

33). Il procedimento può esser continuato. Per induzione matematica si giunge così a stabilire quanto segue:

I.° Per q dispari ($q = 2s + 1$) lo schema di K^{qn} è:

$$\gamma, a\varepsilon + \Phi(\alpha_1{}^q, \alpha_2{}^q, \ldots),$$

ove sia:

$$a = \sum_{i=1}^{q-1} (i n^2 - 1)$$
$$= s(2sn^2 + n^2 - 2).$$

Rispetto alle regioni determinate nel piano da γ ed ω, gli a circuiti ε sono, colle serie $\alpha_i{}^q$, nella regione fronteggiante per intiero γ ed ω, all'infuori di a' circuiti η, posti in quella (fra le rimanenti regioni) che fronteggia la base $\theta^{(iq-1)}$, essendo:

$$a' = \sum_{i=1}^{s} (i n^2 - 1)$$
$$= \frac{1}{2} s(sn^2 + n^2 - 2).$$

II°. Per q pari ($q = 2s$) lo schema di K^{qn} è:

$$a\varepsilon + \gamma \,.\, b\eta + \Phi(\alpha_1{}^q, \alpha_2{}^q, \ldots)$$

ove sia:

$$a = \sum_{i=0}^{s-1} \{ (2i+1) n^2 - 1 \} + \sum_{i=1}^{s-1} i n^2$$
$$= \frac{1}{2} s(3sn^2 - n^2 - 2);$$
$$b = \frac{1}{2}(s-1)(sn^2 - 2).$$

§ 12. Studio generale sullo schema delle dedotte da una generatrice d'ordine dispari, avente le basi distribuite su più circuiti.

34). Le basi θ', θ'', ... di C^n, generatrice d'ordine dispari n, giacciano, comunque distribuite su più circuiti

$$\omega, \omega_1, \omega_2, \ldots\ldots,$$

tra i quali necessariamente si troverà il circuito dispari. Sia esso ω.

Poichè i circuiti ω_j sono pari, le basi su di essi collocate non possono essere di rango dispari n; ciascuna di esse avrà invece un rango di tipo $2\,k\,n$ (per es. $2\,n$) e dovrà essere utilizzata nel procedimento solo compatibilmente colle norme del num. 3.

In ogni caso, nel modulo

$$[\,\pm, i_1, i_2, i_3, i_4, \ldots],$$

gli indici corrispondenti a basi collocate sui circuiti ω_j figureranno soltanto come indici di posto pari. Potranno bensì come indici di posto pari comparire anche quelli corrispondenti a basi collocate su ω, purchè ω possegga più di una base.

35). Mi propongo di esporre un metodo generale per la ricerca dello schema delle dedotte K^{qn}, quando sia noto quello della generatrice C^n. La trattazione nelle linee generali si presenterà analoga a quella riguardante il caso di n pari e svolta altrove (*), pure scostandosene invece nei particolari.

Qui converrà aggregare ai circuiti di una dedotta K^{qn} i soli circuiti *pari* della C^n, a formare un sistema che si denoterà con S_q. Si indicherà con γ_q il circuito generatore appartenente a K^{qn}.

Per *q dispari* il sistema S_q è composto del circuito dispari γ_q e di più circuiti pari a due a due non secantisi nè secanti γ_q. In armonia con quanto è stabilito al num. 10., scriverò la lettera γ_q e, separato da una virgola, lo schema (num. 8) del sistema costituito dai circuiti pari di S_q. Una tale scrittura chiamerò *schema ampliato di* K^{qn}.

Si supponga *q pari*; S_q è composto di circuiti pari.

Se *la base* $\theta^{(i_q)}$ *è su* ω il sistema S_q è del tipo indicato al num. 8 ed il suo schema si dirà senz'altro *schema ampliato di* K^{qn}.

(*) Nota II^a, § 6. A proposito della regione R ivi introdotta (al num. 21) conviene osservare che nel suo contorno i circuiti ω_y e γ_p possono intervenire anche solo *parzialmente*, e ciò quando $g_{(p+1)n}=0$ tagli almeno uno di questi circuiti. Per la più esatta determinazione di R si noti come al suo contorno in ogni caso appartenga o l'intiero ω_y od il segmento che se ne ottiene sopprimendo $\theta^{(i_{p+1})}$, quando questa sia su ω_y. Se $\xi=\omega_z\neq\omega_y$ contiene $\theta^{(i_{p+1})}$, la regione prossima a ξ col segno di R si sceglie prescindendo dall'intorno di $\theta^{(i_{p+1})}$.

Se *la base $\theta^{(i_q)}$ è sopra uno dei circuiti pari* (sia esso ω_x), il sistema S_q non è di tale tipo, possedendo i due circuiti γ_q ed ω_x che si tagliano. In questo caso si sostituirà a γ_q il circuito $\bar{\gamma}_q$ che da γ_q si deduce sopprimendone il segmento secante $\theta^{(i_q)}$ per sostituirlo con un segmento prossimo non secante ω_x (nè altri circuiti di S_q). Poichè i circuiti γ_q ed ω_x formano una *coppia di secondo tipo* (*), così i circuiti $\bar{\gamma}_q$ ed ω_x saranno omocentrici, formando una serie $\bar{\gamma}_q\ \omega_x$ oppure $\omega_x\ \bar{\gamma}_q$, come risulta da considerazioni analoghe a quelle del num. 21. Inoltre, poichè la base $\theta^{(i_{q-1})}$ è necessariamente sul circuito dispari ω, nelle regioni determinate da γ_q, ω_x e contornate da coppie di segmenti non esistono circuiti di S_q; corrispondentemente non ne esistono nella regione anulare determinata da $\bar{\gamma}_q$ ed ω_x. Il sistema ricavato da S_q sostituendo in esso a γ_q il circuito $\bar{\gamma}_q$, si indicherà con $\bar{S}_q$. Lo schema di $\bar{S}_q$ si dirà ancora *schema ampliato di K^{qn}*.

In tutti e tre i casi ora considerati se nello *schema ampliato* di K^{qn} si sopprimono i circuiti (pari) di C^n, si ottiene lo *schema effettivo* della stessa K^{qn} (od uno schema identico), il che, come già al § 6, permette di sostituire alla ricerca dello schema effettivo quella dello schema ampliato.

36). Allo scopo di stabilire un procedimento ricorrente atto a ricavare dallo schema ampliato di K^{pn} quello di $K^{(p+1)n}$, noto anzitutto come per i primi valori di p si verifichi facilmente quanto segue:

I.° Se p è dispari lo schema ampliato di K^{pn} è del tipo:

$$\gamma_p\,,\ \Phi_p(\varkappa, \lambda, \ldots) + d_p\,\nu_p \tag{22}$$

colla condizione che, rispetto alle regioni determinate nel piano da ω e da γ_p, i circuiti di Φ_p ($\varkappa, \lambda, \ldots$) giacciano nella regione fronteggiante per intiero ω e γ_p, mentre i circuiti ν_p (appartenenti tutti a K^{pn}) possano presentarsi soltanto quando ω possegga più basi e siano in una delle rimanenti regioni, quella al cui contorno appartengono le basi di ω diverse da $\theta^{(i_p)}$.

II.° Se p è pari e $\theta^{(i_p)}$ è su ω, lo schema ampliato di K^{pn} è del tipo:

$$\Phi_p(\varkappa, \lambda, \ldots) + \gamma_p \cdot d_p\,\nu_p\,, \tag{23}$$

essendo i circuiti ν_p della sola K^{pn}.

(*) Nel senso usato in M. num. 19.

III.° Se p è pari e $\theta^{(1p)}$ è su ω_y, lo schema ampliato di K^{pn} è del tipo:

$$\Phi_p [\omega_y \bar{\gamma}_p \Psi_p (\varkappa, \lambda, \ldots), \mu, \nu, \ldots], \tag{24}$$

oppure:

$$\Phi_p [\bar{\gamma}_p \omega_y \Psi_p (\varkappa, \lambda, \ldots), \mu, \nu, \ldots]. \tag{24'}$$

Il procedimento ricorrente, che verrà esposto al numero seguente, confermerà che, se le proprietà enunciate valgono per p, esse valgono anche per $p+1$, dimostrandole quindi valide per ogni valore di p.

37). Sia p *dispari* e sia (22) lo schema ampliato di K^{pn}. I circuiti pari di S_p, insieme coi circuiti di $g_{(p+1)n} = 0$, dividono il piano in regioni contrassegnabili coi segni $+$ e $-$. In una di queste, R_0, prescindendo eventualmente dall'intorno di $\theta^{(1p+1)}$, giace ω; in regioni di segno opposto si svolge la parte di $K^{(p+1)n}$ che non proviene dai circuiti ω e γ_p.

Nella $\Phi_p (\varkappa, \lambda, \ldots)$ si convenga di mutare ogni circuito ξ di C^n nel prodotto $\xi \xi_p$ oppure $\xi_p \xi$, secondo che la regione prossima a ξ di segno opposto a quello della R_0 sia interna oppure esterna a ξ, prescindendo eventualmente dall'intorno di $\theta^{(1p+1)}$. Si indichi con $\Phi_p^* (\varkappa, \lambda, \ldots)$ lo schema che ne risulta.

Tenuta presente la « piccola variazione » della *coppia di quarto tipo* formata da γ_p ed ω, ricordando le ipotesi fatte sui circuiti ν_p, si deduce che lo schema ampliato di $K^{(p+1)n}$ è:

$$\Phi_p^* (\varkappa, \lambda, \ldots) + (p n^2 - 1) \varrho_p + \delta_p \,.\, d_p \nu_p \,,$$

dove, se $\theta^{(1p+1)}$ giace su ω, è da porsi:

$$\gamma_{p+1} = \delta_p \quad d_{p+1} \nu_{p+1} = d_p \nu_p$$

e se $\theta^{(1p+1)}$ giace su ω_z, è da porsi:

$$\bar{\gamma}_{p+1} = \omega_{zp},$$

così indicandosi il circuito ricavato da ω_z come in generale ξ_p da ξ.

Sia ora p *pari e* $\theta^{(1p)}$ *su* ω. Sia (23) lo schema ampliato di K^{pn}.

I circuiti di S_p, insieme ed ω ed a quelli di $g_{(p+1)n} = 0$, determinano una divisione del piano in regioni contrassegnabili coi segni $+$ e $-$. Sia R_1 una delle regioni del cui contorno faccia parte uno ed un sol segmento di $\theta^{(1p)}$. Nelle regioni di ugual segno si svolgerà la $K^{(p+1)n}$.

Nella $\Phi_p(\varkappa, \lambda, \ldots)$ si convenga di mutare ogni circuito ξ di C^n nel prodotto $\xi\xi_p$ oppure $\xi_p\xi$, secondo che la regione prossima a ξ ed avente il segno di R_1 sia interna od esterna a ξ. Dicasi ancora $\Phi_p^*(\varkappa, \lambda, \ldots)$ lo schema risultante.

Tenuta presente la « piccola variazione » della *coppia di terzo tipo* formata da γ_p ed ω, ricordando le ipotesi sui circuiti ν_p, si trova come schema ampliato di $K^{(p+1)n}$ il seguente:

$$\gamma_{p+1}, \; \Phi_p^*(\varkappa, \lambda, \ldots) + d_p\,\nu_p + (pn^2 - 1)\,\varrho_p,$$

coll'avvertenza che, posto $p = 2l$, il gruppo $(pn^2 - 1)\varrho_p$ si possa spezzare in due gruppi $ln^2\varrho'_p$, $(ln^2 - 1)\varrho'_p$ in tal modo che sia:

$$d_{p+1}\,\nu_{p+1} = d_p\,\nu_p + (ln^2 - 1)\,\varrho'_p\,.$$

Si consideri infine il caso *p pari*, $\theta^{(1p)}$ *su* ω_y. Lo schema ampliato di K^{pn} sia (24) oppure (24)'.

I circuiti di $\bar{S}_p$, insieme con ω e con quelli di $g_{(p+1)n} = 0$, dividono il piano in regioni contrassegnabili coi segni $+$ e $-$. Sia R_1 la regione prossima ad ω_y e ad esso interna od esterna secondo che sia (24) o (24)' lo schema.

La $K^{(p+1)n}$ (prescindendo dal suo comportamento in prossimità di $\theta^{(1p)}$) si svolge nelle regioni che hanno il segno di R_1.

Ad ogni ξ di C^n (eccettuato ω_y) sostituiscasi $\xi\xi_p$ oppure $\xi_p\xi$, secondo che la regione prossima a ξ col segno di R_1 sia interna od esterna; e ciò si indichi coll'apposizione di un asterisco.

Lo schema ampliato di $K^{(p+1)n}$ sarà:

$$\gamma_{p+1}, \; \Phi_p^*\left[\frac{1}{2}pn^2\varrho_p + \omega_y\left\{\Psi^*(\varkappa, \lambda, \ldots) + \frac{1}{2}pn^2\varrho'_p\right\}, \mu, \nu, \ldots\right]$$

dovendo porsi:

$$d_{p+1} = 0\,.$$

38). A completare la presente trattazione basterà osservare come dallo schema (effettivo):

$$\omega\,,\; \Phi(\alpha_1, \alpha_2, \ldots)$$

di C^n facilmente si passi allo schema ampliato

$$\gamma_1\,,\; \Phi^*(\alpha_1, \alpha_2, \ldots) \tag{25}$$

di K^n. Fissata *ad arbitrio* (per l'arbitrarietà del segno di t_1) una, R_1, delle regioni determinate dai circuiti di C^n e di $g_n = 0$, la Φ^* si intende ottenuta da Φ, mutandovi ogni circuito ξ in $\xi\xi_0$ oppure $\xi_0\xi$ secondo che la regione prossima a ξ e col

segno di R_1 sia interna od esterna a ξ. In (25) è inoltre da ritenersi $d_1 = 0$ [*cfr.* la (22)].

Così dallo schema effettivo di C^n si risale (num. 37) a quello ampliato di K^{qn} e da questo (num. 35; in fine) si ricava lo schema effettivo di K^{qn}.

§ 13. — Lo schema delle curve dedotte da una generatrice d'ordine dispari, avente due basi rispettivamente su due circuiti.

39). Nella maggior parte degli esempî di generatrici d'ordine dispari che mi sian noti, o le basi giaccion tutte su di un circuito (dispari), oppure sono due sole collocate rispettivamente su due circuiti (uno dei quali deve coincidere col circuito dispari). Al primo di questi due casi già si riferisce il § 11.; del secondo qui si espone uno studio diretto, che conduca allo schema delle dedotte più rapidamente e più semplicemente del metodo generale svolto al § 12.

Sia C^n $(n = 2m + 1)$ la generatrice di schema:

$$\omega,\ \Phi\,[\omega'\,\Psi(\alpha_1, \alpha_2, \ldots), \beta_1, \beta_2, \ldots],$$

essendo ciascuno dei circuiti ω, ω' munito di una base.

Il tipo, per il procedimento di moltiplicazione, è unico. Infatti questo necessariamente si inizia colla base su ω (vedi num. 34) e, pure necessariamente, ricorre alla utilizzazione alternata delle due basi. Si debbono però distinguere due casi, secondo che il circuito di K^n prossimo ad ω' risulti interno ad ω' oppure lo includa.

40). 1° caso. La *duplicazione* produce la K^{2n} di schema:

$$n^2\varepsilon + \Phi\,[\delta_2\,\tau\,\Psi(\alpha_1^2, \alpha_2^2, \ldots), \beta_1^2, \beta_2^2, \ldots]$$

ed il generatore δ_2 forma *coppia di secondo tipo* con ω'. Segue che per *triplicazione* si ricava la K^{3n} di schema:

$$\delta_3, n^2\varepsilon + \Phi\,[2n^2.\varepsilon' + \tau\,\Psi(\alpha_1^3, \alpha_2^3, \ldots), \beta_1^3, \beta_2^3, \ldots].$$

I $2n^2$ circuiti ε' si distribuiscono in due gruppi di n^2 circuiti ciascuno, l'uno esterno l'altro interno ad ω'. Il generatore δ_3 forma *coppia di quarto tipo* con ω; da questa nella *quadruplicazione* proverranno $3n^2$ circuiti che si uniranno a a quelli prodotti dagli n^2 circuiti ε di K^{3n}. Dunque lo schema di K^{4n} sarà:

$$4n^2\varepsilon + \Phi\,[n^2\varepsilon' + \delta_4\,\{n^2\,\varepsilon'' + \tau\,\Psi(\alpha_1^4, \alpha_2^4, \ldots)\}, \beta_1^4, \beta_2^4, \ldots].$$

Procedendo alla *quintuplicazione*, i $4n^2$ circuiti prodotti dalla *coppia* $\omega' \delta_4$ *di secondo tipo* si uniranno a quelli provenienti dai circuiti ε', ε'' di K^{4n}; e K^{5n} avrà lo schema:

$$\delta_5, 4n^2 \varepsilon + \Phi [6n^2 \varepsilon' + \tau \Psi(\alpha_1^5, \alpha_2^5, \ldots), \beta_1^5, \beta_2^5, \ldots)$$

dove δ_5 forma *coppia di quarto tipo* con ω ed i circuiti ε' si distribuiscono in due gruppi di $3n^2$ circuiti ciascuno, l'uno esterno, l'altro interno ad ω'.

Per induzione matematica si giunge così alla seguente conclusione:

I°. Se q è dispari $(= 2s + 1)$, lo schema di K^{qn} è:

$$\delta_q, a\varepsilon + \Phi [b\varepsilon' + \tau \Psi(\alpha_1^q, \alpha_2^q, \ldots), \beta_1^q, \beta_2^q, \ldots],$$

dove si ponga:

$$a = s^2 n^2, \quad b = s(s+1) n^2,$$

essendo i b circuiti ε' distribuiti in due gruppi di $\frac{1}{2} b$ circuiti ciascuno, uno esterno, l'altro interno ad ω'.

II.° Se q è pari $(= 2s$, lo schema di K^{qn} è:

$$a\varepsilon + \Phi [b\varepsilon' + \delta_q \{b\varepsilon'' + \tau \Psi(\alpha_1^q, \alpha_2^q, \ldots)\}, \beta_1^q, \beta_2^q, \ldots],$$

dove si ponga:

$$a = s^2 n^2, \quad b = \frac{1}{2} s(s-1) n^2.$$

41). 2° caso. La trattazione è analoga a quella svolta per il 1° caso e conduce ad analoghe conclusioni. Gli schemi trovati al num. precedente si dovranno però sostituire coi due seguenti:

$$\delta q, a\varepsilon + \Phi [\tau \{b\varepsilon' + \Psi(\alpha_1^q, \alpha_2^q, \ldots)\}, \beta_1^q, \beta_2^q, \ldots]$$

per q dispari, e:

$$a\varepsilon + \Phi \big(\tau [b\varepsilon' + \delta_q \{b\varepsilon'' + \Psi(\alpha_1^q, \alpha_2^q, \ldots)\}], \beta_1^q, \beta_2^q, \ldots\big)$$

per q pari.

Adunanza del 25 Febbraio 1915

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. GIOVANNI CELORIA

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: ARTINI, BRIOSI, BUZZATI, CELORIA, COLOMBO, DEL GIUDICE, DE MARCHI A., GOBBI, GORINI, GORRA, JORINI, JUNG, KÖRNER, MENOZZI, MURANI, NOVATI, SABBADINI, SALVIONI C., TARAMELLI, VIVANTI, ZUCCANTE.

E i SS. CC.: ANTONY, BORDONI-UFFREDUZI, COLETTI, DE MARCHI M., GABBA L. jun., GUARNERIO, LIVINI, PASCAL C., PORRO, ROCCA, SORMANI, TANSINI, VOLTA.

Scusano l'assenza per ragioni di salute i MM. EE. FORLANINI, GABBA L. senior, LATTES E., SAYNO, VIDARI E.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Zuccante, segretario, legge il verbale della precedente adunanza del giorno 11 febbraio. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto. Esse, per la Classe di scienze matematiche e naturali, sono le seguenti:

HAYATA B. Icones Plantarum Formosanarum nec non et Contributiones ad Floram Formosanam. Taihoku, 1914. Vol. 4.

SUPINO F. La riproduzione della carpa a specchi nelle risaie. Milano, 1913.

— Ancora sulla riproduzione della carpa a specchi in risaia. Milano, 1914.

-- Allevamento delle tinche nelle risaie. Milano, 1915.

Tables annuelles de constantes et données numeriques de chimie, de physique et de technologie. Vol. 3, 1912. Paris, 1914.

E per la Classe di lettere, scienze morali e storiche:

Biblioteca dell' Università popolare milanese e della Federazione italiana delle biblioteche popolari. Serie A; B; C; Milano, in-16.... (volumi 33).

Cenni storici sulla Società agraria di Lombardia, nel suo primo cinquantennio, 1863-1913. Milano, 1914.

JANDELLI G. Fondamenti della morale. Nozioni di protologia e psicologia morale. Teramo, 1915.

PARENTE N. Ero e Leandro da Museo Grammatico, e L'ultima ora di Saffo da M. Giuseppa Guacci-Nobile. Aversa, 1914.

REVELLI P. Per la geografia storica d'Italia. Firenze, 1915.

Il presidente commemora quindi il M. E. prof. Canna con le seguenti parole:

« Anche oggi io devo pur troppo iniziare l' adunanza con un mesto annunzio.

Il professore Giovanni Canna, socio corrispondente dell'Istituto dal 21 gennaio del 1880, membro effettivo dal 15 gennaio 1903, mancava ai vivi la sera del 20 corrente mese, nell'alta età di 82 e più anni, dedicati tutti senza interruzione a un lavoro intellettuale nobile e fecondo.

Era uno dei più anziani e valenti insegnanti italiani. Il primo decreto di sua nomina a professore risale al 10 novembre del 1853 e porta la firma del ministro Luigi Cibrario. Dapprima insegnò abbastanza a lungo nei ginnasi e licei; nel 1876 salì, grazie ai titoli acquisiti, la cattedra di letteratura greca nell'Università di Pavia, e la tenne con onore fino agli ultimi giorni di sua vita. Nè ad essa limitò sempre l'opera sua, poichè accettando, senza mai ambirli, gli incarichi che dalla Facoltà venivano a lui affidati, salì via via e ad intervalli altre cattedre, quali quelle di letteratura italiana, di letteratura latina, di archeologia, affermandosi per tal modo come altro dei più riputati cultori degli studi filologici e letterari.

Consacrò tutto sè stesso alla scuola e agli studi, e versatissimo nelle materie che insegnò, amante della gioventù che lo ricambiava del suo affetto, non poteva non dare, e sempre diede, un insegnamento vivo ed efficace.

Non devo io, nè lo potrei, prendere qui in esame le pubblicazioni sue, le quali sono prova manifesta della sua costante attività letteraria. Certo è che gli scritti suoi, lungamente pensati, eccellono tutti per la forma pura ed eletta, per la nobiltà ed elevatezza del pensiero, per il sentimento morale e civile a cui si ispirano, e fanno fede della vita sua interiore pura e

profonda, nella quale si armonizzavano il cuore e la mente, e alla quale predisponevalo forse, egli inconscio, l'essere divenuto monocolo in seguito ad un disgraziato accidente di gioventù.

Dodici comunicazioni di vario argomento egli fece all'Istituto nostro, e fra esse mi permetto ricordarne una intitolata: « Storia e poesia greca recente — Zante e Dionisio Solomos ». Fu questo un argomento da lui prediletto, e su Dionisio Solomos disse egli nell' Università di Pavia lo splendido discorso inaugurale dell' anno scolastico 1896-97, che gli valse l'onore di essere nel 1898 eletto a corrispondente dell'Accademia della Crusca.

A dare di lui un'idea viva, meglio è ricorrere, cred' io, a particolari minuti di sua vita, colpirlo in momenti diversi e fuggevoli e penetrare, del momento fuggevole e del particolare minuto, il significato psichico.

Fu uomo di buon cuore e di alta mente, facile a commuoversi, di modi corretti, rigido verso sè ed altrui, ma portato da natura alla benevelenza.

..... Rifuggo, sono sue parole, dal fare o dire cosa spiacevole ad altri, e anche nella vita pratica alla disapprovazione antepongo il silenzio, salvo che un dovere preciso imponga altrimenti....

E il dovere sulle labbra sue non era una parola vana, poichè egli ad esso sempre servì e per esso ebbe culto vivissimo. Il 2 novembre del 1904 egli scriveva a questa presidenza: « prossimo a compiere anni settantadue di età e cinquantuno di pubblico insegnamento, meno valido di salute, desideroso di vecchiezza tranquilla e raccolta in modeste libere occupazioni, indotto anche da condizioni domestiche chiedo di passare da membro effettivo a membro libero del R. Istituto lombardo.... Io non posso assistere assiduo alle adunanze; e devo arrossire e accusarmi di avere mancato assai volte dopo la mia nomina a M. E. che fu nel gennaio del 1903: onore superiore al mio merito, per il quale sento e sentirò gratitudine a coloro che vollero benignamente, secondo una umanissima consuetudine dell' Istituto, avvertire in me non tanto la scarsa opera letteraria quanto la lunga e diligente opera educativa e insegnativa nelle scuole medie e nelle superiori....

Pregato dalla presidenza a non insistere, rispondeva il 10 novembre: ..... ringrazio con piena sincerità di cuore e di mente...... la mia coscienza è resa libera e tranquilla: essa mi detta che io mi devo ottemperare al desiderio da codesta pre-

sidenza con tanta benignità e generosità espresso, e studiare, quanto e fino a che io possa, di appartenere non indegnamente a cotesto nobile e benefico Istituto....

Le poche parole ricordate meglio che un lungo discorso rilevano l'uomo onorando che io piango estinto; sincero, modesto, di scrupolosa coscienza. Al filologo e umanista insigne. al pensatore solitario, alla lunga e onorata vita di insegnante e di educatore benemerito io spero che l'Istituto vorrà concedermi di rendere oggi a nome suo un omaggio meritato: già ai funerali suoi avvenuti in Casale Monferrato, sua città nativa, l'Istituto fu, in seguito a preghiera della presidenza, degnamente rappresentato dal collega nostro prof. Carlo Pascal che sulla sua bara pronunciò un nobilissimo discorso; lungo rimpianto seguirà il Canna nella tomba perchè egli lasciò, specialmente fra i discepoli suoi, larga eredità di affetti ».

Alle parole del presidente queste altre aggiunge il S. C. prof. Carlo Pascal che aveva rappresentato l'Istituto ai funerali in Casale Monferrato:

« Io fo plauso alle nobilissime parole del nostro presidente. E sia consentito anche a me, quale amico e collega, inviare un saluto di riconoscenza e di addio al veterano dell'insegnamento e degli studi, che ora ci ha lasciato per sempre, al nobile vegliardo, che sedeva da 62 anni sulla cattedra, e che visse la sua vita austera tra gli ideali più alti, e riscaldò, di una gran fiamma d'amore per ogni cosa bella e generosa, migliaia di petti giovanili. Figlio del forte Piemonte, egli ne ebbe in grado eminente le doti e le virtù: la tenacia del volere, l'energia indomita dei propositi, la delicatezza degli affetti, e sopra tutto il sentimento del dovere contro ogni lusinga o allettamento di comodi o di personali vantaggi, del dovere concepito come la missione stessa della vita, concepito come fine a sè stesso, come premio a sè stesso. Perciò appunto, pur tra le angoscie e le fiacchezze fisiche onde fu travagliata la sua tarda vecchiezza, egli era esempio di assiduità nel suo magistero didattico: in quell'ora pareva vibrare di una vita nuova, di una vita più intensa, più alta, in comunione con i grandi spiriti dell'antichità, dei quali egli cercava di trasfondere nei giovani il culto e l'amore. Al R. Istituto lombardo egli dette, alcuni anni or sono, qualche contributo notevole di scritti, nei quali come in ogni altra cosa sua, si rivelava il conoscitore fine di ogni bellezza dei nostri grandi poeti, lo

scrittore di classica purezza, lo spirito che aveva formato la sua educazione nello studio e nell'ammirazione dei più insigni modelli antichi. Ma al di sopra di tutti i suoi pregi e le sue virtù grandeggiava in Giovanni Canna la figura del Maestro, che viveva per la sua scuola, e da essa attingeva ristoro alle forze che venivan meno, e dedicava la sua canizie veneranda all'amore dei giovani, per essi avendo, con paterno sentimento, talvolta giusti rimproveri, quasi sempre tenerezze di affettuose sollecitudini.

Per tutto quello che Giovanni Canna ha operato sul mondo, per tutto quello che egli ha amato, io mi inchino dunque commosso al ricordo della sua nobile vita ».

Il presidente dà poi lettura delle condoglianze mandate all'Istituto per la morte del prof. Canna da varie Accademie.

Seguono le letture:

Il S. C. prof. Giuseppe Sormani legge la sua nota: « *Provvedimenti per tutelare la profilassi del vajuolo* ».

Il prof. Paolo Rotta legge la sua nota: « *Il concetto di scienza e le nuove intuizioni scientifiche di Niccolò Cusano* ». Questa nota era stata ammessa dalla Sezione di filosofia e letteratura. Il prof. Celoria fa alcune osservazioni in merito al contenuto della nota stessa.

Sulla nota del prof. Matteo Bottasso: « *Sugli assi di equilibrio e sulla stabilità e instabilità dell'equilibrio nei sistemi astatici* » discorre brevemente, essendo assente l'Autore, il M. E. prof. Vivanti.

Segue la nota del dott. Francesco Maccabruni: « *Tentativi di terapia del cancro mediante le culture alla Carrel* ». Questa lettura era stata ammessa dalla Sezione di scienze mediche.

Da ultimo viene la nota del dott. Plinio Patrini: « *I terrazzi orografici della Staffora in rapporto coi terreni terziari dei colli vogheresi*. Questa nota era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze naturali.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata per la trattazione degli affari.

Il presidente comunica una lettera della Società Leonardo di Firenze per la tutela del patrimonio artistico e di coltura delle Nazioni contro i danni della guerra. Il prof. Buzzati osserva che al riguardo vi sono leggi che vietano i danni; a ogni modo l'Istituto aderisce al voto espresso dalla società suddetta.

Il presidente poi comunica che la benemerita Cassa di Ri-

sparmio delle provincie lombarde ha conferito il premio Vittorio Emanuele II° al sig. dott. Federico Barbieri, secondo la proposta fatta dalla Commissione nominata dall'Istituto, la quale ha giudicato il relativo concorso.

Indi il M. E. prof. Buzzati legge la relazione della Sezione di scienze giuridiche e politiche per la nomina di un M. E. al posto reso vacante da monsignor Ratti, passato fra i membri non residenti.

Il M. E. prof. Zuccante legge in fine la relazione della Sezione di letteratura e filosofia per la nomina di un M. E. al posto reso vacante per la morte del compianto prof. Vignoli; e lo stesso prof. Zuccante legge la relazione sulla proposta di nomina di quattro nuovi soci corrispondenti nella detta Sezione.

Tutte queste proposte saranno discusse nella prossima adunanza.

La seduta è sciolta alle ore 3.20.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
O. MURANI

Adunanza dell' 11 Marzo 1915

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. GIOVANNI CELORIA

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: ARTINI, BERZOLARI, BRUGNATELLI, BUZZATI, CELORIA, DEL GIUDICE, DE MARCHI A., GORINI, GORRA, JORINI, KÖRNER, MENOZZI, MINGUZZI, MURANI, NOVATI, PALADINI, SABBADINI, SALVIONI C., TARAMELLI, ZUCCANTE.

E i SS. CC.: ARNÒ, BORDONI-UFFREDUZI, CARRARA, GABBA L. jun., JONA, MARIANI, MARTORELLI, ROCCA, TANSINI, VILLA.

Giustificano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE.: FORLANINI, GABBA L. senior, LATTES E., VIDARI E.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Invitato dal presidente, il M. E. prof. Murani, segretario della Classe di scienze matematiche e naturali, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all' Istituto. Esse sono, per la Classe di lettere e scienze morali e storiche, le seguenti:

CAPORALI E. L'uomo secondo Pitagora. Todi, 1915.

COCCHIA E. La sfinge etrusca. Preconcetti teorici e ostacoli reali che rendono impenetrabili e misteriose le origini del popolo tosco. Napoli, 1915.

PIZZI I. Michele Kerbaker, Torino, 1915.

ZUCCANTE G., Aristotele nella storia della coltura, Milano, 1915.

E, per la Classe di scienze matematiche e naturali, le seguenti:

CIAPETTI G., La dealcolizzazione del vino. Roma, 1914.

FAVARO G. A., Sulla distribuzione degli errori di chiusura fra i gruppi di coppie stellari osservate nelle Stazioni astronomiche internaz. di latitudine. Kiel 1913.

— Sulle correzioni alle letture dei cerchi fatte col microscopio micrometrico. Roma, 1913.

— Declinazioni per il 1900.0 di 121 stelle di riferimento per il Catologo astrofotografico di Catania (zona da + 46° a + 48°), Catania, 1913.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Torquato Taramelli discorre « *Sul significato geologico del canale di Leme in Istria* ».

Il dottor Giovanni Pesenti riassume la sua memoria dal titolo: « *Le poesie greche del Poliziano* ». La memoria era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di letteratura e filosofia.

La dott. Anna Vivanti, non essendo potuta intervenire all'adunanza, discorre brevemente della sua nota il M. E. prof. Artini. La nota dal titolo: « *Cenni sopra un nuovo cefalopodo da me studiato (charybditeuthis maculata n. g. n. sp.)* » era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze naturali.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza segreta per la trattazione degli affari.

È all'ordine del giorno, in primo luogo, la discussione della proposta di nomina a membro effettivo nella Sezione di scienze politiche e giuridiche. Nessuno chiede di parlare sull'argomento; sicchè, a norma del regolamento, nella prossima seduta del 25 marzo avrà luogo la votazione su detta proposta.

Segue, nell'ordine del giorno, la discussione sulla proposta di nomina a membro effettivo nella Sezione di letteratura e filosofia. Anche su questa proposta, poichè nessuno chiede di parlare, avrà luogo la votazione nella prossima seduta del 25 marzo.

E pure nella stessa seduta avrà luogo la votazione sulla proposta di nomina a soci corrispondenti nella Sezione di letteratura e filosofia, che, al pari delle altre proposte, non ha sollevato discussioni.

Viene in ultimo la proposta di nomina a soci corrispondenti nella Sezione di storia e filologia.

Riferisce sulla proposta, a nome della Sezione, il M. E. prof. Gorra; e su di essa, a norma del regolamento, si discuterà nella prossima adunanza.

L'adunanza d'oggi è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
G. ZUCCANTE

PROVVEDIMENTI
PER TUTELARE LA PROFILASSI DEL VAIUOLO

Nota del S. C. Prof. Giuseppe Sormani

(Adunanza del 25 febbraio 1915)

Nella precedente mia comunicazione (1) risultó all'evidenza dimostrato, come l'impiego troppo frequente di linfa vaccinica animale inattiva o quasi, possa aver contribuito indirettamente a favorire quelle epidemie di vaiolo, che tanto si diffusero nelle provincie delle Puglie, della Campania, delle Calabrie e della Sicilia dal 1901 al 1912; per cui si calcola che possano esserne state colpite 100 mila persone.

Il primo provvedimento da prendersi sarebbe adunque quello di vegliare affinchè altro simile disastro non venisse a ripetersi. Lo Stato, con solerte cura, a mezzo de' suoi uffici sanitari si preoccupa giustamente di controllare la *purezza, la genuinità e la innocuità* della linfa vaccinica fabbricata nei varî vaccinogeni (2); ma non diede forse un razionale sviluppo al controllo sulla *efficacia* della linfa; efficacia che dev'essere ben manifesta e riconosciuta *al momento stesso in cui se ne deve far uso.* Ed è questo il nodo della quistione.

---

(1) *La vaccinazione jenneriana dev' essere richiamata in onore.* Lettura fatta nell' adunanza dell' 11 febbraio 1905.

(2) Vedi : Regolamento sulla produzione e conservazione del vaccino etc. in data 31 marzo 1892.
» Legge 21 dic. 1899, idem.
» Legge 13 giugno 1901, idem.
» Regolamento 30 maggio 1902, idem.
» Legge 8 luglio 1904, sulla fabbricazione e vendita di vaccini, etc. e
Regolamento 18 giugno 1905, in esecuzione della legge precedente ; attualmente vigenti.

Questo controllo da nessuno può esser fatto meglio, che dallo stesso medico vaccinatore; il quale dovrebbe riferirne senza dilazione al medico provinciale, perchè al caso provvedesse d'urgenza, nei modi che saranno determinati da eventuale nuovo regolamento.

Per meglio garantire questo servizio a tutte le provincie, fu già proposto di ripristinare l'Istituto vaccinogeno dello Stato, che, creato nel 1889, fu travolto da una bufera antivaccinista nel 1896.

Ed io mi associo pienamente a questa proposta; ma mi sollecito a raccomandare che l'esercizio del vaccinogeno di Stato non ostacoli l'esercizio di quei vaccinogeni provinciali, o privati, che finora non solo hanno fatto buona prova, ma riuscirono altrettanti laboratorî *scientifici* per lo studio delle numerose quistioni, che ancora si affollano intorno ai problemi sul *controllo* e sulla *depurazione* del vaccino animale. Vorrei anzi che il Governo incoraggiasse con premi e medaglie questi lavori di tanta importanza per il loro interesse umanitario, ai quali sono collegati i nomi dei professori Leoni (1), Abba (2). Bormans (3), Gorini (4), Belfanti, Viganò (5), Tedeschi (6), Carini (7), Calderini (8), del compianto Adelchi Negri (9), e di altri.

Ad onta dei predetti provvedimenti potrebbe però presentarsi il momento in cui, per un complesso di circostanze sfavorevoli, i vaccinogeni produttori di linfa animale non fossero

---

(1) Leoni, *Sulla scoperta del modo di rendere batteriologicamente puro il vaccino animale etc.* Rivista d'Igiene, 1896.

(2) Abba, *Sulla sorte riservata ad alcuni batteri patogeni etc.* Congr. d'Igiene a Torino, 1898.

(3) Bormans, *Sul controllo del vaccino jenneriano.* Giorn. Soc. d'Igiene, 1913.

(4) Gorini, *Il controllo del vaccino etc.* Laborat. della Sanità, 1899.

(5) Viganò, *Sul controllo del vaccino jenneriano.* Giorn. Società Igiene, 1913.

(6) Tedeschi, *Questioni e dubbi sui metodi in uso per la produzione dei vaccini.* Padova, 1913.

(7) Carini, *Il controllo obbligatorio dello Stato sui sieri e sui vaccini.* Riv. d'Ig. 1901.

(8) Calderini, *Ricerche sulla depurazione del vaccino jenneriano.* Giorn. Soc. d'Ig., 1914.

(9) Negri Adelchi, *Esperienze sull'attività del vaccino sottoposto ad alte temperature.* Atti della Società medica di Pavia, 1903.

provvisti a sufficienza di linfa attiva. In questi casi non avrei difficoltà a ritornare, anche su vasta scala, all'uso antico della vaccinazione *con linfa umanizzata*.

Questa proposizione potrebbe meravigliare e scandalizzare i più giovani medici, che non hanno mai assistito alle vaccinazioni da braccio a braccio (1). Ma tenuto conto, che ora la sifilide è assai meglio conosciuta che in passato, e che nessuno mai più vorrà tornare a prendere i vaccinifiri nei brefotrofi, come purtroppo un tempo si usava; ritengo che il cominciare sempre la vaccinazione con linfa animale attiva, e il continuarla poi da braccio a braccio con vacciniferi scelti con tutte le garanzie, possa essere l'ideale di un metodo per l'avvenire (2).

Perocchè più si studia l'argomento, e più si riconosce, che il vaccino non è altro che il vaiuolo umano attenuato per il passaggio attraverso il terreno di coltura della vitella. Anzi dopo acquistata tale attenuazione, il germe stesso trova più adatto terreno di coltura nel derma umano, che non nel derma vaccino, ove invece di rinforzarsi, si attenua sempre più, con tendenza a degenerare.

Insomma io mi accosto molto volentieri al modo di vedere del prof. V. Tedeschi, pediatra della Università di Padova (3); e ciò anche per quella antica esperienza della mia pratica giovanile, avendo io assistito ad ambedue i metodi generali di

---

(1) La vaccinazione con linfa umanizzata fu eccessivamente denigrata dagli antivaccinatori, per cui riescirà difficile rimetterla in onore. Però è una stolta accusa, che da quella pratica ne derivasse la degenerazione della razza umana. Se qualche volta fu causa di sifilide vaccinica, si deve soltanto all'ignoranza di certi vaccinatori, e sopratutto di certi conservatori del vaccino, che lo conservavano proprio nei brefotrofi ove ha domicilio fisso la sifilide.

(2) Del resto l'articolo 7 del Regolamento 29 marzo 1892 prevedeva giustamente il caso, che una provincia volesse continuare il sistema di vaccinazione umanizzata; ed incaricava il medico provinciale di vegliare alla scelta dei bambini vacciniferi. In questi casi non occorrerebbero più le grandi quantità di linfa animale; poca, ma di ottima qualità, come si potrà ottenere coi più moderni metodi di depurazione all'etere, al cloruro di etile, all'olio di garofani, etc.; e rispettiva conservazione in Frigo; trasporto in Thermos; insomma provvedere a tutte quelle garanzie che gli studi moderni stanno conquistando a vantaggio della tecnica vaccinogena.

(3) Prof. V. TEDESCHI, *Questioni e dubbi circa i metodi in uso per la produzione dei vaccini*. Padova, 1913.

vaccinazione, quello *umanizzato* e quello *animale*. E posso dire che, eseguiti da persone abili, funzionano ambedue egregiamente.

È certo che, se nel periodo delle accennate epidemie vaiolose delle provincie meridionali e sicule (1), fosse stata in vigore la vaccinazione umanizzata, le cose sarebbero andate altrimenti; e non sarebbero state possibili tante migliaia di *finte* vaccinazioni, che ingannavano il vaccinato, il vaccinatore e le autorità superiori.

Quei vaccinatori dovevano essere certamente in buona fede sulla natura e sugli effetti delle vaccinazione, se continuavano per mesi e mesi a vaccinare, senza accorgersi che lavoravano a vuoto (2).

Bisogna dunque regolamentare anche l'istruzione speciale per i medici vaccinatori, che son parte del gruppo degli igienisti, e che in campagna sono rappresentati dai medici condotti, sempre benemeriti.

Oggi poi la situazione dei medici condotti si è aggravata rispetto a questa funzione di vaccinatore, per la sottrazione di quel tenue compenso, che le leggi precedenti, in varie regioni d'Italia, accordavano ai medici vaccinatori.

Nella legge piemontese del 4 Giugno 1859, firmata da Cavour, i vaccinatori erano *retribuiti dai comuni sulla base del numero delle vaccinazioni operate* (3).

Invece nel regolamento vigente 19 luglio 1906, l'articolo 28 stabilisce, che il medico condotto dovrà sempre *eseguire* **gratuitamente** *le vaccinazioni e rivaccinazioni, ordinarie e straordinarie, per tutti gli abitanti del comune.*

Nell'interesse della profilassi vaiolosa, sarebbe opera saggia ripristinare l'articolo della legge piemontese.

La *propaganda antivaccinista* da alcuni anni fa breccia nell'animo delle popolazioni, nonchè di molti medici; e quindi le sedute delle vaccinazioni nei comuni rurali tendono man

(1) In quel periodo *nullo* furono eseguite 12 mila vaccinazioni di bambini e 74 mila rivaccinazioni. Nel periodo successivo dal 1911 al 1912 la linfa adoperata dava circa il 65 % di esiti positivi.

(2) Se gli effetti disastrosi si sono manifestati fin'ora specialmente nelle provincie meridionali, per quanto riguarda l'inefficacia della linfa vaccinica, ciò può dipendere anche in parte dal clima più caldo, che è un fattore prontamente nocivo alla virulenza della linfa stessa. Conoscendone però le cause, riuscirà meno difficile procurare i rimedi.

(3) Una legge simile esisteva anche in Sicilia prima del 1861.

mano ad essere disertate. La legge può sancire bensì *l'obbligatorietà*; ma guai se non è sorretta dalla piena fiducia delle madri sulla sicurezza di fare opera santa, immunizzando i proprî pargoli contro una malattia, che il nostro Parini (1) chiamava « *Della stirpe degli uomini flagello* ».

Allora le madri erano terrorizzate da quelle stragi di bambini; ed accorrevano alla difesa.

Ma ora che la *furia vorace* fu domata, ora che mercè la scoperta di Jenner viviamo immemori di quei terrori, risorge la malefica pianta dell'ingratitudine e dell'imprevidenza, preparatrice di nuove sciagure.

Affinchè ciò non avvenga, nuove disposizioni legislative dovranno prescrivere serie restrizioni alla propaganda antivaccinista.

Con questo provvedimento, coll'intensificare meglio l'istruzione dei medici vaccinatori, col compensare adeguatamente l'opera loro, e sopratutto col far cessare assolutamente il grave danno delle vaccinazioni inattive, impediremo che si demolisca l'edificio della difesa sociale, che la scienza ha eretto a beneficio delle popolazioni, e che dev'esser ben saldo nel costume, e nella coscienza popolare.

---

(1) *L'innesto del vaiuolo.* Ode al Dottore Bicetti, pubblicata nell'anno 1765.

Per meglio comprendere il valore di questa Ode è opportuno leggere le Note che lo Scherillo vi fece seguire nell'edizione Hoepli, Milano. 1900.

I TERRAZZI OROGRAFICI DELLA STAFFORA IN RAPPORTO COI TERRENI TERZIARI DEI COLLI VOGHERESI

Nota del Dott. Plinio Patrini

(Adunanza del 25 febbraio 1915)

La Staffora nasce dalla fontana di S. Giacomo (1343), lungo la falda settentrionale del Costiolo del Giova (1403), ricevendo tra Casale (1079) e Samboneto (945) il rio Figino ed il fosso Tigarello, che completano l'ampio suo circo. Fino a Fego, (665) dove riceve da Pregola e Valformosa il tributo di rio Montagnola, la Staffora scorre in stretta e profonda valle, oscura e selvaggia, attraverso le formazioni calcareo-marnose ed arenacee dell'eocene superiore, che costituiscono gli alti rilievi del Lesima (1727), dell'Ebro (1701) e del Boglelio (1490); indi la valle si allarga ampia e brulla nelle sottostanti argille scagliose sino a Varzi (409), mantenendo la direzione da sud a nord. Quivi assecondando l'andamento di questa erodibilissima formazione con brusco angolo piega verso ovest, assumendo nel tratto Varzi-Bagnaria l'aspetto ed il carattere di valle longitudinale di anticlinale. Un fatto analogo si verifica per l'attiguo torrente Curone, il quale in corrispondenza di Fabbrica (447) piega bruscamente ad occidente, mantenendo sino a S. Sebastiano (336) la direzione ad un dipresso est-ovest nelle formazioni marnoso-arenacee dell' oligocene, corrispondendo però il Curone non già ad una anticlinale ma ad una sinclinale, a quella attigua a sud e parallela. Tale brusca trasformazione di valle trasversale in valle longitudinale di entrambi questi torrenti è così dovuta alla tectonica della regione tra Varzi e S. Sebastiano, dove il Sacco ha riscontrato appunto le condizioni tectoniche di una sinclinale dissimetrica, allungata da est

a ovest, colla sua gamba meridionale ampia e regolare volgente a nord, e colla gamba settentrionale più accidentata e meno potente fortemente inclinata a sud (1).

A Bagnaria la Staffora riprende la direzione normale aprendosi il decorso in amena ed ubertosa valle, larga circa mezzo Km., attraverso la zona marnosa del Tongriano, restringendosi per breve tratto in corrispondenza della placca langhiana marnoso-calcare molto compatta, di Cecima, per riallargarsi presso alla Cantoniera in spaziosa valle sino a Godiasco attraverso l'avvicendarsi delle già sopra citate formazioni.

Quivi quantunque ancora fiancheggiata sino a Rivanazzano (150), dove sbocca nel piano, da colli costituiti dalle più recenti formazioni del miocene e del pliocene antico scorre nelle proprie alluvioni, mantenendosi in esse sino alla confluenza nel Po, ad occidente di Cervesina (72). Nell'ultimo tratto di collina inciso dalla Staffora, vediamo affiorare anche sulla sua sinistra, dirimpetto a Godiasco e alla prima risvolta della carrozzabile per Salice, il conglomerato messiniano così sviluppato sulla destra, dove forma da cappello ai rilievi collineschi della Madonna di Nazzano e del M. S. Ambrogio; in quest'ultimo sono incisi i burroni che alimentano le due grandiose frane di Godiasco, delle quali la più minacciosa per il paese fu deviata mediante un'alto argine di ciottoloni.

Sulla sinistra della valle il conglomerato si presenta in grossi banchi della potenza di 8-10 m. sotto un terrazzo di diluvium recente. Alla fonte sulfurea (186) si scorge un banco di gesso dello spessore di m. 2, segnato pure dal Sacco nella carta geologica che accompagna il suo studio geologico « *l'Appennino settentrionale e centrale,* 1904 », questo regolarmente sottostante alle molasse giallastre del pliocene inferiore, e ad esso corrisponde la sorgente sulfurea ora catturata e condotta alle Terme di Salice. A queste molasse sottostanno, con circa 8-10 m. di potenza fino al letto della Staffora, delle marne azzurrognole chiare con scarsi frammenti di fossili, le quali gradatamente si svolgono a piegare a nord-ovest, mentre il banco di gesso come il pliocene soprastante piegano a sud-ovest, quindi potrebbe anche esservi una leggera discordanza fra le marne ed il gesso. Questo é accompagnato da calcare lacustre pisolitico con bei cristalli di calcite, come alla Castana di Broni;

(1) Sacco F., *La conca terziaria di Varzi-S. Sebastiano.* Con carta geologica. Boll. R. Com. Geol. d'Italia, vol. X, 1889.

anche qui il gesso comprende dei ciottoli indicando essere una formazione esposta alle irruzioni di torrenti. Nelle marne sottostanti vi sono anche dei banchi di sabbia con granuli scuri di calcare marnoso e con prevalenza di quarzo, potenti circa mezzo metro, che paiono non spettanti al tortoniano, e quindi tutto questo complesso andrebbe unito alla formazione gessifera. La direzione delle marne si fa a nord ed inclinano ad est di 20° con leggeri salti di pochi centimetri, diretti a nord 70° est. Altre marne si stendono sulla destra della Staffora, ma quivi si presentano più chiare e probabilmente riferibili al langhiano e in continuazione a quelle affioranti a sud della Madonna del Monte.

Fra le quote 190-170, appena a valle di Montalfeo, costeggiando sempre il terrazzo di sinistra della Staffora, si vedono le marne grigiastre tortoniane, le quali con molta probabilità formano anche il Montalfeo; quivi però sono scoperte e fossilifere e potei raccogliere e determinare le seguenti specie di gasteropodi, assai bene conservati: *Natica helicina*, *Nassa semistriata*, *Columbella thiara*, *Mitra pyramidella*, *Ranella marginata* e frammenti indeterminabili di Murex e di Pleurotoma. Sulla destra invece continuano le marne più chiare, che anche il Sacco riferisce al langhiano, e formano un rilievo non segnato sulla carta ma che trovasi presso C. Barbarina (175).

Gli ondulati altipiani, caratterizzati dal colore ocraceo, che formano lo zoccolo dei colli più elevati, sono da riferirsi al diluvium per essere analoghi a quelli altri altipiani o lembi di terrazzi, che si osservano lungo le falde dei colli vogheresi sino a Stradella, ricoprenti le argille plioceniche.

La Staffora dalle sue sorgenti allo sbocco nel Po scorre per 55 Km., di cui Km. 1,650 ad altitudine superiore ai 1000 m. con pendenza del 20.80 °/₀; km. 5, ad una altitudine superiore ai 700 m. con pendenza del 6 °/₀; Km. 11, superiore ai 400 m. con pendenza del 2.60 °/₀; Km. 28 superiore ai m. 100 con pendenza del 1.07 °/₀, e nell'ultimo tratto di circa 10 Km. con pendenza del 0.30 °/₀. Sino a Varzi presenta carattere eminentemente torrenziale, cadendo in soli 17 Km. di circa 1000 m.; più a valle assume gradatamente la caratteristica di fiume maturo attraverso una conoide assai sviluppata, sulla quale scorre pensile sino quasi al Po.

Il terrazzamento anche qui è molto evidente e può riconoscersi in tutta la zona del quaternario e delle formazioni più antiche contigue; sono tre gradini, di cui l'inferiore interessa il solo quaternario e gli altri due intaccano i terreni più antichi.

Il più elevato terrazzo sulla destra della Staffora si inizia a Samboneto (945) e si continua a Cencerato (956) e sotto Barostro (1085) e Valformosa; questi due villaggi riposano essi pure sopra altipiani, che non saprei se dovuti all'erosione esercitata dalle correnti acquee in epoca antica, oppure se si formarono per speciale e locale costituzione litologica e stratigrafica dei terreni calcari costituenti questo tratto. Oltre il torrente Montagnola la prosecuzione di questo terrazzo è molto regolare e si osserva al Casone, sopra a S. Margherita, a Massinigo (754). Vendemiassi (673), Sala (669-651), Montemartino (723-695), S. Pietro Casasco (645), internandosi quivi nella valle dell'Aronchio; più oltre si ritrova a Bognassi (550). A valle del paese di Varzi, causa i numerosi torrentelli che ne solcano profondamente questo fianco, costituito in prevalenza di argille scagliose, mal si può seguire; si osservano brevi tratti scontinui a C. della Croce (547) ed alla frazione Livelli (533-516); più a valle ricompare a Vignole (498), Pizzocorno (478), alle C. Nuove (416), Castelvecchio (406) ed a Sala (459). Oltre il torrente dell'Ardivesta questo elevato terrazzo si continua in quel marcato peneplano che culmina a Gomo (491), che corrisponde, come vedremo, sulla sinistra presso a poco al ripiano sotto M. Brienzone a circa 450 m., ed alla media altezza della Costa delle Forche (445); prosegue poi lungo le pendici di M. S. Ambrogio sin sopra Nazzano, interrotto da profondi burroni incisi nel conglomerato messiniano e nelle sottostanti marne scialbe del langhiano.

Il corrispondente terrazzo sulla sinistra si osserva sotto Negruzzo fra le quote 950-900, più a monte verso le sorgenti della Staffora si stende un marcato terrazzo di circo, su cui sta il paese di Casale (1079); a valle questo terrazzo si ripete a Ceregate (821) ed assai evidente si può seguire da Cegni (794) a Cignolo 700-664) sino alla valicella di Bosmenso. Appena oltre ricompare a Monteforte continuandosi lungo la Costa dei Sillini sino al torrente Lella; scarse tracce di esso si osservano sulla Costa Rossella e Costa di Martino, che coronano l'ampia placcata terrazzata di marne aquitaniane di Castagnola (663). Assai marcato prosegue invece a Coriola (512) S. Bartolomeo (442), Monastero (426), costituendo quivi l'ampio pianoro suaccennato, che si svolge da C. Angelotti, S. Lorenzo, Monticelli (400) continuandosi lungo le falde orientali del M. Brienzone, scendendo nel piano sopra Casalnoceto. In epoca più recente la Staffora essendosi spostata verso oriente il suo antico corso venne catturato dal più profondo e più rapido torrente

Curone, lasciando a testimonio questo amenissimo peneplano, che forse formava col corrispondente di Gomo l'antica spiaggia pliocenica.

Che in questo tratto di Appennino durante il pliocene un vasto peneplano venisse a morire in una spiaggia costituita da ampie conoidi torrenziali in parte sommerse, lo dice la grande uniformità dei crinali montuosi che man mano si raggruppano nei nodi orografici del Carmo, dell'Alfeo, dell'Ebro e del Lesima, alla quale regolarità corrisponde l'andamento di antichissime strade lungo detti crinali, specialmente quando questi sono costituiti dalla massa potente e uniforme del calcare alberese. E devesi anche notare che in corrispondenza di ciascuna delle attuali valli che solcano l'Appennino Vogherese si osserva un aumento di potenza dei conglomerati pliocenici, il che dimostra che già nel pliocene, ed in particolare in corrispondenza dello sbocco della Staffora, si era individuata una idrografia non molto diversa dall'attuale, iniziando l'incisione di detto peneplano continuatasi poi nel periodo quaternario; è quindi probabile che il più alto terrazzo abbia cominciato a delinearsi nel pliocene. Si potrebbe per ipotesi supporre che questo più alto terrazzo corrispondesse piuttosto all'oligocene, ma osservo che l'orografia oligocenica è molto profondamente diversa dall'attuale, essendo avvenuti dopo quel periodo cenozoico dei movimenti di masse sia per corrugamento sia per carreggiamento, che devono avere svisato lo schema idrografico di quel tempo. Infatti dove possiamo noi ricercare il decorso delle correnti che hanno depositati i conglomerati oligocenici di Castel del Groppo e di Zavattarello prima che fossero depositate le potentissime formazioni marnose del langhiano e del tortoniano? Siamo nel caso medesimo del conglomerato miocenico prealpino, che si svolge alle falde nord della valle padana dal Lago Maggiore al lago di Lecco, del quale conglomerato gli elementi alpini sono notevolmente diversi dalle rocce che affiorano nei bacini attuali del Ticino e dell'Adda. Nè questo inizio del terrazzamento della Staffora può con maggiore sicurezza attribuirsi al messiniano, perchè in corrispondenza a questo periodo anche il tratto corrispondente di area appenninica ci si presenta sparso di estuari, e quindi doveva essere pianeggiante ed ancora privo di una ben limitata rete idrografica.

Il secondo terrazzo sulla destra della Staffora si inizia nel marcato pianoro su cui si adagia il paese di Fego (666), inciso a valle dal rio Montagnola, e abbastanza continuo si accompagna sopra Casanova a Bressanine (523), Carro (483),

Castano (516), S. Martino (500) e superiormente alle C. Boriano e C. del Cucco. Poco evidente è nel tratto Varzi-Bagnaria, solo qualche traccia si può segnare alle C. Neppiano e C. Mongolia (425); più a valle ricompare alle C. Luserin (396) ed oltre il torrente Nizza a Campalbino (364), S. Giovanni (370) ed assai marcato alla Villa Malaspina (328-302). A nord del torrente Ardivesta si osserva alle C. del Taggio (279) sopra Godiasco, a C. Rava (251) ed alle C. Lavagne; poche traccie lungo il lato occidentale del M. S. Ambrogio, mentre si fa marcato a valle di Nazzano alla C. Chioda (196) sino a Retorbido (169); in questo ultimo tratto presenta essenzialmente carattere di terrazzo diluviale.

Il corrispondente terrazzo di sinistra si osserva sotto Cegni (430-600), su cui sono sparse numerose casette, ed evidente si continua alle C. Paganino (563) sino a Bosmenso (514), ricompare poi inferiormente a Monteforte e prosegue assai marcato nel tratto di valle longitudinale inciso nelle marne grigiastre tongriane, relativamente compatte; sopra di esso si allineano le C. Lillini (446), C. Bianca (434), C. Cagnori (447), C. Bertello (480), Caposelva (447), C. Galeotti (397-354), Mestina (350) e Torretta (334). Più a valle ricompare alle C. Peschiera (334), S. Ponzo (301), Casotto (332), Cecima (329), Campiano (303), Biagiasco, Vignole (269) e C. Cignoli (250). Si continua poi nel marcato terrazzo diluviale che si osserva dirimpetto a Godiasco, terminando coi terrazzi pure diluviali di Cagarello (235) e Cà dei Mori sopra Salice.

Il terzo e più basso terrazzo si inizia sulla destra a monte di Godiasco a S. Desiderio (222) e si accompagna assai evidente sino al ponte di Rivanazzano, presentano in questo tratto sicuro carattere di terrazzo diluviale; infatti a monte di detto ponte si osservano banchi di sabbia e ghiaie cementati da riferirsi con ogni probabilità al diluvium. Più a valle questo terrazzo, alto circa tre metri sull'attuale alveo della Staffora, è da riferirsi al periodo alluvionale.

Sulla sinistra il corrispondente terrazzo è rappresentato dal marcato gradino diluviale (232) che si osserva a monte del ponte di Godiasco e si continua assai marcato per Montalfeo sin quasi a Salice, ed a valle presenta, come il corrispondente di destra, carattere alluvionale.

La prima coppia di terrazzi ha un decorso di circa 35 km. con pendenza del 17 ‰; la seconda coppia decorre per 36 km. con pendenza del 14 ‰; la terza coppia sino a Rivanazzano misura circa 6 km. ed una pendenza del 6,50 ‰; inferiormente

esso si sfuma nella superficie della conoide che si fa alluvionale e si estende sino ad una zona abbastanza continua di acque risultative a breve distanza dal corso del Po.

Qualora si volesse fare un parallelo cronologico fra questi terrazzi di una corrente appenninica e quelli studiati in altri miei lavori pei bacini del Ticino, dell' Olio e del Garda, mi troverei nella stessa incertezza di riferire questo triplice sistema di terrazzi alle tre fasi interglaciali, oppure di spostarlo a ritroso del tempo, così da far coincidere il più elevato terrazzo al periodo preglaciale. Scegliendo questo secondo partito mancherebbero finora le alluvioni corrispondenti alla primissima incisione da riferirsi al periodo distinto dal Sacco col nome di Villafranchiano; siccome la vasta conoide della Staffora è pensile e poco profondamente incisa dal rispettivo torrente, è naturale supporre che queste alluvioni villafranchiane corrispondenti alla più antica incisione sieno sepolte.

Il prof. Gustavo Braun (1) in base alle osservazioni da lui stabilite sulla conformazione orografica dell' Appennino Emiliano, considera quella regione come un peneplano anteriore al pliocene, corrispondente ad un'ampia superficie di abrasione, la quale ha troncato ed aperto le anticlinali, e che il mare pliocenico ha occupato senza forti abrasioni, come lo dimostra il fatto della mancanza di conglomerati. Egli ammette poi a priori come dalla storia geologica dell'Appennino sia comprovato un sollevamento pospliocenico, il quale si continuò ininterrottamente sino ad oggi, e che fu causa principale di una rapida e generale escavazione dei letti in ampie e profonde valli per il progressivo abbassarsi del livello di base dei corsi d' acqua; questi intaccarono quasi ovunque le formazioni sottostanti al miocene, lasciando fra le singole valli dei lembi del primitivo peneplano più o meno ben conservati e generando così l'odierna morfologia. A prove di questo progressivo sollevamento nell'Appennino Settentrionale anche in tempi recentissimi ed attualmente, l'autore pone l'esistenza di terrazzi orografici in molte valli di questa catena ed il rinnovarsi di una certa specie di frane per il ringiovanirsi dei corsi d'acqua.

L'autore poi assegna all' Appennino Emiliano le seguenti divisioni:

1°). Il *subappennino*, che dal piano si estende fino al li-

---

(1) Braun G., *Beiträge zur morphologie des nördlichen Appennin*. Berlin, 1907.

mite meridionale dei sedimenti pliocenici; questo costituisce un paese collinesco che si avvicina allo stadio di maturità, inciso nel precedente piano costiero. Le valli che lo solcano sono ancora giovani e non sono ancora completamente conformate; pur tuttavia non si sono conservati gli altipiani intervallivi, dimostrando come il dilavamento sia arrivato dappertutto essendo stati pur essi erosi.

2°). L'*Appennino principale*, che va dal subappennino a nord all'alto Appennino a sud. Esso rappresenta un peneplano sollevato e frastagliato; le valli sono giovani e tra di esse si sono conservati dei grandi pianori incompletamente dilavati; le valli sono collegate alle rocce argillose, gli altipiani corrispondono invece alle soprastanti rocce permeabili.

3°). L'*Alto Appennino* o zona di crinali, forma la parte che ha subìto il massimo grado di sollevamento ed è sfuggita allo spianamento; comincia in generale al limite meridionale del Macigno. Sono caratteristiche di questa zona valli giovani profondamente incise, forme di alta montagna in parte modellata dall'azione erosiva di piccoli ghiacciai.

Queste idee del sig. Braun sono in parte applicabili anche all'Appennino pavese, in quanto quivi pure abbiamo nna falda subappennina e di terziario recente modellata a basse colline, residui di originari piani intervallivi; se non che il livellamento originario di questi piani non si potrebbe con certezza attribuire ad un'efficace abrasione marina, stante che, come si è detto, abbiamo invece delle potenti conoidi di deiezione del pliocene antico, che indubbiamente accennano ad una orografia già abbastanza accidentata in riva al mare pliocenico, che si andava restringendo. Così nell'alta collina, che corrisponde alla seconda divisione del sig. Braun, abbiamo bensì i terreni generalmente permeabili del miocene medio riposanti sui meno permeabili del langhiano, oppure i terreni poco permeabili dell'oligocene riposanti sulle argille scagliose, ma i rilievi non rappresentano punto dei peneplani, anzi presentano una conformazione collinesca quanto si può dire svariata: così l'alto bacino della Staffora, pur presentando forme orografiche decisamente montuose, non corrisponde all'affioramento del macigno, sibbene quasi esclusivamente al calcare alberese.

Pertanto possiamo dedurre che le considerazioni del sig. Braun hanno tutto al più un valore affatto locale per la regione Emiliana e non si possono estendere all'Appennino pavese se non in parte ed in quanto esse contengono di più comune e di più noto. Inoltre ritengo che questa distinzione, le

tante volte applicata, di valli più o meno vecchie o giovani sia in pratica assai incerta, essendo che in ogni valle vi sono dei tratti nei quali la curva di fondo è stabilita ed i versanti subiscono soltanto leggeri cambiamenti, mentre in altri tratti il letto si sprofonda oppure si innalza a seconda che prevale l'erosione o la deiezione. Piccoli torrentelli hanno già raggiunto la loro stabilità, mentre alcuni tratti del fiume che li raccoglie vanno continuamente modificandosi. I terrazzi orografici che danno realmente la cronologia del progressivo modellarsi di una vallata coinvolgono nel loro sistema la valle principale ed i confluenti, dimostrando che il fenomeno del modellamento di un bacino idrografico si svolge contemporaneamente e rapidamente nei varii periodi di scolpimento del bacino stesso.

Non posso tralasciare di ricordare un'importante pubblicazione del dott. G. Capeder col titolo: *I relitti dell'erosione marina nella valle del Po*. In questa nota l'A. accenna all'esistenza di linee di spiaggia nelle marne dell' elveziano e specialmente nei conglomerati del pliocene inferiore dell' Appennino pavese ad un altitudine di 400 m., il che porterebbe l'A. a credere che il mare che cesellò queste rocce è un mare di trasgressione, cioè un mare che invase nuovamente questa regione dopo di averla abbandonata, poichè quando batteva su quei conglomerati dovette trovarli già cementati ed emersi onde poterli così minutamente incidere, ed essendo detta trasgressione posteriore all'età dei conglomerati pliocenici, essa verrebbe ad acquistare un'importanza particolare per la regione, poichè probabilmente quel mare che incise queste linee di spiaggia è quel medesimo mare che depositò le sabbie gialle, così sviluppate a Casteggio, ritenute generalmente astiane.

Le località dove l'autore potè osservare distintamente le tracce del mare, che egli dice meccaniche e che si possono ancora osservare ben conservate, sono: Nella grotta di S. Ponzo scavata nelle marne elveziane del M. Vallassa e sul lato sud di detto monte dalla parte di Coriola e Stampigliano, ove le ripe sono lavorate nell'insieme in enormi terrazzi. Ma più interessanti sono le linee di spiaggia incise nei conglomerati di Mondondone e della Chiesa di Montù e specialmente in quelli di Roccasusella.

Osservo come sia poco probabile che la battiglia del mare pliocenico astiano fosse così elevata da segnare la sua traccia attorno al M. Vallassa, mentre il deposito delle sabbie astiane non arriva nemmeno all'altitudine di 200 m.; in secondo luogo chiunque ponga mente alla grande erodibilità così delle are-

narie del **M.** Vallassa come, e più ancora, delle molasse e conglomerati di Roccasusella, può concepire se quelle fresche pareti di roccia corrispondano ad un' antica erosione marina, come lo vorrebbe l'autore nella sua assai singolare ipotesi, la quale si potrebbe applicare ad una quantità infinita di dirupi collineschi e montuosi.

Dal Museo di Geologia e Paleontologia della R. Università di Pavia.

TENTATIVI DI TERAPIA DEL CANCRO MEDIANTE LE CULTURE ALLA CARREL

Nota del Dott. FRANCESCO MACCABRUNI, assistente.

(*Adunanza del 25 febbraio 1915*)

Il problema della terapia del cancro, che da parecchi lustri affatica le menti più elette della scienza medica, attende ancora la sua soluzione. Ed all'infuori della demolizione chirurgica della parte o dell'organo colpito, demolizione che non sempre è possibile, nessun mezzo veramente sicuro noi possediamo, che sia atto a combattere la terribile malattia.

I tentativi terapeutici fatti volta a volta per arrestare lo sviluppo del cancro si possono dividere in tre grandi gruppi, a seconda che si è ricorso a sostanze farmaceutiche, a mezzi fisici, a metodi che si ricollegano coi fenomeni immunitari. Abbiamo così una *chemioterapia*, una *fisioterapia*, una *sieroterapia*.

Col nome *chemioterapia*, termine improprio, come giustamente osserva Veratti, si designa la cura medica del carcinoma mediante somministrazione generale o locale di sostanze chimiche diverse, fermenti, autolisati, estratti organici.

Tra le sostanze più insistentemente usate sono i composti arsenicali. Specialmente l'atoxyil può in alcuni casi rallentare la marcia invadente del neoplasma. Le paste caustiche a base di arsenico non hanno un'azione elettiva sulle cellule cancerigne, ma distruggono tutti i tessuti che loro vengono in contatto. Lo stesso dicasi del cloruro di zinco, che dà buoni risultati palliativi, ritardando il diffondersi del tumore.

Con minor successo vennero sperimentati l'idrato potassico, il bromo, l'acido acetico, l'acido formico, l'acido osmico, l'acido lattico, il nitrato d'argento, l'acido nitrico. Scarsi risultati hanno dato la formalina e l'alcool, iniettato da Hasse nel tumore con la speranza di ottenere l'obliterazione dei vasi sanguigni. Migliori risultati non si ottennero con la cicuta, il

mercurio, il condurango, il chelidonio, il chinino, i preparati di anilina.

Una posizione a parte occupa il metodo di Adamkiewicz; questi ritenne che le cellule cancerigne rappresentino parassiti che elaborano una sostanza tossica da lui chiamata cancroina; questa deriverebbe dal protagone cerebrale. Egli iniettò pertanto la cancroina, e la neurina, derivata dai lipoidi cerebrali; ma i risultati ottenuti con queste sostanze furono contradditori, ed il metodo cadde.

Hofbauer ritiene che nei tumori avvengano azioni biologiche dovute alla presenza di fermenti, i quali esisterebbero nel tumore allo stato di zimogeni, e verrebbero attivati dalla lecitina. Egli scelse pertanto sostanze che avrebbero dovuto arrestare l'azione della lecitina. Tali l'atoxyl, il chinino, la colesterina, il siero di bue, che iniettava direttamente nel tumore. Ma i presupposti ed i risultati di Hofbauer caddero sotto i colpi della critica.

Blumenthal associa l'atoxyl alla novocaina, Friedreich tenta la morfina, altri prova inutilmente la nirvaina e la novocaina.

Mahn ed altri tentano ledere l'integrità dei blastomi mediante l'ischemia provocata con l'azione di sostanze vasocostrittive; ma con l'adrenalina non ottengono che l'attenuazione di alcuni sintomi.

Slack vanta con la cholina ed il bleu di metilene dei sorprendenti risultati, che però non vengono confermati.

Sticker prova il carbone, ma il suo metodo viene abbandonato.

Rampoldi usa il jequirity, principio attivo dell'abrus precatorius; sembra però che nei casi in cui ebbe risultati discreti, si trattasse di cancoidi della faccia; Mangiagalli e Clivio, nei tumori dei genitali, non ottennero risultati positivi.

La terapia per mezzo di fermenti è sostenuta specialmente da Beard, secondo il quale il cancro sarebbe dovuto ad un'insufficiente azione glicolitica del fegato. Egli aveva inoltre osservato che le iniezioni di tripsina provocano degerazione nel cancro sperimentale. Ma il trattamento con la tripsina, come quello con l'amilopsina, con le lipasi, con l'enzima della fermentazione lattea non diede alcuna guarigione nell'uomo.

Leyden e Berger trovarono nel fegato un fermento che inoculato nei tumori ne produce la distruzione; la grande tossicità di questo enzima ne fece abbandonare l'uso.

Altri volle trovare nel sangue eterogeneo un fermento capace di distruggere la cellula cancerigna, ma l'iniezione di sangue eterogeneo non diede i risultati sperati.

Odier tentò la terapia con fermento glicolitico e non ebbe migliore fortuna.

Seguono in ordine di tempo gli studi del Fichera, dai cui pregevolissimi lavori ho tratto gran parte di queste note bibliografiche (1). Fichera iniettava i prodotti dell'autolisi di tumori e di tessuti embrionari. Se questo metodo terapeutico dà qualche risultato sugli animali da esperimento, non dà sensibili vantaggi applicato ai tumori umani.

Verner, avendo osservato che la colina negli animali provoca alterazioni simili a quelle prodotte dai raggi Roentgen, pensò che l'azione dei raggi X sui tumori fosse dovuta alla colina derivante dalla scomposizione della lecitina, esistente nel tessuto neoplastico. L'A. usò diversi composti della colina, ma studi ulteriori vennero a togliere valore al suo metodo.

Wassermann vantò successi sugli animali e sull'uomo con la selenio-eosina, e tali risultati attendono invano una conferma.

Con la cuprase, che è probabilmente una soluzione colloidale di rame, si ebbero ben presto delusioni. Migliori risultati si hanno con le applicazioni locali di acetone.

Assai discutibili gli effetti dello zolfo colloidale di Izar.

La thuja diede qualche risultato palliattivo a Tuchler.

Risultati palliativi ebbero infine Mirto e Caltagirone con un composto da loro chiamato nucleotrofina.

Quanto all'opoterapia, tentata con estratti di timo e di tiroide, essa non diede risultati.

Un tentativo originale è quello di Loeffler, il quale ammise un antagonismo tra neoplasmi e malaria, e provocò sperimentalmente la malaria in individui affetti da tumori.

Così, essendosi osservata la guarigione di tumori in casi di erisipela, si provocò il contagio nei carcinomatosi: L'iniezione di streptococco virulento provocò dei veri disastri.

Coley associò allo streptococco il bacillo prodigioso, senza alcun benefico risultato.

---

(1) G. Fichera, *Tumori*. Torino, 1911.
vedi altresì:

L. Mangiagalli, *Traitement non opératoire du cancer de l'utérus*. L'obstetrique, 1910.

E. Veratti, *Lo stato attuale delle ricerche sulla diagnosi e sulla terapia dei tumori maligni*. Attualità medica, 1913.

Bra adoperò le culture di nectria ditissima, un mixomicete parassita di alcuni alberi; ottenne cessazione delle emorragie, dello scolo fetido e dei dolori.

Schmidt crede che il mucor racemosus rappresenti l'agente del cancro ed inietta culture spente di esse (cancroidina o antimeristem), senza sicuri risultati.

Un altro tentativo di vaccinazione viene fatto da Doyen con le culture spente di un micrococco, ch'egli crede l'agente specifico del cancro; avrebbe così ottenuto un ritardo nell'evoluzione del neoplasma.

I microrganismi volta a volta imputati come patogeni del cancro, vennero pure utilizzati a preparare dei sieri. Così Wlaeff prepara un siero antiblastomicetico immunizzando animali contro i blastomiceti ottenuti in cultura da tumori dell'uomo.

La terapia dei tumori con sieri antiblastomicetici viene ritentata da Sanfelice. Ma i risultati clinici ch'egli vanta vengono contestati, mentre il concetto teorico cade sotto le critiche di Veratti, di Stropeni, di Fichera.

Da un'altra parte si cerca di ottenere dei sieri anticancerigni inoculando ripetutamente negli animali tumori umani. Con maggior insistenza le ricerche degli studiosi vennero dirette su tale via in quel tempo in cui si credeva possibile ottenere dei sieri citolici specifichi per ogni varietà di cellule. Tentativi numerosi vennero fatti da Richet ed Héricourt, da Boureau, da Boinet, da Geher, da Brunner, da Arloing e Courmont, da Poncet e Dor, da Charcot, da Leyden e Blumental, da Lomer, da Engel, da Loeffler, da Vidal. Ma i risultati furono o negativi o contestati; i sieri ottenuti inoculando tumori umani nei varî animali non sono dotati di alcuna azione specifica sugli elementi del tumore.

Migliori speranze si ebbero di ottenere una immunità attiva contro i tumori, adoperando poltiglie o estratti degli stessi tessuti neoplastici del paziente. E le speranze avevano un qualche fondamento, dappoichè le esperienze di Jensen, di Gaylord e Clowes, di Bashford, di Ehrlich ed Apoland avevano dimostrato che era possibile immunizzare il ratto contro l'inoculazione dei tumori maligni trasmissibili. Ma la prova tentata sull'uomo da Seeligmann, da Leyden e Blumenthal, da

Mueller, da Coca e Gilman, da Delbet, da Rovsin mediante inoculazione di tumori autologhi non diede alcun reale risultato, ed anche questo mezzo di terapia venne abbandonato.

Quanto alla terapia fisica, essa ha trovato larga applicazione contro il cancro.

La congelazione mediante aria liquida venne proposta da Trimble, Pusey invece adoperava l'anidride carbonica; ma pochi seguaci ebbero questi autori.

Maggiori applicazioni ebbe l'alta temperatura, usata come calorico raggiante, o sotto forma di aria calda, di vapore sovrariscaldato. Ma la sua azione si limita alle parti più superficiali del tumore, lasciando intatte le parti profonde.

Si costrussero pertanto apparecchi atti ad elevare la temperatura in profondità fino a 50 gradi, essendosi osservato che a questa temperatura gli elementi neoplastici cadono, mentre ancora resistono le cellule normali. Però i metodi di diatermia, di transtermia, di termopenetrazione all'uopo creati delusero presto le speranze in essi fondate.

L'elettricità venne insistentemente applicata contro il cancro, come corrente galvanica, corrente voltaica, e specialmente corrente ad alta frequenza.

L'applicazione della corrente ad alta frequenza contro il cancro, preconizzata da Riviére, diffusa da Keating-Hart, venne denominata fulgurazione da Pozzi e fu divulgata in Italia da Sirtori e da Cova. La fulgurazione riesce talvolta ad ostacolare la evoluzione del tumore, a ritardare la recidiva dopo un' operazione, ma non è capace per sè a dare una guarigione.

Il mezzo che con insistenza maggiore venne applicato alla cura dei carcinomi inoperabili è costituito dai raggi Roentgen. Despeigne fu il primo ad applicare i raggi X alla terapia del cancro e in breve tempo la letteratura sull'argomento si è fatta quasi infinita.

Dapprima incerto nell'applicazione e nei risultati, questo metodo venne man mano aquistando terreno col perfezionarsi della tecnica, ed i risultati oggi ottenuti in ginecologia da Bumm, da Amann e da altri molti vanno tenuti nella maggiore considerazione. Con l'impiego di dosi fortissime e di raggi assai duri si videro guarire carcinomi uterini che già avevano ridotta la paziente in uno stato miserando, si videro tumori prima inoperabili rendersi mobili ed operabili. Certo, la Roentgenterapia solo in alcuni casi dà buon risultato, e la sua

azione sulle recidive e le metastasi è scarsa, tuttavia non vi ha chi possa disconoscere l'importanza di questo mezzo di cura.

Un'azione presso a poco simile a quella dei raggi X avrebbero il Radium e le sostanze radioattive. Fra queste specialmente vantato il Mesotorium. Tuttavia sugli effetti strabiglianti di questo rimedio va ora diffondendosi un certo scetticismo, forse non del tutto ingiustificato.

Se dobbiamo ora abbracciare con uno sguardo complessivo i risultati fin qui ottenuti nella terapia del cancro, vediamo come i mezzi farmacologici possano dare solo scomparsa di alcuni sintomi, tutt'al più ostacolare per qualche tempo lo sviluppo del tumore, non mai arrestarlo.

La sieroterapia ha completamente mancato al suo scopo.

Con la radioterapia, mezzo estremamente costoso e che richiede impianti che solamente in pochi grandi istituti si possono avere, si sono ottenuti realmente alcuni successi; mancano tuttavia i risultati remoti, ed anche le statistiche più ottimiste, per quanto riguarda il cancro uterino (Amann) non danno che il 16 $^0/_0$ di guarigioni.

Pertanto ogni nuovo tentativo, diretto a combattere il terribile flagello, parmi meriti di essere preso in considerazione.

L'idea che mi ha indotto a tentare un nuovo mezzo di terapia del cancro, con direttive che si staccano da quelle fin qui seguite per la terapia immunitaria dei tumori, mi è venuta dallo studio delle culture di tessuti *in vitro*.

Dirò dunque brevemente di queste.

Grande interesse destarono nel mondo degli studiosi le sperienze di Carrel che, perseguendo gli studi di Harrison sull'embrione di rana e quelli di Burrows sull'embrione di pollo, annunciava nel 1911 di essere riuscito a coltivare *in vitro* le cellule connettivali di diversi mammiferi, usando come terreno di cultura il plasma sanguigno.

A quella prima pubblicazione di Carrel altre ne seguirono del Carrel stesso e di molti autori, ed in breve volger di tempo la letteratura sull'argomento si è fatta assai estesa.

Si potè così dimostrare come sia possibile coltivare all'infuori dell'organismo le cellule di varî organi e tessuti così come si coltivano i microrganismi.

Nell'istituto Rockefeller si coltivano tuttora colonie di cellule vissute per due anni *in vitro* a traverso più di 200 passaggi.

Ma per quanto Carrel e i suoi seguaci abbiano tentato, mai è riuscito loro di coltivare il carcinoma umano: vi si opponeva la rapida fluidificazione del terreno nutritizio che si osserva nelle culture di tessuti umani. Occorreva dunque trovare un mezzo atto ad impedire, od almeno a ritardare la liquefazione del plasma.

Dopo molti ed infruttuosi tentativi il problema venne da me (1) risolto, adoperando come terreno culturale il plasma di donna gravida; riuscii così ad ottenere un ritardo nelle fluidificazione assai vario a seconda degli individui da cui prelevavo il plasma, ma che poteva giungere fino agli 8 giorni, periodo più che sufficiente a permettere un rigoglioso sviluppo di elementi dal frammento seminato.

Le mie esperienze di allora vertevano sul carcinoma uterino, e vennero rese di pubblica ragione ai primi di dicembre 1913. Quasi contemporaneamente alla mia pubblicazione Albrecht e Joannovics (2) resero noti i buoni risultati ottenuti coltivando diversi tumori umani in plasma autologo diluito con acqua distillata. Più tardi Losee ed Ebeling (3) riuscirono a coltivare tessuti umani aggiungendo al plasma soluzione di Ringer-Locke od estratti di tessuti; ottennero un ritardo nella fluidificazione del terreno culturale variabile dalle 24 alle 72 ore.

Nelle mie esperienze di coltivazione *in vitro* del cancro uterino avevo osservato che dal frammento seminato si sviluppavano, oltre ad elementi sicuramente connettivali, gruppi di cellule tondeggianti, a nucleo centrale, provvisto di una membrana nucleare evidente, citoplasma chiaro abbondante, elementi insomma in tutto simili a cellule epiteliari. Sulla interpretazione di questi elementi tuttavia esprimevo il dubbio, per quanto debole, ch'essi potessero anche non essere di natura epiteliare. Ma il lavoro di Albrecht e Joannovics, ed i numerosi preparati eseguiti dal prof. Veratti e mie esperienze succes-

(1) F. Maccabruni, *Esperienze di coltivazione « in vitro » del cancro uterino umano.* Annali di Ostetricia e Ginecologia 1914. Nota preventiva in: Atti della Soc. lombarda di scienze mediche e biologiche. 1913.

(2) P. Albrecht u. G. Joannovics, *Beiträge zur künstlischen kulturen d. menrchlicher Tumoren.* Wien. Klin Woch. N. 20, 913.

(3) T. R. Losee a. A. H. Ebeling, *The cultivation of uman tissue in vitro.* The Journ. of Exper. Med. Vol. XIX, N. 8, 914.

sive mi convinsero come il mio riserbo di allora fosse esagerato: *nelle culture « in vitro » di carcinoma si sviluppano realmente elementi epiteliari.*

Stabilita con sicurezza la possibilità di coltivare il cancro *in vitro*, un vasto campo di ricerche si apriva per lo studio delle questioni attinenti alla patogenesi ed alla terapia del cancro.

A quest' ultima ho dedicato i miei sforzi.

***

Nelle culture *in vitro* di carcinoma umano, eseguite col metodo di Carrel-Burrows, mi aveva colpito il fatto, del resto già osservato nelle culture di altri tessuti, che la proliferazione cellulare, giunta ad un certo grado, si arresta.

Pochi autori si domandano il perchè di questo fenomeno, e quei pochi accennano all'esaurimento del materiale nutritizio.

Ma un altro fattore pare a me si debba prendere in considerazione a spiegare l'arresto dello sviluppo nelle culture, e cioè la presenza dei prodotti del ricambio delle colonie cellulari proliferate. Tanto è vero che se vogliamo provocare un ulteriore accrescimento di esse dobbiamo non solo aggiungere nuovo plasma, ma allontanare il plasma vecchio e procedere ad un accurato lavaggio delle culture. Analogamente a quanto avviene pei fermenti, dei quali l'accrescimento giunto ad un determinato punto si arresta, pur restando abbondante il terreno nutritizio, e per ottenere un ulteriore sviluppo non basta aggiungere nuovo terreno culturale, ma dobbiamo ricorrere ai dializzatori per eliminare nel modo più completo i prodotti del ricambio dei fermenti stessi. Così a spiegare l'arresto di sviluppo delle culture di batteri viene universalmente ammessa, accanto all'esaurimento del materiale di nutrizione, l'azione inibitrice dei prodotti del ricambio dei batteri stessi.

Prodotti del ricambio certamente si devono formare anche nelle culture di tessuti, perchè non è concepibile che cellule vive si nutrano e si riproducano senza versare all'esterno prodotti del metabolismo cellulare. La fluidificazione stessa del plasma non può essere che l'espressione di mutamenti biochimici che in esso vanno svolgendosi per opera dell'attività cellulare. Resta a vedere se detti prodotti sieno specifici, rappresentino cioè delle vere *autotossine*, *autocitotossine*.

Per i microrganismi la questione è risolta in senso positivo da Conradi e Kurpjuweit, dal Rahn, da Faltin; ma le

vedute di questi autori sono contraddette dagli studi di Manteufel, di Klein, di Oebius, di Rolly, di Passini, di Remlinger, e Nouri (1). Nè, d'altra parte, i fenomeni immunitari concernenti i batteri possono integralmente essere riportati nella biologia cellulare. Occorrevano dunque nuove ricerche su questo punto.

Per cercare di stabilire *in vitro*, se i prodotti del ricambio delle cellule carcinomatose coltivate all'infuori dell'organismo fossero specifici, rappresentassero cioè delle vere *autotossine*, ho usato il seguente procedimento:

Prelevati in modo asettico dei frammenti di tessuto cancerigno, li coltivavo in grande copia nel plasma della paziente stessa che mi aveva fornito il tumore, con la tecnica che dirò più oltre. Quando la proliferazione dei frammenti seminati si arrestava, il plasma si trovava in grande parte fluidificato. Eseguivo allora una seconda biopsia alla stessa ammalata e seminavo i frammenti di cancro in nuovo plasma autologo cui aggiungevo una goccia del plasma vecchio fluidificato della prima semina. Contemporaneamente seminavo frammenti di tessuto fetale in plasma della rispettiva madre, più una piccola parte del plasma fluidificato in cui si era sviluppato il cancro. Il metodo era il solito: una goccia di plasma ed un frammento di tessuto sopra un vetrino copri-oggetti che si capovolge sopra un porta-oggetti incavato per goccia pendente.

Per facilitare la comprensione di queste esperienze, le riassumo nel seguente specchietto:

Semina di un frammento di carcinoma in plasma autologo α	I. Semina di un nuovo pezzo di carcinoma in nuovo plasma autologo + 1 goccia di plasma α.
	II. Semina di tessuto fetale in plasma della madre + 1 goccia del plasma α.

Il risultato di questa serie di ricerche fu il seguente:

Nella esperienza I non si ottiene alcun sviluppo del frammento seminato, mentre nella esperienza II il pezzo seminato prolifera rigogliosamente. Mentre i prodotti del ricambio versati dalle cellule cancerigne nel plasma α bastano, anche in

(1) citati di E. Gotshclich in: Handbuch der pathog. Mikrorg. di Kolle e Wassermann. Vol., I 1912.

piccola quantità, ad inibire lo sviluppo dello stesso tessuto cancerigno, esse non ostacolano la proliferazione di cellule appartenenti ad altri tessuti. Le cellule cancerigne dunque *vaccinano* il terreno culturale; i loro prodotti del ricambio sono con ogni verosomiglianza specifici, sono vere *autotossine*, nel caso nostro *autocitossine*.

Dimostrata come assai probabile la formazione *in vitro* di *autotossine* per il carcinoma, veniva logico il pensare ad un tentativo di terapia del cancro mediante l'iniezione nella massa del tumore cancerigno delle *autotossine* ottenute coltivando *in vitro* alcuni frammenti del neoplasma medesimo.

Così ho cercato di iniettare entro il tumore la maggior quantità possibile di *autotossine*, prelevando il plasma culturale quando i prodotti del ricambio delle cellule cancerigne dovevano essere giunti al massimo, quando cioè lo sviluppo della cultura era completamente e sicuramente cessato da qualche tempo.

Invero era già stata tentata la terapia del cancro con iniezioni di estratti o di autolisati di tessuto cancerigno, ma trattavasi allora di eccitare l'organismo alla formazione di anticorpi contro il cancro, mentre nel caso mio delle *autotossine* vengono iniettate già formate nella compagine stessa del tumore; là si trattava di immunità attiva, quì di immunità passiva, che sappiamo aver dato in molti casi risultati migliori della prima.

Come sembrano prodursi *in vitro*, forse le *autotossine* si formano anche nel tumore in evoluzione nell'organismo umano; e verrà fatto di domandarsi perchè detti prodotti non inducano la scomparsa spontanea del neoplasma. Ma quando si pensi alla abbondante irrorazione sanguigna dei tumori maligni, si comprenderà facilmente come i prodotti del ricambio, presi dai vasi sanguigni man mano che essi si formano, vengano eliminati dopo aver contribuito a dar luogo ai fenomeni di intossicazione e di cachessia.

Era pertanto a sperarsi che, introducendo in uno stesso istante una grande quantità di questi prodotti entro il tumore, le cellule neoplastiche ne venissero colpite prima che il torrente circolatorio avesse avuto il tempo di asportarle, come farebbe per le *autotossine* che solo lentamente vanno spontaneamente formandosi entro il tumore.

Mi si obietterà che così facendo io arrischiavo di aumentare i fenomeni di intossicazione e di cachessia. Questa obie-

zione io mi sono fatto per il primo e per essa, e per non incorrere in pericolosi fenomeni di anafilassi, ho voluto procedere molto cautamente, saggiando la tollerabilità dell'organismo; così nelle prime esperienze ho cominciato con l'iniettare dosi molto piccole, che aumentavo poi progressivamente ponendo attenzione grande ai sintomi clinici presentati dalle inferme. Dirò subito come mai nessun spiacevole incidente mi sia occorso.

La tecnica da me usata fu la seguente.

Si asporta mediante biopsia un pezzo di tessuto cancerigno e lo si mette in soluzione di Ringer-Loke a 38°. Immediatamente si prelevano dalla vena basilica della paziente stessa (o di altra carcinomatosa o di donna gravida) alcuni ccm. di sangue che si fanno gocciolare in una provetta da centrifuga rivestita all'interno di paraffina ed immersa in ghiaccio. Si centrifuga per 5 minuti in modo da separare il plasma. Ciò fatto si divide il tessuto cancerigno asportato in piccoli frammenti, che si distribuiscono in due provettine aggiungendo in ciascuna di esse circa 1 ccm. di plasma diluito con altrettanta acqua distillata o soluzione di Ringer-Loke. Poi chiudo i tubi alla fiamma.

Tosto i frammenti seminati cominciano a proliferare e si circondano di un alone di tessuto neoformato. Dopo 24 ore incomincia la liquefazione del plasma. Lo sviluppo procede per un tempo vario da 3 a 6 giorni, poi si arresta. Contemporaneamente il plasma continua a fluidificarsi raccogliendosi nella parte alta della provetta.

Quando lo sviluppo si è certamente arrestato si apre li tubo e si preleva una piccola parte di plasma fluidificato per le esperienze I e II di cui sopra.

Nei giorni successivi si comincia con ogni cautela ad iniettare il plasma fluidificato nei tumore della paziente, dopo essersi assicurati, con una semina in brodo, che il plasma sia sterile. È duopo scuotere bene la provetta prima di aspirare nella siringa il plasma ricco di *autotossine*, onde emulsionare quella parte di plasma che è rimasta solida.

Riporto subito i protocolli delle esperienze:

Caso 1. — A. C. Numero di registro 731 del 1913.

Diagnosi: Carcinoma primitivo della vulva.

22-IX — semina in plasma autologo + acqua distillata. Coagulazione istantanea, omogenea, completa. Culture in provette chiuse alla fiamma.

Dopo 24 ore comincia la fluidificazione del plasma che procede dall'alto in basso nei giorni successivi. Nel contempo il tessuto prolifera.

Al 5° giorno lo sviluppo si è arrestato.

1-X — Seconda semina in plasma autologo + acqua in grossi tubi.

Semine in goccia pendente su plasma autologo diluito + una goccia del plasma vecchio fluidificato. Coagulazione abbastanza rapida.

3-X — Semina in goccia pendente e su piastre di tessuti fetali in plasma materno + una goccia del plasma fluidificato che aveva servito alla prima cultura del cancro.

4-X — Nessun sviluppo nella seconda cultura di cancro con aggiunta di plasma vecchio. Proliferazione dei tessuti fetali.

Si inietta nel tumore $^{1}/_{2}$ ccm. di plasma della 1ª cultura, assai diluito con soluzione fisiologica.

5-X — Si inietta nel tumore 1 ccm. di plasma diluito.
6-X — » » » » » » »
7-X — » » » » » di plasma puro della 2ª semina di cancro.
8-X — » » » » » » » »

Caso 2. — M. V. Numero del registro 898 del 1914.

Diagnosi: Carcinoma del collo uterino, inoperabile.

7-X — Semina in plasma autologo + acqua distillata, in provette chiuse alla fiamma. Coagulazione rapida.

9-X — Le culture si sono inquinate.

Caso 3. — D. M. Numero di registro 976 del 1914.

Diagnosi: Carcinoma del canale cervicale, con diffusione alla vagina; inoperabile.

10-X — Semine in plasma autologo diluito, in tre tubi saldati alla fiamma. Coagulazione rapida e completa.

Presto si inizia la proliferazione, e contemporaneamente il plasma va fluidificandosi dall'alto al basso.

13-X — La fluidificazione procede molto lentamente in tutti i tubi.

17-X — Proliferazione intensa, che più non procede. Fluidificazione scarsa.

Semine in goccia pendente di nuovi frammenti in nuovo plasma omologo diluito + una goccia del plasma culturale vecchio fluidificato.

Coagulazione piuttosto lenta ma completa.

19-X — Nessun sviluppo nelle culture in goccia pendente: i frammenti seminati sono circondati da un alone di plasma fluidificato.

Iniezione nel tumore di 2 ccm. di plasma fluidificato della prima cultura in tubi.

Semine in goccia pendente e su piastre di tessuti fetali in plasma materno + una goccia del plasma fluidificato della prima cultura di cancro.

21-X — Le culture di tessuti fetali sono inquinate.

23-X — Iniezione nel tumore di 2 ccm. di plasma fluidificato. Il 3° tubo si è inquinato.

Caso 4. — G. A. Numero 1036 del 1914.

Diagnosi: Cancro del collo uterino diffuso alla vagina.

13-X — Semine in tubi in plasma autologo diluito con soluzione di Ringer-Loke. Coagulazione piuttosto lenta, ma completa.

16-X — Proliferazione discreta. Fluidificazione avanzata.

17-X — Fluidificazione completa.

Semine in goccia pendente in plasma di donna gravida + una goccia del plasma vecchio fluidificato. Coagulazione completa.

2ª semina in tubi. Coagulazione rapida.

19-X — Nessun sviluppo nelle culture in goccia pendente mentre si sviluppa la nuova semina in provetta. Alcune culture in goccia pendente sono inquinate.

Iniezione del plasma fluidificato di un tubo della prima semina entro il tumore dell'ammalata.

Semina in goccia pendente e su piastre di tessuti fetali in plasma materno + una goccia del plasma fluidificato della prima cultura di cancro in tubi.

21-X — Nelle ultime semine in goccia pendente il plasma si è rapidamente fluidificato; si è però potuto osservare una incipiente non dubbia proliferazione dei frammenti fetali seminati.

21-X — Iniezione nel tumore di 2 ccm. del plasma culturale fluidificato della 1ª semina in tubi.

24-X — Iniezione nel tumore di 2 ccm. del plasma culturale fluidificato della 2ª semina in tubi.

Caso 5. — B. A. Numero di registro 1247 del 1914.

Diagnosi: Carcinoma inoperabile del canale cervicale.

21-X — Semina in plasma autologo diluito in acqua distillata. Coagulazione rapida e completa.

25-X Nessun sviluppo dai frammenti seminati. Le culture sono inquinate.

Caso 6. — C. C. Numero di registro 1221 del 1914.

Diagnosi: Cancro del collo uterino con diffusione alla vagina.

22-X — Semine in plasma autologo diluito con Ringer-Loke. Coagulazione piuttosto lenta ma completa.

25-X — Le culture sono inquinate.

Come si vede, solo in tre casi mi è stato possibile utilizzare il materiale; negli altri esso si è inquinato.

Quanto ai risultati, nel caso N. 1 si è avuto colliquazione del tumore in una zona limitata del grande labbro di sinistra, che si è poi ricoperta di epitelio normale. L'a., che da alcuni mesi teneva il letto, afferma di avvertire un certo benessere, tanto che si alza.

Nel 3° caso nessun miglioramento.

Nel 4° caso la piaga si deterge e diminuisce lo scolo fetido.

Qualche miglioramento dunque, ma nessuna guarigione; solo la cessazione di alcuni sintomi, quale si può ottenere con molteplici medicamenti.

Agli effetti sperati pertanto, *il risultato terapeutico è da considerarsi come negativo.*

Quali le ragioni dell'insuccesso?

Può essere che il risultato delle esperienze *in vitro* della prima serie sia stato casuale, e dovuto al fatto che anche indipendentemente da qualsiasi causa apprezzabile, talvolta nelle culture alla Carrel i frammenti seminati non si sviluppano. I prodotti del ricambio delle cellule cancerigne potrebbero cioè non essere *autotossine*: la concezione teorica che ci aveva guidati al tentativo terapeutico essere sbagliata.

Mentre non posso escludere una tale eventualità, io credo però che la ragione dell'insuccesso debba altrove ricercarsi.

Già ho accennato che autotossine forse si formano non solo *in vitro*, ma anche nel tumore *in vivo*, e come esse vengano probabilmente trasportate dai vasi sanguigni e linfatici. Parmi pertanto logico ammettere che i vasi, di cui è ricco il carcinoma, asportino anche le *autotossine* artificialmente iniettate, prima che queste abbiano avuto il tempo di agire profondamente, e le eliminino per gli emuntorî naturali.

Se tale è la ragione dell'insuccesso, ad esso si potrebbe ovviare coltivando su più vasta scala il tumore, onde poterne iniettare i prodotti del ricambio in più grande quantità, ed inceppando il circolo refluo dei tumori.

Questo non è possibile per i carcinomi che capitano al ginecologo, per loro natura provvisti di molteplici vie di deflusso con numerose anastomosi.

Al chirurgo generale il compito di ripetere il tentativo, che in nessun caso può recar nocumento alle condizioni dell'ammalato, sopra organi che meglio dei genitali si prestino alla legatura dei vasi. Al biologo quello di perfezionare il metodo, di ricercarne le eventuali cause di errore, qualora a lui sembri che la mia idea sia degna di essere presa in considerazione.

CENNI SOPRA UN NUOVO CEFALOPODO DA ME STUDIATO

(*CHARYBDITEUTHIS MACULATA* N. G. N. SP.)

Nota della Dr. Anna Vivanti

(Adunanza dell' 11 marzo 1915)

Nel 1912 il professore Mazzarelli mi ha incaricata di studiare un cefalopodo che un esperto pescatore messinese aveva raccolto sulla spiaggia del Faro di Messina.

Per quanto la specie sia stata trovata in pochi esemplari al principio d'inverno, epoca nella quale spirano i venti di scirocco e di mezzogiorno che, combinandosi coll'onda marea dell'Jonio, rendono più intensa la corrente dello stretto di Messina, il cefalopodo in questione venne riconosciuto come una forma abissale, ad organi fotogeni, trasportata in superficie dalle particolari condizioni talassologiche dello stretto, e rigettata dallo scirocco sulla spiaggia del Faro.

Il materiale così raccolto, per quanto imperfettamente fissato, mi ha permesso di riconoscere che trattavasi di una nuova specie che per i suoi particolari caratteri doveva ritenersi appartenente ad un nuovo genere.

In una Memoria pubblicata l'anno scorso (1) descrissi il nuovo cefalopodo col nome di *Charybditeuthis maculata* n. g. n. sp. Vivanti.

I caratteri fondamentali del genere vennero da me stabiliti così: braccia tentacolari provvedute di organi fotogeni e con la loro parte prossimale fornita di molte serie di 4 ventose ciascuna e di una serie di 4 uncini (nel ♂) o di 5 (nella ♀);

---

(1) *Contributo alla conoscenza dei cefalopodi abissali del Mediterraneo.* Arch. Z. Ital., V. 7, 1914, p. 55-79.

braccia sessili con ventose anche alla base del 1°, 2° e 3° paio, estremità nude; gli organi fotogeni dal lato ventrale, nelle braccia, e 12 attorno agli occhi non disposti in serie longitudinale; essi mancano nel capo.

Ho dato poi i caratteri esterni della specie, per la cui descrizione rimando alla mia citata Memoria.

Il numero molto limitato degli esemplari posti a mia disposizione non mi ha permesso di fare uno studio anatomico completo, quale si richiederebbe da uno zoologo moderno, e mi ha costretta a limitarmi soltanto ad un cenno intorno agli organi interni. Ciò fu per me tanto più necessario, in quanto io dovevo conservare alcuni esemplari intatti, come campioni della nuova specie. Lo stato di conservazione del materiale, la fissazione poco adatta per ricerche di carattere anatomico, ha reso più difficile il mio compito, e mentre da una parte non mi ha permesso uno studio anatomico minuto, d'altra parte mi ha condotta alla imperfetta descrizione di qualche particolare, ed alla meno esatta interpretazione di qualche reperto secondario.

Per completare la ricerca anatomica rimasta limitata a pochi cenni nel mio lavoro del 1914, per dare una descrizione più precisa dei caratteri generici e specifici, per chiarire i dubbi che mi erano rimasti sopra alcuni particolari meno facilmente riconoscibili nello scarso materiale posto a mia disposizione, per rettificare qualche inesattezza, avevo da tempo chiesto ed ottenuto altro materiale e stavo ora studiandolo nell'intento di pubblicare un nuovo lavoro.

Uno dei punti, sui quali avevo bisogno di ritornare, si riferisce alle poche righe poste in calce alla mia Memoria del 1914, riguardanti una formazione situata sul lato dorsale del sacco viscerale della *Charybditeuthis maculata* ♀, che io allora interpretai come una spugna acalcarea. Mi ero limitata a segnalare il reperto, riservandomi di studiarlo in seguito in modo particolare.

Infatti ulteriori osservazioni compiute su nuovi esemplari della stessa specie, e principalmente le dissezioni e le sezioni sottili dell'ectocotile, in confronto colle sezioni della supposta spugna osservata sulle femmine, mi avevano, già da tempo, permesso di riconoscere che quella formazione da me indicata come una spugna altro non era che un pacchetto di spermatofore saldate tra loro da una sostanza cementante.

Nell'interno dei singoli tubi riesce facile riconoscere la presenza di una enorme quantità di spermatozoi, che nei pre-

parati dei primi esemplari da me osservati, per difetto di fissazione, mi erano apparsi come cementati insieme e quindi non riconoscibili.

Avrei atteso a pubblicare questo reperto insieme con altri sulla struttura del nuovo cefalopodo, se una scolara dell' illustre professore BATTISTA GRASSI, in una Nota presentata alla R. Accademia dei Lincei (1), non mi avesse prevenuta rilevando la mia inesatta interpretazione.

Per debito di correttezza scientifica confermo subito l' asserto, e ciò mi riesce tanto più facile perchè già da qualche tempo ero giunta ad uguale conclusione.

Io sono infatti ricaduta nell'errore classico dei celebri DELLE CHIAJE (1825), CUVIER (1829), LAURILLARD (2), che avevano descritto l' organo genitale maschile trovato sul corpo della femmina come un parassita, attribuendogli nomi differenti. Che se ORONZO COSTA (1841), DUJARDIN (1841), KÖLLIKER (1842), VERANY (1842), MILNE EDWARDS (1842) in collaborazione con PETERS, MÜLLER (1850), VERANY e VOGT (1852), LEUCKART (1854) (3) hanno corretto l'errore, le nostre conoscenze sull'argomento non sono ancora complete; numerose differenze sia strutturali che funzionali esistono tra specie e specie, e perciò ulteriori ricerche sono necessarie, tanto più trattandosi di un nuovo genere, quale è quello da me descritto.

---

(1) S. MORTARA, *A proposito delle spermatofore di Charybditeuthis maculata ritenute spugne parassite*. Rend. Acc. Lincei, S. V., V. 24, 1° sem. 1915.

(2) BRONN, *Klassen und Ordnungen*, Leipzig und Heidelberg 1861, B. III.

(3) BRONN, op. cit.; RACOVITZA, Arch. Zool. Exper., S. III, V. 2, 1894.

SUL SIGNIFICATO GEOLOGICO
DEL CANALE DI LEME NELL' ISTRIA

Nota del M. E. prof. Torquato Taramelli

(Adunanza dell'11 marzo 1915)

L' Istria colle attigue isole del Quarnero è tra le regioni italiane che furono più per tempo e con buoni risultati studiate da naturalisti italiani. Infatti prescindendo dalle osservazioni di Alberto Fortis sull' isola di Cherso, del 1771, per la geologia di quella regione troviamo un ottimo lavoro di Cornalia Emilio e Luigi Chiozza, pubblicato nel 1850 nel Giornale del nostro Istituto, nel quale lavoro, accompagnato da una buona carta geologica e da tavole di fossili, venne corretto un grave errore, che nella interpretazione tectonica di quella penisola era stato commesso alcuni anni prima (1847) dal Morlot; dimostrando i nostri autori come le formazioni arenaceo-marnose, corrispondenti ai tratti collineschi e più feraci dell' Istria, fossero non già inferiori e più antiche, ma bensì soprastanti e più recenti, rispetto non solo al calcare ippuritico cretaceo, ma altresì ad un calcare nummulitico inferiore; questo poi distinto da altro calcare, pure eocenico, che corona la formazione arenacea.

Vennero in seguito, tra il 1858 ed il 1864, parecchi lavori del geologo austriaco Guido Stache, il quale rilevò una carta in grande scala della penisola e dell'isola del Quarnero, distinguendo, oltre ai terreni già conosciuti nella regione, col nome di *Liburnico* una formazione di acqua dolce, che comprende gl'importanti giacimenti di lignite delle cave del Carpano, presso Albona, già descritte dai due sullodati naturalisti italiani. Lo stesso autore illustrò poi questo importante piano di passaggio tra la creta e l'eocene, con una ricca monografia, pubblicata nel 1889, in cui fu descritta una fauna di estuario con pre-

valenza di *Melania*, *Cirena* e generi affini, nonchè con vegetali, in particolare *Alghe e Caracee.* Lo stesso autore nel 1889 con un lavoro più generale descriveva le condizioni geologiche dei così detti paesi di costa austro-ungarici, lavoro da citarsi anche come solenne affermazione, dal punto di vista di un impiegato austriaco, della morte assoluta dell'italianità in quella regione e alla spettanza delle isole del Quarnero, non si sa perchè, all'Ungheria.

Nel 1872, per incarico della Società agraria istriana, allora residente in Rovigno, ebbi occasione io pure di occuparmi della geologia istriana e pubblicai in proposito tre brevi note negli anni 1872 '73 e nel 1879 una descrizione geologica con annessa carta, nella quale ho modificato alcuni particolari della carta dello Stache, di cui un esemplare inedito mi era stato comunicato dalla detta Società. In quel lavoro mi ero specialmente occupato della morfologia della penisola e delle isole annesse, in rapporto alla struttura geologica ed a proposito della *terra rossa*, la quale costituisce essenzialmente il terreno agrario nei tratti calcari pianeggianti dell'Istria occidentale e dell'isola di Veglia, ho esposto e sostenuto un'idea, che poi ho corretto in una pubblicazione inserita nei Rendiconti del nostro Istituto nel 1880; accostandomi all'opinione di coloro, che ritengono questo terreno, come il residuo della soluzione chimica subita dal calcare per opera dell'acqua atmosferica. In seguito si venne man mano complicando la nozione della genesi della *terra rossa*, nè in proposito è detta l'ultima parola. Possiamo però ritenere che la formazione di questo deposito continentale sia avvenuta a pari passo e anche in seguito alla formazione della plastica orografica, in modo analogo a quanto avviene per la profonda *ferrettizzazione* degli altipiani di conglomerato *Villafranchiano* del Colle del Montello e delle Groane di Lombardia.

Non voglio per ora approfondire l'esame dell'origine di questo terreno siderolitico superficiale; piuttosto mi occuperò di un particolare orografico della penisola, che fu variamente interpretato e che, a mio avviso, comprova in modo assoluto la recente sommersione di quelle contrade: voglio dire del Canale di Leme, che s'interna per circa 11 km. con una larghezza da 1 a 2 km. a nord di Rovigno, in corrispondenza di una lunga e tortuosa vallata, la Draga di Confanaro, che attraversa tutta l'Istria occidentale, partendo dalla mirabile Foiba di Pisino.

Ricorderò anzitutto come poche regioni presentino così evidenti, come accade per l'Istria, i rapporti tra la natura e la

disposizione delle rocce e la conformazione orografica. Dove il suolo è calcare, a seconda che la roccia è nuda oppure coperta da un mantello abbastanza continuo di *terra rossa*, si hanno i due tipi di suolo, analoghi ma distinti, del paesaggio *carsico* e del paesaggio *pugliese*. Dove invece il suolo è costituito da arenarie (*masegno*) o da argille compatte, più o meno galestrine (*tassello*), si dispiega più vario e più giulivo il paesaggio collinesco, che si potrebbe dire *brianteo*, se pure nell' Istria agli affioramenti di analoghe rocce arenacee o calcareo marnose si aggiungessero i depositi glaciali. Piuttosto si può assomigliare quella forma di paese alle colline del Friuli orientale, quasi attigue, oppure ad alcuni tratti della Toscana, ad esempio alla val di Nievole. Le dominazioni locali di *Istria Bianca*, *Istria Rossa* e *Istria Gialla*, corrispondono abbastanza bene a questi tre tipi di paesaggio, i quali passano l'uno all'altro con rapido distacco e che si possono desumere dalla semplice ispezione delle carte topografiche, in particolare di quelle disegnate a luce zenitale.

Orbene, è facile comprendere come anche l'idrografia debba presentarsi essenzialmente diversa in questi tre tipi orografici. Infatti nel Carso propriamente detto, che si stende al di quà del confine naturale sino alla valle del Recca e poi in una zona nell'altipiano dei Cicci, soprastante con ciglio abrutto all'Istria mediana o collinesca, noi troviamo scarsi e mal definiti i solchi vallivi e prevalenti invece le *foibe* o *doline* di varie dimensioni, le quali alimentano una idrografia del tutto sotterranea. Nell'altipiano calcare coperto dal mantello di terra rossa, troviamo a larghi intervalli delle vallate percorse da fiumi più o meno perenni, quali sono le valli del Quieto, dell'Arsa e di Franona, oppure delle valli abbandonate, come appunto quella che corrisponde al Canale di Leme. Nella regione collinesca od arenaceo-marnosa si svolgono e si diramano amene e boscose vallette, con pendici ricreate da mandorli, da ulivi e da vigne assai pregiate, appunto come si osserva nelle più felici regioni della nostra penisola maggiore.

È facile comprendere come in conseguenza della assai maggiore erodibilità, sotto l'azione delle forti correnti quaternarie, della formazione arenaceo-marnosa in confronto alla formazione dei calcari compatti eocenici e cretacei, per essere la formazione calcarea infranta ed in più siti sforacchiata, dovesse accadere che al contatto delle due formazioni, le acque trovassero modo di scomparire nella massa calcare ed avviarsi per il loro corso, o totalmente sotterraneo e solo in parte, e la valle superiore continuasse ad affondarsi in corrispondenza della

formazione arenaceo-marnosa. Così avvenne del fiume Foiba, che scendendo dalle pendici del Monte Maggiore (m. 1395), attraversa tutta l'Istria mediana e giunto a Pisino, si getta nella foiba o caverna che prende il nome da questa città e più non compare alla superficie. Invece è notorio come il Recca o *Timavo Soprano*, attraversata pel lungo con un corso di oltre 36 chilometri una regione arenaceo-marnosa, si getta nella grotta di S. Canziano; non però per scomparire definitivamente, ma per ricomparire insieme ad altre acque del Carso Triestino, alla famosa fonte del Timavo presso Duino, distante da S. Canziano 42 km. in linea retta. Quale sia la sorte delle acque della Foiba, non è facile il conoscere; sappiamo però, che dovendosi provvedere di acqua potabile la città di Pola, con assai maggiore prudenza di quanto siasi fatto in Italia per l'Acquedotto Pugliese (1), si è cercata e trovata a breve distanza della città una sufficiente provvista di buona acqua potabile; e non è fuori di ogni probabilità che quell'acqua provvenga almeno in parte dalla Foiba di Pisino. Prescindendo però da questa per ora inutile disquisizione sull'andamento sotterraneo delle acque che scompaiono nella Foiba di Pisino, sta il fatto che un tempo assai prima, io credo, dell'epoca pos-glaciale, ma sempre in epoca quaternaria, le acque scendenti dal gruppo del M. Maggiore arrivano alla spiaggia adriatica lungo il solco, che abbiamo indicato nella Draga di Confanaro, tra Pisino ed il Canale di Leme.

Ma la spiaggia adriatica dove era a quel tempo?. A questo proposito sorge il disparere tra coloro che ammettono un recente abbassamento di tutto il littorale adriatico e gli altri i quali, seguendo le idee del mio egregio collega ed amico prof. Carlo

(1) Ho detto « con assai maggior prudenza », perché, come ho avvertito in una lettura tenuta in questa aula dieci anni or sono, quando la costruzione dell'Acquedotto Pugliese non era stata ancora nè decisa nè appaltata, questo acquedotto, attingendo alle fonti del Sele piuttosto che alle acque sotterranee delle Puglie, era esposto per non breve tratto del suo lungo decorso alle insidie dei terremoti disastrosi ed alle eventualità di inquinazioni di germi patogeni. Ora poi che conosciamo i metodi di guerra moderni, si aggiunge anche il pericolo che nei punti deboli di questa costruzione, che certamente saranno noti al nemico, qualche bomba lanciata da un areoplano asseti di botto due vaste provincie italiane. Epperò conviene, per quanto é possibile, guardarsi da questi tre pericoli, rafforzando quei manufatti che ponno essere più facilmente rovinati o dalle scosse o dalle esplosioni e sorvegliando le tratte dove l'acquedotto è a luce libera, nelle quali tratte appunto ponno avvenire degli inquinamenti.

De Stefani, ritengono che queste coste abbiano subìto invece un progressivo, benchè non molto forte, sollevamento dal pliocene ai giorni nostri. Il prof. De Stefani nel 1908, in un suo importante studio sulla geotectonica dei due versanti dell'Adriatico di alcuni anni or sono, per spiegare l'esistenza del Canale di Leme e della corrispondente valle di Confanaro, arrivò al punto di ammettere che questa valle fosse in origine un decorso sotterraneo delle acque della Foiba e che poi, sprofondata la volta di questo sotterraneo decorso e rimossi, non si sa come, i relitti di tanta rovina, ne risultasse il *fyord* attuale, che giustamente per la sua origine non si può del tutto assimilare agli analoghi della Scandinavia. A me pare che questa complicata spiegazione col suo carattere ipotetico induca piuttosto a pensare che siamo sicuramente in presenza di una regione, che si è abbassata almeno dalla quantità di 35 metri, la quale corrisponde alla profondità massima all'apertura del Canale. Tale sommersione avrebbe fatto scomparire, a mio avviso, o di molto ridotto un pianoro in parte alluvionale, con formazioni eoliche, delle quali sono vestigia le sabbie della Punta Merlera e di Sansego; di questa sabbia un accurato studio del compianto nostro Socio prof. Francesco Salmoiraghi, ha lasciato intravedere la probabile provenienza padana. Le prove adotte dal prof. De Stefani, in appoggio alla sua idea di un recente sollevamento delle spiaggie adriatiche, mi sembrano poco sicure e si riducono a qualche incerta indicazione di locali spostamenti di poca entità; mentre le prove di un abbassamento recente del littorale adriatico, che non esclude un precedente sollevamento pospliocenico, sono evidenti per la stessa conformazione ad arcipelago della spiaggia orientale adriatica e per l'esistenza di depositi torbosi a profondità ragguardevoli nella regione littoranea, così nel delta antico dell'Isonzo come nell'apparato littoraneo veneto. È noto che la sommersione si è continuata, almeno per le spiaggie alluvionali dell'Adriatico, anche in epoca storica, come lo prova la posizione rispetto al livello marino delle fondamenta di monumenti antichi, compreso il tempio di S. Marco. Ma non è agevole il distinguere quanta parte di questo abbassamento debba essere attribuita alla costipazione delle alluvioni ed alle altre cause, a cui accenna il mio egregio collega De Stefani, e quanto ad un bradisismo per causa endogena. A me pare che se non si ammette questa sommersione, non contradetta da alcun valevole argomento, rimane ispiegabile non solo la conformazione orografica della regione, ma altresì la mancanza di vasti apparati alluvionali in corri-

spondenza a quei fiumi istriani, come il Quieto e l'Arsa, che non subirono la sorte della Foiba, ma continuarono per tutta l'epoca quaternaria il loro decorso dalla regione collinesca interna dell' Istria sino al mare.

Poichè siamo in questo argomento dei fiumi e dei torrenti intercettati per la scomparsa dell'acqua in grotte aperte nella formazione calcare, ricorderò come oltre alla Foiba di Pisino molti altri torrenti subiscano la stessa vicenda nel tratto tra il Quieto e la Dragogna, che sbocca nella rada di Pirano; e molti altri ancora all'orlo verso nord-est dell'altipiano dei Cicci, al contatto del calcare colla formazione arenaceo marnosa della valle del Recca. Ed osservo ancora come l' inabbissarsi del Recca nella Foiba di S. Canziano, mentre un primo decorso di questo fiume si avviava per S. Peter verso la valle della Sava, abbia assicurato al bacino Adriatico, e quindi al versante italiano, il tratto di Carso che limita a levante la valle del Recca dai monti Albii al seno di Bucari, ad est di Fiume. Questo mirabile fenomeno della ricomparsa di un fiume sotterraneo ha stabilito, almeno per i geografi, la piena sicurezza che il confine è appunto laddove la sapienza romana ha elevato quel vallo, che secondo i rilievi del Kandler si stendeva con duplice cinta al confine orientale della regione veneta, biforcandosi al sito detto *Castrum Catalanum*, a sud del monte Nevoso.

Il fenomeno geologico ha prodotto e segnato indelebilmente il confine naturale dell' Italia verso oriente; ma a stabilire il confine politico ben altri elementi intervennero ed interverranno; poichè la condizione delle popolazioni miste, che trovansi presso i confini naturali risentono inevitabilmente la influenza dominatrice ed assimilatrice delle nazioni confinanti; epperò il confine politico sarà stabilmente riportato al limite segnato dalla natura ed affermato dalla saggezza romana se e quando il popolo italiano saprà far rivivere in sè stesso quelle virtù civili e militari, di cui Roma fu maestra.

Per non uscire dall'argomento, osservo ancora che la proposta interpretazione del Canale di Leme come effetto di una sommersione pospliocenica e preistorica si accorda assai bene colla nozione, che al presente comincia a meglio precisarsi sull'orogenesi del bacino adriatico per l'importante scoperta fatta dal prof. Dal-Piaz, del pliocene marino presso Cornuda nel Trevigiano, alla quota di circa 150 metri. Per tale scoperta conviene modificare l' idea, che prima si era fatta generale, dell' emersione del Veneto durante l'ultimo periodo terziario.

Come abbiamo alle isole Tremiti ed a Pelagosa il pliocene marino coperto da residui di una vasta formazione continentale quaternaria, così anche per il bacino superiore dell'Adriatico, abbiamo la prova che un sollevamento pospliocenico ha fatto daprima scomparire o di molto ridusse questo bacino; e che in seguito, dopo una lunga emersione corrispondente alla ragguardevole massa del conglomerato quaternario del Montello, di Campoformido, di Varano e di Udine, per un nuovo spostamento di massa, s'iniziò una sommersione che si è leggermente continuata anche in epoca storica. Epperò conservano sempre molto valore le importante osservazioni del prof. Achille Tellini, il quale, sino dal 1890, ha chiaramente intravvisto questa vicenda di oscillazioni nel suo lavoro sulle isole Tremiti. Una tale vicenda va sempre più accostandosi, con notevoli divari nell'intensità di movimenti, a quanto avvenne per il bacino Tirreno.

Adunanza del 25 Marzo 1915

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. GIOVANNI CELORIA

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Berzolari, Brugnatelli, Celoria, Del-Giudice, De-Marchi A., Gabba B., Gorini, Jung, Mangiagalli, Menozzi, Murani, Novati, Paladini, Sabbadini, Salvioni C., Scherillo, Taramelli, Vivanti, Zuccante.

E i SS. CC.: Bonfante, Bordoni-Uffreduzi, Coletti, Jona, Monti, Porro E., Rajna M., Rocca, Supino F., Villa.

Giustificano la loro assenza i MM. EE. Körner, Forlanini, Gabba Luigi, Lattes E., Sala, Vidari E.

L'adunanza è aperta alle ore 13,45.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Zuccante, segretario, legge il verbale dell'adunanza precedente, il quale viene approvato. Lo stesso segretario comunica le pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto. Esse, per la Classe di scienze matematiche e naturali, sono le seguenti:

Gatti F. Il costo di esercizio di un sanatorio in montagna. Milano, 1915.

Longo B. L'Orto e l'Istituto botanico della R. Università di Siena. Siena, 1915.

Pascal A. Sui determinanti ottenuti da un altro operando una medesima trasformazione lineare sugli elementi di una o più colonne. Napoli, 1915.

Pascal E. Sui determinanti gobbi a matrici. Napoli, 1915.

Proceedings of the National Academy of sciences, Vol. 1, N. 1.... Baltimore, 1915....

E per la Classe di lettere, scienze morali e storiche:

Apulia; rivista d'archeologia, filologia, storia, arte e scienze economico-sociali della regione. Bari, 1914, anno 5, N. 1...

Borgialli A. Cinquant'anni di vita italiana; 1861-1911. Notizie sui censimenti generali fatti dopo la proclamazione del

Regno d'Italia. Altimetria, estensione territoriale, popolazione, analfabeti dei singoli comuni, densità della popolazione. Roma, 1914.

Visconti A. Glosse e glossatori. Notizie intorno alla scienza del diritto romano nel medio evo. Milano, 1915.

Falcucci F. D. Vocabolario dei dialetti, geografia e costumi della Corsica. Opera postuma riordinata e pubblicata di su le schede ed altri mss. dell'autore a cura di Pier Enea Guarnerio. Cagliari, 1915.

Vennero acquistate per la biblioteca dell'Istituto le opere seguenti:

v. Meyer E. Storia della chimica dai tempi più remoti all'epoca moderna. Introduzione allo studio della chimica. Edizione italiana con note dei dott. Giua e prefazione del prof. I. Guareschi. Milano, 1915.

Catologus manuscriptorum praeter graecos et orientales in Bibliotheca Angelica, ed H. Narducci. Roma (Indice).

Il M. E. prof. Salvioni presenta all'Istituto, in nome del presidente della Società storica sarda e del prof. Guarnerio, un esemplare del *Vocabolario côrso del dott. F. D. Falcucci*, accompagnando l'omaggio con le seguenti parole:

« M'è grato oltremodo di presentare all'Istituto, in nome del presidente della Società storica sarda e del nostro collega prof. P. E. Guarnerio, un esemplare del *Vocabolario côrso del dott. D. F. Falcucci*. Non è far uso di una banale e stantia formola il dire che con quest'opera una lacuna è colmata. Mancava infatti sin qui un' opera simile che tanto bene integrasse, in un punto importantissimo, il quadro della lessicologia dialettale italiana.

Al côrso Falcucci, spentosi quasi settantenne nel 1902, il merito di aver raccolto, con intelligente e amorosa premura, con vivo sentimento di italianità, questi materiali; al Guarnerio, quello di avere, con rara abnegazione, sorretta da una speciale competenza, riordinato e reso maturo per la stampa il tesoro che il Falcucci, privato della luce negli ultimi anni di vita sua, non aveva elaborato che in piccolissima parte; alla Società storica sarda infine, quello di aver sentito gli speciali vincoli che legano la Sardegna alla Corsica, di aver compreso lo speciale obbligo che le incombeva verso la coltura italiana periclitante nell'isola sorella, e d'aver così resa possibile, accogliendone l'impresa sotto il suo patrocinio materiale e morale, la stampa del volume.

Ma anche per un'altra ragione mi è grato l'incarico di

offrire all' Istituto questo vocabolario compiuto da un côrso che sentiva secondo sua nazione, cioè italianamente: venuto in luce per merito e opera di italiani del regno. È compito non troppo piacevole il toccare in questi momenti di certe quistioni; poco piacevole sopratutto per chi, come me, non ci tien punto a figurare tra coloro che da mesi s' affannano a dirigere la nostra attenzione verso occidente per non altra ragione che per distrarla da là dove l' opportunità dell' ora ci urge, e cioè da oriente.

Ma insomma non è colpa mia se il vocabolario côrso cominciatosi a stampare prima della guerra, esce mentre le armi tanto fervorosamente lavorano; e non è nemmeno colpa mia se prima della guerra ha cominciato a pubblicarsi, e durante la guerra continua, una importante opera francese consacrata, essa pure, alla parlata côrsa. Alludo all' *Atlas linguistique de la Corse*, dovuto all' industria dei professori G. Gilliéron e E. Edmont, e pubblicato dalla nota casa editrice Champion; il quale Atlante dall' editore, un uomo colto e dotto, è presentato come una coda dell'*Atlas linguistique de la France* non solo, ma anche come il *complément necessaire* di questo. Questo, è sempre l' editore che parla, è consacrato al dominio *continentale della lingua francese*, quello all' *insulare;* ed è così rivelata agli ignari il perchè di quel necessario completamento. Ora il vocabolario del côrso Falcucci è la schiacciante confutazione di una sì stramba visione della realtà dei rapporti (che intercedono) tra côrso e francese da una parte, tra côrso e italiano dall'altra ».

Il M. E. prof. Sabbadini si associa alle belle parole del Salvioni in onore del Falcucci.

Si passa indi alle letture:

Il dott. Alessandro Visconti legge la sua nota: « *Le condizioni del diritto al tempo dei re d'Italia, dopo la caduta dell'Impero Carolingio* ». La nota era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze politiche e giuridiche.

Segue la nota del dott. Enrico Bompiani « *Rappresentazione grafica delle ciclidi di Dupin e delle loro lossodromiche* ». La lettura era ammessa dalla Sezione di scienze matematiche. — Non essendo presente il dott. Bompiani, riassume il lavoro il prof. Berzolari. Se ne propone la inserzione tra le Memorie.

Da ultimo viene la nota del prof. Pietro De-Francisci « *La misura delle spese ripetibili coll'actio funeraria* », lettura ammessa dalla Sezione di scienze giuridiche e politiche. Non essendo presente l' autore, ne legge un sunto il segretario Zuccante.

Terminate le letture, l'Istituto passa alla trattazione degli affari.

Il prof. Sabbadini, propone, in nome della Sezione di storia e filologia, che venga pubblicata tra le Memorie la nota avente per titolo « *Le poesie greche del Poliziano* ». Si vota a schede segrete, e la proposta risulta approvata alla unanimità.

Si passa alla votazione con schede segrete per la nomina di un membro effettivo nella Sezione di scienze politiche e giuridiche (Classe di lettere, scienze morali e storiche), in sostituzione del dott. mons. Achille Ratti passato fra i membri non residenti. Funzionano da scrutatori i MM. EE. Sabbadini e Artini. Risulta eletto il prof. Pietro Bonfante dell'Università di Pavia, già socio corrispondente dell'Istituto.

Segue la votazione, pure con schede segrete, per la nomina di un membro effettivo nella Sezione di letteratura e filosofia, (Classe di lettere, scienze morali e storiche), in sostituzione del compianto membro effettivo prof. Tito Vignoli. Funzionano da scrutatori i MM. EE. Salvioni e Novati. Risulta eletto il prof. Carlo Pascal dell'Università di Pavia, già socio corrispondente dell' Istituto.

Si procede quindi alla votazione per la nomina di soci corrispondenti nella sezione di letteratura e filosofia (Classe di lettere, scienze morali e storiche). Funzionano da scrutatori i MM. EE. De-Marchi e Vivanti. Risultano eletti i sigg. professori Piero Martinetti della R. Accademia scientifico-letteraria di Milano; Ettore Stampini della R. Università di Torino; Gioachino Volpe della R. Accademia scientifico-letteraria di Milano.

Segue nell'ordine del giorno la discussione sulla proposta di nomina a soci corrispondenti nella Sezione di storia e filologia (Classe di lettere, scienze morali e storiche). Nessuno domandando la parola sull'argomento, si rimanda la vovotazione, a norma di regolamento, alla prossima seduta del giorno 8 aprile.

La seduta è tolta alle ore 14.30.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
O. MURANI

IL CONCETTO DI SCIENZA
E LE NUOVE INTUIZIONI SCIENTIFICHE
DI NICOLÒ CUSANO

Nota del prof. PAOLO ROTTA

(*Adunanza del 25 febbraio 1915*)

---

§ 1. Il concetto di scienza nel suo rapporto colla filosofia e le dottrine astronomiche del Cusano.
§ 2. Le dottrine cosmografiche del Cusano.
§ 3. Le dottrine geografiche del Cusano.
§ 4. Le dottrine matematiche e chimiche del Cusano.
§ 5. Il criterio quantitativo nel suo valore filosofico, e nelle sue applicazioni.

§ 1. In un certo passo del *De coniecturis* il Cusano raccomanda al filosofo di non fermarsi alle cose singole, in quanto queste non sono che *aenigmatica signa veri*, ma di trascenderle per affisarsi nell'universale dell'Unità prima assoluta. Solo chi arriva alla affermazione ed alla contemplazione dell'Assoluto assolve degnamente il compito della filosofia. Tale scopo però non si raggiunge se non quando si sono bene interpretati i segni enigmatici con cui l'Assoluto si manifesta, il che importa in via pregiudiziale un lavoro di riduzione dei dati del senso alla sintesi della ragione, e da questa alla sintesi intellettuale; quando un tale lavoro si è attuato, allora dal culmine della nostra natura possiamo distendere lo sguardo al tutto, che si presenterà, per così dire, purificato nei lavacri del nostro processo dialettico e la filosofia così inizierà il suo magistero, sulla base dell'attuazione di tutta la potenzialità dello spirito, dopo che la scienza avrà terminato il suo. Organo peculiare di quella è l'intelletto, mentre di questa è la ragione. Compito proprio di questa infatti è il numerare, il discernere, e quindi

il suo principio è di non ammettere compatibilità degli opposti, senza del qual principio essa sarebbe distrutta, in quanto verrebbe annullata la possibilità di qualsiasi dimostrazione e quindi di qualsiasi scienza.

Se però alla coincidenza degli opposti non perviene la ragione, ad essa arriva l'intuizione dell'intelletto, il quale tende appunto ad unificare, mentre la ragione tende specialmente a discernere; con questa si guarda alle molteplicità del mondo, con quella si assurge all'unità dell'Assoluto; colla ragione si formano i concetti, con tutte le loro distinzioni ed esclusioni, coll'intelletto essi si radunano e si concretano nella derivazione reale dalle categorie della mente, che sono analoghe alle categorie stesse della realtà, perche simili a quelle che si concentrano nell'Assoluto.

Come si vede, la scienza, in quanto è il prodotto della ragione, non è per nulla il fastigio dell'umana conoscenza, essa è perfettamente in subordine all'intelletto. Anzi possiamo dire di più: quella non è che mezzo all'attuazione di questo, in quanto solo dopo aver adeguata conoscenza del particolare potremo veramente contemplare in esso l'universale; solo dopo aver, osservando e calcolando, distinto e contrapposto i singoli nelle loro parvenze, potremo, riferendoci all'infinito, di cui quelli non sono che le contrazioni parziali, pensarli come l'infinito stesso in una parte sola attuato e potenziale nel resto, che è appunto l'universalità sua stessa.

Siamo ben lontani perciò col Cusano da quell'indirizzo di pensiero che tutto vorrebbe sacrificare alle così dette scienze della natura, implicitamente od esplicitamente riuscendo ad essere od indifferenza, od agnosticismo o condanna per ogni problema che sta all'infuori od al disopra di esse.

Dal Cusano a Leonardo non sono trascorsi che pochissimi anni, eppure qual differenza in proposito fra essi! Quegli è il pensatore che cerca, sulla base della conoscenza di se stesso, di assurgere e celebrare la potenza dello spirito, in quanto essa è l'imagine viva del Dio infinito; questi invece è già l'uomo, come dice il Croce (1), che adora esclusivamente i sensi ed a questi scioglie inni di lode, in quanto per essi egli crede di cogliere e spiegare i fenomeni e possedere con ciò veramente la natura; quegli è il filosofo che cerca il vero nella propria

(1) Cfr. B. Croce, *Leonardo filosofo*, nel volume « Leonardo da Vinci ». Conferenze fiorentine. Milano Treves, 1910.

interiorità, pensando che in essa si trova il segreto del tutto, perchè è per essa che si ha coscienza di quel divenire dall'uno al molteplice, che è analogo a quello che si disnoda nell'infinito universo, di cui mai potremmo aver conoscenza, se il processo nostro interno non ci desse sufficiente motivo a crederlo; questi invece è già l'uomo che guarda esclusivamente al di fuori, e l'interiorità dello spirito non cura per il desiderio esclusivo di quello; il Cusano insomma è il sapiente che cerca di contemplare l'universale nel particolare, Leonardo invece è già lo scienziato che del singolo solo si pasce; quegli cerca Dio dovunque, questi adora sol la natura, come alcunchè che viva da sè.

Tale essendo per il Nostro i rapporti tra scienza e filosofia, è evidente che quella dovesse risentire dell'*afflatus* di questa. Ed infatti così fu, e tutto quanto il Cusano ha saputo pensare di nuovo intorno ai problemi d'ordine fisico-naturale, è frutto in gran parte delle nozioni fondamentali, su cui aveva costruito il suo sistema di filosofia. Ed a tre, secondo il nostro giudizio, si riducono le influenze di queste su quelli e cioè: 1) la necessità di superare il dato del senso; 2) l'applicazione del criterio quantitativo di misura; 3) l'urgenza di un riferimento continuo alla nozione d'infinito.

Diciamo che queste novità introdotte nella scienza dal Cusano sono effetti della sua metafisica, ed infatti, cominciando dalla prima, il superare il dato del senso è stato dal Nostro posto come necessità della sua dialettica, e siccome il processo di questa è da lui pensato come analogo al processo ontologico, è evidente che questo non si poteva intuire, il che vuol dire, la scienza non gli pareva possibile, se non in quanto si sa superare il puro dato sensibile, che è solo segno estrinseco di tale processo, segno che va interpretato superandolo.

A proposito della seconda novità possiamo dire che tutto il sistema gnoseologico del Cusano porta a farci credere che per lui il numerare, il misurare, il che vuol dire l'applicazione del criterio quantitativo, è il modo più congruo, per quanto sempre simbolico, perchè solo estrinseco, che ci è offerto per interpretare il processo evolutivo, che si protende dall'uno al molteplice, dall'unità all'alterità. Siccome la realtà è, in quanto dentro si attua un processo di tal fatta, ecco che il criterio quantitativo sarà opportunissimo, per quanto non esauriente, chè la *docta ignorantia* si oppone a crederlo tale, per conoscere le cose; con esso infatti noi le sapremo ridurre a quegli elementi di ragione, sui quali poi si potrà rifrangere il potere sintetico dell'intelletto.

Evidente è infine per se stesso il rapporto tra la nozione d'infinito, introdotto dal Cusano nell'interpetazione della natura e la sua metafisica; basterà che noi in proposito ricordiamo che il problema massimo della cosmologia del Nostro riguarda appunto i rapporti tra l'infinità di Dio e l'infinità dell'universo, rapporti che si giustificano in base alla formola: *Creare Dei est esse omnia.*

Coll'affermare le necessità di superare i dati del senso, il Cusano si riconnetteva alla buona tradizione filosofica iniziata da Parmenide e maturatasi specialmente nel « *Sofista* » platonico; coll'applicare il criterio quantitativo, se, sotto un certo rispetto, egli offriva argomento ai posteri per la celebrazione di un esclusivo metodo naturalistico, non fece certo per se stesso cosa in contrasto al magistero della filosofia; col riferirsi finalmente, come ad ultima e continua istanza, al concetto d'infinito, egli aprì senza dubbio nuovi orizzonti alla scienza stessa.

Tutto ciò appare evidente nelle dottrine cosmografiche ed astronomiche del Cusano, nelle quali specialmente appaiono in felice connubio le tre nuove esigenze del metodo scientifico. Di esse si discorre specialmente negli ultimi capitoli del 2° libro del *De docta ignorantia*, e vale la pena che noi ne parliamo, prima di tutto, perchè esse contengono intuizioni magnifiche, avvalorate poi da ricerche ulteriori; in secondo luogo anche perchè la posterità non fu sempre giusta estimatrice del loro valore. Recentemente, per esempio, il Favaro nella sua pur pregevole conferenza: *Leonardo nella storia delle scienze sperimentali*, (1) ha affermato che Leonardo fu il primo che nei tempi moderni ebbe il concetto dell'infinita vastità dello spazio e della pluralità dei mondi, e l'altro dell'identità tra la terra ed i corpi celesti. Orbene noi vedremo che tutto ciò invece prima che da Leonardo era stato esplicitamente affermato del Nostro!

Molto più giusto estimatore dei meriti del Cusano fu il Bruno, il quale, tra i molti elogi che colla solita enfasi egli tributa al Cusano, dice appunto ch'egli un secolo prima di Copernico, per quanto con parole dimesse, ha pur affermato quella verità, che poi con voce più forte e solenne fu promulgata dal grande polacco (2). E nella « *Cena delle Ceneri* » egli un'altra volta ripete un tale elogio, mettendo esplicitamente tra i precursori di Copernico anche il Cusano, dopo aver ricordati tra

---

(1) Nel volume « *Leonardo da Vinci* », Conferenze fiorentine, Milano, Treves, 1910.

(2) Bruno, *De Immens.* I, 9 (Ed. naz., Vol. I, par. II, pag. 381).

essi e Platone, e gli antichi Pitagorici e Niceta Siracusano, ed Eraclide Pontico, ed Ecfante (1). Non tocca ora a noi discorrere intorno a tali precursori, nè tanto meno vedere se proprio nessuno, come pare abbia creduto il Bruno, dopo gli antichi Greci e prima del Cusano, abbia saputo formulare dottrine precorritrici in qualche modo e per qualche parte del sistema copernicano.

Basterà che noi ricordiamo in proposito il Purbach (2), il Regiomontano (3), i quali in Roma ebbero dimestichezza col Nostro, e, fra gli italiani, Paolo da Udine (4), Paolo Toscanelli dal Pozzo, col quale pure entrò in rapporto il Cusano (5) e Biagio Pelacane (6) e Gerolamo Tagliavia da Reggio di Calabria (7), i quali tutti, per quanto non apertamente, seppero e prima e contemporaneamente al Nostro portare in campo ragionamenti per cui menomare la fiducia nelle dottrine astronomiche e cosmografiche contenute e nel *De Coelo* di Aristotele, e nell'*Almagesto* di Tolomeo, ad infirmare il valore delle quali, certo devono aver concorso, come dice il Prantl (8), quelle numerose dispute fatte in quei tempi nelle scuole intorno al *De Coelo et Mundo* dello Stagirita.

Non però a ciò si rivolge il nostro interesse, a noi premendo piuttosto considerar brevemente le dottrine in proposito del Nostro, anche perchè esse segnano senza dubbio un gran passo in avanti nell'interpretazione scientifica del Cosmo.

---

(1) BRUNO, *Cena delle Ceneri*, ed. Wagner, Vol. I, pag. 154. Notiamo che i nomi citati dal Bruno, come quelli degli antichi sostenitori del moto della terra si trovano tutti in Copernico (*De Revolutionibus*, I. 5, 10).

(2) Cfr.: R. WOLF, *Geschichte der Astronomie*, München 1877, pagina 87, dove si parla appunto dei rapporti tra il Purbach ed il Cusano.

(3) Cfr.: E. GERLAND, *Geschichte der Physik*, München und Berlin, 1913, pag. 225. Cfr., anche: WOLF, *Op. cit.* pag. 87 e sgg.

(4) Cfr. F. MOMIGLIANO, *Paolo Veneto e le correnti relig. e filosof. nel suo tempo*. Torino 1907, pag. 39 e sgg.

(5) Cfr.: GERLAND, *Op. cit.*, pag. 229. Sulle dottrine cosmografiche di Paolo Dal Pozzo Toscanelli, cfr.: G. UZIELLI, *La vita ed i tempi di Paolo Dal Pozzo Toscanelli*. Raccolta di documenti e studi pubblicata dalla R. Commissione Colombiana, Part. V, Vol. I, pag. 273, 630 e sgg.

(6) Cfr.: GERLAND, *Op. cit.*, pag. 245.

(7) Cfr.: D. ANDREOTTI, *Storia dei Cosentini*, Napoli 1869. Vol. 2°, pag. 56.

(8) K. PRANTL, *Geschichte der Logik*, Vol. III, Leipzig 1867, pagina XVIII.

Anzitutto il Cusano stabilisce una distinzione tra moto reale e moto apparente, questo attribuendo al sole e quello alla terra, il che egli potè fare riferendosi al principio della relatività del moto, ciò che esprime con queste parole: *Iam nobis manifestum est terram istam in veritate moveri, licet hoc non appareat, cum nos apprehendimus motum nisi per quandam comparationem ad fixum* (1).

In base a tale principio, con cui si riduceva a nulla ciò che poteva essere impedimento ad accettare il sistema eliocentrico, e cioè il dato del senso (ed ecco in ciò riflesso quella prima conseguenza della filosofia del Nostro, di cui si è parlato) e sul fondamento di quell'altra grande nozione del collegarsi tutte le cose nell'unità, il Cusano dimostra che non bene si può comprendere il sistema di Tolomeo, in quanto pone la terra come centro dell'universo, e le sfere celesti come circonferenza. È impossibile, dice in proposito il Nostro, che sia centro fisso ed immobile dell'universo un elemento qualunque d'ordine materiale, come può essere la terra, l'aria ed il fuoco. L'essere fisso ed immobile e lo svolgere tutte le virtù di una forza divina e fondamentale non può convenire ad un elemento materiale e creato; ciò non può essere se non una perfezione di Dio, che solo perciò è insieme centro e circonferenza del tutto. Ecco le di lui parole: *Qui igitur sit centrum mundi, scilicet Deus benedictus, ille est centrum terrae et omnium sphaerarum atque omnium, quae in mundo sunt, qui est simul circumferentia infinita* (2). Il mondo, continua il Cusano, non ha alcun centro sensibile, perchè se avesse centro di tal fatta, avrebbe anche una circonferenza d'ordine naturale, ed allora il mondo avrebbe in se stesso il suo principio e la sua fine, e l'universo creato toccherebbe alcunchè come fine, e così fuori di esso vi sarebbero altri spazi, ed altri elementi, il che è assurdo a pensarsi. La nozione infatti di limite è incompatibile colla natura dell'universo e nessuno può dire dove questo limite sia, e che cosa vi sia al di là di esso, senza di che un limite non si potrebbe concepire. E se non è Dio, che cosa può esserci al di là dell'universo che non sia creato? E se si tratta di cosa creata, allora è l'universo stesso che continua. La nozione adunque di limite invocata per spiegar l'universo non è nè naturale, nè astronomica, nè fisica, nè matematica. E ciò che si è detto del limite in quanto sarebbe la circonferenza, si può ripetere anche

(1) N. Cusano, *De docta ignorantia*, II, 11.
(2) N. Cusano, *loc. cit.*

per ciò che riguarda il supposto centro. Ben si può adunqne affermare nè che l'universo è contenuto tra un centro ed una circonferenza, nè che esso è finito, dal che deriva la conseguenza che è assurdo pensar la terra come il centro dell'universo; e se essa non è il centro essa non può essere ferma: *quod terra centrum esse nequit, motu omni carere non potest.*

Tali principi già per se stessi suonano opposizione recisa ai fondamenti su cui si appoggiava tutto il complesso sistema di Tolomeo, in quanto poneva la terra al centro ed intorno ad essa faceva girare ed il sole e la luna ed i pianeti e le stelle; a spiegare i moti dei quali corpi si imaginavano altrettante sfere o cieli volgentisi sui due poli celesti intorno al prolungamento dell'asse terreste fino a raggiungere quei poli; tali sfere erano perciò concepite come delle immense zone volgentisi su quei due poli come su due cardini fissi, sulle quali stavano appunto infissi i corpi celesti, che così giravano non per un moto a loro intrinseco, ma per il moto della loro sfera, dal che il nome di firmamento al cielo.

Il Cusano tale pesante e complesso involucro di sfere cercò di spezzare in base specialmente alla nozione di infinito, la quale lo portò a negare esplicitamente e centro, ed asse e poli. A quanto già abbiamo delle di lui dottrine riportato egli infatti aggiunge: Nello stesso modo che la terra non è il centro dell'universo, la sfera delle stelle fisse (l'ultima imaginata tra quelle, secondo Tolomeo, svolgentisi intorno al supposto centro) non può essere la circonferenza; nè il centro dell'universo si può dire sia più vicino e lontano dalla terra, nè questa o qualche altra sfera ha in sè tale centro; e quantunque la terra sembri a noi più vicina al centro ed il cielo più vicino alla circonferenza, tuttavia è impossibile a credersi che quella sia il centro dell'ottava sfera e con essa di qualsiasi altra.

D'altra parte, aggiunge il Nostro, non ci sono nel cielo poli immobili e fissi; è necessario infatti che ogni parte del cielo si muova, quantunque questo moto o ci sembri irregolare o talora paia sia nullo, se lo si pone a paragone coi moti o colle orbite descritte dalle stelle. Ma come si vedono certe stelle descrivere un circolo massimo, così altre ne descrivono uno minimo, ma nessuna stella vi è che non descriva un circolo.

Il Cusano insiste sur un tale argomento per conchiudere che varie ed ingegnose, ma in sè vane, sono le dottrine proposte da coloro, i quali non sapendo che cosa sia la *docta ignorantia* hanno preteso di spiegare in tutto ciò che nel suo fondo trascende la possibilità del nostro conoscere. Poichè infatti noi

non possiamo formarci un'idea qualunque del moto, se non riferendoci ad alcunchè di fisso, e cioè ad un centro ed ai poli, presumendo che questi veramente sieno la misura determinata dei moti, ne segue che siccome tale presunzione nostra non è per nulla fondata, semplici e vane congetture sono quelle escogitate da coloro che ad esse si sono riferiti e si riferiscono.

Intanto è certo, contrariamente a ciò che tali uomini indotti della vera *docta ignorantia* hanno sempre creduto e credono, che la terra si muove; ciò costoro non hanno visto in quanto hanno preteso di trovare il centro dell'equilibrio universale in una pura entità d'ordine cosmico e materiale, non sapendo che ciò non si può assolutamente trovare nella pura serie dei fatti fisici.

Il centro assoluto non può trovarsi che nella stessa causa prima in cui sta pure la circonferenza assoluta, che vien considerata come il limite dell'universo. Il principio infatti ed il fine anche delle cose sensibili non si trova che in Dio, il quale è presente in ogni cosa, appunto perchè esso è l'eguaglianza infinita. Egli solo è il centro della terra e di tutte le sfere, e di tutte le cose, che sono nell'universo, egli che contemporaneamente del tutto è la circonferenza infinita. E poichè Dio è la circonferenza ed il centro di tutte le cose, ne deriva che la forma dell'universo e la somma dei moti non si può definire. L'intelletto stesso infatti ci dimostra che noi non possiamo giungere alla perfetta conoscenza della figura e del moto dell'universo, perchè questo ci appare come ruota in ruota, come sfera in sfera, avendo in nessun luogo ed il centro e la circonferenza, o, per meglio dire, la macchina del mondo a noi appare, conchiude il Nostro, mutuando un'espressione di Plotino, come alcunchè avente dovunque il centro ed in nessun luogo la circonferenza, appunto perchè Dio solo è centro e circonferenza del tutto (1).

Tale è la dottrina del Nostro in fatto di astronomia e di cosmologia, dottrina che è frutto piuttosto di intuizione che non d'osservazione, in quanto è conseguenza diretta di tutto un sistema d'ordine metafisico. Dal lato storico anch'essa è restaurazione viva e feconda di un'altra grande idea insita nel neoplatonismo in genere ed in Plotino in ispecie, che cioè la perfezione non consiste già in un certo qual armonico e limitato sistema, come pure avevano pensato Platone ed Aristotele.

(1) CUSANO, *De docta ignorantia*, II, 12.

Per il Nostro la perfezione sta nell'infinito, cosicchè a lui pare poco meno che empio coartare, per così dire, l'attualità del *posse* assoluto in un congegno di sfere finite.

In fondo tale congegno era stato escogitato dagli astronomi ed accettato dai filosofi più per un omaggio all'uomo che non per riverenza all'infinita potenza di Dio; si trattava infatti in esso di una specie di teleologismo antropocentrico, per cui appariva che l'universo tutto non era stato creato nella sua finitudine che per il comodo della terra e per il rispetto dell'uomo. Ed il Nostro, che in metafisica ha dato inizio ad un indirizzo che suona passaggio dai problemi dell'uomo al tutto, e che è esortazione a spogliarsi dalle anguste particolarità umane per immedesimarsi colla realtà infinita, era ben giusto che anche in cosmografia a tale nuovo indirizzo appunto si mantenesse fedele, pensando e sostenendo che l'universo non è già fatto per l'uomo, in quanto esso in se stesso porta la giustificazione della sua vita profonda, perchè attuazione continua ed infinita del pensiero assoluto.

È perciò che le nuove idee cosmografiche del Nostro hanno esse pure un profondo sapor religioso, e sono esse pure integrazione magnifica di quel mistico ardore, da cui tutta è derivata la filosofia del Cusano, in quanto vuol essere appunto celebrazione di Dio nell'omaggio riflesso dell'umano intelletto!

Un tale carattere è quello che a noi rende più interessante il complesso di tali nuove idee d'ordine cosmografico, appunto perchè col riconoscere ovunque l'influenza immanente di Dio, e coll'affermare in base ad essa l'infinità dell'universo, il Nostro veniva ad immedesimare realtà e pensiero, relativo ed assoluto, mostrandosi alieno da quel divorzio tra filosofia e scienza, che, intessutosi più tardi, ha portato come conseguenza quel culto esclusivo per la ricerca naturalistica, che fu grave jattura per il pensiero riflesso.

Il Nostro, che pur ha usato dell'astrolabio, e che con esso ha pur tentato risolvere problemi d'ordine puramente astronomico, come quello, per esempio, riguardante la correzione delle famose tavole alfonsine, non ha creduto affatto che nell'uso di tale strumento o di qualsiasi altro si dovesse limitare il compito dell'umana ricerca; no, egli ha sempre tenuto fede al grande principio che l'intelletto non è destinato a pascersi dei particolari, in quanto invece deve tendere a trovare sempre in essi, grandi e piccoli che sieno, il palpito dell'universale; è questo che interessa ed è nell'affermazione e nell'adorazione di esso che consiste la filosofia.

È così, solo così che l'universo, sia che lo si consideri contratto in questa o quest'altra entità, in cui però riman sempre, per quanto solo in potenza, l'infinità sua, sia che lo si consideri nel suo assieme, diventa il tempo magnifico, in cui palpita quella vita vera e profonda, dentro cui soffia il pensiero assoluto; è così, solo così che la realtà veramente concreta in sè stessa, non si sciupa in astrazioni puramente schematiche; è così, solo così che tale realtà si comprende, per quanto è possibile all'uomo e si adora nel culmine radioso della nostra natura!

Il nobile esempio offertoci in proposito dal Cusano non fu del tutto vano. Dopo di lui, è vero, il naturalismo pare abbia avuto il sopravvento; nel corso però dei tempi son ben sorti coloro che a lui rassomigliarono nell'ardore mistico delle ricerche anche di ordine astronomico, e basterà che per tutto noi citiamo il grande Keplero!

Dopo tutto ciò a noi sembra non di primaria importanza l'investigare fino a che punto il Cusano possa e debba esser chiamato un precursore di Copernico. Gli storici dell'astronomia sono in proposito molto divisi nelle loro opinioni. Il Delambre (1), per esempio, nella sua *Storia dell'astronomia* non fa cenno alcuno del Nostro, come un precursore di Copernico; il Montucla (2) invece, che in genere a lui non è troppo favorevole, lo ricorda come il primo che nei nuovi tempi abbia rinnovata l'antica opinione pitagorica intorno al moto della terra; tra gli storici più moderni del Cusano fa appena menzione il Wolf (3), il quale espressamente lo dice non degno di essere a lungo considerato; anche il Mädler, ricordato dal Marinelli (4), gli nega qualsiasi valore in quanto abbia veramente precorso Copernico; ultimamente il Gerland (5), dopo averne sufficientemente parlato, dice che assolutamente non si può affermare sia stato il Cusano un vero precursore del sistema copernicano; favorevoli invece a lui si mostrano ed il

(1) A. Delambre, *Histoire de l'astronomie moderne*. Paris, 1821, Vol. I, Lib. 2, pag. 85 e sgg.

(2) Montucla, *Histoire des mathematiques*. Paris, 1758, Tomo I. pag. 442.

(3) A. Wolf, op. cit. pag. 230.

(4) Cfr. G. Marinelli, *Scritti minori*. Firenze, 1908, pag. 198.

(5) Gerland, op. cit. pag. 223.

Clemens (1) e lo Schanz (2). Anche l'Humboldt nel *Kosmos* (3), si è occupato del Nostro ed appoggiandosi sur un preziosissimo autografo del Cusano, scoperto nel 1843 dal Clemens, che lo ha pubblicato nella sua opera « *Giordano Bruno und Nikolaus von Cusa* », crede di poter dedurre che la vera dottrina del Cusano intorno al moto della terra consiste in questo nell'aver egli imaginato che la terra si muova non già intorno al sole, ma piuttosto con lui, per quanto con ritardo in suo confronto, intorno al polo del mondo, il quale però non è fisso, ma è sempre variabile (4). Il Berti, fra noi, si è pur egli proposto la questione se il Cusano si debba giudicare come una fonte a cui Copernico abbia, specialmente nel tempo del suo soggiorno in Italia, durato per ben otto anni, attinto argomenti per intessere poi il suo nuovo sistema, alla quale questione il Berti (5) crede di poter rispondere affermativamente in base a motivi d'ordine storico, che in verità a noi non sembrano affatto decisivi (6).

Comunque però stieno le cose, a noi basterà in proposito affermare che il valore delle idee astronomiche del Nostro non si deve tanto ricercare nell'efficacia che esse hanno storicamente esercitato sui posteri, quanto in se stesse, e cioè in quanto suonano contrasto e vivo contrasto, per quanto non del tutto nuovo, alle idee correnti in fatti di astronomia e cosmografia, e sopra tutto in quanto magnificamente s'inquadrano nell'economia generale del sistema, da cui non possono essere avulse senza perdere in gran parte quel fragrante profumo di novità e di dignità, che loro deriva per quel senso profondo di verità più vera intuita nel tutto da chi le ha escogitate come omaggio appunto alla grandezza infinita di Dio. Forse è specialmente in base a

---

(1) F. S. Clemens, *Giordano Bruno und Nikolaus von Cusa*. Bonn, 1747, pag. 57-58.

(2) P. Schanz, *Cardinal von Cusa als Mathematiker*. Rottweil, 1872, pag. 22 e sgg.

(3) Humboldt, *Kosmos*. Vol. III, Stuttgart und Tübingen, 1850, pag. 408.

(4) Sulle teorie astronomiche contenute nel manoscritto trovato dal Clemens, parla anche, accordandosi coll'Humboldt, il Peschel (*Geschichte der Erkunde*, München, 1877, pag. 383).

(5) D. Berti, *Copernico e le vicende del sistema copernicano in Italia*, Roma, 1876, pag. 71 e sgg.

(6) Ad un'influenza del Cusano su Copernico crede anche il Duhem (op. cit. pag. 201).

tale profumo che il Keplero, che l'opera del Nostro ha conosciuto e studiato, ha chiamato divino il Cusano (1).

Volendo tali dottrine considerare puramente per quel che dicono in fatto di astronomia, prescindendo cioè dal loro carattere filosofico, noi crediamo si possano accettare in proposito le conclusioni a cui, dal loro studio è arrivato il Günther (2), il quale afferma questi essere i fondamenti dell'astronomia del Nostro: 1) la terra nello spazio di 24 ore si muove dall'oriento all'occidente intorno ad un asse comune coll'asse stesso del mondo; 2) la terra nello stesso tempo è fissa nell'ottava sfera, la quale si muove in senso contrario e con una velocità angolare doppia; 3) il sole è partecipe di quest'ultimo moto di rivoluzione con un tale ritardo però che questo nel giro di un anno si aumenta fino a 360 gradi.

Il Günther tali fondamenti ha potuto mettere in luce appoggiandosi specialmente su quanto contiene quell'autografo del Cusano, che scoperto dal Clemens, è stato da lui, (come già si è detto) pubblicato verso la metà del secolo scorso.

Abbiamo poco sopra affermato che l'importanza delle nuove vedute del Cusano in fatto di astronomia sta anche nel loro contrasto coll'opinioni allora correnti in proposito. È giustizia però riconoscere che già in S. Tommaso si era attuato qualche dubbio, che già per se stesso infirma una piena accettazione da parte sua del sistema tolomaico. Non è che l'Aquinate dubiti del moto celeste, e quindi dubiti della fondamentale dottrina del primo motore in quanto questa aveva significato fisico oltrechè metafisico; no, il dubbio di S. Tommaso riguarda piuttosto la pretesa armonia tra il moto dei pianeti ed i moti celesti, dubbio ch'egli così esprime in un ben noto passo del suo Commentario al *De caelo et mundo* di Aristotele: *Considerandum est quod circum motus planetarum quaenam irregularitates apparent, prout scilicet planetae quandoque velociores, quandoque tardiores, quandoque stationarii, quandoque retrogradi videntur. Quod quidem non videtur esse conveniens caelestibus motibus.* E dopo aver fatta menzione delle molte dottrine degli

(1) *Divinus mihi Cusanus*, dice il Keplero nel suo « *Mysterium cosmographicum* » che è uno dei suoi primi scritti (Keplero, *Opera omnia*. edidit Ch. Frisch, Frankfurt a. M. und Erlangen, 1858, Vol. I, pag. 122). Sui rapporti tra il Cusano e Keplero cfr. Duhem, op. cit. pag. 201-211.

(2) Günther, *Studien über die Geschichte der mathematischen und physikalischen Geographie*, Halle, 1879, pag. 22-30.

astrologhi, così continua: *Illorum autem suppositiones, quas adiuvenerunt, non est necessarium esse veras, quia forte secundum aliquem alium modum, nondum ab hominibus comprehensum, apparentiae circa stellas salventur. Aristoteles tamen utitur huiusmodi suppositionibus tamquam veris.* Come si vede S. Tommaso partiva ancora da un dato del senso per il suo dubbio a proposito del rapporto tra il moto dei pianeti e delle stelle; in lui però è già significativa l'intuizione che non possa credersi definitivamente vero tutto ciò che in proposito aveva detto Aristotele, e dopo di lui i suoi seguaci, in quanto poteva darsi fosse possibile un'altra soluzione non ancora intuita dall'uomo, che meglio e definitivamente spiegasse tali moti. Il Cusano appunto tale soluzione ha intuito, anche perchè egli ha saputo superare il dato del senso per riferirsi soltanto ai dati di ragione, e da questi, come ad ultima istanza, all'esigenza dell'intelletto.

§ 2. Un'altra dottrina importante nel Cusano è quella che riguarda la perfetta uguaglianza nel loro essere tra il cielo e la terra, della quale pure si parla nel *De docta ignorantia*, con queste parole: *Est terra nobilis quae lumen et calorem et influentiam habet et diversam ab omnibus aliis stellis, sicut etiam quaelibet a qualibet lumine et influentia differt...; neque dici debet quia terra est minor sole et ab eo recipit influentiam, quod propterea sit vilior; quoniam regio tota terrae, quae usque ad ignis circumferentiam se extendit magna est.* L'opinione del minor valore della terra nasce dal fatto che il sole a noi sembra più luminoso e più chiaro di quello che la terra non sia, ma anche per tale argomento bisogna saper superare il dato del senso, ed infatti: *In sole si quis esset, non apparet illa claritas, quae nobis; considerato enim corpore solis, tunc habet quandam terram centraliorem et luciditatem quasi ignilem circumferentialem et in medio quasi aquaeam nubem et aerem clariorem quemadmodum terra ista sua elementa. Unde si quis esset extra regionem ignis, terra ista in circumferentia suae regionis per medium ignis lucida stella appareret, sicut nobis, qui sumus circa circumferentiam regionis solis, sol lucidissimus apparet* (1).

(1) Cusano, *De docta ignorantia*, II, 12.

È evidente il rapporto tra tali opinioni del Cusano intorno alla natura del sole e recentissime dottrine in proposito: come infatti gli astronomi dei nostri tempi, anche il Cusano distingue nel sole un certo qual nucleo centrale opaco, ed una certa lucidità quasi simile alla circonferenza, che oggi appunto si chiama *fotosfera*. La quale distinzione il Cusano conferma in questo passo delle sue *Excitationes*: *In sole considerari potest virtutem suam aliis corporibus comunicare, quia non est radiosa. Et alia natura lucida illi unita et ita sol ex unione utriusque naturae habet virtutem, quae sufficit huic sensibili mundo ad vitam innovandam in vegetalibus et animalibus elementis et mineralibus per suam influentiam radiosam* (1).

Anche questa dottrina della perfetta eguaglianza del sole in rapporto alla terra, dottrina che faceva giustizia della famosa quinta essenza da cui quello si credeva formato, ben possiamo subito capire come sia frutto delle dottrine filosofiche del Nostro, in quanto anch'essa è nata e dalla necessità di superare il dato del senso per arrivare ad un'intuizione d'ordine veramente filosofico, perchè intellettuale, e specialmente dal fondamento metafisico dell'uguale partecipazione del tutto e quindi di ciascuna sua parte con Dio. Il Cusano, per salvare un tal fondamento, non accettò neppure la distinzione dei quattro elementi di Empedocle, in quanto invece di creder questi come alcunchè di primitivo e quindi di diverso *ab initio* tra loro, li pensò anch'essi come elementati, come derivanti cioè da un principio unico fondamentale, diversamente concretato nelle sue possibili riduzioni da potenza ad atto; opinione questa perfettamente conforme alla spiegazione metafisico-cosmologica dell'universo, e quindi di ciascuna sua parte, data dal Cusano sulla base dell'*aequalitas* inerente fondamentalmente nell'Assoluto.

Orbene qualche cosa di analogo doveva il Cusano affermare, per essere coerente a' suoi principi, anche in riguardo alle pretese differenze, credute solo in base ai dati del senso, tra la costituzione essenziale della terra e del sole, e quindi di tutte le altre stelle. Bisognava bene cioè che anche per tale argomento il Cusano trascendesse un tale dato per mettere in luce sotto il differenziato ed il molteplice, che questo offre, l'indifferenziato e l'unico che la ragione vi deve saper scrutare, perchè poi l'intelletto assurga alla contemplazione ed alla intuizione dell'unità assoluta ed universale risplendente per esso

(1) Cusano, *Excitationes*, Lib. VIII (pag. 632 dell'ediz. di Basilea).

ovunque ci sia realtà, perchè ogni porzione di questa può sempre riferirsi all'universalità dell'Assoluto, senza di cui essa, e quindi nessuna realtà, potrebbe esistere. E così ecco che seguendo il solito ritmo, che si rifrange in tutto il suo sistema, il Cusano è venuto ad affermare quella dottrina dell'eguaglianza di essenza tra cielo e terra, che poi diventò conquista indiscussa della scienza e che in tempi a noi più vicini si seppe sperimentalmente dimostrare coll'analisi spettroscopica.

Abbiamo già avuto occasione di dire che il Favaro ingiustamente vuole riferire il concetto dell'identità tra la terra ed i corpi celesti a Leonardo, come a quello che primo l'ha saputo nei nuovi tempi ed intuire e formulare. Il Cusano ha prevenuto anche in ciò Leonardo, come l'ha prevenuto e per ciò che riguarda il concetto dell'infinita vastità dello spazio, e per quello della pluralità dei mondi ed in moltissimi altri argomenti. È molto probabile anzi che Leonardo tali concetti abbia potuto e condividere e svolgere anche per influenza del Nostro, le dottrine del quale egli ha senza dubbio conosciuto, come esaurientemente ci ha dimostrato recentemente il Duhem, agli argomenti estrinseci del quale vogliamo aggiungere questo altro, che al di lui acume è sfuggito, e cioè la testimonianza del Paciolo, che parla di discussioni scientifiche, tenutesi nel Castello di Milano intorno alle dottrine del Cusano, discussioni alle quali egli dà presente, con molti altri, anche Leonardo (1).

Il Bruno apertamente e ripetutamente lodò il Nostro, a proposito della sua dottrina sull'eguaglianza della terra e del sole, quantunque non poco egli l'emendi e la temperi, giudicando egli che malamente aveva visto il Cusano nel distinguere il sole ed i pianeti e nel credere la terra un altro sole ed altrettanti soli gli altri astri. Dopo di aver riportate le parole del Nostro intorno al sole, così dice il Bruno nel suo scritto « *Dell' infinito universo* » « *Ha molto conosciuto e visto questo galant'huomo sotto quest'aria, ma quando all'apprensione della verità ha fatto qual nuotatore dei tempestosi flutti hor messo alto, hor messo basso, perchè.... non aveva evacuato tutti gli falsi principii dei quali era imbibito della comune dottrina, come a dire che l'elemento del fuoco sia come l'aria attinto dal moto, et che il foco sia un corpo sottilissimo* (2). Come si vede il Bruno, che negava assolutamente la sfera aristotelica

(1) Cfr. L. PACIOLUS, *De divina proportione*, Venetiis, 1509, prefazione.

(2) BRUNO, *De l'infinito universo*, ed. Lagarde, 348.

del fuoco, alla quale invece assentiva ancora in certo qual modo il Cusano, non poteva certo menar per buona l'opinione di questo: che la sfera del fuoco è un'unica cosa colla terra, e che perciò questa non è per nulla dissimile dal sole; il che Bruno più apertamente ancora dichiara in questo luogo del « *De immenso* »: *Nisi ut igneae speciei astrum velimus et tellurem cum Cusano intelligere, qui ignis sphaeram circa tellurem in unum cum eadem corpus venire intellegit, quod tamen ego (non ut impossibile, neque absurdum, neque difficile) non credo; quia si essemus in sole, lucem nostri orbis non nos, sed exteri, non ex imo corpore astri sed ex facie viderent. Atque de facto non est, neque esse potest, quandoquidem. Si tellus esset eiusdem speciei cum sole, et sic circumstante igne fulgeret, tempore oppositionis lumine solis per telluris interpositionem privata* [*luna*] *ipsius, lumine telluris nihilominus fulgida videretur* (1).

Il Tocco (2) che ha già, da par suo, messo in evidenza i rapporti storici intercorsi tra il Bruno ed il Nostro, a buon diritto osserva che giusta è la critica in proposito fatta da quello a questo, in quanto la terra è un pianeta e non può quindi, non avendo luce propria, essere in tutto paragonata al sole; questo però nulla toglie al valore delle lodi attribuite dal Bruno al Cusano anche nell'altra opere sua: *La cena delle ceneri*, per il fatto di aver anch'egli affermato l'uguaglianza di materia nella terra e nel sole, opinione questa che gli par commendevole come l'altra riguardante l'abitabilità degli astri, e specialmente del sole e della luna, a cui il Nostro accenna ancora nel *De docta ignorantia*. A ciò si aggiunga il fatto di aver il Cusano espressamente parlato dell'infinità dei mondi, altro argomento tanto caro al Bruno, e di aver tolto di mezzo tutto quel meccanismo di spiriti motori, i quali, in quanto erano preposti alle diverse sfere, erano sempre apparsi come alcunchè di necessario per conciliare il sistema tolomaico colla metafisica di Aristotele, e dopo tutto ciò si vedrà se non giustificati sono gli elogi che il Bruno non risparmia di rivolgere al cardinale di Cusa, in rapporto alle sue dottrine di astronomia e cosmografia.

---

(1) BRUNO, *De immenso*, IV, 8.

(2) Cfr. F. TOCCO, *Le fonti più recenti della filosofia del Bruno*, in Rend. della R. Accad. dei Lincei, Scienze morali, stor. e filos., Serie V, Vol. I, 1892.

***

§ 3. Altre intuizioni geniali il Cusano ha avuto in fatto di cosmografia e di fisica. Intanto a proposito della terra egli ha benissimo visto ch'essa non è del tutto sferica, in quanto la pensa invece un po' compressa ai poli in effetto del suo moto stesso, il quale egli pensava dovesse produrre un tale schiacciamento per la forza centrifuga. Ecco in proposito le di lui parole: *Terra etiam ista non est sphaerica, ut quidam dixerunt, licet tendat ad sphaericitatem; nam figura mundi contracta est in eius partibus sicut et motus* (1), dopo le quali parole egli esplicitamente parla delle due forze la centripeta e la centrifuga, anche in base alla prima delle quali egli poi nel *De coniecturis* (2) afferma l'assurdo di coloro che non ammettono l'esistenza degli antipodi, per il fatto che, se essi fossero, dovrebbero cadere: *Antipodes cadere non possunt, potius quam nos, cum grave ad centrum moveatur, quod inter eos et nos mediat, et haec imaginatio non attingit.*

La terra adunque, secondo il Cusano, si muove, è quasi sferica, in quanto è contratta ai poli in effetto del suo stesso moto, ed è abitata in tutte le sue parti; ecco le nozioni geografiche del Nostro in riguardo al nostro pianeta, nozioni che egli però ha coinvolto con altre erronee, come quella, per esempio, che riguarda il moto circolare, il quale come il più perfetto, si pensava da tutti allora fosse il più conveniente per gli astri. Il Cusano non ha saputo liberarsi da un tale pregiudizio, che si era imposto al pensiero fin dai tempi del vecchio Aristotele; di tale omaggio però alla tradizione non ci dobbiamo meravigliare noi, quando pensiamo che ad esso ha creduto anche Copernico (3), e ricordiamo di quanti errori esso sia stato causa anche molto più avanti per il grandissimo Keplero, il quale solo molto più tardi si avvide della necessità di sostituire al moto circolare quello che si disnoda secondo un elissi!

Il Cusano poi notò, fin dai tempi del Concilio di Basilea, le discrepanze ormai incorse tra la divisione del tempo ed i moti reali degli astri, per il che in occasione di quel Concilio egli pubblicamente sostenne col suo opuscolo: *De reparatione Kalendarii* la necessità che si dovesse riformare il calendario.

---

(1) Cusano, *De docta ignor.*, II, 12.

(2) Cusano, *De coniecturis*, II, 14.

(3) Cfr. in proposito: Nicolai Copernici, *De revolutionibus orbium coelestium lib. sex*, Lib. I. 4.

Anche per tale argomento il Nostro fu preceduto da altri e basterà che ricordiamo in proposito, col Gerland (1), Beda, Ruggero Bacone, ai quali noi aggiungeremo col Wolf (2) il grandissimo cardinale d'Ailly, il quale già fin dal 1411, dai tempi cioè del Concilio di Costanza, aveva col suo opuscolo: *De correctione Calendarii* dimostrato che il divario tra il calendario ed il reale moto degli astri si era ormai aumentato al punto di segnare un errore di 9 giorni. È indubitabile che le opinioni in proposito del Nostro insieme con quelle degli altri e prima e dopo di lui, tra i quali ultimi ricorderemo Michele Stifel ed il Regiomontano, hanno concorso a produrre la riforma del calendario, attuatasi circa un secolo dopo la morte del Cusano e precisamente nel 1582 per opera di Gregorio XIII.

Ricordiamo anche che il Nostro ha corretto non pochi errori che si trovavano nelle ben note tavole astronomiche, le quali dal nome di Alfonso, re di Castiglia, si chiamarono alfonsine (3). Il Montucla dice che in tale lavoro di revisione anche il Cusano ha commesso non pochi errori, aggiunge però ch'egli ha ottimamente intravviste non poche verità riguardanti il moto di certe stelle e di certi pianeti (4).

Un catalogo finalmente di stelle fisse e di astri vaganti si trova in appendice al terzo volume delle opere del Cusano publicate nel 1565 a Basilea; tale catalogo vi è indicato come frutto delle osservazioni di tre cardinali, il Nostro, il Niceno e l'Alliaco; prova anche questa che il Cusano, pur non rinunciando mai all'idea, che della filosofia si era fatto e che cercò di rinfrangere in tutte le sue speculazioni, all'investigazione prettamente scientifica non negò mai il dovuto valore, in quanto questa reputò sempre mezzo fecondo per sollevarsi al magistero purificatore di quella.

§ 4. Passando ora dalle dottrine professate dal Nostro in ordine ad astronomia e geografia a quelle d'ordine puramente matematico, ben possiamo affermare che anche in esse non poco si esercitò la mente del Nostro, con poco profitto però, dice in

(1) GERLAND, op. cit., pag. 526.
(2) WOLF, op. cit., pag. 329.
(3) Cfr. su ciò: WOLF, op. cit., pag. 79.
(4) MONTUCLA, op. cit., pag. 443.

proposito il Montucla, riuscendo invece a buoni risultati, dicono contrariamente a quello lo Schanz ed il Cantor (1).

Uno degli argomenti che maggiormente, in fatto di matematica pura, hanno occupato il Cusano è quello che riguarda la così detta quadratura del circolo, che egli trattò nel suo opuscolo dal titolo appunto: *De quadratura circuli;* argomento insolubile, come poi ha dimostrato in risposta ad un tale opuscolo il Regiomontano, ma che nondimeno come tale non fu ritenuto anche dopo di lui da Leonardo (2) e più tardi da Giordano Bruno, che nel suo tentativo di dimostrazione si rifece ancora a non pochi degli argomenti portati in campo dal Nostro, e dall'Hobbes. L'opuscolo citato del Cusano ha per noi importanza, prima di tutto perchè in esso si parla di un Paolo Fisico, come interlocutore, che già al Baldi nella sua operetta « *Della vita dei Matematici* » (3) apparve non esser altro che Paolo dal Pozzo Toscanelli, col quale adunque il Nostro avrebbe vissuto in cordiale dimestichezza, tanto da averlo presente anche alla sua morte, avvenuta in Todi l'11 agosto 1464 (4), ed in secondo luogo perchè esso fu creduto degno di una risposta del Regiomontano, che, dirigendosi appunto al Toscanelli, non si lascia sfuggire l'occasione per intessere un magnifico elogio del Cusano: ecco in proposito le di lui parole nella traduzione del Baldi: « *Questa tua eccellenza di maniere, o Paolo, è stata stimata da Nicolò da Cusa, homo in tutte le cose scibili profondissimo, il cui ingegno appresso gli uomini di questa nostra età più tosto è tenuto divino che umano, il quale t'ha fatto partecipe della famigliarità sua* », elogio questo che acquista maggio valore per noi, quando pensiamo che il Regiomontano, e cioè Giovanni Müller di Königsberg, ebbe occasione egli stesso di conoscere personalmente il Cusano a Roma, con lui entrando in cortese famigliarità (5).

---

(1) Abbiamo già citate le opere del Montucla e dello Schanz; del Cantor citiamo le *Vorlesungen über die Geschichte der Mathematik*, Leipzig, 1900, Vol. II, Cap. LI, pagg. 186-203, nelle quali si trova uno studio completo ed esauriente sui lavori matematici del Nostro.

(2) Cfr. Duhem, op. cit., pag. 100.

(3) Cfr. G. Uzielli, *Ricerche intorno a P. D. P. Toscanelli*, Roma, presso la Società Geografica italiana, 1884.

(4) Cfr. G. Uzielli, *Paolo del Pozzo Toscanelli, iniziatore delle scoperte d'America*, Firenze, 1892, pag. 91, 212. Cfr. anche F. A. Scharpff, *Der Cardinal und Bischoff Nicolaus v. Cuse*, Mainz, 1843, pag. 19 e 380, nota 3.

(5) Gerland, op. cit., pag. 225.

Al problema della quadratura del circolo il Cusano espressamente si riferisce anche in un passo del quarto libro dell'*Idiotae de sapientia*, noto col titolo: *De staticis experimentis;* in tale passo egli accenna ad un metodo empirico per risolvere il problema dei rapporti tra diverse superfici e diversi volumi che poi, come è noto, fu adottato da Galileo per trovare praticamente l'equazione significante il rapporto tra un circolo e la cicloide generata da esso. Ecco le parole del Nostro: *Arbitror proportiones propinquas circuli et quadrati et alia omnia, quae ad differentiam capacitatis figurarum spectant aptius per pondera quam aliter experiri posse. Nam si feceris vas columnare notae diametri et altitudinis et alium cubicum eiusdem diametri et altitudinis et utrumque aqua impleveris et ponderaveris, nota tibi erit ex diversitate ponderum inscripti quadrati ad circulum in quo inscribitur proportio, et per hoc propinqua coniectura nota erit circuli quadratura et quicquid circa hoc scire cupis. Sic si duas receperis laminas penitus aequales et unam in orbem flexeris vas columnare efficiendo et aliam in quadratum vas cubicum constituendo et aqua vasa ipsa impleveris, scies ex differentia ponderum differentiam capacitatis circuli et quadrati peripheriae. Ita si plures tales laminas habueris, poteris in trigono, pentagono, hexagono, et ita deinceps capacitatis differentias investigare* (1).

Qualche cosa di simile dice il Torricelli aver appunto fatto Galileo quando, avendo intuito il problema riguardante, come si è detto, l'equazione della cicloide, cercò di stabilire una tale equazione in base ai diversi pesi di due lamine dello stesso metallo, avente l'una la superficie di un circolo, l'altra della cicloide da quel circolo generata. Il Cusano espressamente dichiara che col metodo empirico da lui indicato si può ottenere una *coniectura propinqua* alla verità, e Galileo (2), pur dopo di aver tentato di risolvere il problema, che l'aveva sedotto, con un metodo analogo a quello più di un secolo prima indicato dal Nostro, dichiara pur espressamente in una lettera al Cavalieri che tale problema non era affatto per lui matematicamente risolto, nel che aveva ragione, in quanto l'equazione della cicloide non si potè dire definitivamente posta se non dopo che ad essa si pervenne per via razionale per opera del Marsenne, del Pascal e del Wallis.

---

(1) CUSANO, *De staticis experimentis* (Ed. Basilea, pag. 180).

(2) A proposito degli studi di Galileo sulla cicloide vedi nell'edizione nazionale delle opere di lui, Vol. XVII, 369 e XVIII, 147, 153-54.

Leggendo tutto il *De staticis experimentis* del Cusano si trovano argomenti per convincersi che il Nostro aveva intuito tutto un rinnovamento della meccanica, in quanto egli già comincia a considerarla come un capitolo della matematica: in lui siamo ancora ai primi bagliori di un tale rinnovamento, come affermano il Cantor (1) ed il Lasswitz (2); bagliori però che presto si irrobustirono per opera di quegli eletti ingegni, tra cui primo fra tutti Leonardo, che anche in Italia sulla fine del XV e nel XVI secolo tanti progressi ottennero in tal genere di studi, appunto per aver saputo svolgere in tutto il suo valore ciò che nel Cusano non si mostrava che allo stato, per così dire, potenziale. In effetto di tali progressi l'aristotelismo andò perdendo sempre più terreno, al qual intento diede impulso fin da' suoi tempi il Cusano, *acerrimus philosophiae Aristotelis disputator*, come appunto egli fu chiamato dal suo stesso secretario Giovanni Andrea de Bussi.

Per ciò che riguarda la nuova interpretazione del cosmo, dobbiamo affermare che un grande colpo all'aristotelismo fu dato dal Nostro quando cercò di annullare la dottrina empedoclea dei quattro elementi, come era stata interpretata dallo Stagirita, per sostituire al suo posto quelle nuove vedute per cui si rimetteva in onore la nozione di *atomo*, che il peripatetismo scolastico aveva cercato sempre di battere in breccia. Sotto un tal punto di vista Cornelio Agrippa, il Paracelso, Gerolamo Cardano ed anche Giordano Bruno colla sua teoria delle *monadi* non hanno fatto altro che condurre a maturanza i principii intuiti o restaurati dal Nostro.

Coll'affermar ciò noi non crediamo di dir nulla che sia in contrasto con quanto abbiamo in principio affermato a proposito dell'interpretazione data dal Nostro alla filosofia. Siamo infatti profondamente persuasi che, coll'aver dato il suo potente contributo per il sorgere della nuova meccanica, il Cusano non è per nulla venuto meno al valore da lui riconosciuto alla filosofia, in quanto da lui era interpretata come la scienza del pensiero divino, che si ricostruisce nella ragione e nell'intelletto dell'uomo, in base alla somiglianza tra questo e quello. In rapporto appunto a tale interpretazione stava per il Nostro l'esigenza della meccanica, in quanto veniva pensata come la scienza del ben discernere e del distinguere razionale. Discer-

(1) Cantor, op. cit., pag. 570.

(2) Lasswitz, *Geschichte der Atomistik*, Hamburg und Leipzig, 1890, Vol. II, pag. 14; cfr. anche Gerland, op. cit., pag. 288.

nere per poi unire, il che voleva dire distinguere colla ragione per meglio poi unificare coll' intelletto, ecco il rapporto della meccanica colla filosofia, ad attuare il quale rapporto il Cusano ha cercato di rivolgere ed il *De staticis experimentis* e non pochi luoghi d'altre opere sue e specialmente del *De ludo globi*. Non si tratta quindi di esaurire il compito dell' umana investigazione colla meccanica, come purtroppo si è pensato più tardi, nè tanto meno di subordinare la filosofia ad essa, come a poco a poco si è pur fatto dopo il Cusano, capovolgendosi così quei valori, che questi aveva avuto cura di distinguere per subordinarli fra di loro, secondo le esigenze di tutto il sistema.

Abbiamo già avuto occasione di ricordare la teoria degli elementi-elementati, esposta dal Cusano nel *De docta ignorantia*; orbene prima di parlare del *De staticis experimentis* crediamo necessario parlare più diffusamente di essa, anche per mostrare con un altro argomento con quale intimo nesso il Nostro abbia saputo riconnettere a' suoi principii filosofici la soluzione dei problemi di carattere particolare.

Esporre la teoria, di cui è questione, vuol dire esporre la dottrina chimica del Nostro. La natura, per il Cusano, non è che l'elemento universale (1), il quale esiste in tutte le cose sensibili, e per cui l'assieme di esse è uno; per sussistere è adunque uopo che essa si contragga in tali cose, il che vuol dire bisogna che essa si risolva in una pluralità, svolga cioè da sè l'alterità; diciamo per sussistere, perchè la natura non è nell' unità assoluta, non essendo essa Dio, ma bensì solo l'elemento universale dell' alterità di Dio. Tale contrazione della natura nelle cose si fa per gradi, al primo dei quali l'unità dell' elemento universale si risolve nella pluralità dei quattro elementi principali, ciascuno dei quali riesce ad essere l'attualità e l'unità di una delle quattro regioni, che si possono distinguere intorno al centro della terra.

Ma nella natura creata non esiste nè atto puro, nè unità assoluta. Ogni atto è misto con potenza, ogni unità si risolve in pluralità, l'elemento puro, l'elemento uno non si trova giammai nel mondo, nel quale non possono esistere che dei misti, nessuno dei quali può esser ridotto ad elementi semplici. È perciò che ogni elemento porta in sè contratta la pluralità degli altri; ciò non di meno però ciascuno di essi può avvicinarsi più o meno alla semplicità di uno solo e precisa-

(1) Cusano, *De coniecturis*, II, 4.

mente di quello che nella sua composizione è l'elemento dominante e da cui il misto prenderà il nome. I pretesi dunque quattro *elementi* sono dei misti od *elementati*, che nella loro prima composizione si possono chiamare misti principali o generali, nella distribuzione dei quali si rivela tutta la matematica ammirabile di Dio, che ha saputo minuziosamente fissare le proporzioni loro, sicchè nessuno di essi può integralmente convertirsi in qualcheduno de' suoi congeneri.

Tali misti generali possono poi alla lor volta combinarsi fra di loro, e formare dei misti speciali (1), che sono i corpi individuali. Il misto speciale è l' ultimo grado di quella contrazione che s' inizia coll' elemento universale che, per l' intermediario dell' elemento principale e del misto generale, arriva fino all'individuo. L' universalità dunque elementare arriva all' individuo, in cui riceve l' esistenza attuale, e l' individuo s' appunta verso l' elemento universale, senza di cui non potrebbe sussistere, come non può sussistere l' atto senza la potenza.

Tale è nel suo fondamento la dottrina chimica del Cusano, l' originalità della quale consiste, come ben dice il Duhem (2), non tanto nella sostanza sua, quanto nel fatto di trovarsi inquadrata in un sistema di filosofia. Sono infatti manifesti in essa od il solito ritmo dell' *explicatio* dalla *complicatio* ed il grande principio della circumsessione dei finiti. D'altra parte con tale dottrina non si fa altro che spiegare con nuovi termini il principio fondamentale del tutto in Dio. Dio è la sintesi per il Cusano della creazione, e questo non è che lo svolgimento di quella. Tale è il fondamento di tutta la cosmologia di lui; orbene dire creazione vuol dire appunto natura in quanto quella vien considerata come l' imagine contratta dell' Unità assoluta; in quanto essa è contratta, contiene la pluralità, ed in quanto contiene pluralità, contiene composizione e successione; e così eccoci alla possibilità dei misti, la cui esistenza quindi non si può in ultima analisi concepire che in base alla sintesi prima del tutto, quale è appunto l' Unità assoluta. Non elementi adunque in realtà esistono, ma bensì solo *elementati*, come dice il Cusano, mutuando in proposito un termine già usato da Raimondo Lullo, per quanto in senso diverso; il palpito fondamentale della loro essenza è l' univer-

(1) Cfr. su ciò: CUSANO, *De docta ign.*, II, 5.

(2) DUCHEM, op. cit., pag. 121.

salità stessa della natura, che è per sè uguaglianza virtuale, in quanto alterità prima senza limiti dell' Unità assoluta; tale uguaglianza però passando dallo stato virtuale all' atto si differenzia, e le sue possibilità di differenziazione sono eguali in ogni sua parte, per quanto in proporzione diversa, il che è perfettamente conforme al principio cosmologico espresso colla formola: *Quodlibet in quolibet.*

Connessa con la dottrina dei misti sta anche per il Nostro la nozione d'*atomo.* Per l'intelletto l'atomo non esiste, in quanto lo si concepisce colla ragione come l'estremo indivisibile, giacchè intellettualmente si può pensare ad una divisibilità *quae crescit in infinitum*, come dice il Cusano stesso; solo per la ragione bisogna ammettere che *actu dividendo ad partem actu indivisibilem devenitur, quam atomum appello.* Come si vede, siamo col Cusano, per ciò che riguarda la nozione di atomo, ad un'anticipazione, non nuova però nella storia della filosofia, di una delle famose antinomie del Kant, antinomie che il Nostro risolve in base alla distinzione tra intelletto e ragione; è solo con quello infatti che noi possiamo ascendere alla sintesi dell'uguaglianza, mentre con questa non possiamo che scorgere le differenze. Orbene dal lato intellettuale, divisibilità all'infinito approda appunto all'universalità indifferenziata, che è fondamentale nel tutto; la divisibilità fin ad un certo punto approda invece ad una distinzione prima attuata; il che vuol dire coll'intelletto noi riusciamo ad intuire l'universalità ed infinità negativa, perchè senza limiti della natura, in quanto è concretazione prima dell'infinità privativa assoluta; colla sola ragione invece a tale intuizione non si arriva, per il che sarà necessario fermarsi ad una distinzione prima. In altri termini, se consideriamo l'universo rispetto a Dio, di atomi non si potrà parlare, mentre ad essi sarà necessario approdare considerando il medesimo rispetto alle cose: opinioni queste perfettamente conformi alle dottrine metafisiche e cosmologiche del Nostro, in quanto anche l'atomo, come il tempo e lo spazio, si giustifica in rapporto alla nozione fondamentale di sintesi e di sviluppo. Come il tempo infatti nasce dall'esplicazione del *nunc* assoluto, sintesi di ogni tempo per il tramite dell'infinità dell'universo, come lo spazio s'inizia per una parallela esplicazione del moto dalla quiete assoluta, sintesi di ogni moto, così anche l'atomo, sempre attraverso l'infinità della natura, e coll'atomo i misti si iniziano collo svolgimento delle differenze dall'uguaglianza, sintesi di ogni differenza; la ragione, per sè, non può uscire dal tempo,

dallo spazio e dall'atomo; l'intelletto però può trascendere tutto ciò per via dialettica, come per via ontologica tutto ciò trascende Iddio. Trascendere ciò vuol dire approdare all'infinito, ed ecco perciò che questo sarà intuito dall'intelletto come un assoluto *nunc*, come assoluta *quies*, come assoluta *aequalitas*.

Anche qui dobbiamo dire che per lo più coloro che, dopo il Cusano, hanno sostenuto la dottrina degli atomi non hanno visto il valore di tale nozione nel Nostro, in quanto non ne hanno accettata la giustificazione filosofica. Si è anche per tale argomento, come per altri, integrato alla rovescia ciò che poi si è attuato dall'Hegel rispetto al Kant. Quegli si è fatto forte del criticismo di questo per affermare l'identità fondamentale di ogni differenza, anche dei contradditori; gli atomisti, invece dopo il Cusano sono passati sopra ad una tale nozione di eguaglianza fondamentale e continua per affermare solo le differenze e le discontinuità. Egli è che tali posteri non hanno più voluto usare di quel *berillo*, con cui il Cusano, opponendosi alla setta di Aristotele, che reputava eresia la coincidenza dei contrarii, ha potuto, come egli stesso dice, godere di una vista più penetrante della realtà, in quanto questa, sotto l'azione di quella lente, gli è apparsa anche ne' suoi contrarii come uguaglianza nel seno infinito di quel principio, che tutta la riunisce, perchè da esso tutto deriva!

Fuori di metafora, ciò vuol dire che gran parte di quei che sono venuti dopo il Cusano non hanno più saputo conservare quel profondo senso filosofico, che non è altro che intuizione più o meno acuta dell'infinito, e dell'universale, la quale rappresenta senza dubbio la parte più bella, più nuova e più feconda di tutta la speculazione del Nostro!

§ 5. Ed ora veniamo a parlare del quarto libro dell'*Idiota* noto, come già si è detto, col titolo: *De staticis experimentis*. Lo scopo principale di tale libro è quello di descrivere le molteplici applicazioni della bilancia, scopo, come si vede, di natura in apparenza prevalentemente fisico, a comprendere il quale non c'è bisogno di tutta quella speculazione metafisica, che non viene mai meno nelle altre opere del Cusano, e tanto meno in quei primi tre libri dell'*Idiota*, ai quali si aggiunge come quarto quello di cui stiamo discorrendo.

É forse anche per tale più facile lettura, come osserva

anche il Duhem (1), che un tal libro ha goduto subito di una gran voga, tanto da essere stato probabilmente (2) stampato prima e separatamente da tutte le altre opere del Cusano nel 1476.

Il Nostro comincia in tale suo libro a parlare del metodo esperimentale (l'espressione è del Cusano stesso) da usarsi anche in medicina: è necessario, egli dice in proposito, che il medico conosca bene tutte le variazioni di peso, che avvengono negli elementi del nostro corpo, variazioni che si attuano non solo per il mutamento delle condizioni fisiologiche intrinseche, ma anche per il variare delle condizioni estrinseche dell'ambiente. Determina poi il Cusano i metodi più precisi in base a cui stabilire il peso assoluto ed il peso specifico dei corpi; formola poi il principio idrostatico, noto col nome di principio di Archimede; parla delle diverse misture di metalli per ottenere le leghe migliori da usarsi nel conio delle monete; afferma il peso dell'aria, indica il modo di poterlo ottenere con una specie di igrometro a peso, col quale si potranno fare anche buone congetture, intorno allo stato dell'atmosfera ed al cambiamento di tempo. Parla poi della profondità del mare, della velocità delle navi, del modo con cui misurare la forza muscolare e di respirazione negli uomini; riconosce la differenza di peso per il medesimo elemento secondo le sue condizioni fisiche diverse, così per esempio, afferma il ghiaccio più lieve dell'acqua; disputa intorno alla misura del tempo, ed afferma che sempre i dati dell'esperienza si devono ritenere di maggior valore che non quelli dell'astrologia; parla di acustica, degli strumenti musicali e dell'armonia come elemento fondamentale in fatto di musica; riconosce tutto il valore del principio d'inerzia dicendo espressamente che una palla perfettamente rotonda sur una superficie perfettamente piana tende a perseverare all'infinito nel moto che fosse ad

---

(1) Duhem, op. cit., pag. 238.

(2) Diciamo probabilmente, chè la notizia della prima edizione del *De staticis experimentis*, che si sarebbe fatta nel 1476, ci è data ripetutamente dal Duhem (op. cit., pag. 104 e 238), ma egli non ci dice la fonte donde abbia attinto tale notizia, nè noi siamo riusciti a trovarla. In errore è in proposito il Gerlach quando (op. cit., pag. 221) pare voglia affermare che la prima edizione del *De st. exp.* sia quella di Strasburgo del 1550, chè tale libro, come quello dell'*Idiota*, era già apparso nell'edizione prima tedesca (anteriore senza dubbio al 1500) ed in quella italiana del 1502, e nell'altra parigina del 1514. Cfr. su ciò la prefazione all'edizione del *De docta ignorantia* da noi curata. Bari, Laterza, 1903.

essa impresso, rimanendo inalterate le condizioni esterne; parla infine di quel metodo per trovare il rapporto tra superfici diverse, di cui già si è avuto occasione di parlare e termina dando all'interlocutore, meravigliato per tante cose, questo precetto come fondamentale: *Totum ponderes!*

Non tutto quanto ha esposto il Cusano nel suo libro: *De staticis experimentis* è nuovo, nè tanto meno è definitivo. Non è nuovo perchè altri prima di lui avevano intuiti i medesimi problemi d'ordine fisico e naturale da lui in qualche modo presi in considerazione; basterebbe leggere solo quanto in proposito ha scritto Raffaele Caverni nella sua *Storia del metodo sperimentale in Italia;* non è definitivo, e basterebbe pensare solo agli sviluppi ed alle correzioni, a cui, per ciò che riguarda le soluzioni di tali problemi intuite dal Nostro, ha saputo, pochi anni dopo di lui, dar origine Leonardo da Vinci.

Ciò che è nuovo in tutto ciò, come anche nella dinamica svolta dal Cusano nel suo trattato *De ludo globi*, è la profonda significazione filosofica. Al principio di questa nostra memoria abbiamo affermato, come conseguenza delle stesse dottrine metafisiche del Nostro, la necessità di un' applicazione continua del criterio quantitativo di misura. Orbene anche tutto quanto ha scritto il Cusano nel *De ludo globi* e nel *De staticis experimentis* è prova per noi sicura ed evidente di ciò. Il Cusano in un passo del *De docta ignorantia* (1) parla della matematica meravigliosa di Dio, con che voleva dire che il processo delle entificazioni dall' uguaglianza prima assoluta alla molteplicità delle cose segue una traiettoria che noi possiamo rendere, per così dire, trasparente nel nostro spirito, facendo appello ai rapporti intercorrenti tra le entità matematiche. La mente nostra è misura *(mens a mensura)*, appunto perchè Dio stesso è la misura del tutto. Come egli attui tale misura noi non possiamo dire in modo adeguato, possiamo però esser persuasi che per l'analogia che corre tra i processi del nostro conoscere e quelli del suo creare, misurando (ed il misurare è il genere, di cui una specie è il *ponderare*, di cui appunto è questione nel *De staticis experimentis*) noi diamo la significazione per noi maggiore a tutto lo sviluppo delle alterità dall' infinita Unità, significazione che sarà per noi l' elemento pregiudiziale più fecondo per trascendere poi, il più efficacemente possibile, le distinzioni che sono frutto di un tal misurare, ed affisarci nella universalità dell' Assoluto.

In altri termini misurare vuol dire attuare colla maggior

(1) Cusano, *De docta ign.*, II, 14.

precisione possibile il potere discretivo della ragione, la quale, in base a tale potere, può insieme ed affermare e negare, quale è appunto l' ufficio suo; il senso non fa che affermare il singolo ed il particolare, la ragione lo sa invece distinguere da tutto ciò che esso non è, al qual scopo nulla serve tanto quanto l' integrare i criterii quantitativi del misurare e del pesare, in base a cui il singolo meglio si distingue dal suo altro, e meglio si delinea ne' suoi particolari confini. Non bisogna però fermarsi nella conoscenza all'uso di un tale criterio, che è per sè estrinseco alla vera natura della realtà; bisogna invece trascendere tutto quanto è prodotto dell' applicazione di un tale criterio, e questo prodotto portar su nella luce dell'intelletto che saprà poi, negando il particolare, affermare l' universale, negando il relativo, affermar l' assoluto, negando il definito, affermar l' infinito.

Così la diversità dell'intelligibile tende sempre più a fondersi nell' unità dell' intelletto, la quale però non saprebbe affermarsi se in certo qual modo l' intelletto stesso non scendesse nel senso, attraverso la ragione, per illuminare i dati di quello e di questa, il che avviene in base alla integrazione di quelle categorie che dall'intelletto si dipartono come altrettanti veicoli, che poi alla loro origine porteranno tali dati in condizione da poter essere fusi nell' unità intellettuale.

L' intelletto è la sintesi di tutto il conoscibile, come Dio è la sintesi di tutto il reale; quella sintesi però è in se stessa solo potenziale; perchè si attui uopo è che l' intelletto fecondi, per così dire, se stesso discendendo nell' ombra del sensibile, perchè tale ombra si illumini nella luce di quello.

È così che l'intelletto, mentre per sè è *absolutus* da tempo, spazio e quantità o misura, uopo è che per discendere al sensibile dia origine alle necessità appunto dell' uno, dell' altro e dell' altra, per poi considerare il tutto fuori di esse.

Tutto ciò è perfettamente analogo a quanto avviene nello sviluppo dell' alterità dall' Unità assoluta, la quale mentre in sè è fuori del tempo, dello spazio e della quantità, a tutto questo dà origine col suo discendere nelle cose, in quanto fa che queste sieno, e sieno in modo che il loro essere profondo inerisca sempre nell' universalità, donde derivano; se ciò non fosse, le cose non sarebbero, precisamente come se l' intelletto nei dati del senso non discendesse, queste non sarebbero conoscibili, perchè non potrebbero mai inerire nell' unità intellettuale, diventare cioè attualità dell' intelletto stesso, in cui appunto la loro ombra diventa luce, la loro opacità diventa splendore.

Tale è, secondo il nostro giudizio, il valore filosofico del criterio quantitativo delineato ed attuato dal Cusano nelle ricerche d'ordine, solo apparentemente, fisico e naturale, ma in realtà sempre convergenti a quell'interpretazione metafisica delle cose, a cui tutto è rivolto il suo sistema; tale è il motivo per cui abbiamo affermato che tale criterio, in quanto si attua nel fatto del misurare, è anch'esso frutto necessario delle dottrine svolte dal Nostro sulla base della *docta ignorantia* intorno ai problemi riguardanti Dio, l'Universo ed il Pensiero.

Ciò che abbiamo detto a proposito della nozione di misura, ed in genere del criterio quantitativo quale si trova nel *De staticis experimentis*, potremmo ripetere a proposito del concetto di forza od *impetus*, quale si trova nel *De ludo globi*. Dall' analisi che abbiamo fatto di quest' opera infatti ben possiamo conchiudere che tutto il sistema di dinamica, che in essa si svolge, approda ad intuizioni d' ordine altamente filosofico, e precisamente a queste due, secondo il nostro giudizio: 1) nulla si può comprendere di tutto quanto è manifestazione di forza se non in quanto si trascende la concezione di fatto per conquistare quella di atto; 2) ciò che caratterizza il divenire del tutto è un' unità fondamentale d' impulso od *impetus*, sicchè l' identità profonda delle cose coincide perfettamente in un' identità d' impulso, che porta con sè anche un' identità di fine in mezzo a diversità di risultati, intuizioni queste perfettamente conformi, e la dimostrazione sarebbe facile, coi fondamenti di tutto il sistema del Nostro.

E così, per conchiudere, ecco un' altra novità ed un altro merito della speculazione del Cusano: quello cioè di avere intuito che il procedere naturalistico è già per sè stesso parte di un problema più vasto e più complesso. Tale procedere dal Cusano non è concepito come fine a sè stesso, ma come mezzo per un'ascensione maggiore ed una penetrazione più profonda; in altri termini nel Nostro esso già comincia ad imporsi come un problema veramente filosofico, in quanto già lo si vede come parte della vita dello Spirito, il quale di quel mezzo adopera per maggiormente assurgere all' intuizione dell' Assoluto.

SUGLI ASSI D' EQUILIBRIO
E SULLA STABILITÀ ED INSTABILITÀ
DELL' EQUILIBRIO NEI SISTEMI ASTATICI

Nota di Matteo Bottasso

(Adunanza del 25 febbraio 1915)

Si deve al Möbius l'introduzione degli assi di equilibrio, dei quali ha pure svolta la teoria nell'ottavo capitolo del suo *Lehrbuch der Statik* (*).

Si dice che una retta è un *asse di equilibrio di* Möbius per un dato sistema astatico (**), d'un corpo rigido **C**, in equilibrio, quando tale equilibrio (astatico) permane dopo una rotazione arbitraria del corpo (o dei vettori delle forze) intorno alla retta stessa. Così è possibile parlare di assi di equilibrio di Möbius solo quando è nulla la somma dei vettori delle

---

(*) Leipzig, 1837, Erster Theil; oppure *Gesammelte Werke*, III, Leipzig, 1886, p. 185.

(**) Intendendo con ciò un sistema tale che i vettori delle forze, applicate ai singoli punti del corpo rigido, non variano quando si fa subire al corpo uno spostamento arbitrario, del quale basta tener conto della sola rotazione, astraendo dalla traslazione. In altro modo, si può supporre che il corpo rimanga fisso e che tutti i vettori delle forze subiscano la stessa rotazione; cioè che le forze ruotino intorno ai loro punti d'applicazione, in modo da conservare sempre fra esse gli stessi angoli. Siffatti sistemi sono anche stati chiamati *variati*, o di *forma invariabile*, riservandosi allora la denominazione di *astatico* all'indicato sistema quando le sue forze risultano in equilibrio in ogni posizione del corpo, ossia quando — come diciamo noi — il sistema è in equilibrio astatico.

forze, cioè il *vettore* **f** *del sistema* dato, e questo è in una *configurazione* d'equilibrio.

Per tale sistema di vettore nullo, il BARDELLI (*) ha pure dimostrato l'esistenza di rette, che ha chiamate *assi principali d'equilibrio* (parallele a tre direzioni ortogonali a due a due), tali che, con una rotazione d'un multiplo di semigiri intorno ad ognuno di essi, si ottiene una nuova configurazione d'equilibrio del sistema dato.

Per i sistemi astatici più generali sono poi state studiate delle rette aventi una qualche affinità con quelle ora indicate. Rientrano fra queste le rette chiamate dal SEGRE (**) *assi di equilibrio costante*. Fissata una di queste rette (nella configurazione considerata), il sistema risulta in equilibrio, e vi rimane anche dopo una rotazione arbitraria intorno alla retta stessa.

Non risulta invece siano state studiate, nei sistemi di vettore nullo ed in una configurazione arbitraria, le rette invariabilmente legate al corpo e suscettibili di diventare assi di equilibrio di MÖBIUS (***). Tali rette, quando esistano, le chiameremo *assi virtuali di equilibrio*.

Più in generale, dato un qualsivoglia sistema astatico ed un punto arbitrario A del corpo, possiamo considerare tali assi virtuali d'equilibrio, ed uscenti da A, per il sistema ottenuto aggiungendo al dato una forza applicata in A di vettore $-\mathbf{f}$; ossia, quando si supponga che il corpo rigido sia soltanto libero di rotare intorno al suo punto fisso A.

Si possono così domandare, per un dato sistema di vettore nullo, o per un altro sistema il cui corpo sia fissato in un punto A, le condizioni di esistenza dei detti assi virtuali d'equilibrio; il luogo dei punti A in cui esistono tali assi, per i sistemi nei quali $\mathbf{f} \neq 0$, ed il luogo di questi assi.

In questa nota si risponde appunto, nel § I, a queste varie

(*) G. BARDELLI, *Sugli assi di equilibrio* (Collectanea Mathematica in memoriam Dominici Chelini; Milano, 1881, pp. 183-198), p. 188.

(**) C. SEGRE, *Sull'equilibrio di un corpo rigido soggetto a forze costanti in direzione ed intensità* ecc. (Mem. della Soc. Ital. delle Scienze (dei XL), (3), VI, N.º 3, 1884).

(***) Analogamente a quanto è stato fatto, ad es., per gli *assi principali di rotazione* (pure del MÖBIUS) dei quali è stato studiato il luogo in tutte le posizioni del corpo: Cfr. G. DARBOUX, *Sur l'équilibre astatique* etc. (Mém. de la Soc. des Sciences de Bordeaux, (2) t. III. 1878, pp. 1-65) § X.

questioni, seguendo (in parte) quanto ho svolto in proposito in un volumetto sull' astatica (*) or ora pubblicato.

Si trova precisamente (n. 8) che, per i sistemi astatici generali, il luogo dei punti A, poc' anzi accennato, è formato dalle coniche focali di MINDING, e che il luogo di detti assi virtuali è formato dalle tangenti a queste coniche.

Di più, con la considerazione del *viriale*, si è potuto riconoscere per le (quattro od infinite) configurazioni di equilibrio del sistema, quando sia fissato un punto A del corpo (per $\mathbf{f} \neq 0$, mentre per $\mathbf{f} = 0$ tale punto è arbitrario), quando tale equilibrio risulta *stabile*, o *instabile*, o *indifferente*, ovvero può risultare delle varie specie ora dette, a seconda degli spostamenti considerati per il corpo, cioè (come diremo) è *indeterminato*.

In tal modo si trova (n. 13) che fra le indicate configurazioni di equilibrio rispetto al punto A ve n'ha sempre una (almeno) stabile ed un' altra instabile (se non sono tutte d'equilibrio indifferente), completando così (ed estendendo) la proprietà ottenuta — solo nella sua prima parte e nel caso di $\mathbf{f} = 0$ — dal SOMOFF (**).

Quando poi esistono infinite configurazioni di equilibrio, rispetto al punto fisso A, ho pure (n. 14) completamente dimostrata una proposizione enunciata dal SEGRE (*loc. cit.*, p. 25) a complemento del teorema di MINDING, completandola ulteriormente specialmente riguardo alle configurazioni di equilibrio isolate; e precisando pure cosa accade in ogni caso particolare.

I. Degli assi di equilibrio.

1. Supponiamo dunque che ogni punto P_i d'un corpo rigido **C** sia sollecitato, in ogni posizione del corpo, da una forza di vettore $\mathbf{f}_i$ (che per alcuni punti del corpo può essere nullo) e questo vettore rimanga invariabile allo spostarsi del corpo. Un tale sistema deve quindi riguardarsi come insieme delle coppie $(P_i, \mathbf{f}_i)$ e nello studio di esso ha importanza fonda-

(*) M. BOTTASSO, *Analyse vectorielle générale*, t. IV. *Astatique* (Mattei e C., Pavia, 1915). Nel seguito indicherò, per brevità, questo volume con *Astat.*, richiamando inoltre i precedenti volumi della stessa Collezione con *A. V.* seguito dal numero del volume stesso.

(**) J. SOMOFF, *Sur les forces qui ne changent pas d'intensité et de direction*, etc. (Mém. de l'Acad. Imp. des Sciences de St. Pétersbourg, (7), t. XXII, N° 9, 1876).

mentale la considerazione dell'omografia vettoriale

$$\sigma_A = \Sigma_i \, \mathrm{H}\left(P_i - A, \mathbf{f}_i\right), \tag{1}$$

funzione, oltrechè della configurazione del sistema $(P_i, \mathbf{f}_i)$, anche del punto A (*origine* dell'omografia σ_A).

Tuttavia se il *vettore del dato sistema astatico*, cioè:

$$\mathbf{f} = \Sigma_i \, \mathbf{f}_i, \tag{2}$$

è nullo, σ_A non varia al variare della sua origine, e si indicherà allora brevemente con σ.

L'essere l'omografia (1) una dilatazione, cioè $V\sigma_A = 0$, esprime la condizione necessaria e sufficiente perchè il sistema delle forze nella data *configurazione* (o posizione fissata del corpo **C** e dei vettori $\mathbf{f}_i$) del sistema $(P_i, \mathbf{f}_i)$, sia in equilibrio, o si riduca ad una risultante unica passante per A e di vettore $\mathbf{f}$ (*Astat.*, n. 83). Onde (*): *perchè il sistema sia in equilibrio (statico) occorre e basta che si abbia:*

$$\mathbf{f} = 0, \quad V\sigma_A = 0,$$

per un punto A (e quindi per tutti i punti) del corpo **C**.

Dal che segue pure che *se una retta è asse di equilibrio* (*di* Möbius) *od è asse virtuale d'equilibrio, sarà pure tale ogni sua parallela.*

2. Si ha allora il

Teorema. *La condizione necessaria e sufficiente perchè in una configurazione di equilibrio d'un dato sistema astatico* $(P_i, \mathbf{f}_i)$, *di vettore nullo, esistano degli assi di equilibrio (di* Möbius) *è che la ciclica,* $C\sigma$, *dell'omografia del sistema sia singolare; e tali assi sono appunto tutte e sole le rette parallele ad ogni direzione nulla per* $C\sigma$.

Quindi, secondochè questa ciclica $C\sigma$ *è semplicemente singolare, o doppiamente singolare, od è nulla, esistono e sono assi di equilibrio* (*di* Möbius) *tutte le rette d'una stella impropria, o d'una giacitura determinata, o tutte le rette dello spazio. Ciò accade rispettivamente quando l'omografia (dilatazione)* σ *soddisfa alla condizione:*

$$I_3\sigma = I_1\sigma \, . \, I_2\sigma, \tag{3}$$

(*) *Cfr.* M. Bottasso, *Sopra l'equilibrio astatico e sull'equivalenza di due sistemi astatici* (Rend. della R. Accad. dei Lincei, (5ª) v. XXIII, 2º sem. 1914, pp. 550-555), n. 2.

(ed ha perciò ∞^1 direzioni principali); od alle condizioni:

$$(4) \qquad I_2\sigma = -(I_1\sigma)^2, \qquad I_3\sigma = -(I_1\sigma)^3,$$

ed ha ∞^2 direzioni principali; od è $\sigma = 0$, e si ha l'equilibrio astatico.

Infatti, osserviamo dapprima che applicando ai vettori $\mathbf{f}_i$ delle forze una rotazione d'ampiezza θ, intorno ad una retta $A\mathbf{u}$, parallela al vettore unitario $\mathbf{u}$, cioè l'isomeria, ad invariante terzo positivo (*A. V.*, *I*, p. 50) (*):

$$(5) \qquad \varrho = \cos\theta + (1-\cos\theta)\, \mathrm{H}(\mathbf{u}, \mathbf{u}) + \mathrm{sen}\theta\, \mathbf{u} \wedge,$$

l'omografia σ' del sistema nella nuova configurazione sarà:

$$\sigma' = \Sigma(P_i - A, \varrho\, \mathbf{f}_i) = \varrho\, \sigma.$$

Perciò, supposto il sistema inizialmente in equilibrio ($\mathrm{V}\sigma = 0$), e che tale equilibrio permanga dopo una rotazione arbitraria intorno alla retta $A\mathbf{u}$, dovrà essere (*A. V. I*, p. 26 [1], p. 28 [3], p. 42 [2]):

$$(6) \quad 2\mathrm{V}(\varrho\sigma) = 2\cos\theta\, \mathrm{V}\sigma + (1-\cos\theta)(\sigma\mathbf{u}) \wedge \mathbf{u} + \mathrm{sen}\,\theta\, \mathrm{C}\sigma\mathbf{u} = 0,$$

qualunque sia θ; da cui si deducono subito le condizioni (*A. V.*, *I*, p. 42 [2]):

$$(7) \qquad \mathbf{u} \wedge \sigma\mathbf{u} = 0 \quad , \quad \mathrm{C}\sigma\mathbf{u} = 0.$$

Dall'ultima, $\mathrm{C}\sigma\mathbf{u} = I_1\sigma . \mathbf{u} - \sigma\mathbf{u} = 0$, segue subito la precedente (moltiplicando vettorialmente per $\mathbf{u}$), sicchè, come *condizione (unica) perchè il dato sistema in equilibrio (statico) ammetta ogni retta parallela al vettore* **u** *come asse di equilibrio*, si ha:

$$(7') \qquad \mathrm{C}\sigma\mathbf{u} = 0.$$

Poichè **u** non è nullo (anzi è unitario), questa esprime che la direzione di **u** è nulla per $\mathrm{C}\sigma$, la quale è perciò una omografia singolare. Affinchè ciò accada occorre e basta che si abbia (*A. V.*, *II*, p. 136 [9']):

$$I_3\mathrm{C}\sigma = I_3(I_1\sigma - \sigma) = -I_3\sigma + I_1\sigma . I_2\sigma = 0,$$

cioè, dev'essere soddisfatta la (3). Se $\mathrm{C}\sigma$ è semplicemente singolare ammetterà quale unica direzione nulla (*A. V.*, *I*, p. 160)

(*) Questa formula equivale alle tre formule (4) stabilite nel § I. dal BARDELLI (*loc. cit.*) e delle quali egli si è servito nella sua ricerca, rilevandone la superiorità (*loc. cit.*, p. 197) sulle formule di O. RODRIGUEZ, comunemente usate dagli altri autori.

quella del vettore $\mathrm{RC}\sigma\mathbf{x}$, che — ove non sia nullo — ha direzione costante qualunque sia il vettore $\mathbf{x}$; cioè esiste una sola stella impropria di assi d'equilibrio di Möbius.

Se invece $\mathrm{C}\sigma \neq 0$ è doppiamente singolare, essa si riduce ad una diade (dilatazione) e tutte le rette normali al vettore $\mathrm{C}\sigma\mathbf{x}$, di direzione costante, sono assi di equilibrio. Ciò accade quando e solo quando è verificata, oltre alla (3), la relazione (*A. V., II*, p. 136 [8']):

$$\mathrm{I}_2(\mathrm{I}_1\sigma - \sigma) = \mathrm{I}_2\sigma + (\mathrm{I}_1\sigma)^2 = 0;$$

ossia, tenendo conto della (3), quando son verificate le (4).

Infine, quando $\mathrm{C}\sigma = 0$, è pure necessariamente $\sigma = 0$ ed il sistema, che soddisfa alle condizioni $\mathbf{f} = 0$, $\sigma = 0$, è in equilibrio astatico (*Astat.*, n. 15). c. d. d.

3. Ricordiamo che si procede alla ricerca delle direzioni unite (o principali) della dilatazione σ, risolvendo l'equazione cubica (*A. V., I*, p. 160):

$$\mathrm{I}_3(t - \sigma) = t^3 - \mathrm{I}_1\sigma \, . \, t^2 + \mathrm{I}_2\sigma \, . \, t - \mathrm{I}_3\sigma = 0, \tag{8}$$

le cui radici a, b, c sono i parametri principali dell'omografia stessa; di guisa che se $\mathrm{i}, \mathrm{j}, \mathbf{k}$ è una terna unitario-ortogonale-destrogira di vettori paralleli alle corrispondenti direzioni unite di σ, si ha (*A. V., I*, p. 21 [2], p. 19 [7]):

$$\sigma = \begin{pmatrix} a\mathrm{i}, & b\mathrm{j}, & c\mathbf{k} \\ \mathrm{i}, & \mathrm{j}, & \mathbf{k} \end{pmatrix} = a\,\mathrm{H}(\mathrm{i}, \mathrm{i}) + b\,\mathrm{H}(\mathrm{j}, \mathrm{j}) + c\,\mathrm{H}(\mathbf{k}, \mathbf{k}). \tag{9}$$

Ora, il primo membro della (8) si riduce a

$$(t - \mathrm{I}_1\sigma)(t^2 + \mathrm{I}_2\sigma),$$

quando è verificata la (3), e si riduce a $(t - \mathrm{I}_1\sigma)^2(t + \mathrm{I}_1\sigma)$ quando son verificate le (4); quindi, nel primo caso due dei parametri principali sono fra loro opposti, e nel secondo caso due di tali parametri sono eguali ed il terzo è opposto agli altri due. Ed è noto (*A. V., I*, p. 160) che nella prima ipotesi σ ammette ∞^1 terne di direzioni principali, formate da una direzione determinata (corrispondente alla radice il cui modulo non è uguale a quello delle altre due) e da due altre qualsiasi direzioni ortogonali fra loro e normali alla prima; mentre nell'ultimo caso ogni direzione è principale per σ.

Poichè dalla (9) segue subito (*A. V., I*, p. 29 [4], p. 23 [5], p. 19 [8]):

$$\mathrm{C}\sigma = (b+c)\,\mathrm{H}(\mathrm{i}, \mathrm{i}) + (c+a)\,\mathrm{H}(\mathrm{j}, \mathrm{j}) + (a+b)\,\mathrm{H}(\mathbf{k}, \mathbf{k}), \tag{10}$$

supponendo in questa (ad esempio) $b = -c$, oppure $a = b = -c$, ne segue che $C\sigma$ ha come unica direzione nulla quella del vettore **i**, nella prima ipotesi, e tutte le direzioni normali a **k** nella seconda ipotesi.

Dunque, si ha che: *Ogni asse di equilibrio di* Möbius *è sempre parallelo ad una direzione principale dell'omografia* σ (*o direzione unita della dilatazione* σ), *del dato sistema astatico di vettore nullo; la sua direzione forma anzi una terna di direzioni principali di* σ, *insieme a due direzioni arbitratrie fra loro ortogonali e normali alla prima.*

4. Dalla (6) risulta subito che: *Le rette parallele alle direzioni principali* (*od unite*) *della dilatazione* σ *sono gli assi principali di equilibrio del* Bardelli; *cioè, applicando per es. ai vettori delle forze, una qualunque delle omografie*

$$(11) \qquad 1 - 2\,\mathrm{H}(\mathbf{i}, \mathbf{i}), \qquad 1 - 2\,\mathrm{H}(\mathbf{j}, \mathbf{j}), \qquad 1 - 2\,\mathrm{H}(\mathbf{k}, \mathbf{k}),$$

ciascuna delle quali è una rotazione di $(2\,\mathrm{n} + 1)\,\pi$ *radianti* (*per* n *intero arbitrario*), *intorno ad una delle dette direzioni* (*del corpo, o dei vettori delle forze*), *si ottiene sempre una nuova configurazione d'equilibrio del sistema dato.*

5. Osserviamo ora che, applicando per es. ai vettori delle forze (mantenendo fisso il corpo) una rotazione arbitraria (5), l'omografia (che, in generale, non sarà più una dilatazione) $\sigma' = \varrho\sigma$ del sistema nella nuova configurazione, ha ancora le stesse direzioni principali di σ, poichè queste sono invariabilmente legate al corpo, cioè *sono elementi astatici rispetto al corpo* (*Astat.*, n. 12) mentre la posizione $\mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}'$, assunta nello spazio dalla terna $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$, dopo che questa abbia subito la rotazione ϱ, darà le direzioni principali dell'omografia coniugata $\mathrm{K}\sigma'$, corrispondenti alle direzioni principali di σ', parallele ad $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$. Inoltre, in una tale rotazione non vengono mai alterati i quadrati dei parametri principali di σ' (*Astat.*, **n.** 40), cioè le radici dell'equazione cubica

$$(12) \qquad t^3 - \mathrm{I}_1(\mathrm{K}\sigma'.\sigma')\,t^2 + \mathrm{I}_2(\mathrm{K}\sigma'.\sigma').\,t - \mathrm{I}_3(\mathrm{K}\sigma'.\sigma') = 0.$$

Di più, *si conserva sempre costante l'invariante terzo dell'omografia* $\varrho\sigma$, poichè si ha (*A. V.*, *I*, p. 44 [2], p. 49 n. 29):

$$\mathbf{I}_3(\varrho\sigma) = \mathbf{I}_3\,\sigma\,.\,\mathbf{I}_3\,\sigma = \mathbf{I}_3\,\sigma.$$

Così, ad esempio, ciascuna delle rotazioni (11) muta il segno a due parametri principali, rimanendo con ciò invariato il prodotto (*A. V.*, *I*, p. 29 [2]) $\mathbf{I}_3\,\sigma = a\,b\,c$.

In tal modo si potrà concludere che: *se un sistema* $(P_i, \mathbf{f}_i)$ *in una sua configurazione iniziale d'equilibrio soddisfa alla* (3), *od alle* (4), *in ogni configurazione ottenuta applicando ai vettori delle forze una rotazione* (5) *arbitraria, l'omografia* σ' *ammetterà* ∞^1, *od* ∞^2, *terne di direzioni principali; e l'equazione cubica* (12) (*che ha per radici i quadrati dei parametri principali di* σ') *avrà rispettivamente una radice doppia, od una radice tripla. In ogni caso, la direzione delle rette del corpo inizialmente assi di equilibrio di* MÖBIUS, *cioè* (*dopo la rotazione*) *la direzione degli assi virtuali di equilibrio e due altre qualsiasi direzioni fra loro ortogonali e normali alla prima, formano una terna principale di* σ'.

6. Inversamente, *se è dato un sistema* $(P_i, \mathbf{f}_i)$ *di vettore nullo, in una configurazione arbitraria, per la cui omografia* σ' *l'equazione ammette due o tre radici fra loro eguali, esso ammetterà come assi virtuali d'equilibrio le rette aventi una direzione determinata* o, *rispettivamente, tutte le rette dello spazio* (*invariabilmente legate al corpo*).

Infatti, è noto che il sistema può sempre ricondursi in (almeno) quattro configurazioni di equilibrio, mediante una rotazione intorno agli assi statici di SIACCI (*Astat.*, n. 89). Considerando in una di tali configurazioni le due direzioni principali corrispondenti ai parametri di ugual modulo, se questi non sono opposti, si potrà sempre ottenere una nuova configurazione d'equilibrio in cui ciò accada, mediante una delle rotazioni (11), ognuna delle quali (come s'è detto) muta il segno a due parametri principali.

Dunque, si ha il

TEOREMA. *La condizione necessaria e sufficiente perchè un sistema* $(P_i, \mathbf{f}_i)$, *di vettore nullo, ammetta degli assi virtuali di equilibrio è che la sua omografia ammetta infinite direzioni principali.*

Soddisfatta tale condizione, è asse virtuale d'equilibrio del sistema ogni retta la cui direzione insieme a due direzioni arbitrarie ortogonali fra loro e normali all'asse formano una terna principale dell'omografia σ' *del sistema. Quindi, l'insieme degli assi virtuali di equilibrio, del sistema considerato, è una stella di rette quando l'equazione* (12) *ha una radice doppia; ed è formato da tutte le rette dello spazio quando la* (12) *ha un'unica radice tripla.*

In particolare (*Astat.*, n. 82, IV) *se il sistema* $(P_i, \mathbf{f}_i)$ *è riducibile ad una sola coppia astatica di forze, esso ammette come assi virtuali di equilibrio tutte le rette parallele al braccio astatico della coppia.*

7. Quanto si è ora esposto per i sistemi astatici di vettore nullo, si può immediatamente ripetere per un sistema astatico qualsiasi $(P_i, \mathbf{f}_i)$, d'un corpo rigido **C** obbligato a rotare intorno ad un suo punto fisso A, purchè si sostituisca la considerazione degli assi di equilibrio di Möbius (o degli assi virtuali d'equilibrio) con quella degli assi reali (o virtuali) d'equilibrio rispetto al punto A ed uscenti da questo punto; ed all'omografia σ' si sostituisca l'omografia σ_A, di origine A.

In tal modo si avrà, per es., dal teorema ultimo:

La condizione necessaria e sufficiente perchè un sistema astatico qualsiasi $(P_i, \mathbf{f}_i)$, *ammetta degli assi virtuali di equilibrio rispetto ad un punto* A, *è che l'omografia* σ_A *abbia infinite direzioni principali. E allora asse virtuale di equilibrio ogni retta la cui direzione, insieme a due arbitrarie direzioni ortogonali fra loro e normali alla prima, formano una terna principale. Perciò, secondo che il sistema ammette* ∞^1 *od* ∞^2 *direzioni principali, vi è un solo asse virtuale di equilibrio rispetto ad* A, *o tutte le rette per* A *sono assi virtuali di equilibrio rispetto a questo punto.*

8. Se consideriamo un sistema astatico generico $(P_i, \mathbf{f}_i)$, dotato di piano centrale unico, il luogo dei punti A la cui omografia σ_A ha infinite direzioni principali (*Astat.*, n. 86 I, a), è costituito dalle *focali di* Minding, invariabilmente legate al corpo **C**.

Se con a_1 ed a_2 s'indicano i moduli dei due semiassi $(a_1 > a_2)$ della *conica centrale* (imaginaria) di Darboux, posta nel piano centrale; con $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2$ due vettori unitari paralleli a tali assi; con $\mathbf{i}_3$ un vettore unitario normale al piano centrale, e con G il punto centrale, l'equazione dell'*ellisse focale di* Minding è (*Astat.*, n. 57)

$$(13) \quad P = G + (\sqrt{a_1^2 - a_2^2} \operatorname{sen}\varphi \, \mathbf{i}_2 + a_1 \cos\varphi \, \mathbf{i}_3) / \operatorname{mod}\mathbf{f},$$

e quella dell'*iperbole focale* è

$$(14) \quad Q = G + (\sqrt{a_1^2 - a_2^2} \operatorname{senh}\psi \, \mathbf{i}_1 + a_2 \cosh\psi \, \mathbf{i}_3) / \operatorname{mod}\mathbf{f}.$$

Le terne di direzioni principali, in ognuno di questi punti, sono formate dalle direzioni della tangente e di due qualsiasi normali (fra loro perpendicolari) alla curva nel punto considerato (*Astat.*, n. 63); ed i quadrati dei parametri principali sono rispettivamente (*Astat.*, pp. 69 e 70) $(a_2 \cos\varphi)^2$, a_1^2, a_1^2 per il punto P (13), ed $(a_1 \cosh\psi)^2$, a_2^2, a_2^2 per il punto Q (14). Finchè le due focali sono proprie, si ha una semplice infinità di direzioni principali.

Nel caso limite di $a_1 = a_2$ (in cui la conica centrale è un circolo imaginario) le due focali di MINDING, che possono tuttavia ritenersi sempre rappresentate dalle (13) e (14) (*Astat.*, n. 58), degenerano nella perpendicolare Gi_3 condotta al piano centrale per il punto centrale. Allora per i due punti

$$G \pm (a_1 / \text{mod}\mathbf{f})\, \mathbf{i}_3 ,$$

comuni alle due focali, così degenerate, tutte le direzioni sono principali. (*Astat.*, n. 64).

Dunque:

Se un sistema $(P_t, \mathbf{f}_t)$ *ha un piano centrale determinato, il luogo dei punti, rispetto ai quali esistono assi virtuali di equilibrio, è costituito dalle focali di* MINDING. *Finchè queste due coniche sono proprie, in ogni loro punto si ha come unico asse virtuale d'equilibrio la tangente alla conica; l'insieme di tali assi è perciò formato da tutte le tangenti alle due focali.*

Quando l'ellisse focale degenera in un segmento finito della perpendicolare al piano centrale, condotta per il punto centrale, e l'iperbole focale degenera nel segmento infinito, complementare del primo, della stessa perpendicolare, questa è asse (doppio) virtuale d'equilibrio rispetto ad ogni suo punto; inoltre ognuna delle rette, uscenti da uno qualunque dei due estremi dei detti segmenti, è asse virtuale di equilibrio rispetto al punto considerato. Tali assi virtuali d'equilibrio formano adunque le due stelle con centro nei due punti ora indicati.

9. Supponiamo che il sistema astatico si riduca a due sole forze astaticamente irriducibili, applicate in due punti della *retta centrale*, e coniugati nell'involuzione (ellittica) determinata sopra questa retta dal sistema dato (*Astat.*, n. 67). Le focali di MINDING sono allora sostituite dalla retta centrale e dal *circolo* (che ho appunto chiamato (*)) *focale*, che giace in un piano normale alla retta centrale, ha per centro il punto centrale, e per raggio la radice quadrata del modulo della potenza dell'involuzione della retta centrale.

Non esistono allora (*Astat.*, p. 93) punti A con ∞^2 direzioni principali; ed il luogo dei punti con ∞^1 terne principali è formato della retta centrale e dal circolo focale. Per ogni

(*) M. BOTTASSO, *Sistemi astatici equivalenti a due forze astaticamente irriducibili.* (Rendic. della R. Accademia dei Lincei, (5ª) v. XXIV, 1º sem. 1915, pp. 34-41; 197-204).

punto della retta centrale sono nulle tutte le direzioni normali alla retta. Per ogni punto del circolo focale, insieme alla direzione (nulla) normale alla retta centrale, sono principali (e non nulle) due direzioni arbitrarie, ortogonali fra loro e parallele al piano determinato dal punto e dalla retta centrale (*Astat.*, n. 79).

Dunque: *Per un sistema* $(P_i, \mathbf{f}_i)$ *equivalente a due forze astaticamente irriducibili, il luogo dei punti rispetto ai quali esistono assi virtuali di equilibrio è formato dalla retta centrale e dal circolo focale. La retta centrale è asse (doppio) virtuale di equilibrio rispetto ad ogni suo punto; ed ogni tangente al circolo focale è asse virtuale d'equilibrio rispetto al suo punto di contatto.*

10. Infine, se si ricorda (*Astat.*, n. 80) che per i sistemi astaticamente riduttibili ad una sola forza, tutte le direzioni sono principali (e nulle) rispetto al punto centrale G; mentre, rispetto ad ogni altro punto A, sono nulle tutte le direzioni normali alla retta AG, si avrà:

Se un sistema $(P_i, \mathbf{f}_i)$ *è astaticamente riduttibile ad una forza unica, applicata in un punto G, sono assi di equilibrio rispetto a questo punto tutte le rette uscenti da esso; ognuna di tali rette è pure asse virtuale di equilibrio rispetto ad ognuno dei suoi punti. Non esistono assi virtuali d'equilibrio fuori della detta stella di rette.*

II. Stabilità ed instabilità dell'equilibrio.

11. Dato un qualsiasi sistema astatico $(P_i, \mathbf{f}_i)$ d'un corpo rigido **C** soggetto (o no) a dei vincoli, possiamo determinare le configurazioni d'equilibrio (o posizioni d'equilibrio di **C**) considerando la funzione delle forze

$$\Sigma_i (P_i - A) \times \mathbf{f}_i = \mathrm{I}_1 \sigma_A ,$$

detta il « *viriale* nel punto A », la cui variazione, per uno spostamento infinitesimo del corpo, dà il lavoro virtuale delle forze. In tal modo possiamo anzi riconoscere se l'equilibrio è *stabile* od *instabile*. Precisamente, se in una delle configurazioni che può assumere il sistema dato, tale funzione è *massima*, la configurazione è d'equilibrio stabile, se invece è *minima*, la configurazione è certamente d'equilibrio instabile.

È facile riconoscere che i valori del viriale in A, corrispondenti a tutte le configurazioni del sistema per le quali il punto A del corpo **C** è fisso, si ottengono sia dando ai vettori

delle forze tutte le possibili rotazioni ϱ (5), sia assoggettando il corpo a tutte le possibili rotazioni intorno al punto A (*Astat.*, n. 110).

Ora osserviamo che l'omografia del sistema, d'origine A, dopo aver fatto subire la rotazione (5) ai vettori $\mathbf{f}_i$, diventa:

$$(15)\quad \varrho\,\sigma_A = \cos\theta\,\sigma_A + (1-\cos\theta)\,H(K\sigma_A\mathbf{u},\mathbf{u}) + \operatorname{sen}\theta\,\mathbf{u}\wedge\sigma_A,$$

ed il corrispondente viriale in A è (*A. V., I.*, p. 23 [5], p. 42 [1], p. 32 [1]):

$$(16)\quad I_1(\varrho\,\sigma_A) = \cos\theta\,\mathbf{u}\times C\sigma_A\mathbf{u} - 2\operatorname{sen}\theta\,\mathbf{u}\times V\sigma_A + \mathbf{u}\times\sigma_A\mathbf{u}.$$

Se in questa espressione, dipendente dall'asse $A\mathbf{u}$ e dall'ampiezza θ della rotazione, ci limitiamo dapprima a far variare θ, avremo che, quale funzione di questa variabile, essa avrà un massimo od un minimo quando

$$(17)\quad \frac{d}{d\theta}I_1(\varrho\,\sigma_A) = -\operatorname{sen}\theta\,\mathbf{u}\times C\sigma_A\mathbf{u} - 2\cos\theta\,\mathbf{u}\times V\sigma_A = \mathbf{u}\times V(\varrho\,\sigma_A) = 0,$$

e secondo che la derivata

$$(18)\quad \frac{d^2}{d\theta^2}I_1(\varrho\,\sigma_A) = -\cos\theta\,\mathbf{u}\times C\,\sigma_A\mathbf{u} + 2\operatorname{sen}\theta\,\mathbf{u}\times V\sigma_A$$

è negativa, o positiva. Da ciò segue intanto (Cfr. SEGRE, loc. cit., p. 7, n. 5):

Se un corpo rigido, soggetto ad un qualsivoglia sistema astatico di forze, è libero di rotare intorno ad una sua retta fissa qualsiasi ($A\mathbf{u}$), *esso avrà sempre due* (*almeno*) *posizioni d'equilibrio* [*soddisfacenti alla* (*17*)] *l'una stabile, l'altra instabile*; *e può passare dall'una all'altra mediante una rotazione di mezzo giro.*

12. Supposto invece che il corpo sia libero di rotare intorno al suo punto fisso A, si consideri quale configurazione iniziale una delle quattro (almeno) configurazioni d'equilibrio rispetto ad A (*Astat.*, n. 83). Si avrà così $V\sigma_A = 0$, e le precedenti (16), (17) e (18) diventano:

$$(16')\quad I_1(\varrho\,\sigma_A) = \cos\theta\,\mathbf{u}\times C\sigma_A\mathbf{u} + \mathbf{u}\times\sigma_A\mathbf{u} = (1-\cos\theta)\,\mathbf{u}\times\sigma_A\mathbf{u} + \cos\theta\,I_1\sigma_A,$$

$$\frac{d}{d\theta}I_1(\varrho\,\sigma_A) = -\operatorname{sen}\theta\,\mathbf{u}\times C\sigma_A\mathbf{u} = 0,$$

$$\frac{d^2}{d\theta^2}I_1(\varrho\,\sigma_A) = -\cos\theta\,\mathbf{u}\times C\sigma_A\mathbf{u}.$$

Ne risulta che per $\theta = 0$, il valore del viriale è indipendente da $\mathbf{u}$, giacchè si riduce ad $I_1 \sigma_A$ e la derivata prima, come ogni altra derivata d'ordine dispari, si annulla; la derivata seconda, e tutte quelle di ordine $4n$, per n intero e positivo, si riduce a $-\mathbf{u} \times C\sigma_A \mathbf{u}$, mentre il valore delle altre derivate d'ordine pari è $\mathbf{u} \times C\sigma_A \mathbf{u}$.

È facile allora riconoscere (*) che se il valore $-\mathbf{u} \times C\sigma_A \mathbf{u}$ della derivata seconda non è sempre nullo, ma non è mai positivo, o non è mai negativo (comunque varî $\mathbf{u}$), il viriale (16′) è necessariamente massimo, o minimo, nella configurazione iniziale d'equilibrio, epperò questa configurazione iniziale è, rispettivamente, d'equilibrio stabile, od instabile.

Se invece $\mathbf{u} \times C\sigma_A \mathbf{u}$ assume valori negativi e valori positivi al variare di $\mathbf{u}$, la funzione (16′) non ha nè un massimo nè un minimo assoluto, nella configurazione d'equilibrio considerata, e questo equilibrio è stabile per certi spostamenti, instabile per altri spostamenti, cioè è indeterminato.

Se infine $\mathbf{u} \times C\,\sigma_A \mathbf{u}$ è identicamente nullo, essendo $C\,\sigma_A$, al pari di σ_A, una dilatazione, dovrà essere $C\,\sigma_A = 0$, e quindi

---

(*) Sia infatti f una funzione delle variabili $x_0, x_1, x_2, \ldots$, della forma

$$f(x_0, x_1, x_2, \ldots) = h + \left(\frac{1}{2} x_0^2 - \frac{1}{4!} x_0^4 + \frac{1}{6!} x_0^6 - \ldots\right) \varphi(x_1, x_2, \ldots),$$

ove h è una costante, e φ è funzione delle variabili $x_1\ x_2, \ldots$. Per $x_0 = 0$ è allora:

$$\frac{\partial f}{\partial x_0} = 0, \ \frac{\partial f}{\partial x_1} = 0, \ \frac{\partial f}{\partial x_2} = 0, \ldots,$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_0^2} = \varphi(x_1, x_2, \ldots), \ \frac{\partial^2 f}{\partial x_0 \partial x_1} = 0, \ldots, \ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} = 0, \ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} = 0, \ldots;$$

e la funzione data ammette un massimo per ogni gruppo di valori delle $x_1, x_2, \ldots$ tale che $\varphi(x_1, x_2, \ldots) < 0$, e ammette un minimo sempre quando $\varphi(x_1, x_2, \ldots) > 0$.

Se $\varphi(x_1, x_2, \ldots)$ non è sempre nulla, ma è sempre negativa (positiva) o nulla, è ovvio che nell'intorno di $x_0 = 0$, qualunque siano i valori delle $x_1, x_2, \ldots$, la funzione non potrà assumere valori maggiori (minori) di h, e questo sarà quindi un massimo (minimo).

Se poi φ $x_1, x_2, \ldots)$ assume tanto valori positivi che negativi, nell'intorno di $x_0 = 0$, la $f(x_0, x_1, x_2, \ldots)$ assumerà sia dei valori maggiori come dei valori minori di h, e questo non sarà nè un massimo, nè un minimo (assoluto). Infine, quando la $\varphi(x_1\, x_2, \ldots)$ è identicamente nulla, la $f(x_0, x_1, x_2, \ldots)$ è sempre costante.

$\sigma_A = 0$; da cui segue essere identicamente nullo il viriale (16′) e l'equilibrio, della configurazione considerata, è indifferente. Allora il sistema si riduce astaticamente ad una forza, di vettore **f**, applicata nel punto A.

13. Ciò premesso, riportiamoci all'espressione sotto forma normale della dilatazione σ_A, mediante la terna **i**, **j**, **k**, parallela alle sue direzioni unite, ed i rispettivi parametri a, b, c, (n. 3), dalla quale si ha:

$$C\sigma_A = (b+c)\,H(\mathbf{i},\mathbf{i}) + (c+a)\,H(\mathbf{j},\mathbf{j}) + (a+b)\,H(\mathbf{k},\mathbf{k}).$$

$$\mathbf{u}\times C\sigma_A\mathbf{u} = (b+c)(\mathbf{u}\times\mathbf{i})^2 + (c+a)(\mathbf{u}\times\mathbf{j})^2 + (a+b)(\mathbf{u}\times\mathbf{k})^2.$$

Supposto che per i parametri principali si abbia (p. es.) $a^2 \geq b^2 \geq c^2$ e non siano tutti nulli ($\sigma_A \neq 0$), è chiaro che, qualunque sia l'asse $A\mathbf{u}$ della rotazione, $\mathbf{u}\times C\sigma_A\mathbf{u}$ sarà sempre positivo (negativo), non risultando anzi mai nullo se $a^2 \neq b^2 \neq c^2$, se a e b sono entrambi positivi (negativi). Se invece questi due parametri hanno segno opposto, $\mathbf{u}\times C\sigma_A\mathbf{u}$ potrà assumere (variando **u**) tanto valori positivi quanto valori negativi.

Comunque, se nella configurazione d'equilibrio considerata a, b non sono entrambi positivi (o entrambi negativi), si potrà sempre ottenere che ciò si verifichi in un'altra (almeno) delle configurazioni d'equilibrio (rispetto ad A), mediante una determinata delle rotazioni (11), ognuna delle quali cambia il segno a due parametri principali (n. 5).

Quindi, dopo quanto si è detto nel n. 12, si ha il

TEOREMA (*). *Fra le diverse configurazioni d'equilibrio d'un qualsiasi sistema* $(P_i, \mathbf{f}_i)$, *d'un corpo rigido* C, *libero di rotare intorno ad un suo punto fisso* A (*od affatto libero se* $\mathbf{f} = 0$), *ve n'ha sempre una* (*almeno*) *d'equilibrio* STABILE *ed un'altra d'equilibrio* INSTABILE, *se* $\sigma_A \neq 0$; *quando invece* $\sigma_A = 0$ (*cioè, il sistema è in equilibrio astatico, o si riduce ad una forza unica applicata in* A), *tutte le dette configurazioni sono d'equilibrio* INDIFFERENTE.

Ed anche: *Quando non sia* $a^2 = b^2 = c^2$, *oltre alle due configurazioni di equilibrio l'una stabile, e l'altra instabile, ora indicate, esistono altre due* (*almeno, e generalmente distinte*) *configurazioni d'equilibrio che non sono nè d'equi-*

(*) La dimostrazione di questa proposizione, per la sola parte riguardante l'equilibrio stabile, e nel caso di $\mathbf{f} = 0$, è stata fatta con i metodi ordinari dal SOMOFF (loc. cit., pp. 22 a 26) ed ha richiesto dei calcoli lunghi e laboriosi.

librio stabile, nè instabile in modo assoluto, cioè per tutte le rotazioni intorno ad A. *Ognuna di queste configurazioni risulta però d'equilibrio stabile, o instabile, od indifferente quando si supponga il corpo* **C** *obbligato a rotare intorno ad una retta fissata,* Au. *secondo che* $\mathbf{u} \times C\sigma_A \mathbf{u}$ *è positivo, o negativo, o nullo.*

14. Finchè $a^2 \neq b^2$, esiste una sola configurazione d'equilibrio stabile, ed una sola configurazione d'equilibrio instabile (in modo assoluto) rispetto al punto A, perchè s'avrà sempre $C\sigma_A \mathbf{k} \neq 0$.

Se supponiamo $a^2 = b^2 > c^2$, la retta $A\mathbf{k}$ risulta asse virtuale (unico) di equilibrio (n. 6) ed esistono ∞^1 configurazioni d'equilibrio (rispetto ad A, per $\mathbf{f} \neq 0$); e poichè in tali configurazioni i due primi parametri devono essere opposti (n. 3), esse non saranno d'equilibrio assolutamente stabile, o instabile, o indifferente; ma sono d'equilibrio indifferente ove il corpo sia soltanto libero di rotare intorno all'asse reale di equilibrio $\mathbf{Ak}$.

Se invece è $a^2 > b^2 = c^2$, la retta $A\mathbf{i}$ è asse virtuale di equilibrio (sempre rispetto ad A, per $\mathbf{f} \neq 0$) ed esistono ∞^1 configurazioni d'equilibrio in cui i due ultimi parametri sono opposti, ed in ciascuna di esse l'equilibrio è stabile, od instabile, secondochè il primo parametro risulta positivo, o negativo; cioè, secondochè (n. 5) è negativo, o positivo $I_3\sigma_A = abc$. Quando $a^2 > b^2 = c^2 = 0$, esistono ∞^1 configurazioni d'equilibrio stabile (in cui il parametro non nullo è positivo), ed ∞^1 d'equilibrio instabile.

Se $a^2 = b^2 = c^2 > 0$ esistono infinite configurazioni d'equilibrio stabile (con almeno due parametri positivi), ed infinite d'equilibrio instabile (con almeno due parametri negativi).

Notiamo ancora che per i sistemi aventi piano centrale determinato, questo piano è il luogo dei punti A per i quali $I_3\sigma_A = 0$ (*Astat.*, p. 33), e quindi esso separa i punti del corpo in cui $I_3\sigma_A < 0$, da quelli in cui $I_3\sigma_A > 0$.

Dopo ciò, ricordando quanto si è detto nei n. 8, 9, 10, si potranno senz'altro enunciare le proposizioni seguenti:

I.° *Per i sistemi astatici* $(P_i, \mathbf{f}_i)$ *con piano centrale unico, tutti e soli i punti delle focali di* Minding *godono della proprietà che, tenendo fisso uno di essi e lasciando libero il corpo di rotargli intorno, questo può assumere infinite posizioni di equilibrio. Per i punti dei due rami dell'iperbole focale (poichè sono da bande opposte rispetto al piano centrale) si hanno rispettivamente infinite configurazioni d'equilibrio* STABILE

($I_3\sigma_A < 0$), *od* INSTABILE ($I_3\sigma_A > 0$), *oltre ad una configurazione d'equilibrio* INSTABILE, *o* STABILE, *rispettivamente, e ad un'altra d'equilibrio indeterminato. Per ogni punto dell'ellisse focale, oltre ad una configurazione d'equilibrio* STABILE *e ad un'altra d'equilibrio* INSTABILE, *si hanno infinite configurazioni d'equilibrio* INDETERMINATO, *le quali sono però di equilibrio* INDIFFERENTE *per il gruppo delle rotazioni intorno alla tangente all'ellisse* (*).

Quando le due focali di MINDING *degenerano, sulla perpendicolare al piano centrale, per il punto centrale, in ognuno dei due punti comuni alle due focali si hanno infinite configurazioni d'equilibrio* STABILE, *ed infinite di equilibrio* INSTABILE.

II.° *Se un sistema* (P_i, $\mathbf{f}_i$) *è astaticamente equivalente a due forze, rispetto ad ogni punto della retta centrale esistono* ∞^1 *configurazioni di equilibrio* STABILE *ed* ∞^1 *configurazioni d'equilibrio* INSTABILE; *rispetto ad ogni punto del circolo focale, oltre ad una configurazione d'equilibrio* STABILE *ed un'altra d'equilibrio* INSTABILE, *si hanno infinite configurazioni d'equilibrio* INDETERMINATO, *che risulta* INDIFFERENTE *per il gruppo delle rotazioni intorno alla tangente al circolo. In nessun altro punto del corpo esistono infinite configurazioni di equilibrio.*

III.° *Se un sistema* (P_i, $\mathbf{f}_i$) *è equivalente ad una forza unica, applicata nel punto centrale G, tutte le configurazioni sono di equilibrio* INDIFFERENTE, *rispetto a questo punto. In ogni altro punto esistono* ∞^1 *configurazioni di equilibrio* STABILE *ed* ∞^1 *configurazioni di equilibrio* INSTABILE.

IV.° *Un sistema di vettore nullo ammette infinite configurazioni di equilibrio quando, e solo quando, è astaticamente equivalente a tre coppie astatiche, le cui braccia unitarie sono a due a due ortogonali e delle cui forze, pure mutuamente ortogonali* (*Astat.*, 88, n. 81), *due hanno la stessa in-*

(*) Il SEGRE (loc. cit., p. 25) ha dato questo teorema per la parte riguardante le ∞^1 configurazioni d'equilibrio, però senza la dimostrazione circa la distinzione della specie di questo equilibrio pei i punti dei due rami dell'iperbole focale. Inoltre (seguendo la terminologia d'allora) ha senz'altro chiamato *indifferente* (per i punti dell'ellisse) l'equilibrio non corrispondente nè ad un massimo nè ad un minimo (assoluto) della funzione, e che qui si è chiamato *indeterminato*.

tensità; in particolare, quando il sistema è riducibile ad una sola coppia astatica.

Se l'intensità della forza d'una delle coppie è minore dell'intensità (comune) delle altre due coppie, l'indicata infinità di configurazioni è d'equilibrio INDETERMINATO (INDIFFERENTE *per le rotazioni intorno al braccio della prima coppia*); *in ogni altro caso le dette configurazioni sono d'equilibrio* STABILE, *o* INSTABILE, *secondochè l'invariante terzo dell'omografia del sistema è negativo, o positivo.*

Torino, gennaio 1915.

LA MISURA DELLE SPESE RIPETIBILI COLL' ACTIO FUNERARIA

Nota del prof. PIETRO DE FRANCISCI

(Adunanza del 25 marzo 1915)

L'esame dei testi relativi alla misura delle spese ripetibili coll'azione funeraria vuol costituire il necessario complemento delle mie ricerche precedenti intorno alla legittimazione attiva e passiva in quest'azione (1): il problema non è poi del tutto indegno di attenzione, perchè anche qui i principî del diritto classico hanno subìto qualche alterazione, e i frammenti relativi hanno sofferto non pochi rimaneggiamenti.

Tuttavia la ricerca della misura, nella quale può essere chiesto il rifacimento dei *sumptus* mediante l'*actio funeraria*, deve essere necessariamente preceduta dall'altra diretta a fissare anzitutto quali spese si debbano intendere fatte *funeris causa*.

I *sumptus funeris* sono costituiti da tutto quanto è stato speso per il seppellimento o in occasione del seppellimento. A determinare l'estensione del concetto di *sumptus funeris* soccorrono pertanto dei criteri obbiettivi: nella l. 14, § 3, D. 11, 7, Ulp. 25 ad Ed. leggiamo:

> Funeris causa sumptus factus videtur is demum [*qui ideo fuit ut funus ducatur*] (2) sine quo funus duci non possit [*ut puta si quid impensum est in elationem mortui*] (3): sed et si quid in locum fuerit erogatum in quem mortuus inferretur, funeris causa videri impensum Labeo scribit, quia necessario locus paratur, in quo corpus conditur.

(1) v. *La legittimazione attiva nell'azione funeraria*, in *Filangieri*, 1915, fasc. 3-4; *La legittimazione passiva nell'azione funeraria*, in *Studii in onore di Silvio Perozzi*.

(2) *Qui ideo — ducatur*, gloss. sec. ed. ital.

(3) Gloss.? non è spiegazione superflua?

Tralasciando di discutere della probabilità dei due glossemi, i quali, del resto, non alterano affatto il pensiero di Ulpiano, appare dal testo, come nel *sumptus funeris causa factus* si comprenda non solo la spesa del trasporto funebre, ma anche quella fatta per l' acquisto del luogo di sepoltura. Il ragionamento di Labeone è preciso e solido: il *funus* non può ritenersi compiutamente eseguito, se non quando il cadavere sia effettivamente sepolto (questo anzi era secondo le credenze religiose romane l'atto essenziale); e quindi è spesa fatta *funeris causa* anche quella erogata nell'acquisto del *locus*, che ha accolto il cadavere.

Continua poi Ulpiano al § 4 della stessa legge:

> Impensa peregre mortui quae facta est ut (Impensa quae facta est ut peregre mortui, *scr.* Fadda) corpus perferretur, funeris est, licet nondum homo funeretur: idemque et si quid ad corpus custodiendum vel etiam commendandum factum sit, vel si quid in marmor vel vestem collocandam.

Accanto a questo paragrafo di Ulpiano dobbiamo collocare la l. 37 pr. D. 11, 7, un testo di Macro, estratto dal suo commento alla lex Iulia relativa alla *vicesima hereditatium*, che è stato inserito nel nostro titolo appunto allo scopo di precisare la natura del *sumptus funeris*.

> Funeris sumptus accipitur, quidquid corporis causa, veluti unguentum, erogatum est; et pretium loci in quo defunctus est: et si qua vectigalia sunt, vel sarcophagi et vectura: et quidquid corporis causa antequam sepeliatur, consumtum est, funeris impensam existimo.

Ai diversi giuristi è quindi comune il concetto che è *sumptus funeris* tutto quanto venne speso per la cura, la preparazione, la conservazione del cadavere, nonchè per il suo trasporto e per il seppellimento, ivi compresa anche la somma sborsata per l'acquisto del terreno.

Devono pure aggiungersi le spese del monumento? Ulpiano veramente nel § 4 parla solo di *marmor*, probabilmente la lapide, con iscrizione, e Macro nel pr. allude pure solamente al *sarcophagus*, vale a dire al marmo scavato nel quale è chiuso il cadavere. Per ciò che si riferisce al monumento conviene richiamare la l. 37 § 1, dove lo stesso Macro scrive:

> Monumentum autem sepulchri id esse Divus Hadrianus rescripsit, quod munimenti, id est causa muniendi eius loci factum sit, in quo corpus impositum est. itaque si amplum (amplius, *scr.* Mommsen) quid aedificari testator iusserit, veluti incircum porticationes eos sumptus funeris causa non esse.

Lo scritto di Macro riguarda materia fiscale, epperò si deve andar cauti nell'estendere all'*a. funeraria*, per il diritto classico, i principî che il rescritto di Adriano aveva fissato per limitare l'ammontare delle spese che dovevano dedursi come *sumptus funeris* dalle attività ereditarie, alle quali si applicava la *vicesima*. Secondo l'imperatore anche la spesa per il monumento rientra nei *sumptus funeris*, in quanto sia stata provocata da lavori necessari per l'adattamento e la sicurezza del luogo, nel quale il cadavere venne sepolto. La decisione imperiale riguardante problemi fiscali è stata introdotta dai compilatori nel nostro titolo e applicata da loro all'*a. funeraria*. Ma vigevano realmente gli stessi principî anche nel diritto classico? Il dubbio, oltrechè dalle considerazioni già esposte, è sorretto anche dal fatto che la fine del § 4 « *vel si quid in marmor vel vestem collocandam* » appare come un'aggiunta mal fatta al testo primitivo di Ulpiano. Delle vesti ci occuperemo fra poco: vediamo anzitutto che cosa debba pensarsi per il *monumentum*.

Non è improbabile, a mio credere, che su questo punto i giuristi classici non fossero affatto concordi: la prova delle divergenze è data dalla l. 1 § 19 D. 35, 2, Paul. lib. sing. ad leg. Falcidiam:

> De impensa monumenti nomine facta quaeritur, an deduci debeat et Sabinus ita deducendum putat si necessarium fuit monumentum extruere. Marcellus consultus an funeris monumentique impensa, quanta testator fieri iussit, in aere alieno deduci debeat, respondit non amplius eo nomine, quam quod funeris causa consumptus est, deducendum. Nam eius, quod in extructionem monumenti erogatum est, diversam esse causam: nec enim ita monumenti aedificationem necessariam esse, ut sit funus ac sepultura. idcirco eum, cui pecunia ad faciendum monumentum legata sit, Falcidiam passurum.

Qui non siamo più nel campo del diritto finanziario, ma in un tema essenzialmente privatistico: si tratta di vedere,

se agli effetti del computo della Falcidia si debbano dedurre non solo le spese del funerale ma anche quelle del monumento. Sabino propendeva per l'affermativa, nel caso in cui la costruzione del monumento fosse stata necessaria, applicando proprio lo stesso criterio, al quale si ispirava il rescritto di Adriano ricordato da Macro (l. 37 § 1 D. *h. t.*). Marcello invece era di opinione contraria in ogni caso, ritenendo che l'*impensa monumenti* non dovesse considerarsi compresa fra i *sumptus funeris*, e che anzi fosse qualcosa di ben distinto da questi. Quale fosse l'opinione di Paolo noi non possiamo dire con sicurezza: ci basti rilevare il contrasto fra Sabino e Marcello e l'esistenza, nella giurisprudenza classica, di due correnti opposte. Non è improbabile che le due opinioni si agitassero anche rispetto all'*actio funeraria*, e che Ulpiano accennasse alle divergenze in una parte del suo commento che i compilatori hanno soppresso. E così appunto potrebbe spiegarsi il carattere di appiccicatura che oggi presenta la frase « *vel si quid - collocandam* ». I compilatori poi hanno scelto l'opinione che comprendeva il monumento fra i *sumptus funeris*, nel caso in cui fosse stato necessario (l. 37 § 1 D. 11, 7, da essi richiamata certo a chiarire il loro pensiero), vale a dire proprio l'opinione sostenuta da Sabino in materia di Falcidia: mentre probabilmente Ulpiano, che vi includeva il *marmor*, escludeva l'*impensa monumenti* dal *sumptus funeris*, così come Marcello in tema di Falcidia. In caso contrario, infatti, l'opinione di Ulpiano ci sarebbe stata conservata, perchè sarebbe stata conforme a quella preferita dai compilatori, come dimostra l'inserzione nel nostro titolo del testo di Macro.

Ancora è *sumptus funeris* quello fatto « *in vestem collocandam* » come è dimostrato, meglio che dalla l. 14 § 4, dalla l. 46 § 3 D. *h. t.* (in altro senso interpolata). Dell'uso di vestire i cadaveri, che è rimasto sino all'età nostra (1), noi abbiamo per Roma innumerevoli attestazioni, sia negli scrittori giuridici (2), sia nei non giuridici (3). È quindi indubbio, che la spesa fatta per le vesti, delle quali il cadavere era stato ricoperto, rientrasse nel *sumptus funeris*. Ma rientra in questa spesa anche l'ammontare degli *ornamenta* che si sono seppelliti col cadavere? Nella l. 14 § 5 si legge:

(1) In Germania si preparano anche vesti speciali.

(2) v. per es. D. 11, 7, 46 § 3; D. 15, 3, 29.

(3) Ovid. Met. II, 134; Plut. Cato m. c. 11; Stat. Silv. V, I, 225. Cfr. FRIEDLÄNDER, *Darstellungen aus d. Sittengesch.* 8 ed., III, p. 133.

> Non autem oportet ornamenta cum corporibus condi nec quid aliud huiusmodi, quod homines simpliciores faciunt.

Il principio qui affermato è probabilmente classico, ma il testo originario di Ulpiano doveva essere più ampio. Il periodo « *non autem - faciunt* » appare infatti come la giustificazione dell'esclusione di quelle spese dai *sumptus funeris;* si doveva quindi in precedenza porre la questione, o almeno affermare che il *sumptus in ornamenta factus* non è *sumptus funeris.* Siamo, senza dubbio, di fronte ad un'altra mutilazione del testo di Ulpiano.

Ma, una volta determinato quali spese rientrino nel concetto di *sumptus funeris*, si presenta il secondo problema, più grave e interessante. Si tratta cioè di vedere se questa *impensa funeris* sia integralmente ripetibile o solo fino ad un certo limite.

Perchè su questo punto si possano raggiungere conclusioni attendibili è necessario tenere distinte due ipotesi: la prima è quella in cui il testatore abbia dato disposizioni intorno ai suoi funerali, la seconda quella in cui non si abbiano indicazioni o istruzioni.

È noto come in Roma, allo stesso modo che ai giorni nostri, i testatori usassero lasciare disposizioni intorno ai loro funerali. Ricorda Cornelio Nepote (1) come Attico: *elatus est in lecticula, ut ipse praescripserat sine ulla pompa funeris*: Svetonio (2), d'accordo con Dione Cassio, riferisce come Augusto avesse lasciato un *volumen* di *mandata de funere suo:* Plinio (3) narra come Cecilio Isidoro « *funerari se iussisse HS XI M* »*:* Seneca invece (4) voleva « *sine ullo funeris sollemni cremari se* ». L'uso è attestato da Ovidio (5):

> Saepe tamen patriae dulci tanguntur amore
> Atque aliquis moriens hoc breve mandat opus.
> Mittite me in Tiberim. Tiberinis vectus in undis
> Littus ad Inachium pulvis inanis eam.
> Displicet heredi mandati cura sepulchri
> Mortuus Ausonia conditur hospes humo.

---

(1) *Atticus*, 22.
(2) *Aug.* c. ult.
(3) *N. h.* XXXIII, 35.
(4) *De brev. vitae*, c. ult.; cfr. Tac. *Ann.* XV, 64.
(5) *Fast.* v. 653.

Così in un'iscrizione (1) appare come un veterano di Lambessa avesse disposto duemila sesterzi per il funerale e la tomba, somma che gli eredi avevano trovata troppo esigua e alla quale avevano aggiunto altri cinquecento sesterzi. Nè alcuno dimentica quella pagina di Plutarco (2), in cui si descrivono la meraviglia e l'indignazione suscitate in Roma dal testamento di Antonio, letto da Cesare in Senato, nel quale egli chiedeva che il suo cadavere fosse trasportato ad Alessandria per esservi affidato alla pietà di Cleopatra. Inoltre disposizioni per i funerali noi troviamo spesse volte ricordate nelle Pandette, così in D. 35, 2, 1, § 19; 34, 4, 30 § 2; 11, 7, 14 § 6.

Ora a me sembra, che, nell'ipotesi in cui il testatore avesse affidato ad alcuno il suo funerale o, anche senza questo, avesse fissate le cerimonie e più le somme da erogare a quello scopo, colui che agiva coll' *a. funeraria* non potesse pretendere una somma superiore, o una somma sborsata per cerimonie e pompe che il testatore non avesse richiesto: e in questa persuasione mi conferma il modo, col quale si esprime la l. 1 § 19 D. 35, 2 riguardo alla deduzione della spesa dalla massa ereditaria per il computo della Falcidia.

Ma colui che aveva fatto i funerali, non essendovi tenuto e aderendo in tutto alla volontà del testatore, aveva per i principii classici il diritto di essere rimborsato di tutte le spese, o solo di una parte di esse, nel caso in cui il testatore fosse un megalomane e le sue disposizioni fossero insensate e le spese esagerate in confronto al patrimonio?

Nella fine del § 6 della l. 14, sul quale ritorneremo fra poco, si legge:

> quid ergo si ex voluntate testatoris impensum est? sciendum est nec voluntatem sequendam, si res egrediatur iustam sumptus rationem, pro modo autem facultatium sumptum fieri.

Il principio espresso in questo periodo, che, formalmente presenta tanti indizi di rimaneggiamento compilatorio, deve essere avvicinato a quanto ci dicono altri testi, nei quali si dichiara che l'erede non è tenuto ad adempire le disposizioni insensate del defunto: così nella l. 113 § 5 D. 30 di Marciano è riferita proprio l'opinione di Papiniano tolta al libro III Responsorum, dove Papiniano, sotto la rubrica *de religiosis et*

---

(1) *C. I. L.* VIII, 3079.

(2) *Antoni.* 40.

sumpt. funerum (1), così scrive:

> Ineptas voluntates defunctorum circa sepulturam (veluti vestes aut si quo alia supervacua ut in funus impendantur) non valere *Papinianus libro III responsorum scribit* (2).

Si confronti ancora:

D. 28, 7, 27, pr. Mod. VIII Reg.

> Quidam in suo testamento heredem scripsit sub tali condicione 'si reliquias eius in mare abiciat,: quaerebatur cum heres institutus condicioni paruisset, an [*expellendus est ab hereditate*]. Modestinus respondit [*laudandus est magis quam accusandus heres, qui reliquias testatoris non in mare secundum ipsius voluntatem abiecit, sed memoria humanae condicionis sepulturae tradidit. sed hoc prius inspiciendum est ne homo, qui talem condicionem posuit, neque compos mentis esset. igitur si perspicuis rationibus haec suspicio amoveri potest, nullo modo legitimus. heres de hereditate controversiam facit scripto heredi*].

Ma, oltre questo testo tutto rimaneggiato e interpolato, (Eisele, Riccobono) (3), vedansi:

D. 34, 2, 40 § 2, Scaev. 17 Dig.

> Mulier decedens ornamenta legaverat ita: « Seiae amicae meae ornamenta universa dari volo ». eodem testamento ita scripserat: « funerari me arbitrio viri mei volo et inferri mihi quaecumque sepulturae meae causa feram ex ornamentis lineas duas ex margaritis, et viriolas ex smaragdis »: sed neque heredes neque maritus, cum humi corpus daret, ea ornamenta, quae corpori iussus erat adici, dederunt: quaesitum est, utrum ad eam, cui ornamenta universa reliquerat, pertineant an ad heredes. respondit non ad heredes, sed ad legatariam pertinere.

---

(1) Lenel *Pal.* Pap. 444.

(2) La menzione delle *vestes* come spesa inutile non contraddice a quanto abbiamo scritto: perchè senza dubbio Papiniano ha presente il caso in cui oltre le vesti necessarie si seppelliscano vesti di puro ornamento, quale la porpora tiria di Annia Priscilla, ricordata da Stazio, V, 1, 225.

(3) V. a. Beseler, *Beiträge*, III, 107: De Ruggiero, *Bull. I D. R.* 1911, p. 172.

C. 6, 35, 5, Alex. Sev. a. 224.

Non oportet ut indignis heredibus successiones auferri praetextu, quod in sepultura supremis defunctorum obtemperatum non fuisset.

Questi ultimi testi ci dimostrano solamente che non era raro il caso, in cui gli eredi non seguissero le volontà del defunto relative alla sepoltura: ma il principio che la disposizione insensata non valesse o non dovesse essere eseguita è affermato solo nella l. 113 § 5 D. 30 e nella fine della l. 14 § 6. Rispetto al primo di questi testi va notato che male si riallaccia al discorso precedente di Marciano, che il *circa*, ove si applicasse il criterio del Beseler (1), potrebbe offrire un altro appiglio a sostenere l'interpolazione e che anche la costruzione della frase *veluti-impendantur* è abbastanza contorta. Riguardo al secondo gli indizi formali sono ancor piú numerosi: così l'interrogazione *quid ergo si*, il sostantivo indeterminato *res*, l'altrettanto vago *egredi iustam (!) rationem*, il plurale *facultates*, l'impersonale *sciendum est*. Senonchè noi abbiamo richiamato altri testi, nei quali si ammetteva come cosa lecita che gli eredi non ottemperassero alla volontà del testatore, e non è impossibile che sia classico il principio fissato da Papiniano e riferito da Marciano, chissà a quale proposito, riguardo alle *ineptae voluntates*. Ma altro è dire che l'erede può non eseguire la volontà insensata, la fantasia del defunto, altro è negare, che colui il quale ha eseguito il funerale secondo quella volontà, possa essere rimborsato totalmente, come si legge nella l. 14 § 6 in fine. Dico cioè che, pur esistendo nel diritto classico la norma fissata da Papiniano, essa non doveva intaccare affatto il diritto alla ripetizione delle spese. Infatti o il funerale era fatto da colui al quale il *funus pertinet*, e in questo caso, ove egli avesse fatto spese sproporzionate non avrebbe potuto accusare che sè stesso, nè gli sarebbe stato possibile rivalersi su altri: oppure il funerale era stato fatto da un terzo, al quale l'obbligo dei funerali non incombeva, e allora sarebbe stato strano che questi, avendo adempiuto la volontà del *de cuius*, pel quale geriva il *negotium* (D. 11, 7, 1), non avesse poi a ottenere il rimborso.

A suffragare queste nostre affermazioni, soccorre poi un altro grave argomento, che è stato sin qui trascurato. È noto,

(1) *Beiträge*, III, p. 44 ss.: il nostro testo non è però fra quelli sospettati dal B.

come le funzioni di polizia degli edili si estendessero anche ai funerali, e come essi potessero non solo regolarne lo svolgimento, ma anche limitarne le spese (1). Oltre i dati riguardanti in genere quest'attività dell'edile (2), noi possediamo due iscrizioni le quali ci forniscono dati di grande interesse: in una di queste (3) si legge:

in hoc monumentum... corpus per aediles inferre licebit.

Ciò dimostra come l'attività di polizia si esplicasse nel concedere quasi dei *nulla osta* per la tumulazione in taluni monumenti. In un'altra, e precisamente nell'iscrizione relativa alla costruzione della ben nota piramide di Caio Cestio (4), contemporaneo d'Augusto, è detto, che, non avendo gli edili permesso agli eredi di seppellire col cadavere le stoffe attaliche (intessute d'oro) come Cestio aveva nel suo testamento disposto, gli eredi ne dedicarono poi il ricavo a costruire il monumento:

ex venditione Attalicorum, quae eis per edictum aedilis in sepulchrum C. Cestii ex testamento eius inferre non licuit.

Ma l'iscrizione è per noi ancor più importante poichè ci mostra l'esistenza di un editto edilizio in questa materia, la quale cadeva pertanto sotto un regolamento generale di polizia, che mirava a far applicare le leggi suntuarie (5).

È vero che qui siamo nel campo pubblicistico e che quindi il regime dell'*a. funeraria* era da quel regolamento indipendente: ma prescindendo dalla diligenza che gli edili potevano avere nell'applicazione di quel loro editto, non era iniquo che un funerale, il quale era stato compiuto senza cadere sotto le disposizioni di quello, non dovesse poi essere pagato a chi aveva prestato la sua opera e il suo denaro, semplicemente perchè troppo lussuoso e dispendioso a parere di un *iudex*, mentre tale non era sembrato ai magistrati? Io penso che appunto questo intervento, reale o nominale, dei magistrati, diretto a limitare le spese funerarie venisse a costituire il più valido appoggio a favore di colui, che aveva eseguito il funerale

---

(1) MOMMSEN, *Staasrecht*, II³ 1, p. 510 n. 1; KARLOWA, *R. R. G.* I. p. 252, v. a. già HUSCHKE, *Multa*, p. 332.

(2) Cic. *Phil.* 9, 7, 17; Ovid. *Fast.* 6, 663.

(3) *C. I. L.* VI, 12389.

(4) WILMANNS, *Exempla inscr. lat.* I, 216.

(5) V. a. Tac. *Ann.* III, 52-55.

senza cadere sotto le disposizioni dell'editto edilizio, e seguendo la volontà del testatore.

Per tutti questi motivi io credo che, come già rivelavano gli indizî formali, tutto il passo *quid ergo si - fieri* debba ritenersi interpolato. Il diritto classico doveva concedere, nel caso in cui si fosse compiuto il funerale, seguendo le istruzioni del defunto, il pieno rifacimento di tutte le spese essendo la limitazione di queste di competenza dell'edile, come autorità di polizia. I compilatori invece dal principio che la *ineptae voluntates* dei defunti non hanno valore, hanno dedotto che esse non *devono* essere seguite e hanno escluso che potesse essere rimborsato totalmente colui che avesse attuato le fantasie del defunto (1).

La seconda ipotesi è quella in cui il defunto nulla abbia disposto per i suoi funerali. In tal caso la regola generale intorno all'ammontare delle spese ripetibili parrebbe data da un passo di Ulpiano la l. 12 § 5 D. h. t.:

> Sumptus funeris arbitrantur pro facultatibus vel dignitate defuncti.

Conviene, per il momento, rinunciare a risolvere il problema se siamo davanti ad un passo genuino o ad un rimaneggiamento: il plurale *facultates* già è stato appuntato come compilatorio dall'Albertario, e anche l'uso del verbo *arbitrare* in questa materia male si spiega: ma si tratterebbe di indizi formali lievi, in base ai quali io non oserei — mi si accusi pure di eccessiva prudenza — affermare il carattere emblematico del testo (2).

Ma dove le traccie di rimaneggiamenti bizantini sono numerose e svariate è nel § 6 della l. 14, che parrebbe un commento della l. 12 § 5 e che vorrebbe fissare con precisione i criterî, cui il giudice dovrebbe seguire nel fissare l'aumentare delle spese ripetibili:

> Haec actio [quae funeraria dicitur] ex bono et aequo oritur: continet autem funeris causa tantum impensam non etiam ceterorum sumptuum. aequum autem accipitur ex dignitate eius qui funeratus est, ex causa ex tempore

(1) Sul lusso dei funerali, che era in Roma molto diffuso, v. FRIEDLÄNDER, *l. c.* p. 129 ss.

(2) Il LENEL, *Pal.* Ulp. 750 riattacca il testo al § 6, per cui esso dovrebbe riferirsi al caso e alla procedura speciale, in cui non sia avvenuta accettazione di eredità.

et ex bona fide, ut neque plus imputetur sumptus nomine quam factum est, neque tantum quantum factum est si immodice factum est: deberet enim haberi ratio facultatium eius, in quem factum est et ipsius rei, quae ultra modum sine causa consumitur.....

Anche questa parte del paragrafo non offre garanzie di piena autenticità. Noto anzitutto che nella frase « *haec actio funeraria dicitur* », l'inciso « *quae funeraria dicitur* » è una glossa o un'interpolazione. Ulpiano che scriveva in sede di materia non aveva nessun bisogno di aggiungere quella qualifica.

Nemmeno si può accettare senza riserva l'affermazione « *ex bono et aequo oritur* ». L'espressione *in bonum et aequum*, *ex bono et aequo* è anche altre volte interpolata (1). Così nella l. 18 pr. D. 21, 1 (2); nella l. 17 D. 28, 3 (3); nella l. 6 § 2 D. 23, 3 Pomp. 14 ad Sab. io credo pure interpolata l'espressione, che si incontra in frammenti già per altri motivi sospetti (4). La costruzione poi « *actio... ex bono et aequo oritur* » (cfr. actiones quae *ex maleficio oriuntur*) non mi sembra felice per un classico. Io penso, come già accennai in nota, che Ulpiano rilevasse qui il tipo della formula, per trattare poi dell'*officium iudicis* e che scrivesse:

Huius actionis formula in bonum et aequum concepta est.

Genuine possono essere le parole « *continet autem funeris tantum impensam* »: inspiegabile è il genitivo « *non etiam ceterorum sumptuum* », che non può essere retto da *impensam*, e che rivela il rimaneggiamento al quale il testo è stato sottoposto.

---

(1) Non si creda ch'io voglia negare che la formula dell'*a. funeraria* sia *in bonum et aequum concepta*. I frequenti richiami all'*aequitas* che troviamo nella nostra materia fanno ritenere probabile che la formula fosse costruita su quel tipo: verosimilmente Ulpiano, dopo aver accennato, nel nostro paragrafo, alle caratteristiche formali della *formula*, trattava in relazione con quelle dell'estensione dell'*officium iudicis*. I compilatori hanno soppresso tutta la discussione intorno agli elementi formali, e hanno trasportato il discorso nel campo del diritto sostanziale, come avviene presso di loro normalmente.

(2) EISELE, *Z. S. S.* XXVIII, 1909, p. 128; BESELER, *Beiträge* I. 87; II. 33, 20.

(3) Cfr. Fr. Ber. 4, 14 (*Coll.* III. 289: *Fontes*, ed. Baviera p. 355).

(4) D. 39, 2, 19, pr. (BESELER, I. p. 105); D. 40, 4, 22 (BESELER, II, p. 46): cfr. D. 35, 1, 32.

Concedo pure che Ulpiano, commentando la formula, scrivesse il periodo « *aequum-ex bona fide* »: ma io non sono disposto invece ad accettare come classico il resto, da *ut neque* sino a *consumitur*. Rilevo l'uso d'*immodice* (1), *rationem habere* già altre volte sospetto (2), il plurale *facultates*, il congiuntivo *deberet*: noto ancora che dopo l'indicazione dei limiti della libertà di apprezzamento del giudice e dopo l'indicazione dei criterî ai quali deve attenersi, tutto il resto è amplificazione inutile e qua e là banale, perchè dire, che si deve aver riguardo alle *facultates* e insieme alla *res* che *consumitur*, è proprio esprimere lo stesso concetto.

Epperò anche in questa parte del paragrafo appaiono manifesti i segni dell'elaborazione dei Bizantini, i quali sembrano mossi dal proposito di limitare l'ammontare delle spese ripetibili. Ulpiano, posto che la formula dell'*a. funeraria* era *in bonum et aequum concepta*, doveva, ripeto, a questo punto accennare alla portata dell'*officium iudicis* in quest'azione, ma con altri criterî e con principî di logica giuridica più rigorosi. I compilatori hanno qui trovato l'occasione, cancellando tutto ciò che Ulpiano scriveva in relazione colla struttura della formula, per insistere sulla necessità di moderare l'importo delle spese ripetibili: e il testo è stato così deturpato, che ci è impossibile ricostruire il dettato classico.

E altrettanto rimaneggiato io ritengo il § 10 della stessa l. 14, nel quale è affermato che le spese non devono essere troppo inferiori alla condizione sociale e alla posizione economica del defunto: in tal caso anzi si correrebbe il rischio di non essere affatto rimborsati:

> Iudicem, qui de ea aequitate cognoscit, interdum sumptum omnino non debere admittere modicum factum, si forte in contumeliam defuncti hominis locupletis modicus factus sit: nam non debet huius rationem habere cum contumeliam defuncti fecisse videatur ita eum funerando.

Anche questo paragrafo deve essere un rifacimento bizantino di quanto Ulpiano scriveva intorno all'*officium iudicis*, il quale doveva giudicare *ex dignitate*, *ex causa*, *ex tempore* e *ex bona fide*. Anzitutto incontriamo un accusativo *iudicem* che doveva essere retto da un *respondit*, *scripsit*, o altra espressione

(1) Cfr. oggi a. RICCOBONO, *Z. S. S.* 1914, XXXV, p. 253-254.

(2) D. 50, 17, 173 pr. = D. 42, 1, 19, 1: BONFANTE, *Storia*², p. 667: ALBERTARIO, *Z. S. S.* XXXII, 1911, p. 314; BESELER, III, p. 29.

simile: il testo è quindi stato ritoccato indubbiamente. Aggiungasi: iudicem, qui *de ea aequitate (!)* cognoscit; la costruzione *sumptum omnino non debere admittere* (cfr. *eas quae habent moram cum sumptu admittemus*, Bonfante, Storia, p. 684); sumptum... *modicum (!)* factum; *rationem habere*; l'*huius* che deve essere riferito a *sumptus* alquanto lontano; *fecisse videatur*, chi?; la forma gerundiva *ita eum funerando*. Gli stessi Bizantini, i quali hanno dichiarato che le spese eccessive non devono venir rimborsate, nemmeno quando fossero state ordinate dal defunto, escludono allo stesso modo, come in via di pena, che possano essere risarcite quelle così modeste da apparire quasi un'offesa al defunto. Tutto ciò deriva della mania bizantina dell'equità, dal desiderio di contemperare i diversi interessi; da un punto di vista scolastico poi il paragrafo si spiega coll'intenzione dottrinale di completare la trattazione contrapponendo all'ipotesi delle spese troppo grandi, quella delle spese troppo esigue.

Là dove il giurista classico, partendo dalla struttura della formula, indicava l'estensione dell'*officium iudicis* nella determinazione delle spese ripetibili, i maestri bizantini, coi loro svolgimenti, hanno voluto inserire le diverse ipotesi e suggerire le soluzioni; si veniva così perdendo in chiarezza e precisione tutto quanto si credeva d'acquistare in ampiezza e praticità.

Il diritto classico doveva concedere il pieno rifacimento delle spese, nel caso in cui questa fossero state fatte secondo la volontà del defunto: negli altri casi si rimetteva all'apprezzamento del giudice, che poteva tener conto di numerosi elementi pel suo giudizio.

I Bizantini, anche nella prima ipotesi, hanno ritenuto che non si dovessero ammettere le spese eccessive, ma nemmeno quelle troppo esigue, e hanno insistito in ogni caso nel suggerire la via intermedia, che a loro appariva, e veramente a torto, come la via dell'equità.

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO

PROGRAMMA DEI PREMI

DI

FONDAZIONE VALLAURI

PEI

Quadrienni 1915-1918 e 1919-1922

La Reale Accademia delle Scienze di Torino annuncia che, in esecuzione delle disposizioni testamentarie del Socio Senatore TOMMASO VALLAURI, conferirà un premio *a quello scienziato italiano o straniero che, nel quadriennio decorrente dal 1° gennaio 1915 al 31 dicembre 1918, abbia pubblicato colle stampe l'opera più ragguardevole e più celebre su alcuna delle scienze fisiche*, interpretando l'espressione « scienze fisiche » nel senso più largo. Questo premio sarà di lire italiane **ventiseimila.**

Per le stesse disposizioni ha stabilito un altro premio da conferirsi *a quel letterato italiano o straniero che avrà stampato la migliore opera critica sopra la letteratura latina nel quadriennio decorrente dal 1° gennaio 1919 al 31 dicembre 1922*. Questo secondo premio sarà di lire italiane **venticinquemila.**

I premi saranno conferiti un anno dopo le rispettive scadenze.

Essi non potranno mai essere assegnati ai Soci nazionali dell'Accademia, sì residenti come non residenti.

Le opere, che saranno inviate all'Accademia perchè siano prese in considerazione per il premio, non saranno restituite.

Non si terrà conto alcuno dei manoscritti.

FEBBRAIO 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	747.9	748.5	751.6	749.3	— 0.7	+ 2.7	+ 0.6	+ 2.7	— 2.9	— 0.1	—
2	55.0	55.1	56.5	55.5	3.3	4.1	0.6	4.4	5.5	— 0.9	—
3	58.8	57.8	56.7	57.8	0.1	4.4	0.2	4.8	3.6	+ 0.3	
4	55.1	54.5	54.5	54.7	2.4	3.8	1.4	4.4	4.9	— 0.4	—
5	54.6	52.8	53.4	53.6	— 0.8	+ 3.4	+ 2.2	+ 3.5	— 3.0	+ 0.5	
6	751.7	751.4	752.6	751.9	+ 2.0	+ 2.6	+ 1.2	+ 2.7	— 0.2	+ 1.4	2.9
7	53.6	53.2	55.4	54.1	1.8	2.9	2.0	3.3	— 0.3	1.7	7.9
8	56.1	55.1	55.3	55.5	2.0	4.8	3.0	4.9	0.0	2.5	0.6
9	51.9	49.7	48.3	50.0	2.8	1.3	1.6	3.1	— 0.2	1.8	19.7
10	40.8	39.2	40.7	40.2	+ 1.5	+ 2.0	+ 1.6	+ 2.5	— 0.2	+ 1.4	27.3
11	745.5	742.4	741.4	743.1	+ 1.0	+ 3.0	+ 1.4	+ 3.0	— 1.2	+ 1.1	11.3
12	41.6	42.3	44.4	42.8	1.7	2.2	1.9	2.6	0.1	1.5	16.2
13	46.0	45.5	45.2	45.5	0.7	2.5	2.6	2.8	2.2	1.0	3.8
14	38.9	36.7	36.7	37.4	1.1	1.9	1.6	2.0	0.2	1.1	21.5
15	40.3	41.8	44.2	42.1	0.0	+ 5.6	+ 2.4	+ 6.4	— 2.0	+ 1.7	5.7
16	748.1	749.7	752.3	750.0	0.0	+ 4.9	+ 1.8	+ 4.9	— 1.0	+ 1.4	—
17	55.5	55.3	54.7	55.2	+ 1.9	6.0	2.2	6.0	— 0.9	2.3	—
18	52.3	49.8	48.2	50.1	1.5	4.0	2.8	4.6	— 0.8	2.0	0.8
19	43.5	40.3	38.6	40.8	1.2	2.5	1.4	2.6	+ 0.1	1.3	12.0
20	32.8	26.1	27.2	28.7	+ 1.4	+ 2.3	+ 1.2	+ 2.5	— 0.2	+ 1.3	24.1
21	730.1	731.6	733.9	731.9	+ 1.0	+ 5.2	+ 2.6	+ 5.8	— 1.7	+ 1.9	8.5
22	33.4	28.8	27.1	29.8	3.2	4.4	3.4	4.4	— 0.3	2.7	12.5
23	27.4	29.1	33.7	30.1	3.0	9.1	6.5	9.5	+ 0.8	4.9	0.6
24	38.5	40.2	42.1	40.3	5.1	9.9	4.6	10.3	+ 2.1	5.5	—
25	47.6	48.3	50.1	48.6	+ 4.6	+ 7.2	+ 3.6	+ 7.9	+ 1.3	+ 4.3	—
26	753.6	754.0	755.8	754.2	+ 1.6	+ 7.4	+ 2.6	+ 7.5	— 0.7	+ 2.8	—
27	57.3	56.2	56.7	56.7	+ 1.6	+ 5.5	+ 2.4	+ 6.4	— 1.6	+ 2.2	—
28	53.2	48.3	48.0	49.8	— 0.7	+ 4.7	+ 1.2	+ 5.0	— 3.7	+ 0.5	—
M	746.82	745.84	746.62	746.43	+ 1.17	+ 4.30	+ 2.16	+ 4.66	— 1.18	+ 1.70	175.5

			mm							
Altezza	barom.	mass.	758.8	g. 3	Temperatura	mass.	+ 10°.3	g. 24
"	"	min.	727.1	" 22	"	min.	— 5°.5	" 2
"	"	media	746.43		"	media	+ 1°.70	

Nebbia il giorno 3. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21

Neve " 7. 9. 11. 14. 19. 20

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, e nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

FEBBRAIO 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	3.1	3.3	3.6	3.2	71	59	75	69.5	4	0	0	SW	SW	N	3
2	2.7	3.1	3.6	3.0	75	50	75	67.9	1	0	0	W	CALMA	N	3
3	3.6	4.0	3.5	3.7	78	63	74	72.9	8	3	2	CALMA	SW	SW	4
4	3.0	3.6	4.0	3.4	79	59	78	73.2	2	0	5	W	SE	NE	3
5	3.4	3.8	4.2	3.7	79	65	79	75.5	5	7	10	SW	SW	SE	4
6	4.5	4.9	4.6	4.6	86	89	92	90.2	10	10	10	SW	SE	NE	3
7	4.8	4.9	4.9	4.8	91	86	93	91.2	10	7	10	CALMA	SW	NW	3
8	4.7	5.1	5.1	5.0	89	79	89	86.9	7	7	10	W	W	SW	5
9	5.3	4.8	4.8	4.9	95	94	93	95.2	10	10	10	NE	NE	N	4
10	4.8	4.9	4.8	4.7	94	93	93	94.5	10	10	10	SW	CALMA	S	3
11	4.7	5.3	4.8	4.8	94	93	94	95.3	10	10	10	SW	NE	SW	4
12	4.9	5.0	5.0	4.9	94	93	95	95.6	9	10	6	E	SW	S	4
13	4.6	4.9	5.2	4.9	96	89	95	94.9	10	10	10	SW	CALMA	SE	4
14	4.8	4.9	4.8	4.7	96	93	93	95.6	10	10	10	NW	SW	W	5
15	4.4	5.5	4.9	4.8	96	80	89	89.9	9	0	3	CALMA	SE	N	2
16	4.2	5.2	4.7	4.6	93	79	89	88.6	9	0	2	SW	SW	NW	4
17	4.0	4.3	4.2	4.1	77	61	79	73.9	2	1	1	CALMA	SW	W	3
18	3.8	4.4	4.5	4.2	74	72	80	77.0	10	10	10	CALMA	CALMA	W	2
19	4.7	4.9	4.7	4.7	94	89	93	93.6	10	10	10	CALMA	CALMA	CALMA	3
20	4.9	5.0	4.6	4.8	96	93	92	95.3	10	10	10	E	E	NW	5
21	4.6	4.8	4.8	4.6	92	72	86	85.2	10	7	5	W	W	NE	3
22	5.1	5.9	5.3	5.3	88	93	90	92.1	10	10	10	NE	E	N	8
23	4.9	3.1	3.0	3.6	86	35	42	56.1	10	10	10	CALMA	NW	NW	11
24	3.0	4.7	4.5	4.0	45	51	71	57.5	6	6	8	W	SW	NE	7
25	4.6	4.2	4.4	4.3	72	55	73	68.5	4	4	5	N	W	W	4
26	3.1	3.9	3.8	3.5	59	50	68	60.8	4	3	3	NE	SW	NW	3
27	3.1	3.8	3.9	3.5	59	56	72	64.1	4	6	2	NE	SW	W	4
28	3.5	3.5	3.5	3.5	80	55	69	69.8	4	4	2	CALMA	NW	NW	5
M	4.17	4.49	4.42	4.28	83.14	73.07	82.54	81.10	7.4	6.7	6.6				

Tens. del vap. mass. 5.9 g. 22
" " " min. 2.7 " 2
" " " media 4.28
Umid. mass. 96 % g. 13 14 15
" min. 35 % " 23
" media 81.10 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
6	10	4	5	2	21	13	9	14

Media nebulosità relativa del mese 6,8

FEBBRAIO 1915

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d' Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	— 0.39	+ 0.28	— 0.14	— 0.06	— 0.19	+ 0.04	+ 0.64
2	— 0.41	+ 0.27	— 0.15	— 0.07	— 0.20	+ 0.04	+ 0.64
3	— 0.40	+ 0.25	— 0.16	— 0.09	— 0.21	+ 0.03	+ 0.64
4	— 0.42	+ 0.24	— 0.16	— 0.09	— 0.22	+ 0.05	+ 0.63
5	— 0.42	+ 0.24	— 0.17	— 0.09	— 0.22	+ 0.06	+ 0.62
6	— 0.43	+ 0.24	— 0.17	— 0.09	— 0.22	+ 0.05	+ 0.61
7	— 0.42	+ 0.23	— 0.16	— 0.10	— 0.23	+ 0.05	+ 0.60
8	— 0.40	+ 0.22	— 0.17	— 0.10	— 0.23	+ 0.04	+ 0.60
9	— 0.42	+ 0.23	— 0.17	— 0.10	— 0.23	+ 0.04	+ 0.60
10	— 0.38	+ 0.25	— 0.12	— 0.03	— 0.16	+ 0.07	agitato
11	— 0.36	+ 0.30	— 0.08	— 0.03	— 0.17	+ 0.12	+ 0.68
12	— 0.31	+ 0.31	— 0.06	— 0.00	— 0.15	+ 0.14	+ 0.72
13	— 0.30	+ 0.32	— 0.07	+ 0.03	— 0.13	+ 0.15	+ 0.72
14	— 0.26	+ 0.33	— 0.06	+ 0.05	— 0.10	+ 0.16	agitato
15	— 0.26	+ 0.34	— 0.02	+ 0.05	— 0.11	+ 0.18	+ 0.75
16	— 0.26	+ 0.34	— 0.02	+ 0.05	— 0.11	+ 0.19	+ 0.75
17	— 0.26	+ 0.34	— 0.02	+ 0.04	— 0.12	+ 0.20	+ 0.74
18	— 0.26	+ 0.33	— 0.00	+ 0.04	— 0.12	+ 0.20	+ 0.73
19	— 0.29	+ 0.33	+ 0.02	+ 0.05	— 0.09	+ 0.21	+ 0.73
20	— 0.30	+ 0.32	+ 0.03	+ 0.05	— 0.09	+ 0.23	+ 0.74
21	— 0.27	+ 0.32	+ 0.02	+ 0.06	— 0.08	+ 0.23	+ 0.79
22	— 0.26	+ 0.33	+ 0.02	+ 0.06	— 0.08	+ 0.22	+ 0.78
23	— 0.26	+ 0.33	+ 0.02	+ 0.06	— 0.08	+ 0.24	+ 0.79
24	— 0.30	+ 0.32	+ 0.03	+ 0.06	— 0.09	+ 0.26	+ 0.78
25	— 0.30	+ 0.32	+ 0.04	+ 0.04	— 0.11	+ 0.25	+ 0.76
26	— 0.31	+ 0.32	+ 0.05	+ 0.03	— 0.12	+ 0.25	+ 0.74
27	— 0.31	+ 0.31	+ 0.06	+ 0.03	— 0.12	+ 0.24	+ 0.74
28	— 0.31	+ 0.31	+ 0.07	+ 0.02	— 0.13	+ 0.26	+ 0.73

(*) Quota dello zero dell' idrometro sul livello del mare.

MARZO 1915

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	— 0.31	+ 0.30	— 0.08	+ 0.01	— 0.13	+ 0.27	+ 0.74
2	— 0.33	+ 0.29	— 0.09	+ 0.00	— 0.14	+ 0.22	+ 0.73
3	— 0.33	+ 0.29	— 0.10	— 0.01	— 0.15	+ 0.22	+ 0.73
4	— 0.34	+ 0.28	— 0.11	— 0.01	— 0.15	+ 0.18	+ 0.73
5	— 0.32	+ 0.28	— 0.08	— 0.02	— 0.16	+ 0.14	+ 0.72
6	— 0.32	+ 0.30	— 0.08	— 0.03	— 0.17	+ 0.10	+ 0.72
7	— 0.31	+ 0.32	— 0.09	— 0.01	— 0.15	+ 0.09	+ 0.72
8	— 0.31	+ 0.35	— 0.07	— 0.00	— 0.14	+ 0.08	+ 0.72
9	— 0.31	+ 0.37	— 0.07	+ 0.01	— 0.13	+ 0.05	+ 0.71
10	— 0.28	+ 0.37	— 0.05	+ 0.02	— 0.12	+ 0.05	+ 0.70
11	— 0.28	+ 0.38	— 0.05	+ 0.02	— 0.12	+ 0.04	+ 0.69
12	— 0.29	+ 0.38	— 0.05	+ 0.03	— 0.11	+ 0.04	+ 0.68
13	— 0.28	+ 0.38	— 0.06	+ 0.02	— 0.12	+ 0.03	+ 0.68
14	— 0.25	+ 0.39	— 0.07	+ 0.02	— 0.12	+ 0.04	+ 0.68
15	— 0.25	+ 0.40	— 0.08	+ 0.02	— 0.12	+ 0.04	+ 0.67
16	— 0.24	+ 0.40	— 0.08	+ 0.02	— 0.12	+ 0.07	+ 0.67
17	— 0.23	+ 0.41	— 0.08	+ 0.01	— 0.12	+ 0.09	+ 0.66
18	— 0.21	+ 0.45	— 0.07	+ 0.01	— 0.12	+ 0.10	+ 0.65
19	— 0.18	+ 0.47	— 0.03	+ 0.05	— 0.08	+ 0.09	+ 0.65
20	— 0.13	+ 0.49	— 0.00	+ 0.07	— 0.06	+ 0.09	+ 0.66
21	— 0.13	+ 0.51	+ 0.01	+ 0.07	— 0.06	+ 0.10	+ 0.67
22	— 0.11	+ 0.52	+ 0.01	+ 0.07	— 0.07	+ 0.12	+ 0.68
23	— 0.11	+ 0.52	+ 0.00	+ 0.07	— 0.07	+ 0.11	+ 0.68
24	— 0.12	+ 0.53	+ 0.01	+ 0.07	— 0.07	+ 0.09	+ 0.68
25	— 0.11	+ 0.54	+ 0.02	+ 0.08	— 0.06	+ 0.08	+ 0.67
26	— 0.11	+ 0.55	+ 0.02	+ 0.08	— 0.06	+ 0.08	+ 0.67
27	— 0.06	+ 0.57	+ 0.02	+ 0.09	— 0.05	+ 0.07	+ 0.67
28	— 0.02	+ 0.59	+ 0.05	+ 0.12	— 0.03	+ 0.07	+ 0.68
29	— 0.00	+ 0.60	+ 0.07	+ 0.15	— 0.00	+ 0.08	+ 0.69
30	+ 0.02	+ 0.62	+ 0.10	+ 0.17	+ 0.01	+ 0.08	+ 0.70
31	+ 0.05	+ 0.65	+ 0.12	+ 0.19	+ 0.03	+ 0.12	+ 0.70

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare

Adunanza dell'8 Aprile 1915

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. GIOVANNI CELORIA

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Berzolari, Bonfante, Buzzati, Celoria, Colombo, De-Marchi A., Gobbi, Jorini, Jung, Körner, Menozzi, Minguzzi, Murani, Novati, Pascal C., Sabbadini, Salvioni C., Taramelli, Vivanti, Zuccante.

E i SS. CC.: Bordoni-Uffreduzi, Capasso, Carrara, De Marchi M., Fantoli, Gabba L. jun., Grassi, Jona, Monti, Porro E., Somigliana, Supino C., Supino F., Tansini, Volta.

Giustificano la loro assenza, per doveri d'ufficio, il M. E. Del Giudice, vice-presidente, e, per motivi di salute, i MM. EE. Forlanini, Gabba L. senior, Lattes E., Sala, Vidari E.

L'adunanza è aperta alle ore 13.30.

Il presidente invita il segretario, M. E. prof. Murani, a leggere il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono, per la Classe di scienze matematiche e naturali, le seguenti:

Chitò G. Nuova ipotesi sulla causa dei terremoti e dei vulcani. Bergamo, 1915.

Haton de la Goupillière. Sur une propriété des progressions arithmétiques, Paris, 1914.

— Sur les sommes de puissances semblables des nombres entiers. Paris, 1915.

Platania G. Su l'emanazione di anidride carbonica nel fianco orientale dell'Etna. Acireale, 1914.

— Marmitte dei giganti di erosione marina. Roma, 1915.

— Le recenti eruzioni dell'Etna. Roma, 1915.

— Organizzazione internazionale per lo studio dei vulcani. Roma 1915.

Usai G. Sulle condizioni di indipendenza di un integrale semplice dal parametro. Pavia, 1915.

E delle opere acquistate, di questi giorni, per la Biblioteca, che sono le seguenti:

Catalogue of scientific papers, compiled by the R. Society of London, Serie 4, (1884-1900); Volume 13 (A-B); Vol. 14 (C-Fittig). Cambridge, 1914-15.

Il presidente dà quindi notizia delle lettere di ringraziamento all' Istituto dei professori Pietro Bonfante e Carlo Pascal, eletti nell'ultima adunanza membri effettivi; e dei professori Piero Martinetti, Ettore Stampini e Gioachino Volpe, eletti soci corrispondenti.

Si passa alle letture:

Il M. E. prof. Oreste Murani discorre de *La direzione del vettore di Fresnel in un raggio di luce polarizzata, desunta dal fenomeno di Zeeman;*

Il M. E. prof. Remigio Sabbadini riassume brevemente una sua nota *Sul testo delle lettere autografe del Boccaccio;*

Il M. E. prof. Carlo Salvioni discorre delle *Versioni emiliane della Parabola del figliuol prodigo*;

Il S. C. prof. Felice Supino espone alcune sue *Osservazioni sopra la struttura del mesenteron in alcuni insetti;*

In ultimo, essendo assente il prof. Salvatore Cherubino, per doveri d'ufficio, presenta e riassume brevemente la sua nota *Sulle curve e sulle superficie algebriche ammettenti un gruppo finito e ridotto di semiprojettività di 1ª e 2ª specie*, il M. E. prof. Berzolari. La nota era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata per la trattazione degli affari.

È all'ordine del giorno, anzitutto, la votazione per la nomina a soci corrispondenti nella Sezione di storia e filologia (Classe di lettere e scienze morali e storiche). Fatto lo spoglio delle schede, scrutatori i MM. EE. Sabbadini e Salvioni, risultano eletti soci corrispondenti nazionali i professori Giuseppe Fraccaroli della R. Università di Pavia e Clemente Merlo della R. Università di Pisa; e soci corrispondenti stranieri i professori Luigi Gauchat dell' Università di Zurigo e Cristoforo Nyrop dell' Università di Copenaghen.

Segue la nomina delle Commissioni per i concorsi scaduti il 1 aprile 1915. Su proposta del M. E. Jung, l' Istituto delibera che sia incaricata la presidenza della formazione di tali Commissioni.

Viene in appresso, nell'ordine del giorno, la proposta della Sezione di scienze politiche e giuridiche, di pubblicare nelle

Memorie della Classe di lettere, il lavoro del dottor Alessandro Visconti: *Le condizioni del diritto ai tempi dei re d'Italia dopo la caduta dell' impero Carolingio.* Riferisce sulla proposta, a nome della Sezione, il M. E. prof. Del Giudice, e, poichè il Del Giudice per doveri d'ufficio è assente, legge la sua relazione il segretario della Classe, M. E. prof. Zuccante. Indetta la votazione su detta proposta (vota, a norma di Regolamento, la sola Classe di lettere), la proposta stessa risulta approvata.

Viene ultima la proposta della Sezione di scienze matematiche, di pubblicare nelle *Memorie* della Classe di scienze il lavoro del dottor Enrico Bompiani: *Rappresentazione grafica delle ciclidi di Dupin e delle loro lossodromiche.* Riferisce sulla proposta il M. E. prof. Berzolari. Procedesi quindi alla votazione (vota la sola Classe di scienze) e la proposta risulta approvata.

L'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
G. ZUCCANTE

OSSERVAZIONI
SOPRA LA STRUTTURA DEL MESENTERON
IN ALCUNI INSETTI

Nota del S. C. Prof. FELICE SUPINO

(*Adunanza dell' 8 aprile 1915*)

Il Grassi nel suo magistrale lavoro sopra la malaria (1), accenna brevemente al fatto che nell'intestino medio dell'Anopheles si riscontrano delle fibre muscolari che formano una sorta di rete, le quali si trovano saldate ad uno strato amorfo che, come egli stesso dice, deve essere elastico, per potersi adattare alle varie condizioni di riempimento, o meno, dell'intestino, in modo che le fibre muscolari e lo strato amorfo, vengono a formare uno strato unico da lui chiamato tunica elastico-muscolare. Questa disposizione ha importanza perchè permette al mesenteron di dilatarsi molto in seguito al grande accumulo di alimento e così si potrebbe spiegare la ragione per cui nelle zanzare il mesenteron allo stato di digiuno è piccolissimo, ma può riempirsi di alimento in modo da rigonfiarsi grandemente. Ora si può domandarci se tale disposizione sia esclusiva delle zanzare o degli insetti in genere succhiatori di sangue o comunque di sostanze liquide, i quali appunto perchè ingeriscono alimenti liquidi presentano il mesenteron capace di dilatarsi molto, oppure si riscontri anche in insetti che hanno tutt' altro modo di alimentazione.

Io ho esaminato l'intestino di vari insetti sia allo stato adulto che allo stato di larva e, per quanto più o meno evidente a seconda dei casi, ho sempre riscontrato che nel mesenteron le fibre muscolari sono disposte con grande regolarità e cioè fra loro parallele. Ma fra gli insetti il cui modo di ali-

---

(1) GRASSI, *Studi di uno zoologo sopra la malaria*, Roma, 1901.

mentazione è assai diverso da quello dei Ditteri, è sopratutto nelle larve di alcuni Lamellicorni e più specialmente di Oryctes e generi affini, che ho potuto vedere e studiare bene le cose che qui sono oltremodo evidenti. È perciò sopra l'Oryctes che io baso principalmente la presente descrizione. La larva di Oryctes si nutre, come è noto, di sostanze vegetali in decomposizione.

A dire il vero, il tubo digerente delle larve dei Lamellicorni fitofagi, fu oggetto di ricerche per parte di vari autori, tra i quali ricorderò: Swammerdam (1), Ramdohr (2), Dufour (3), De Serres (4), De Haan (5). Descrizioni abbastanza esatte intorno all'anatomia e istologia del mesenteron della larva dei Lamellicorni, diedero: Sirodot (6), Simroth (7), Van Lidth De Jeude (8), Wertheimer (9) ed altri. La disposizione delle fibre muscolari del mesenteron delle larve dei Lamellicorni e precisamente delle larve di Oryctes, Phyllognathus, Tropinota ed Anomala, fu studiata dal Mingazzini (10); non starò dunque a dar qui la descrizione dettagliata della tonaca muscolare in queste larve.

---

(1) Swammerdam, *Bijbel der Nature*. Leyden, 1737.

(2) Ramdohr, *Abhandl. über die Verdauungswerkzeuge der Insecten*. Halle, 1811.

(3) Dufour, *Histoire comparative des métamorphoses et de l'anatomie des Cetonia aurata et Dorcus parallelopipedus*. Ann. Sc. Nat., Vol. 18, Paris, 1812.

(4) De Serres, *Observations sur les usages des diverses parties du tube intestinal des insectes*. Ann. Mus. H. N. Paris, Vol. 20, 1813.

(5) De Haan, *Mémoires sur les métamorphoses des Coléoptères. I Mem.: Les Lamellicornes*. Nouv. Ann. Mus. H. N. Paris, Vol. 4. 1835.

(6) Sirodot, *Recherches sur les sécrétions chez les insectes*. Ann. Sc. Nat. Vol. 10, Paris, 1858.

(7) Simroth, *Ueber den Darmcanal der Larve von Osmoderma eremita mit seinen Anhänghen*. Zeit. Gesammt. Naturw. Halle, 51 Bd. 1878.

(8) Van Lidth De Jeude, *De spijsverteringsorganen der Phytophage Lamellicornienlarven*. Utrecht, 1882.

(9) Wertheimer, *Sur la structure du tube digestif de l'Oryctes nasicornis*. C. R. Soc. Biolog. Paris, T. IV, 1887.

(10) Mingazzini, *Ricerche sul canale digerente delle larve dei Lamellicorni fitofagi*. Mittheil. zool. Station zu Neapel, 9 Bd. 1 Heft. 1889.

Solo dirò che nell' Oryctes da me preso in considerazione esistono bene evidenti fibre muscolari longitudinali e trasversali le quali sono fra loro parallele e normali, cioè disposte le une perpendicolarmente alle altre. Le fibre longitudinali costituiscono lo strato più esterno, quelle trasversali lo strato più interno.

Però mentre le fibre trasversali sono più o meno grosse, le longitudinali appaiono invece più uniformi e sottili e, salvo qualche eccezione, conservano la distanza fra loro meglio di quello che non facciano le trasversali.

Le fibre longitudinali sono lunghe quanto tutto il mesenteron, rimangono sempre uniche e sono fra loro più distanti; le fibre trasversali invece in speciali punti non si mantengono uniformi ma danno varie ramificazioni; sono inoltre di solito più grosse e più ravvicinate fra loro.

Il Mingazzini nel suo lavoro sopra citato, trae, dallo studio dei fasci longitudinali nel mesenteron di Oryctes e di Phyllognathus, le seguenti conclusioni:

« 1. Che i fasci longitudinali principali, come tutti gli altri della tunica muscolare del mesenteron, non si continuano nè allo stomodaeum, nè al proctodaeum, ma sono esclusivi del mesenteron.

2. Che il fascio longitudinale del dorso è composto di due fasci, i quali sono uguali e si mantengono assai ravvicinati nel primo e nel secondo segmento, mentre nel terzo si divaricano alquanto.

3. Che i fasci longitudinali laterali, semplici nel loro decorso, si dilatano alquanto nella loro terminazione al proctodaeum e che nel primo segmento mostrano un fascio supplementare di lunghezza eguale a circa un terzo della lunghezza del segmento stesso.

4. Che il fascio ventrale composto come il dorsale di due metà assai separate nel primo segmento, nel secondo segmento non rimane, come gli altri, aderente alla parete del mesenteron, ma se ne mantiene lontano, essendo solo attaccato alla parete del solco ventrale, mercè fibre striate e connettivali e membrane aniste, e ritorna poi ad essere aderente alla parete del mesenteron nel terzo segmento ».

Il Mingazzini fu anche il primo a studiare dettagliatamente un tessuto connettivo di forma affatto speciale, che occupa principalmente la parte mediana del mesenteron e forma i due cordoni ventrali sui quali poggia l'epitelio. Egli chiamò questo tessuto, tessuto mioideo per la somiglianza che hanno le sue

fibre con quelle del tessuto muscolare striato. Esso però non ha relazione intima colla tunica muscolare.

Anche Bizzozero (1) tratta brevemente dei muscoli dell'intestino degli insetti, ma non dice niente di speciale a questo proposito.

Rungius (2) nel suo lavoro sul tubo digerente della larva e dell' adulto del Dytiscus marginalis, annovera nell' intestino medio di questo insetto, come del resto si riscontra, egli dice, negli insetti in generale, le seguenti parti a cominciare dall' interno verso l' esterno: 1. l' epitelio; 2. le cripte; 3. la lamella di sostegno, su cui riposa l' epitelio; 4. la muscolare, costituita di muscoli longitudinali esterni e circolari interni.

Nessuno dunque, dopo il Grassi che, come ho detto l' ha brevemente accennata nella zanzara a proposito del suo studio sulla malaria, ha messo in evidenza la particolarità relativa ai fasci muscolari e alla tunica muscolare in genere, appartenente al mesenteron degli insetti, o neppure Berlese ne parla nel suo libro sugli insetti (3. Credo bene perciò descrivere, sia pur brevemente, questa disposizione che io ho potuto vedere bene evidente nel mesenteron della larva di Oryctes.

Secondo quanto ho potuto vedere si osserva dunque nel mesenteron della larva di Oryctes, che in rapporto ai fasci muscolari longitudinali e trasversali esiste una tenue membrana elastica amorfa, nella quale si trovano immerse le fibre, ciò che fa sì che le fibre stesse conservino una regolarità pressochè costante sia nella loro direzione che nella loro distanza reciproca. Tale disposizione è di molto interesse, perchè permette al mesenteron di dilatarsi e di restringersi convenientemente a seconda che contiene maggiore o minor quantità di alimento. In altri termini esiste qui una membrana elastica amorfa fondamentale, nella quale si trovano collocate con molta regolarità le fibre muscolari.

Per cui nel mesenteron di questi animali si riscontrano andando dall' esterno verso l' interno, quattro strati così disposti: 1. connettivo esterno; 2. membrana fondamentale ela-

---

(1) Bizzozero, *Sulle ghiandole tubolari del tubo gastro-enterico e sui rapporti del loro epitelio coll' epitelio di rivestimento della mucosa.* Atti R. Acc. Scienze, Torino, Vol. 27, 28, 1892 (note 5 e 6))

(2) Rungius, *Der Darmkanal (der Imago und Larve) von Dytiscus marginalis.* Zeitschr. f. wiss. Zoologie, Bd. 108, 1911.

(3) Berlese, *Gli insetti.* Vol. I, Milano, 1909.

stica amorfa, nella quale stanno immerse fibre muscolari disposte in direzione longitudinale le esterne, in direzione trasversale le interne; 3. membrana basilare amorfa, di natura connettivale, che appare nelle sezioni come una sottile linea rifrangente la luce; 4. epitelio.

Vari sono i metodi di ricerca da me adoperati per giungere a questi resultati, qui accennerò solo ai principali.

Per l'esame a fresco mi sono servito del metodo già adottato dal Mingazzini e cioè ponevo la larva nell'acido cromico all' 1 °/₀, alla temperatura di 40°-50° C. per circa 5 minuti; poi tagliavo il tegumento per mettere allo scoperto l'intestino e collocavo l'animale in acqua distillata, pure per 5 minuti circa. Quindi lo passavo in alcool a 70° e dopo un po' di tempo isolavo il mesenteron, lo tagliavo e ne facevo uscire il contenuto, e finalmente con un pennellino facilitavo lo sfaldamento dell'epitelio, rimanendo così la tunica muscolare del tutto pulita e senza che subisse alcuna alterazione. Questo metodo mi ha dato ottimi resultati.

Ho praticato inoltre le sezioni, colorando con vari metodi ed adoperando anche le reazioni speciali per il tessuto elastico.

Ora, tanto con l'esame a fresco che con quello sulle sezioni, ecco quanto si osserva.

A fresco si vedono le fibre muscolari disposte, come ho già detto, perpendicolari fra loro in modo da formare come tanti piccoli quadrati, e si scorge una membrana fondamentale tesa fra le fibre stesse ed a queste intimamente connessa. Adoperando la potassa caustica al 10 °/₀, l'acido acetico concentrato o diluito, si osserva che tale membrana resiste all'azione di questi reattivi. Essa poi non si può in alcun modo distaccare dai fasci muscolari. Nelle sezioni si vede fra il connettivo esterno e la membrana basilare amorfa, una massa unica, compatta, costituita dalle fibre muscolari e dalla membrana sopra descritta. Si ha perciò la prova che qui si ha da fare con una membrana fondamentale nella quale si trovano immerse le fibre muscolari. Le colorazioni specifiche per il tessuto elastico mi hanno dato resultati positivi.

Da quanto ho potuto osservare dunque ed ho sopra esposto, si può concludere che nel mesenteron di questi animali esiste una membrana che per il modo col quale si comporta coi vari reattivi e coi coloranti specifici, deve considerarsi come elastica; che questa membrana è intimamente connessa coi fasci muscolari e che questi si possono quindi considerare come immersi in questa membrana elastica fondamentale. Tale di-

sposizione che ha importanza perchè permette al mesenteron di potersi molto dilatare per l'abbondanza dell' alimento, non si riscontra solo, come si poteva supporre, negli insetti succhiatori, ma anche in animali che si nutrono differentemente ed assume perciò un carattere più generale non potendosi escludere che essa si possa eventualmente riscontrare anche in altri insetti finora non studiati a questo riguardo.

SUL TESTO DELLE LETTERE AUTOGRAFE DEL BOCCACCIO

Nota del M. E. REMIGIO SABBADINI

(*Adunanza dell' 8 aprile 1915*)

Le cinque lettere autografe del Boccaccio mi attraggono per varie ragioni; ma qui non mi occupo che del testo, quale fu con molta diligenza e perizia pubblicato da G. Traversari (1) di sul codice Laurenziano 29, 8.

L'autografia è ormai accertata per tanti indizi, che non è più lecito discuterne; si può solo rimanere dubbiosi se siano state scritte sul codice in forma di minute prima di spedirle o vi siano state trasportate dopo l'invio. Il Traversari ha raccolto parecchi argomenti donde si deduce che l'entrata nel codice avvenne posteriormente. A confermare la deduzione basterà soggiungere che in tre la data è lasciata in tronco con un *etcetera* e che in due non segue il carme volgare che le accompagnava. Nell'una delle due, la *Marortis milex*, esso è accennato così: *Caliopeus sermo* **est** *iste;* nell'altra, la *Crepor*, invece così: *Caliopeus vero sermo* **fuit** *iste*. Questo *fuit* rispetto a quell'*est* mostra che la copiatura fu posteriore all'invio. Ma non di molto posteriore. Le quattro, *Crepor*, *Nereus*, *Mavortis*, *Sacre famis*, furono scritte nel 1339 e in quel medesimo anno o tutt'al più nel successivo vennero trascritte. E la prova manifesta è che non è stata ritoccata la forma, nella quale il Boccaccio progrediva di giorno in giorno; al qual proposito gioverà confrontare le dette quattro lettere da Napoli del 1339 con la *Quam pium* da Forlì del 1348.

(1) GUIDO TRAVERSARI, *Le lettere autografe di Giovanni Boccaccio del cod. Laur. XXIX. 8.* Castelfiorentino 1905 (Raccolta di studi e testi Valdelsani diretta da O. Bacci. IV).

L' interpretazione delle quattro lettere del 1339 offre numerose difficoltà, di cui buona parte il Traversari riuscì a spianare; ma ben altre ancora ne restano, a vincere le quali occorrerà interrogare attentamente la latinità antica e la medievale e tener conto delle condizioni in cui si trovava non solo la cultura generale del tempo ma anche la cultura personale del Boccaccio. La principal cagione di quelle difficoltà dipende dall' imperizia del Boccaccio nel trattare la lingua latina. Non che egli non avesse studiato grammatica, del cui organismo anzi sapeva con precisione le sezioni costitutive, cioè la dottrina delle sillabe e degli accenti (oggi diremmo la fonologia), la dottrina delle parti del discorso e dei *modi significandi* (oggi la morfologia), la dottrina della costruzione (oggi la sintassi, p. 66, 4-7); ma dalla teoria alla pratica corre la distanza che dal dire al fare e nella pratica il Boccaccio zoppicava maledettamente. Alcune sgrammaticature furono qua e là notate dal Traversari; ma a elencarle tutte ci sarebbe da mettersi le mani nei capelli e strapparseli fino a uno.

Accanto a questa povertà grammaticale pompeggia un presuntuoso apparato di vocaboli oscuri, disusati e storpiati, attintì al morto patrimonio dei glossari, e un manipolo di termini greci, essi pure storpiati stranamente e attinti un po' ai medesimi glossari e un po' verisimilmente alla consuetudine dei dotti napoletani: questi vocaboli e quelli allineati in un' altezzosa, sgraziata e contorta collocazione, che forma una delle più infelici eredità della tradizione stilistica del medio evo. Nè il contrasto sta tutto qui. Di fronte alla povertà grammaticale più che la pomposità lessicale e la collocazione artificiosa, risalta la signorilità del *cursus:* signorilità veramente genuina, perchè egli lo applica con tocco sicuro. E il *cursus* è uno dei più begli ornamenti dello stile medievale. Sicchè il Boccaccio versava nelle medesime condizioni degli scrittori cristiani del tardo impero, i quali inciampavano a ogni passo in grossolani errori grammaticali e nel medesimo tempo facevano ampio sfoggio di colorito rettorico: come un signore elegantemente vestito che andasse coi piedi scalzi.

Vero è che il Boccaccio ha sul proposito una confessione: *Scio me stilo desultorio nimia inepte ac exotica blacterando narrasse, alterius summens officium, cum meum dictare non sit* (p. 65, 6-8). Ma che egli proprio ignorasse il *dictare?* Il Traversari gli ha creduto sulla parola, prendendo come moneta buona l' affettata modestia, e ha negato che avesse studiato le *Artes dictandi.* Posso concedere che non le abbia avute tra

mano: e allora diremo che ne apprese i precetti da chi le aveva lette. La sostanza del fatto non muta. Il *cursus* non gli fu certo infuso dalla natura; e che l'abbia imparato, lo attesta l'uso costante e regolare che ne fa nelle lettere. Anzi da esso io inizierò le proposte di emendamenti al testo, dei quali una prima serie consiste nella rettifica dell'interpunzione.

p. 55, 17 — *de quo non modicum esse fidebam nomen sacratissimum amicitie, non inspecto deceptus* etc. Con quest'interpunzione, *amicitie* non dà clausola; s'interpunga: *esse fidebam, nomen sacratissimum amicitie non inspecto, deceptus* etc. Così si ristabilisce in *esse fidebam* il *cursus planus*, in *amicitie non inspecto* il *cursus velox*. E *nomen non inspecto* nella sintassi del Boccaccio è un ablativo assoluto.

p. 59, 5 — *ipse atrocitate proditionis, infeste contra* etc. *Proditionis* non forma clausola; s'interpunga: *proditionis infeste, contra* etc.; dove *proditionis infeste* dà il *cursus planus* e *infeste* è aggettivo, non avverbio.

p. 60, 4 — *quam dolui te retulisse, congnoscens* etc. Si trasporti la virgola dopo *congnoscens* e si avrà il *cursus planus*.

p. 61, 2 — *ne forte me sentias inbecillem in tui punitione, vires* etc. Punteggia: *sentias inbecillem* (*cursus velox*), *in tui punitione vires* etc.

p. 61, 26 — *officium sequerer inconcusse comodum, semel* etc. S'interpunga: *sequerer inconcusse* (*cursus velox*), *comodum semel* etc., dove *comodum* non è aggettivo, ma avverbio, secondo l'uso Apuleiano seguito dal Boccaccio.

p. 67, 13 — *firmatum respicis, et erectum equinotium* etc. La virgola va dopo *erectum*, donde il *cursus velox*.

p. 67, 25 — *effectus sum particeps tuus* etc. Con la virgola dopo *particeps* si ricostruisce il *cursus tardus*.

p. 67, 29 — Virgola dopo *peritus effectus: cursus planus*.

p. 73, 25-26 — *ymo totum coangunt in patientis languiditate, inveniunt* etc. Si metta punto e virgola dopo *coangunt* per ristabilire il *cursus planus*, e si unisca *languiditate inveniunt* per ristabilire il *tardus*.

Oltre che l'interpunzione, col *cursus* si raddrizza un paio di lezioni.

p. 55, 19 — *obganniri reminiscor*. Così pare si legga nel codice; ma il passivo *obganniri* è grammaticalmente errato e non costituisce clausola; si corregga *obgannii* e avremo ristabilita la forma grammaticale e il *cursus velox*.

p. 57, 11 — *ritu aspidis surdi farmacus*. Il Traversari vor-

rebbe correggere *farmacis*, che non dà clausola; leggendo *surdi farmáciis* si riconquista il *cursus tardus*.

p. 61, 23 — *latratus brunellitos eorundem*. Qui si aspetta un *cursus velox*, ma col participio *brunellitos* ad accento piano non si ottiene. Occorre perciò trasformare il participio in un aggettivo sdrucciolo, *brunéllicos*. Sarà per il significato uguale a *brumellicus*, dal greco *βρῶμα*, foggiato sull'analogia di *fames famelicus*. Papia: **bruma** *graece edacitas dicitur*.

Avanti di licenziare il *cursus*, non credo inopportuno adoperarlo per conoscere da vicino il sistema di accentatura del Boccaccio o, per esser più esatti, dei dotti napoletani, dai quali egli imparava il latino. P. es. p. 53, 14 in *Ericónis cristibie* (*cursus tardus*) e p. 64, 26 in *Empyrei Lycostráten* (*cursus velox*) pronunciava i due nomi propri con l'accento piano; ma appunto perchè nomi propri, la licenza è giustificabile. Meno giustificabile è l'accento piano in due verbi composti: p. 56, 6 *taliter interligat* e p. 63, 21 *vitia que pernécant* (in ambi i casi *cursus velox*). Interessante a p. 51, 3 *dare temptáritis* (*cursus tardus*) con l'accento sdrucciolo. Queste forme plurali di prima e seconda persona del futuro secondo e del congiuntivo perfetto furono pronunciate fino almeno al secolo VI d. C. con accento piano; il medioevo, ma non sappiamo da quando, vi sostituì lo sdrucciolo, rimasto tradizionale nelle nostre scuole. A p. 72, 15 incontriamo *deposuéris in partem* dove il *cursus planus* ci avverte che *deposueris* si accentava sulla penultima; è lecito però dubitare se le vocali *u e* formassero una sillaba sola. Strani gli esempi di accento sulla penultima dei composti di *esse* nell'imperfetto e futuro: p. 59, 5 *bardum adéram*, p. 64. 13 *salutis adérit*; l'uno e l'altro dànno il *cursus planus*. A p. 57, 8 il codice legge: *in opilionum fascininis educatum*. Il Traversari corresse, e giustamente pare, *fascinis*, che per il *cursus velox* va pronunciato sdrucciolo: s'intenderà capanne di vinchi Notiamo da ultimo quattro luoghi, nei quali per ottenere il *cursus velox* il dittongo *au* deve contare per due sillabe: p. 68, 10 *desiderium augebant*; p. 68, 14 *belligerum audivi*; p. 69, 24 *volui audire*; p. 70, 27 *postea audiri*.

Alcune lezioni errate risaliranno all'autore stesso: per es. p. 59, 11 *voluptati* = *voluntati*; sarà da scrivere *volumptati*; p. 62, 28 *inquiens* = *inquies* (aggettivo); p. 63, 19, *quempiam*, correggi *quepiam*; p. 66, 5 *actupliciter* per *octupliciter*, dove si allude alle otto parti del discorso.

Altre lezioni errate dipenderanno dall'incertezza che offre

la scrittura; così p. 50, 4 a *in ore* si sostituisca *more*; p. 61, 1 a *cecidat* si sostituisca *decidat*.

Molti invece sono i luoghi i quali hanno bisogno non tanto di essere emendati, quanto interpretati.

p. 52, 9 — *proprias revisuri*; qui non manca niente, s'integri il pensiero con *domos*.

p. 54, 8 — *in crepidine cabi* vale « nella volta della grotta »; *cabi* = *cavi* da *cavum*.

p. 54, 13 — *Astree* non s' ha a congiungere con *austeritate*, ma con *balluce* = *bilance*, la bilancia di Astrea.

p. 55, 16 — *de quo non modicum esse fidebam*; per la sintassi Boccacciana *de quo* ha il valore di *quem*; è un italianismo, p. e. *quem scio esse sapientem* si può tradurre: « del quale so che è savio ».

p. 56, 14 — *argasterio* = *ergasterio*.

p. 56, 18 — *acuratum* = ἀκόρευτον, *intonsum*.

p. 57, 5 — *aceromata* = *acroamata* « lezioni »; Papia: **acroamata** *scenicorum carmina*.

p. 57, 6 — *saligias* significa « strepiti, clamori di disapprovazione », da σαλάγη.

p. 57, 8 — *faletare* = *carere*; cfr. ital. « falta », « faltare ». Rimane a decidere se *faletare* continui un latino volgare *fallitare* o sia la ritraduzione di « faltare ».

p. 58, 12 — *didascalatum* = *praeceptum*.

p. 58, 21 — *arabollale* = *anabolade*, da ἀναβολάς, « vestito ».

p. 61, 23 — *ligustrica* = *silvestria*, da *ligustrum*.

p. 66, 9 — *et perpessumque*; non manca nulla; si legga: *et per pessumque silogismorum labentium* e si connetta *per pessum labentium*, formato sull' analogia di *pessum ire*.

p. 67, 15 — *amone frixeo* è la regione celeste dove si trova l'Ariete di Frisso; *amone* = *caelo*, da ἄκμων.

p. 67, 24 — *agente*: non va corretto; si unisca *te agente*, ablativo assoluto, usato questa volta a modo, non so come, dal Boccaccio.

p. 68, 14 — *fuit*: sta benissimo; il soggetto è *cor*.

p. 69, 8 — *ur* = *ignem*; Papia: **ur** *caldaica lingua ignis*.

p. 70, 12 — *quam habent*: non manca nulla; intendi *quam divitiam*, che si estrae dal plurale *divitiarum*; una simile stonatura non meraviglia nel Boccaccio. Significato: « tu o Giunone, nonchè rendere audaci gli uomini a cercar ricchezze, togli loro anche quelle che hanno, con l'infondere a essi il timore di perderle ».

p. 70, 26 — *posset excedere*; non si tocchi *posset*. Il periodo,

quale l'aveva in mente il Boccaccio, si ricostruirebbe così: *nescio quis Oratius vel Mutius vel Curtius te in laudibus posset excedere*; i tre soggetti di *posset*, cioè *Oratius*, *Mutius*, *Curtius*, son diventati oggetti di *nescio*.

p. 73, 27 - 74, 1 — A sbrogliare questo passo non vedo altra via che intendere *quam in desiderio* come se fosse *sic eam in desiderio*, dando a *quamvis* il valore di *quoniam*.

p. 74, 6 — *desiderare*. Qui si accenna effettivamente a Davide: cfr. *Reg.* II 23, 15 e *Paral.* I 11, 17 *desideravit ergo David et ait: O si quis* etc.

p. 59, 12 - 60, 13 — Ecco il passo più indiavolato di questa lettera diabolica. L'*aeripes* è per il Boccaccio un « piè-veloce », uno dai piedi aerei; mentre in realtà *aeripes* vale « piè-di-bronzo » da *aes* bronzo, non da *aër* aria. Questo vocabolo fu trasmesso col dittongo al medio evo, che dei dittonghi aveva perduta la nozione; laonde ci sentivano non *aes* ma *aër*. Papia: **aeripedes** *dicuntur cervi quia veloces sunt quasi pedem ponant in aera*. *Aeripes* è dunque un « piè-veloce », un valletto, tutt'uno col *glabellus* e col *glaber*. Si legga *suffecisset* e s' interpreti: « chiedendo io che ciò bastasse, se no avrei pianto fino a esaurire la provvista (*sitharchia*) delle lagrime. Così n' ebbe vergogna; ma la mia coscienza ne restò tanto ferita » etc. — *Quod admisi* (= *amisi*) non è interrogativo, ma relativo. Senso: « Che ci hai guadagnato? un amico? ciò (ossia l'amico) che io ho perduto: no, che tu hai perduto ». — A *non laciniam* (« veste ») si supplisca *lucratus es*. — *Mediante glabro* = *mediante aeripede*; ossia: « l'*aeripes* ti promosse di grado? ti procacciò un' amante? ti assunse al servizio del *belliger*? » — Per *subgrundaria* il Traversari cita Fulgenzio. Si può esitare, poichè la notizia è anche in Papia: **sugrundarium** *dicebatur sepulchrum infantium nondum XL dies implentium, quia nondum bustum vel tumulum poterat dici*.

VERSIONI EMILIANE
DELLA PARABOLA DEL FIGLIUOL PRODIGO
TRATTE DALLE CARTE BIONDELLI.

Nota del M. E. CARLO SALVIONI

(*Adunanza dell' 8 aprile 1915*)

Bernardino Biondelli [1] pubblicava nel 1853 il noto *Saggio sui dialetti gallo-italici*, nel quale sono accolte ben 96 [2] versioni della Parabola del Figliuol Prodigo spettanti ai territori dell'Emilia (24), della Lombardia (20) e del Piemonte (52) [3]. Quel libro non voleva però essere che appunto un ' saggio ' di una più ampia opera divisata dal Biondelli, la quale doveva comprendere tutti i dialetti d'Italia e per cui già aveva raccolti materiali parecchi. Tra questi, versioni della Parabola dedotte da ogni parte della penisola nostra, e conservate ora manoscritte [4] nella Biblioteca Ambrosiana (segnat.: $\frac{\text{B. S. VII. 1}}{\text{D. 139}}$).

(1) Vedi la commemorazione, che di lui, socio del nostro Istituto, dettava l'Inama, in Rendic. XXI 26-51.

(2) Sarebbero veramente 95 secondo l'ordine tenuto dal Biondelli. Ma una seconda versione parmigiana é riportata, lontana dall'altra, a p. 431.

(3) Alle versioni della region piemontese sarebbe poi da aggiungere quella nel gergo della val Soana, che lo stesso Biondelli aveva pubblicato già, ne' suoi *Studii sulle lingue furbesche* (Milano 1846) pp. 45-7.

(4) Si son esse venute quasi tutte pubblicando negli ultimi anni: le *pugliesi* (sette) in Apulia IV 21 sgg.; le *abruzzesi* (otto) in Rivista abruzzese di scienze, lettere ed arti, XXVII 565 sgg.; le *sarde, còrse* e la *caprajese* (in tutto ventitré) in Archivio storico sardo IX 44 sgg.; le *venete, trentine* e *ladino-centrali* (venti) in Atti e Memorie della R. Accad. di Padova XXIX 93-131; le *istriane* (sette) in Archeografo

Gli originali delle versioni che il Biondelli già aveva date alle stampe, sono scomparsi. Sette soli di essi, per un fortunato caso, si sono conservati, e sono le versioni emiliane di Bobbio, Sestola, Comacchio, Rimini, Lugo, Cervia, Faenza. Altre due s'aggiungon loro, che non furono stampate mai, quella di Cesena, e una di Pavia diversa da quella che figura nel Saggio. Tutte vengon qui pubblicate, risp. ripubblicate.

Sennonchè, mentre non occorre giustificare la pubblicazione di testi ancora inediti, gli studiosi si chiederanno invece perchè si ripropongano de' testi che ognuno può leggere in un libro alla mano.

E la ragione sarà subito chiara, chi confronti questa nostra stampa, che riproduce fedelmente gli autografi, colla vecchia. Non è certo un cómpito gradito quello di riveder le bucce a uno studioso cui la morte ha reso impossibile ogni replica. Ma gli obblighi verso la verità debbon tagliar corto a ogni trepidanza. D'altronde gli appunti che mi vedo costretto a muovere, non ledono punto la rispettabilità scientifica del Biondelli. Poichè i ripulimenti a cui questi sottopose le versioni e ne rendono opportuna una seconda stampa, furono da lui eseguiti con buona fede, nella ferma convinzione di far bene, di rendere un servigio agli studi e agli studiosi. Il Biondelli non era assurto al rigido concetto filologico della fedeltà assoluta nel riprodurre un testo, o quantomeno a quello dell'indeclinabile dovere di dar ragione delle modificazioni introdotte.

La prova, del resto, della buona fede del Biondelli scaturisce luminosa da ciò che alcune delle versioni da lui riprodotte, son tolte da fonti a stampa e coscienziosamente indicati; dove quindi è facile a ognuno l'istituire un confronto. Son queste le versioni italo-svizzere (Val Bregaglia, Val Maggia, Verzasca, Leventina, Blenio, Locarno; v. *Saggio*, pp. 42-7), che il Biondelli ha ricavate dall'opera di Francesco Giuseppe Stalder su *Die Landessprachen der Schweiz* (Aarau, 1819), pp. 407, 415,

---

triestino VIII 36 sgg.; le *friulane* (quattordici) in Memorie storiche forogiuliesi IX 80 sgg.; la *muglisana*, la *tergestina* e la *triestina* (tre), in questi Rendic. XLI 573 sgg.; la *vegliota* in Bartoli, Das Dalmatische II 127 sgg.; le *valdostane* (sei) in Romania XLII 430 sgg.; la *slava* dell'Istria, in Archiv für slavische Philologie XXXIV 624-5. Saranno presto pubblicate le *liguri* e *monferrino-liguri* (ventinove); le *toscane*, *marchigiane*, *napoletane*, *calabrese* e *siciliana* (dodici); le *albanesi* dell'Istria e del Molise (due); la *tedesca* dei XIII Comuni.

414, 408, 410, 412. Ora, queste versioni (1) son passate attraverso lo stesso staccio che le emiliane qui ripubblicate; e, siccome sarebbe ingenuo chi supponesse che il ripulimento siasi limitato a quei testi dove ci è dato riconoscerlo, così una grave e penosa suspicione incombe su tutte le parabole biondelliane, venendone allo studioso la necessità d'essere doppiamente circospetto nell'interrogarle. È quindi una bella fortuna, che ci sian conservati alcuni degli originali del Biondelli e riesca così possibile di rivedere le primitive fattezze di essi.

Il paragone parla da se. Tuttavia non mi pare opera superflua quella di indicare, un pò alla grossa, su che portino quelli che il Biondelli credeva miglioramenti del testo (2). Mi varrò a tal uopo, non solo delle versioni emiliane, ma anche, e più, delle italo-svizzere, vuoi perchè lo Stalder è meno alla portata degli studiosi che non il *Saggio* del Biondelli, vuoi perchè quest'ambiente dialettale mi è più familiare.

Conseguente ne' suoi miglioramenti, il Biondelli non lo è. Tuttavia si possono scorgere certi criteri che meglio chiameremo preconcetti. Così nelle versioni lomdarde, l'indicazione della qualità delle vocali muove, all'ingrosso, dal vezzo della pronuncia milanese. L'originale scriverà, p. es., *vec*; il Biondelli renderà per *vèč*, perchè così adoperano a Milano, e non preoccupandosi punto che vi possano essere in Lombardia, come ve ne sono, de' dialetti che pronunciano quell'*e* come chiuso. Talvolta il criterio per il ritocco è dedotto dal testo stesso: in quanto, essendovi in esso l'occasione per la ripetizione di una data parola o forma, e questa apparendo scritta dove in

(1) Le quali ci eran d'altronde già giunte in istato non troppo buono. Furono scritte, com'è il caso di quasi tutte le versioni del resto, da chi in quell'occasione sola s'è sobbarcato all'improba fatica di mettere in carta il dialetto; ma ebbero poi la disgrazia loro speciale di passar per le mani di un tedesco che poco o nulla capiva, e ha voluto per soprappiù alterare la grafia de' corrispondenti, traducendola parzialmente in grafie esotiche (*tsch* per *č*, *sch* per *š*, *ng* per *ñ*). Testi perciò quanto mai malfidi, anche prima della ultima levigazione operata dal Biondelli.

(2) È grave torto del Biondelli il non avere intuito che per migliorare i testi non c'era altra via che una diretta e pratica conoscenza de' dialetti delle singole versioni. Ora questa conoscenza mancava certamente al Biondelli; nè risulta d'altra parte ch'egli abbia mai controllato l'esattezza de' suoi testi mediante l'escussione d'un indigeno.

un modo dove nell'altro, vien generalizzato uno di questi due modi (1). Oppure può, all'incontrario, accadere che lo stesso ed unico segno l'originale lo applichi per due suoni. E allora il B. s'adopera come se i due segni rappresentassero un suono solo. P. es., l'originale scrive *lu*, lui, ch'è proprio *lü*, ma scrive anche *dui* che invece è *duj*; ma il B. a scrivere *düi*. Talora la interpretazione dei segni risulta, a quanto se ne può vedere, interamente arbitraria, o basata quantomeno su preconcetti meno evidenti. Tanto nella versione bregagliotta, che nella verzaschese e leventinese, il Biondelli ha *sel siel, servisei, cominsiè, porsel, sert, mersenari*, con un *s* che dappertutto sostituisce un *c* (realmente pronunciato come esplosiva palatale sorda) dello Stalder. Scritture come *maigl, quigl, compassglion* vengon lette *mailġ quilġ compasgiòn* (suppongo che il B. intendesse scrivere *-sġion*), laddove si tratta veramente di *mal, quil, compasslon*; scrizioni come *veng ung* (cioè *veñ üñ*) s'intendono come *venġ ünġ*. Il *j* della parola *jou* è interpretato per *ž*, mentre è veramente *j* (cfr. valm. *jöw*, bellinz. *jô*, capretto) (2). La parabola bregagliotta scrive più volte *älleguer*, e il B. trascrive *-gher*, immaginandosi che il *gu* sia una scrizione alla francese o alla spagnuola, mentre lo Stalder rende la pronuncia reale ch'è *-gᵘer* (3).

Altre volte non è che il suono sia male interpretato; ma il B. stima un errore di scrittura o di stampa quello che non

(1) Così nella versione leventina, riconosciuto che *-è* rappresenta la desinenza normale dell'infinito della 1ª coniugaz., introduce *preghèl* 'pregarlo' al posto di *pregal*, ch'è quanto mai legittimo, perchè nella leventina l'*-a* originario della desinenza si ritrova quando le si suffiggano i pronomi *-l -m -n -t -s*.

(2) È cosa curiosa, invece, che non si faccia nessuno sforzo per rendersi conto di ciò che possa mai essere il *gh* di *buseghe, purghi, brigh*, nella versione verzaschese, ne' quali si tratta di *busečе, purč, brič* e in *sgiaghe* (l. *žače*) non interpreta il *sg-*, pur non difficile da capire, chi pensi che anche a Milano si scrive *sgend* (*žend*) ecc.

(3) Tra la infedeltà al testo è pure da ricordare che il B. trascura sistematicamente la quantità delle vocali, pur là dove l'originale la mette espressamente in rilievo. Vedi p. es., più in là, la versione di Sestola, e cfr. *vedüt, di*, ecc. ecc., di fronte ai *vedunt, dii*, ecc. ecc., dello Stalder. E così la differenza, p. es., tra il valmaggino che ha l'infinito in *-aa -ii* (e così scrive lo Stalder) e il milanese che ha *-á -í* è completamente eliminata.

è punto errore [1]. Il testo leventinese scrive *loisc* che corrisponde alla pronuncia locale (*lojš*), ma il B. emenda in *lonš*. Quello della Bregaglia scrive *mangävan*, *mangam*, ma nel B. compajono *mangiävan* e *mangiàm*, a dispetto della parlata bregagliotta, che proprio ha *manĝär* non *mangär*. Lo Stalder (vers. levent.) ha due volte *resuscitò*, ch'è la vera pronuncia, e il B. corregge due volte *resüssitò*. Il legittimo *guargian* della Romagna, è corretto un pajo di volte in *guardian*.

Queste emendazioni arbitrarie si compiono pur nel campo della morfologia, della sintassi e nel lessico. Per quest'ultimo ricordo che il blen. *scoeusra* (vedi il Monti s. v.) è corretto in *scörsa* (il B. pensava a 'scorza'); che la preposizione *det* (*det giand*; Levent.) è corretta falsamente in *dei*. Nella morfologia, che il levent. *dam nabitant* 'da un abitante' dello Stalder, figura nel B. come '*da ün a-*', misconoscendosi così l'*ọmn* che nella Leventina è appunto la forma dell'indeterminato mascolino quando segua vocale (*ọmn ášan* un asino, ecc.) E nella stessa versione è misconosciuto il partic. *most* corretto in *moss*. Così come è misconosciuto il fatto sintattico della omissione del 'che', nel valmagg. *dop l'ha biu* malamente corretto, quanto alla sintassi, in *dop ch' l' à biü*. Inopportuna pure la correzione per *ciè d' mè pà* del *cié me pá* della versione leventina.

Quanto alle manomissioni d'ordine dirò così stilistico, è da avvertire, che, malgrado eccezioni in contrario (v., p. es., la versione di Limone a p. 515), il B. è mosso dal proposito di ridurre quanto più possibile i suoi originali al tipo di una versione letterale, conforme al testo italiano ch'egli stampa a p. 35. Come abbia egli proceduto in questa operazione, il lettore può vederlo comparando il testo faentino del Morri quale è offerto più in là, con quello del Biondelli. Ed è certo quel proposito che ha deciso questi a bandire dal consorzio delle versioni la seconda delle parmigiane, che relega invece tra i testi d'altra natura da lui ammanniti.

Tra i vantaggi dei rimaneggiamenti biondelliani, ne son da ricordare due: quello di presentarci accentuate, secondo certi

---

[1] Un curioso caso è offerto dalla Parab. verzaschese, dove lo Stalder reca una volta il reale *magliòu* mangiato (cfr. *magliava* nella versione che offre il Monti, Voc. com., per la stessa valle, e il sempre vivo *magliú*), ma poi continua colla forma errata *maghiavan* ecc. Il B. estende l'errore anche all'unica forma giusta, e scrive *maghiòu*.

criteri, le parole; e quello d'avere sciolto le paroline (per lo più proclitiche) che i fonti scrivono come un gruppo [1]. Nella prima operazione, ben di rado si sbaglia [2]; nella seconda, un pò più di spesso: così se accade di veder sciolta in *e's* (*e's diss* e disse) la congiunzione *es* (di cui v. Arch. glott. XIV 266 n); oppure se il pron. encl. di 2ª persona *ta* (versione levent.) è sciolto in *t' a*.

Delle versioni emiliane che qui si pubblicano, solo la pavese risulta essere una copia. Le altre rappresentano tutte, come già s'è detto, il manoscritto originale. — Come risulta dalla data apposta a taluna di esse, il Biondelli faceva incetta delle versioni negli anni 1844-5.

1. Pavia.

11. On tal ael gh'iva du fioeu. 12. E'l pu giôvan l'ha dit al padar: Papa, dem la part aed sostanza ch'aem tôca. E'l gh'ha sparti la sostanza. 13. E dop no tanti di, avend miss insaema tutcoss ael fioeu minor l'è 'ndat paer viagg in tón païs lontan lontan, e là l'trat via'l fat só mnand ona vita da strapa cá. 14. E dop ch'l'ha vu consumá tutcoss, in quael païs la gh'è gnú ona gran calistria e lu l'ha comenciá a patí. 15. E l'è 'ndat e'l s'è miss con voeui dael sit. E ael l'ha mandá in s'on só fond a mná foeura i porzé. 16. E l'avarav vorú impiniss la panza coi giand ch'i mangiavan i porzé, ma 'nsoeui aegh nin dava. 17. E tornand in lu l'ha dit: quanti servitor in cà d'mé pádar gh'han di mich da tra via, e mei chi moeuri'd fam. 18. Piarò su e 'ndaró da me pádar, e gh' diró: Papá, ho pecà contra'l Ciel e contra lu. 19. Adess son pu

[1] È un vantaggio, s'intende, relativo. La chiarezza vi guadagna certamente; ma d'altra parte, pure il concetto che lo scrivente si forma di quei gruppi come di cosa indissolubile, può essere un elemento importante nella critica del linguaggio.

[2] Grave è l'accentuare che fà il B., suggestionato certo dall'it. 'piccino', *piscen* come *piscèn* (versione di Valmaggia) o *piscèn* (Blenio). Si tratta invece di *piscen* (v. Arch. glott. XII 421). Anche *eccomo* (Levent.) non è *èccomo* ma *eccomò*.

degn da vess ciamá sò fioeu. Ch'ael me trata comè voeui d' só servitor. 20. E l' ha pià su e l'è 'ndat da so pádar. E sibei ch'ael fudess onmò lontan so padar ael l'ha vist, e 'l gh'ha vù compassion, e l'è cors, e 'l gh' ha trat i brazz al col, e ael l' ha basà su. 21. E 'l fioeu 'l gh'ha dit: Papà, ho pecà contra' l Ciel a contra lu, adess son pu degn da vess ciamá sò fioeu. 22. E 'l padar l'ha dit ai sò sarvitor: Portè chi praest i pagn pussè bei, e vistìl, e matigh l'anel in did, e inscarpel su. 23. Mné chi 'l videl ingrassà e mazzél, e mangioma e fom baldoria. 24. Parche stò me fioeu chi l'era mort e l'è risussità, ael s'era pers e l'è stat trovà.

2. Bobbio (Biondelli, p. 243).

Vers. 11. E l'a sougiont. Oun om ou gaviva du fieu. 12. Al pu giouvan d' lour l'a dit a so padar, papà dem la part di ben ch'am tocca. 13. Da lì a pochi dì, miss tutt'insem, al fieu minour ou s' nè andat ant' oun pais lountan, e l'a consumà tutt'al fat so in bagourd. 14. E cmà lè stat nett dal tutt, ou ghe vnu na gran caristia int quel pais, e a lu ou ghe cmensà a mancà al necessari. 15. E le andàt [1], e ou s'è miss con un paisan d' quel pais, ch'ou la mandà alla so campagna apress ai poursè. 16. E ou dessiderava d'impiniss la panza d' le giande chi mangiavan i gougnèn, ma nsun ghin dava. 17. Ma intant ou dsiva da parlù: in ca d' me padar i gan dal pan in abondanza, e mi chì a meur d' fam. 18. A m' alvreù sù, e andareù da me pädar [2], e ag direù: Papà mi eu pcà contro al ciel e contra d' vu. 19. Mi an son pu degn d' esse ciamà vostär [2] fieu, trattèm cmè un di vostar servitour. 20. E lvà sù, l'è andat da so pädar [2]: e quand lu l'era ancour da lontan, so pädar [2] ou l'a travist, ou n' a sentì pietà, ou ghe cours incontra, ou ga campà i brass al col, e ou l'a basà. 21. E al fieu ou ga dit: Papà, mi eu pcà contra' l cel e contra vu, e an son tost pu dägn [3] d'esse ciamà vostar fieu. 22. E al padar l'a dit ai so servitour, präst [3], tirè feura la vesta pu pre-

(1) L'accento sull'*a* aggiunto dopo. (2) I due punti sull'*a* aggiunti dopo. (3) L'*ä* corretto da altra mano su anteriore *e*. (4) L'accento sull'*e* aggiunto posteriormente.

ziousa e mtigla adoss, mtigh in did l'anel, e i stivalen ant' i pè. 23. E mnè al videl al pu grass, massèl; cous mangia, e cou se staga allegar. 24. Parchè st' me fieu l'era mort, e l' è rissussità, ou s'era perdù e ou s'è tourna trouvà. E j'an principià a andà a tavoula, e dagh drenta allegrament. 25. Ma al prim fieu l' era in campagna, e tournanda e avsinandas a ca, l'a sentì i concert e i bal. 26. E l'a ciamà un di servitour, e ou l'a interougà cossa l'era. 27. E quäl (3) la ou ga rispost: L' è tournà to fradel, e to Par l'a amassà oun videl grass, perchè ou ghe tournà san. 28. E lu l' è andat in colra, e oun' vouriva gnanca andà drenta; e donca al padar l'è sourti feura e l'a principià a pregal. 29. Ma coul là la rispost e dit a so padar: I son già tanti an che mi at serv, e a n'eu mai mancà a nsun di to cmand, e an t'mè mai dat oun cravät (3) da godmal con i me amis. 30. Ma dop clè vnu sto to fieu, cla smangiassà tutt al so con donn d' mala vita, t' è amazzà al videl al pù grass. 31. Ma al pädar (2) ou ga dit: o fioeu, ti t' è sempar con mi, tutt quell ch' è me, è to. 32. Ma l' era giust d fa na tavoulada, e d stà allegär (2), pärchè (2) sto to fradèl (4) l' era mort e l'è rissussità, ou s'era perdù e ou s' è trouvà.

Alla versione bobbiese, recante la data del dicembre 1814 e firmata dal Can.° Giacinto Pezzi, precede una lunga nota del traduttore sul dial. bobbiese. Da essa ricavansi queste osservazioni:

« Il Bobbiese è vero e schietto Lombardo, salve sempre le varietà, che la diversità delle Provincie e Città (per non dire anche solo delle borgate e ville) porta ognor seco ».

« La città di Bobbio essendo piccolissima e mancante di manifatture, di notevol commercio, ecc.; il dialetto è ristretto assai, per il che avviene non di rado di doversi servire d' un istessa parola bobbiese per esprimere due non sinonime d'altra lingua o dialetto: come pure che se si avesse a parlare o scrivere un pò lungamente su varie materie, bisognerebbe accrescere il dialetto di varii termini de quali manca, prendendoli da altra lingua o dialetto, ed imbobbiesandoli ».

« Passa una certa diversità tra il parlare delle persone educate ed un po colte, e quello del basso popolo, ed anche tra questo e l'altro de contadini e montanari. Così p. es. li Signori per dir *padre* dicon *pader* dando alla *e* un suono che non é ne quello della *e*, ne quello dell'*a* ma partecipa d'entrambe . . . ., mentre la bassa gente (per non dir quasi tutti) diranno *padar*; e gli uni o gli altri, massimamente parlando a lori genitori, *papà*; così si dica di *mader*, *madar*, *mamà*; alcuni peró del basso popolo ed i contadini . . . ., dicono *pà* e *mà*, e spesso *par* e *mar* in luogo di *padar* e *madar* ».

« *ou* e *eu* son da pronunciarsi alla francese ».

« Quando parlo del dial. Bobbiese, intendo quello della città di Bobbio e suo agro, giacchè in quanto alli cantoni o mandamenti di Varzi (al N. O. di Bobbio) Zavattarello (al N. N. O.)... son lombardi e parlano il lombardo, benchè scostantesi alcun poco dal Bobbiese e tendente or più al Piacentino or più al Vogherese e Pavese ed ora al Tortonese, a seconda della località o prossimità o comercio: mentre poi il mandamento di Ottone al sud di Bobbio e verso Genova, già feudo imperiale appartenente al Principe Doria, usa il Genovese sebben corrotto, quale incomincia a sentirsi nel comune di Corte Brugnatella tra Bobbio ed Ottone distanti questi fra loro quindici miglia italiane, quando per Bobbio non dista dall'estrema frontiera Piacentina che un miglio e mezzo circa ».

« Aggiungerò che l'aumento di civilizzazione e coltura ne Bobbiesi.... e la crescente affluenza de Liguri fra loro ecc., lasciano sospettare possa coll'andar del tempo soffrir mutamento il dial. presente.... »

Seguono poi in fine, i seguenti avvertimenti:

1. La parola *un* pronunziando l'*u* toscanamente equivalerebbe all'*oun* bobbiese, poteva quindi ommettersi il dittongo; tuttavia ho stimato meglio apporvelo onde diferenziarlo dall'*u* stretto o latino del quale fassi uso in tant'altre parole, come in *du*, *vu*, *nu*, *mur*, *furb*, *turc* ecc. a vece di *due*, *noi*, *voi*, *muro*, *furbo*, *turco* ecc., ed anche dall'*u* avente quasi il suono del dittongo francese *eu* come nelle parole *un* (in molti casi), *una*, *nsun*, *nsuna*, *fortuna*, *luna* ecc. per *uno*, *una*, *nessuno*, *nessuna*, *fortuna*, *luna* ecc.

2. La vocale *o* nelle parole *sogiont* [l'aut. ha in mente il primo *o*], *lor*, *minor*, *lontan*, *tavola*, *servitor* ecc. tuttocchè si legga da Bobbiesi col suono del ditongo francese *ou*, tuttavia o stimato bene sostituirvi questo ditongo, acciò li si desse il suono Bobbiese da chi non conoscesse tale dialetto, e servir potesse occorrendo di confronto.

3. Parimenti nelle parole *gioren voster noster perchè allegher semper* e qualch'altra, ho dovuto scambiar la *e* in *a* per attenermi alla generale pronuncia Bobbiese, sebbene dalle persone ingentilite, massimamente se confabulanti co forestieri, si faccia sentire un pò meno decisa quest'ultima, e qualche volta da taluno quasi nulla. S'avverta però che la *a* in dette parole non è un'*a* larga e decisa del tutto come in altre parole, così, a modo d'esempio, in *vostar* partecipa un tantino dell'*æ*, non così nella parola *stara* o *staja*, così si dica di *parchè* e *parche* ecc.

4. Ne vocaboli poi *cravet quel prest degn* la *e* piglia il suono di *æ*... onde sarebbesi dovuto scrivere *cravæt* ecc.; tuttavia l'*a* sentendosi tenue ho preferito scrivere la sola *e*, salvo a scambiarla in detto ditongo, quando si giudicasse più conveniente.

5. Avvertasi pure, che nella parola *con* la *o* non ha il suono di un *o* larga, come anche in qualch'altra, ma partecipa più o meno, secondo la persona che parla, dell'*ou*, quale però non essendo ben deciso, ho stimato bene lasciare la *o*.

Can.[co] GIACINTO PEZZI

3. **Sestola** (Biondelli, p. 235).

La Parabola dal Fiol prodigh voltà in Dialett d'Sestola terra antiga che una volta l'era la Capital dlla Provincia dal Frignan.

Al gh'era un om ch'l'āva dū fiṓ, e al piu giovn d'lor diss a so padr: papà dām la part d'robba ch'em'tocca; e lū gh' divīs la sò robba. E da li a qualch di al fiól piu giovn, quand l'haí ammuccià tutt al sò, s n'andò furra dlla patria in t'un paes lontan; e qui al strusciò tutt quel ch'l'ava, vivend in t'i bagord. E dop ch'l'haí consumà gni cosa, as fè una gran carestia in quel paes; e lū principiò a sentir la miseria. Allora l'andò, e s'es mis con un cittadin d'quel paes, ch'al mandò in t'na sò villa perche al dass da mangiar ai porcē. E al desiderava d'ampīrs la panza d'quella gianda, che i porcē mangiavn; e nghun ghin dava. Allora al tornò in sì, es diss: quant garzon en in cà d'me padr, ch'abbondan d'pan, e mi em' in stagh qui a murir d'fam! Torrò su es tornarò da me padr es egh' dirò: jò offes Dii es v'ho offes vū: già en son piu degn d'esser ciamà vostr fiol; ma tolīm cmud un di vostr garzon. E al tos su, es sin vins da sò padr. E mentr ch'l'era ancamò dalla lontana, sò padr al vist es s' moss a misericordia, e correndgh incontra al segh buttò al coll es al basò. Al fiol agh diss: papà i'hò fatt' pcà contra al ciel, e alla vostra presenza: en son degn d'esser ciamà vostr fiol. Al padr ciamò i servitor e al gh diss: prest portā al più bell'abit e vestīl, mtigh un anell in dīd e l'scarp in pē, condusī un videll'grass, ammazzāl, mangiēn e fen invīd, perche st'fiol era mort, e l'è tornà in vita, al s'era pers, e l'è stà arcatà; e i den principii al banchett. Al fiol piu grand l'era mò in campagna lū; e in t'al tornar a cà, e avvsinands, al senti di son e di ball; e al ciamò un servitor e gh'dmandò cosa gh'era d'nūv; e lū gh' respos: l'è tornà vostr fradell, e vostr padr l'hà mazzà un videll grass, perch l'è tornà a cà san e svelt. Al s'istizzì allora, es n'ureva gnanc andar dentr in cà; bsognò ch'vegnissa furra sò padr e che al prgassa. Ma quel al gh'respos es gh diss: jēn tant ann ch'ev serv, e mai ev'hò dsubbdì, e vū mai em ī dà un caurez da mangiar con i mē amigh; ma adess ch'è

vegnù a cà st' vostr fiol ch' ha divorà tutt' al sò con dell donn d' mala vita ji mazzà un videll grass. Ma lū gh respos: fiol mè vū e si sempr con mi e tutt quel ch' è mè l' è anch vostr: l' era pò necessarii star allegr e far banchett, perche st' vostr fradell era mort e l' è arsuscità; al s' era smarì e i l' han artrovà.

Annotazioni. 1. La lettera *u* in *un una* si proferisce con un suono che si avvicini all' *o* chiuso; negli altri luoghi si proferisce aperta come l' *u* francese. — 2. La lettera *o* in *fiō fiol* si proferisce quasi come *u*. — 3. La *g* in *giovn* si proferisce con un suono medio tra la *z* e la *g* che poggi più sopra l' *o* che sopra la *i*. — 4. La *z* nella parola *panza* si proferisce quasi come la *c*. — 5. La *q* in *quel* ecc. si proferisce quasi come la *ch*. — 6. Il segno indica prolungamento di suono di quella lettera sopra cui trovasi. [*Il Biondelli tenendo in parte calcolo delle precedenti osservazioni, ha ritoccato il manoscritto, e ha inoltre introdotti in esso separazioni e accenti. Qui sopra naturalmente si riproduce l' originale quale è facile a riconoscersi pur sotto le modificazioni del Biondelli*].

Si legge poi al seguito delle Annotazioni, questa nota d' altra mano: NB. Nella estremità più montagnosa del Frignano, e segnatamente nella insigne terra di Fiumalbo, si toscaneggia; e così verso gli altri confini è stemperato il linguaggio a forma de' paesi contermini.

4. Comacchio (Biondelli, p. 237).

Traduziòn d' la Paràbla del Fiol pròdigh in S. Luca Cap. 15 in lingua Cmacèse.

Un om avèva du fiu. D' questi el più piccul diss a sue pàder: Papà dem le mie purziòn, chem tòcca; e el pàder fe la divisiòn tra lor d' la süe ròba. Passà püech giorn el più pznin miss assiem quel ch l' avèva, e el partì per un paes luntan, dov' el dsipè el sue in donn. E quand el n' avè più nient e vinss una gran carestie, ch' minsipiè a faregh sentir le misèrie. Allòra l' andè e l' smiss el servìzi d' un d' chel paes, ch el mandè in tune (-*e* o -*a*?) sue campàgne a der da magnèr ai porch. E mènter l' era là l' avrie pur vlu magnèr d' chil scorss, ch' magnâva i porch, ma en jere enssun ghin dèssen. Gnù in lu el diss: quant servitùr ejèra in cà d' mie pâder, ch' avèven del pan in abbundanza, e mi eson chi, che müer d' fam. Em muvrò, anderò de mie pàder, e egh dirò: papà, ejo pccà contre el

Siel, e contre d' vu; en son degn d' esser ciamà voster fiol; femm com un di voster servitùr. Pue els tols su, e el vins de sue pàder. Quand l'era ancor luntàn, el pàder el vist, e moss da (o *de?*) compassiòn el g cors in còntre, el g saltè al coll, e lel basè. El fiol egh diss: papà ejò pccà contr' el Siel, e còntre d' vu; en mèrit d' èsser ciamà voster fiol. Allor el pader diss ai sue servitùr: sùbit purtèi el sue àbit e vstil; mettig el sue anèll in dide, e il sùe scarp in pie. Pùe cundusì un vidèl grass, mazzàl, magnèmel, e sten allègher, perchè stel mie fiòl l'era mort, e l'è ersuscità; el' avèva pers e l'ho truvà; e i cminzè a far fèste. Ere mo in tel camp el fiol più grand, e mènter el gnèva a cà, e el s'aviznàva el sentì a sunèr e a ballèr; el ciamè un di servitùr, e elg dmandè cosa l'era; e stu rispòs: sùe fradèl, ch' era vgnù, e che sùe pàder avèva mazzà un vidèl grass, perchè el l'avèva avù salv. Sta còsa el fe muntèr in còlera, e en vlèva più endèr in cà. Ma sùe pàder essènd gnù fùere, lel preghè; e el fiol egh rispòs: ech! dop tant ann, chev serv. e chen v' ho mai dsubdi in quel, ch' m' avì cmandà, en m' avì mài dà un cavrèt per ster in allegrìe coi mie amigh; ma sùbit che stel vòster fiol, ch'ha consumà quel, che ghe avì dà, cun dil donn, l'è gnù, avì mazzà un grass vidèl. Ma el pàder egh diss: fiol, ti tìe sèmper cun mi, e quel, ch' ho l'è tùe; ma bsugnàva fer festa, e ster allègher, che stel tùe fradèl l'era mort e l'è ersuscità, l'era pers e el avèn truvà.

5. Lugo (Biondelli p. 227).

Parabula de Fiòl Prodigh

(S. Locca C. XV, 11 e sgg.).

Un om l'aveva du fiul. E piò pznen e dés a su pedar: bab, dasim la pert d' la mi roba ch' am tocca. E lo e fasè al pêrt tra d' ló dal su sustênz. Da lê a puch dê, mes in sên ch' l' avet ogni cósa us n' andè in t' un pajès luntên, e e strascinè tot quel ch' l' aveva in ti vêzi. E quand ch' l' avet cunsumê ogni cósa e véns una gran carasteja int' che pajes, e lo e prinzipiè a truves in di bsógn. L' andè e us intrudusè da un zittadén d' che pajes ch' ul mandè in campagna a cundusar in chêmp di purch. E l'aveva vója d' impis la pênza dal giand,

ch' magneva i purch, e anson a j' indêva. Ma turnê che fo in sè, e déss: quênt servitur in cà d' mi pedar j'ha de pên in abbundênza, e mê aquê am mur dalla fem! Am alzarò so, andrò da mi pedar, e ai dirò: bab, a j' ho pchê contra e Signor, e contra d' vô; an so piò degn d' essar ciame vostar fiol: trattem cum a fasi on di voster sarvitur. E alzendas so l'andè da su pedar. L'era ancora luntên quand che su pedar ul vest, e muvendas a cumpassion uj currê d' incontra, uj buttê al brazza a e coll e ul basê. E su fiol uj des: bab aj ho pchê contra e Signor, e contra te, an so piò degn d' esser ciamê tu fiol. E pedar e dess aj su sarvitur: prest, andé a tò fora e vsti e pio bell e mittijal addos, e mittii l'anel in te did, e al scherp in ti pi. Cundusì aqué e videl piò gras, amazzel, ch' avlên magnè e avlên fê prêns; perchè ste mi fiol l'era mort, e us è arsuscitê, l'era pers, e us è truvê. E i prinzipiè a fe gazzuveglia. E fiol piò grand intênt l' era in campagna, e in te turner a cà quande fò vsén e sintè i son e i bêll; e ciame on di su servitur, e uj d' mandè cosa ch' fos quel. E lo uj arspundè: l' è turnè vostar fradel, vost pedar l' ha ammazzê un videl gras, parchè ul ha avu sen e seluv. Allora us instizzè e un uvleva andê dentar, parò e pedar e véns fora, e e chminzê a preghel. Ma lo uj arspundê e dess a su pedar: l' è tant ênn che me av seruv, e an ho mai trasgradì un vostar cmand, e vo an m' avì mai dê gnenca un cavret ch' am e gudess cun i mi amigh! Ma dop clè vnù ste vostar fiol ch' l' ha consume tot e su cun dal don d' mond avi amazzê par lo un videl gras. Ma e pedar uj dêss: e mi fiol, to tsi sempar cun me, e tot quel ch' aj' ho l' è e tu; ma l'era gióst ch' a fasess guzzuveglia e festa, parchè tu fradel l' era mort, e l' e arsuscitè; l' era pers e us è truvè.

Nel ms. si legge, d' altra mano, questa nota: « Bologna 22 Agosto 1845. — Questa traduzione lughese del Chiarissimo Prof. Domenico Ghinassi, appena avutala a mezzo del cortese impegno del mio amico Sig.[r] Alessandro Ricci Curbastro, la spedisco al Chiarissimo Amico B. Biondelli. Dott. Carlo Frulli ».

6. **Faenza** (Biondelli, p. 225).

I da savë ch ui fò una vôlta un sgnör ch'aveva du raghézz, e che un dé e pió pznen u si presenté dnenz, e in dó

parôl ui déss: babb, dem la mi pêrt dla rôba ch' am tócca, che me a qué an z vói stê pió; e e' pêdar senza gnanca arspondar e fé sobit a e môd dè fiôl. E quand ch' l' ébb bèll e che avu tótt quéll che olëva, e tös só, e cun gran sfòggi us méss a viazêr e mond, a dês dl' êria, e a divartisla a pió non pòss. Us era pu farmê da quêlch temp in t' un pajës luntan, e zà l' aveva oramêi dê l' onda a tott e su, quand ch' ui arivé adòss una carstéja acsé granda, che se vös magnê, ui tucché d' andêr a sarvì. E e fó mandê in campagna per guargian da pörch. E a là tant vôlt da la gran fam che padëva, e quignêva magnê dal gend, e pu j in fosse stê... siché un dé pinsend a i chês su, e a la miseria ch' us truvêva a su chmand, e prinzipié da su pòsta a dì: chi sa mêi quënt sarvitur adèss in ca d' mi pêdar i fa salacqv dé quèll da magnê, e da bë, e me a qué um tocca a murim da la fan, da la së, e da tótt i dsësi. Ah! sta vita me an vói pió fêla; e voi aviêm da qué, e pruvêm d' turnêr a ca d' mi pêdar: a mi buttarò in znócc dnenz, al abrazzarò strètt, al basarò, e ai dirò pianzend: e mi babb, me a chnóss ch' hò fallê, prema cun e Signor, e pu cun vó, mó andë là e mi babb, pardunem, e se anca an m' uvli chnóssar pió par vostar fiôl, che verament an in sò degn, fem imanch la caritê d tnem a qué par sarvitör. E dètt e fatt us incaminé par turnêsn a ca, e zà un dé ui era oramêi tant vsen, che su pêdar ul vést, e sóbit pr e prem ui currè incontra, e ul prinzipié a abrazzê e basê. Ah! e mi babb, us méss dlongh a dir e fiôl, me a chnóss ch ho fallê prema cun e Signor e pu cun vó; ma su pêdar ui trunché in bocca e dscors, e l' urdiné a tótt i sarvitur, che in se mument i purtéss èbit, schêrp, e un bèll anèll da metti in t' al dida, e che sóbit j' andéss a amazzêr, e cusinêr e pió vidèll grass ch' i fóss, e che vlëva stêr alegrament parché e pió pznën di su du fiöl ch'era mort, ul truveva risuscitê, e dov ch' ul cardëva pers, us e vdeva san e seluv dnenz a jjóc, e che parò un vleva pió malincunéja. Sicom pu e fiôl pió grand l' era andê in campagna, in te vnis a ca la sera, e prema d' intrê dentar, é sinté sta grand algréja, siché e ciamé on di su sarvitur, e ui dmandé quéll ch' era tott cl' armor, ch s faséva in cà. E e sarvitor ui déss: l' è turnê poch fa su fradèll, e e patron ug ha fatt amazzê e pió bèll vidèll ch' i foss, parchè u l' a vést turnê san e sêluv. Ma lo d' sté quèll

us l'ebb tant a e nês, ch'un vleva gnanca intrêr in cà, se su pêdar un dêva föra a preghêl, e a strapreghêl parché ch l'intréss; e sti l andêva dsend: andë pu là! bravo! me che da tant ënn in qua ho sempar fat tótt mêi quell ch'am avi chmandê, an ho mei bsù avë da vó gnanca un cavrétt da magnêm cun i mi amigh, e adèss ch l'è turnê st'êtar dópp d'éssass strascinê gni côsa cun öman, e cun dönn, par castighêl a j'avì fatt amazzêr e piò bèll vidèll ch az avéssum. Ma su pêdar ui assré la bocca arspundendi in sta manira: Te, e mi fiôl, t së sempar cum me, e tott quell ch'è e mi, l'è anca e tu; mo adèss e bsugnêva ben fer acsé, e mustrê totta mêi la cuntintezza, parchè tu fradèll ch'era mort, l'è novament risuscitê; e l'avemi përs, e san e sêluv a l'aven truvê d bèll nôv.

NB. *L'intestazione, scritta d'altra mano, avverte che autore della versione è Antonio Morri l'autore del dizionario romagnolo.*

7. Corvia (Biondelli, p. 231).

In che temp raccontò Gesò ai Scrib e Farisei sta parabla. Un zert òm aveva dù fiul, e più zovan des a e pader: O bab dasìm la part ch'am tocca d'mi porsion. E lò e fez al parti frà i dù fiul. Dop poc gioran fasè fagot e più zovan d tot al sù cos e us portò vagand in lontan paes dov'e strussiò tot al sò sostanzi, tnend una vita lussoriosa. E dop aver strussiè ogni cosa, e suzes in tche paes una gran carestìa, cus ridos in miseria. Acsè ardot us andò a racmandar a un d'chi benestant d'che lug che ul mandò a una sù terra a badar i purch, e l'andava magnand i legom che trovava per terra e ch'magneva anche i purch, non avend nisson cui dass atar zib. Allora e pensò alla sù situaziòn e e dess. Oh! quant servent chè in chesa d'mi pader! e chi magna in abbundanza, e mè am mòr dla fam! Oh! andarò da mi pader, e ai dirò: e mi bab a jò pchè contra e zil e alla presenza vostra: a cnoss ch'an sò più degn' d'esser ciamè vostar fiol, ma fasim' esser un vostar servitor. E allora us risulvè d'andar da sù pador, ed essend a zerta distanza, e pader ul vèst e us moss a compassion e correndi incontra quand' ù jarivò us lascò caschè sovra e sù coll, e ul basò. E fiol allora ui dess: e mi bab a j'ò pchè contra

e zil avanti d' vò, e an sò piò degn d'esser ciamè vostar fiol. E allora e pader e dess ai sù servent: prest portè e prim' abit e pò vstil, mittj l'anel in did, e al scarpi in ti pì, ciapè un bel videl grass amazzel ch' a vlem fer allegrìa e magnel perchè stmì fiol l'era mort e l'è tornè in vita, u s'era pers, e u sè trovè, e acsè ì cminzò a parciè la tavola e magnè con sòn e allegrìa. E fiol più grand' cl'era in campagna vnend ed accostands a casa e sintè i son e i cant, e ciamo un di servitur e ui dmandò cos' era che fracass. E servitor j' arspos: l'è vnù vostar fradel, e vostar pader l' ha fatt amazzè un videl ben grass perchè u l'ha rizzevù in casa san e saluv. Allora u s' inchietò e un vleva entrar in chesa. E pader us n' accors e sortè d'chesa e ul pregò d' entrar, ma lò e rispos: lè tant' an che mè av seruv an vò mai disubidì, ma vò an m' avì mai dè nianca un cavret perchè a putess far allegrìa con i mì amigh. Ma st' etar vostar fiol cl' ha strussiè ogni cosa con al donnazzi, e l'è tornè a j' avì fatt par lò ammazzèr un grass videll. E pader allora ui dess: e mì fiol, tè tsè semper con mè; tot quel ch'ajò l' è e tù, e però us doveva far allegrìa perchè st' voster fradel l'era mort e u sè arvivì, u s' era perdù e u s' è trovè.

8. Cesena.

La Parábula de fiól strusción vultáda da e capítul quinds d l' Evanzèli d S. Lúcca in léngua d Zeséna.

11. E dsì dónca: un om l'avéva du fiúal. 12. E tra d quist e più píccul e dsì a su pádar: Babb, dam la párta d róbba ch' am tócca. E lo u la spartì tra d lor. 13. Da lè a puch dè e fiól più píccul, arramassà ch' l' avì ogn quell, l' andò int un paés d luntán, e a lè e strusciò tutta la su róbba, fasénd vita cattíva. 14. E struscié ch' l' avì ogn quell, e vins int che paés una gran carstía, e lo e prinzipiò a patí la fam. 15. L' andò e us mittì cun un sgnor d che paés, ch ul mandò in campágna a badá ai púarch. 16. E un i saría pars la vérra d' impí la pánza d chal giándi ch magnéva i púarch e nissún aj un daséva. 17. Ma avend mess e zarvéll a partí e dsì: quant óvar int cása d mi pádar a gli ha de pan d più ch' un i bsógna, e me a què a mor d fam! 18. Me a turò so, a andarò da mi pádar

e ai dirò: Babb, a ho pcá contra Dóman-Día e in fazza a te. 19. Za an so degn d'essar ciamá tu fiól: ténum cmè una dal tu óvar. 20. E tolt so gámbi e vins da su pádar. Ma su pádar ul vist ch l'era ancóra d luntán, e us muvi a cumpassión, ui currì incontra, ui buttò al brazzi a e coll, e ul basò. 21. E u fiól ui dsì: Babb a ho pcà contra a Dóman-Día, e in fazza a te, e an so più degn d'essar ciamá tu fiol. 22. E e babb e dsì ai su servitur: Prest, purtè a quá un bel vstí e cupríl, mittíj un anéll int al dídi, e al scarpi int i pía. 23. E purté a quà un vidéll ben grass e ammazzél ch' az e magnarén, e a farén fésta. 24. Parchè ste mi fiól l'era mort e l'è resuscitá, us era pers, e a l'ho acattá. 25. E fiól più grand po l'era in campágna, e quand e turnò e us ausinò a cása e santì i sun e la gazója. 26. E e ciamò un servitór, e uj dmandò cússa ch fuss ch' l'armór. 27. Quell uj arspundì: l'è turná tu fradéll, e e tu babb l'ha fatt ammazzá un vidéll grass par daj e ben turná. 28. Allóra uj andò la mósca a e nas e un vleva antrà in casa. E babb dónca e scappò fórra e ul prinzipiò a pregá. 29. Ma lo arspundénd e dsì a su pádar: Guárda a què; j'è tant ann ch at seruv senza avé mai lassá d fà tutt quell ch t m' hè cmandá, e t an m he gnénca dá un caurétt da putém gudé cun i mi amígh. 30. Adéss mo ch l'è vnú st at fiól, ch l'ha strasciné tutta la su parta int al bon dónni, t j hè ammazzà un vidéll ben grass. 31. Allóra e babb uj dsì: E mi fiól, te t sé sémpar sta cun me, e tutt quell ch'è e mía l'è e tua. 32. Bsugnéva dónca magné e fà festa, parchè ste tu fradell l'era mort e l'è resuscitá; us era pers e a l' ho acattá.

NB. *Alla versione di Cesena il traduttore fa seguire dei cenni grammaticali sulla declinazione nominale e pronominale di quel dialetto, e il paradigma del verbo sostantivo. Stimo inutile riprodurli e perchè non riguardan direttamente la sola versione, e perchè in fondo ben poco aggiungono o tolgono alla magistrale esposizione che del dialetto romagnuolo ci ha lasciata il Mussafia. Parmi solo che la metafonesi abbia a Cesena un'applicazione meno costante; e così* grass, ann, páder *sono ambinumeri, mentre* fiól, pè, quest, quell, istéss *suonano nel plurale* fiúal, pia, quist, quij *o* chi, istiss. *Nel pronome, c'è la forma* nun *noi, e per la 2ª persona plurale c'è* vujètar, *riserrandosi* vó *per l'applicazione singolare di esso pronome. Onnigeneri e onninumeri sono i possessivi enfatici* mia tua sua *e gli enclitici* mi tu su.

9. **Rimini** (Biondelli, p. 230).

E Capìtul quèing de Vangèlje d' S. Lùca alla Rimnèsa.

Un giôrne (1) e dêss e Signôr a mi Farisèi e mi scribi sta paràbula. Jera un zert om cl'avèva dô fiôl; e più pznèin d' lôr e dêss me Pèdre (2): Bab dasìm la pèrta dla ròba ch'em tòcca. E e (3) su bab e spartê la ròba e ei dasê la su pèrta. E dop poch giôrne, e manè tùtt ni còsa st' fiôl più pèccul es mitê in viaz (4), e l'andasê t'una zittà (5) da luntèn, e i là e strusciò tùtt (6) la su ròba, perchè es mitê sù cun gren lùss. E dop cl'avê lugrè ògni còsa e vnê ùna gren cristìja at che paês, e lù e pranzipiò (5) andê in misêria. E l'andasê es racmandò m'un sgnôr d'che siit. Ste sgnôr el mandò m'ùna su pussiòun a badè i baghìn. E dalla gren fèma e zarchèva (5) d' rimpìs d' cla gianda, ch'magnèva chi baghin: perchè en aveva gnint da magnè, che nissùn ei dèva quel (7). E pranzipiò allòra a pensè, e capê e sbàj cl'aveva fatt, e e gê (8) da par lù: oh quent sarvitur (9) at chèsa de mi bab jà de pen quent' chi vo, e me i quê am mor dalla fèma! Ajò capì cùs cha jò da fe; arturnarò da mè pèdre, e ai dirò: Bab... a jò uffês e Signôr, e a vò uffês a ma vô; an so più degn d'es ciamèd vost fiôl, tulìm cumè un di vost sarvitur (9). E tulê sù e l'andò de su bab. L'era za (4) ancòra la luntèn quand el vêst e su pèdre, che za es muvè a cumpassioùn, e ei currê incoùntre, e l'abbrazzò (5) me col, e el basò. E ei gê allòra e fiôl: bab... a jò fat mel in fàzza Iddio, e in fàzza vô, an mèrit più cam ciammàva per vost fiôl. E pèdre allòra en i dês gniint, mo e gê mi su sarvitur (9): fê prest (7), purtè òlta e vstid più bon chij sia, e vstìl, mittìj un annel (7) tel dêda, e i calzett ti piid: andè a to un videl (7) bèin grass, mazzèl (5), e magnàmma, e e fàmma

(1) L'ô e l'é si pronunciano stretti. (2) *Padre* alla Riminese dicesi *pèdre* e *bab*, colla differenza che quando si parla col padre dicesi sembre *bab*. (3) Il primo *e* è congiunzione, il secondo è l'articolo. (4) *z* dolce corrisponde al *g*. (5) *z* forte corrispondendo al *c*. (6) L'*ù* pronunciasi largo, partecipante dell'*o*. (7) *e* molto largo. (8) *disse* alla Riminese ora dicesi *dêss* ora *gê*. (9) *u* molto stretto partecipante dell'*u* lombardo.

festa (7), parchè stmè fiôl a pos dì cl' era mort, e le risuscitè, l' era pers, e a l' ho trov. E i pranzipiò a fe festa (7). E fiôl più grand l'èra andè in campàgna, e turnànd in zittà, quand e fü (8) vsèin a chèsa, e santê i sun (9) e i chent; e ciamò un di sarvitur (9), ej dmandò cus cl' èra suzès. E lô ei gê: l'è turnè a chèsa e vost fradel (7), e e vost bab l' ha mazzè un videl (7) grass, perchè e l' ha arvù sen e sèlve. Lô allòra es n' avê per mel, e en vulèva gniènca antrè at chesa. E vens fòra e pèdre ei pranzipiò a dmandè e perchè che s' era instizzì. L' arspundè cun trêsta grêzia, e e des me su bab: l'è tent jann ch'av sèrve, e an vo mei (?) manchè, e vo an mavì maj de un cavrèt, da fe un imbrenda cun i mi amigh. E vèin a chèsa st vost fiôl cla strusciè tùtt la su ròba cun del dunàzzi, a ja vi mazzè sùbit un videl (7) bèin grass. E bab e zarcò d'imbunìl, e ei dês: sèint, fiôl: te tse sèimpre cun me, e tse che tùtt la mi ròba, l' è roba tua: la jèra d' giôsta ch sfôs fat fèsta e alligria, perchè e tu fradel (7) cal cridèva mort, l' è arvivìd, e s' èra pers, e se truvèd.

SULLE CURVE E SULLE SUPERFICIE ALGEBRICHE AMMETTENTI UN GRUPPO FINITO E RIDOTTO DI SEMIPROIETTIVITÀ DI 1ª E 2ª SPECIE IN SÈ

Nota di SALVATORE CHERUBINO

(*Adunanza dell'8 aprile 1915*)

In una mia precedente nota (*) furono caratterizzate, mediante le loro equazioni, tutte le curve piane algebriche e tutte le (iper-)superficie algebriche ammettenti gruppi finiti di trasformazioni *cremoniane* operanti proiettivamente su una delle coordinate ed in un certo modo particolare sulle altre. Tali gruppi furono ivi detti *semiproiettivi ridotti* (**).

Ora, quando l'equazione $f(z_i) = 0$ di una curva o (iper-) superficie algebrica C è a coefficienti complessi, nasce spontanea l'idea di considerare, insieme con C, quella $\bar{C}$ la cui equazione $\bar{f}(z_i) = 0$ si ottiene dalla prima scambiando nei loro complessi coniugati tutti i coefficienti (ed i parametri, se ve ne sono). Fra questi enti algebrici C, $\bar{C}$ esiste la corrispondenza biunivoca definita dalle relazioni

$$I \equiv \{ z'_i = \bar{z}_i \},$$

(*) Vedi questi *Rendiconti*, vol. XLVII, fasc. 17-18: *Sulle curve e sulle superf. alg. con uno spec. tipo di trasf. biraz. in sè.* Indicherò questa in seguito con *(C)*.

(**) Tali trasformazioni cremoniane rientrano, pel piano, nel tipo delle trasformazioni di JONQUIÈRES, e per lo spazio in quello delle trasformazioni dette *di Jonquières generalizzate* dai Sigg. ENRIQUES e FANO nella memoria *Sui gruppi continui di trasf. cremoniane dello spazio* [Ann. di Mat. s. 2ª, t. 26]. I gruppi di Jonquières generalizzati furon poi ampiamente studiati dal Sig. FANO in una memoria pubblicata dalla R. Acc. della Sc. di Torino [serie II, t. XLVIII, (1897-98)]. Le ricerche della presente nota e della *(C)*, sono però affatto indipendenti dai risultati e dai metodi dei due importanti lavori ora citati.

essendo evidente che ad ogni sistema di soluzioni $z_i^{(o)}$ di $f(z_i)=0$ corrisponde *un* sistema $\bar{z}_i^{(o)}$ (valori complessi coniugati dei $z_i^{(o)}$) di soluzioni della $\bar{f}(z_i)=0$, e viceversa.

Questa corrispondenza, benchè biunivoca e continua *non è algebrica*. Perciò non è lecito dedurne la identità delle proprietà algebrico-geometriche delle C, $\bar{C}$. Il che invece si può qualora questi enti sieno trasformabili l'uno nell'altro da una operazione birazionale (in particolare cremoniana). Detta P questa operazione, e posto sia $C = P\bar{C}$, la C vien trasformata in sè dal prodotto $Q = PI$ (da destra a sinistra) che diremo *trasformazione birazionale di* 2ª *specie* (*) (non algebrica) per distinguerla dalla P, che diremo di 1ª *specie*. Così si presenta il problema delle curve ed (iper-)superficie algebriche con trasformazioni birazionali di 2ª specie in sè.

Osservisi, inoltre, che quando si voglion caratterizzare tutti quegli enti algebrici che ammettono un certo tipo di trasformazioni birazionali (di 1ª o di 2ª specie) è importante, per la soluzione completa, non solo determinare le equazioni tipiche che a quegli enti rispondono, ma anche sceverare tutti quelli che possono ottenersi l'uno dall'altro operando una trasformazione di quel tipo. Cioè occorre avere un criterio per riconoscere se due di quegli enti, ammettenti trasformazioni di quel tipo, sono oppur no identici rispetto ad esse.

È in questo senso che intendo risolvere il problema per le curve e le (iper-)superficie algebriche ammettenti trasformazioni semiproiettive ridotte di 1ª e di 2ª specie (**).

(*) Il Sig. COMESSATTI mi scrive osservando che le trasformazioni di tal tipo sono già state denominate *antibirazionali* nella sua memoria: *Fondamenti per la geom. sopra le sup. raz. dal punto di vista reale* [Math. Ann. Bd. 73 (1912)] e ciò per estendere la notazione « *antiproiettività* » di SEGRE [Atti di Torino, 1889-90 e 1890-91; Math. Ann., 40 (1892)]. Non ho potuto adottare la stessa denominazione perchè la mia nota che qui richiamo con (B), ed alla quale in questa spesso mi riferisco, era già pubblicata e la presente già spedita. Credo che le notazioni « Gruppo di 2ª specie » ed « operazione di 2ª specie » da lungo tempo usate nella teoria dei gruppi di operazioni e delle funzioni automorfe, siano meglio rispondenti all'indole prettamente gruppale di buona parte della (B) (Cfr. specialmente il §. 2).

(**) Lo stesso problema, anzi quello rispetto a tutte le trasformazioni birazionali, è stato da me già risoluto per le curve iperellittiche nelle 2 note: « *Sulle curve iperell. con trasf. biraz. sing. in sè, e sui loro mod. alg.* » [Atti dell'Acc. di Torino, vol 49 (1913-14)] e « *Sulle curve iperell. con trasf. di 2ª specie in sè* » [Ibidem, vol. 50 (1914-15)]. Queste due note richiamerò in seguito rispettivamente con (A) e con (B).

Le dimostrazioni sono date soltanto per le curve piane e per le superficie dello spazio ordinario, ma i risultati si estendono senza difficoltà alle ipersuperficie.

§ I. Equazioni tipiche delle curve algebriche piane e delle superficie algebriche ammettenti trasformazioni semiproiettive ridotte di 2ª specie.

1. È noto che (*) ogni gruppo di 2ª specie si ottiene ampliando un gruppo G di prima specie mediante una operazione Q di 2ª specie il cui quadrato sia contenuto in G, e tale che $Q\,G\,Q^{-1} = G$. Un tal gruppo indico con la notazione.

$$\{G\,;\ Q\}.$$

Ogni operazione di 2ª specie Q è sempre prodotto della operazione I definita dalle relazioni

$$\{z'_i = \bar{z}_i\} \quad (i = 1, 2, \ldots, r),$$

(dove $\bar{z}_i$ sta ad indicare la variabile complessa coniugata di z_i) e di una operazione P di 1ª specie (cioè operante sulle sole z_i). Scriverò $Q = PI$, intendendo eseguito il prodotto da destra a sinistra.

È evidente che una equazione sulle z_i ammetterà il gruppo di 2ª specie $\{G; Q\}$ allora e soltanto allora che ammette il G e la Q.

2. Dirò *gruppo semiproiettivo di 2ª specie* ogni gruppo ottenibile da un gruppo semiproiettivo di 1ª specie (cioè da quelli considerati nel §. 1 di *(C)*) ampliandolo con una PI il cui fattore P indichi una operazione semiproiettiva di prima specie. Così per i *ridotti*.

Occupandomi, in questa nota, dei soli gruppi semiproiettivi ridotti di 1ª e di 2ª specie, ometterò spesso, per brevità, la parola « ridotto ».

3. Sia C una curva algebrica piana che ammetta il gruppo semiproiettivo (ridotto) di 2ª specie

$$\Gamma = \{G;\, Q\} \equiv \left\{ z' = \frac{a_i z + b_i}{c_i z + d_i},\ w = \frac{\varepsilon \,.\, w}{(c_i z + d_i)^q}\ ;\ z' = \frac{a \bar{z} + b}{c \bar{z} + d},\ w' = \frac{\chi_1(z)}{\chi_4(z)}\, w \right\}$$

$$\varepsilon = e^{\frac{2\varkappa\pi i}{n}} \quad (\varkappa = 0, 1, \ldots, n-1);\ \ i = 0, 1, 2, \ldots.\ ;\ q = \text{intiero}.$$

(*) V., ad es., la *(B)*, §. 2, cui rimando anche per maggiori ragguagli sui gruppi, birazionali o non, di 2ª specie.

Poichè C deve ammettere il G, vuol dire che G è di ordine finito, poniamo m, e Γ è di ordine $2m$; inoltre la equazione di C potrà scriversi:

$$(1)\quad f(z,w)=f_0(z).w^{\lambda n}+f_1(z).w^{(\lambda-1)n}+.....+f_{\lambda-1}(z).w^n+f_\lambda(z)=0.$$

Gli $f_s(z)$ sono polinomii che ammettono il gruppo poliedrale finito Γ_a, con cui G opera su z, ed i loro gradi m_s soddisfano alle relazioni

$$(2)\qquad m_s=m_0+qsn \qquad (s=1,2,...,\lambda)\ (*).$$

Posto $Q=PI$, dove

$$P\equiv\left[z'=\frac{az+b}{cz+d},\ w'=\frac{\chi_1(z).w}{\chi_4(z)}\right],$$

occorre anche avere identicamente (**)

$$Q\,f(z,w)=P\,f(\bar z,w)=P\,\bar f(z,w)=f(z,w),$$

tutt'al più a meno di un fattore costante. Con

$$\bar f(z,w)=\bar f_0(z).w^{\lambda n}+\bar f_1(z).w^{(\lambda-1)n}+.....+\bar f_\lambda(z)$$

si è indicata la stessa $f(z,w)$ nella quale tutte le costanti sono state scambiate con le loro complesse coniugate. È ovvio poi che le 2 equazioni

$$f(\bar z,\bar w)=0\quad,\quad \bar f(z,w)=0$$

sono fra loro identiche, perchè ogni coppia z_0, w_0 che soddisfa la prima soddisfa anche la seconda, e viceversa.

Imporrò dunque la condizione che, operata P sull'equazione

$$(3)\qquad \bar f(z,w)=0\,,$$

questa si riduca alla (1).

Il procedimento da seguire è affatto analogo a quello svolto al §. 5 della (C): qui ne indico uno più breve, che equivale perfettamente al mentovato (***).

Il termine generale $\bar f(z).w^{(\lambda-s)n}$ della (3), quando si opera la P, si trasforma in:

$$(4)\qquad \frac{\bar f_s(az+b,\,cz+d)}{(cz+d)^{m_s}}\cdot\left[\frac{\chi_1(z)}{\chi_4(z)}\right]^{(\lambda-s)n}\cdot w^{(\lambda-s)n},$$

(*) Vedi la (C), §. 5

(**) Si intenda sempre, qui ed in seguito, che siasi dapprima introdotta l'omogeneità, indi si sia ritornato alle coordinate non omogenee ponendo eguale all'unità la terza variabile.

(***) E che del resto è analogo a quello già adoperato nel §. 6 della stessa (C).

dove $\bar{f}_s(az+b, cz+d)$ indica ciò che si ottiene quando nel polinomio $f_s(z)$, reso omogeneo in $f_s(z, u)$, si pone

$$z = az + b \quad , \quad u = cz + d \, .$$

Poichè è rimasto inalterato il grado in w di questo termine, bisognerà che esso si riduca al termine $f_s(z) . w^{(\lambda-s)n}$ della (1), a meno di un fattore razionale in z, comune a tutti i termini, cioè indipendente da s.

Osservisi che la P trasforma fra loro i punti del piano aventi l'ordinata w nulla e così fra loro quelli aventi l'ordinata infinita, perciò dovrà trasformare $\bar{f}_\lambda(z)$ in $f_\lambda(z)$ ed $\bar{f}_0(z)$ in $f_0(z)$ (*). Ora, i 2 termini estremi di (3) diventano

$$\frac{\bar{f}_\lambda(az+b, cz+d)}{(cz+d)^{m_\lambda}} \quad ; \quad \frac{\bar{f}_0(az+b, cz+d)}{(cz+d)^{m_0}} \cdot \left[\frac{\chi_1(z)}{\chi_4(z)}\right]^{\lambda n} . \, w^{\lambda n}$$

e poichè, a meno di un fattore costante, si ha

$$\bar{f}_\lambda(az+b, cz+d) = f_\lambda(z) \quad , \quad \bar{f}_0(az+b, cz+d) = f_0(z),$$

le 2 funzioni razionali

$$(5) \qquad \frac{1}{(cz+d)^{m_\lambda}} \quad , \quad \frac{1}{(cz+d)^{m_0}} \cdot \left[\frac{\chi_1(z)}{\chi_4(z)}\right]^{\lambda n}$$

debbono essere eguali fra loro ed al fattor razionale di cui si altera ogni termine della trasformata di (3), rispetto alla (1).

(*) Rilevo una obiezione che, a prima vista, potrebbe farsi in questo punto al metodo adoperato qui e nella (C). Quando l'ordine supera λn, vi sono altri punti della curva aventi l'ordinata infinita (oltre quelli dati da $f_0(z) = 0$) situati su una qualunque retta parallela all'asse delle y: però questi sono *automaticamente*, mi si passi l'espressione, trasformati fra loro da qualunque operazione semiproiettiva ridotta, anche non ammessa dalla curva. Se tale considerazione volesse evitarsi, basterebbe operare sulla curva C la trasformazione

$$T \equiv \left[z' = z, \, w = \frac{w'}{f_0(z)}\right],$$

con che il coefficiente di $w^{\lambda n}$ diventa l'unità mentre il gruppo che ammetterà $C' = TC$ rimarrà ancora semiproiettivo ridotto. Così facendo, si ha $m_s = qsn \geqq sn$ (onde $q > 0$) e cade anche l'obiezione analoga per i punti di ordinata nulla, perchè l'ordine di C' risulta $m_\lambda = q\lambda n$. Ma *anche in questo caso*, non potremo esimerci dal tenere opportunamente conto del punto all'infinito dell'asse z quale radice degli $f_s(z)$, come volta per volta vien suggerito dalle stesse forme poliedrali delle tabelle di (A) e (B), alle quali sempre mi riferisco.

Altrettanto potrà dirsi, o farsi, per le (iper-)superficie.

Eguagliando le (5) e non tenendo conto degli eventuali fattori costanti, che possono eliminarsi (*) ((C) §. 5), si ha

$$\frac{\chi_1(z)}{\chi_4(z)} = (cz+d)^{\frac{m_0-m_\lambda}{\lambda n}},$$

cioè, per le (2),

$$\frac{\chi_1(z)}{\chi_4(z)} = \frac{1}{(cz+d)^q}.$$

I termini (4) si riducono dunque ad

$$\frac{\bar{f}_s(az+b, cz+d)}{(cz+d)^{m_s+q(\lambda-s)n}} \cdot w^{(\lambda-s)n},$$

e poichè il denominatore, essendo $m_s + q(\lambda-s)n = m_0 + q\lambda n$, risulta indipendente da s, si conclude

$$\bar{f}_s(az+b, cz+d) = f_s(z),$$

a meno di un fattor costante, anch' esso indipendente da s.

4. Possiamo dunque enunciare:

Il gruppo semiproiettivo ridotto di 2ª *specie ammesso da una curva algebrica è sempre riducibile alla forma*

$$\Gamma \equiv \left\{ z' = \frac{a_i z + b_i}{c_i z + d_i}, w' = \frac{\varepsilon . w}{(c_i z + d_i)^q}; z' = \frac{a\bar{z}+b}{c\bar{z}+d}, w' = \frac{\bar{w}}{(c\bar{z}+d)^q} \right\}$$

$\varepsilon = e^{\frac{2\varkappa\pi i}{n}}$ $(\varkappa = 0, 1,..., n-1)$; $i = 0, 1, 2,..., m-1$; q = intero.

E l'equazione della curva che lo ammette si scrive

$$f_0(z). w^{\lambda n} + f_1(z). w^{(\lambda-1)n} + ... + f_{\lambda-1}(z). f_\lambda(z) = 0,$$

dove gli f_s *sono polinomii che ammettono il gruppo poliedrale finito di* 2ª *specie*

$$\Gamma_n \equiv \left\{ z' = \frac{a_i z + b_i}{c_i z + d_i}; z' = \frac{a\bar{z}+b}{c\bar{z}+d} \right\} \quad (i = 0, 1, 2,..., m-1)$$

per ogni (pseudo-)sostituzione del quale tutti si alterano di uno stesso fattore costante, mentre i loro gradi m_s *soddisfano alle relazioni*

$$m_s = m_0 + q s n \qquad (s = 1,..., \lambda).$$

I risultati dei §§. 6 e 7 della (B) ci permettono di costruire *tutte* le curve indicate in questo teorema.

(*) Nel seguito, non mi occuperò più dei fattori costanti.

5. Sia F una superficie algebrica ammettente il gruppo semiproiettivo finito di 2ª specie

$$\Gamma \equiv \{G; Q\} \equiv$$

$$\equiv \left\{ x' = \frac{a_i x + b_i}{c_i x + d_i}, \; y' = \frac{\xi . y}{(c_i x + d_i)^q}, \; z' = \frac{\varepsilon . z}{(c_i x + d_i)^{q'}}; \right.$$

$$\left. x' = \frac{a\bar{x} + b}{c\bar{x} + d}, \; y' = \frac{\alpha(\bar{x}) . \bar{y}}{\delta(\bar{x})}, \; z' = \frac{A(x,y) . z}{D(x,y)} \right\};$$

$$\xi = e^{\frac{2\varkappa\pi i}{\mu}} \; (\varkappa = 0, 1, \dots, \mu - 1); \; \varepsilon = e^{\frac{2\varkappa\pi i}{n}} \; (\varkappa = 0, 1, \dots, n-1);$$

$$i = 0, 1, \dots, m-1; \; q, q' = \text{intieri}.$$

Dovendo F ammettere il gruppo G, la sua equazione può scriversi:

$$f(x,y,z) = f_0(x,y).z^{\lambda n} + f_1(x,y).z^{(\lambda-1)n} + \dots + f_{\lambda-1}(x,y).z^n + f_\lambda(x,y) = 0$$

dove

$$f_s(x,y) = f_{s,0}(x).y^{\lambda_s \mu} + f_{s,1}(x).y^{(\lambda_s - 1)\mu} + \dots + f_{s,\lambda_s - 1}(x).y^\mu + f_{s,\lambda_s}(z).$$

I polinomii $f_{s,i}(z)$ ammettono già il gruppo poliedrale finito di prima specie Γ_a col quale G opera su x, e per le trasformazioni di Γ_a si alterano tutti dello stesso fattore: infine i gradi m_{si} di questi $f_{s,i}$ soddisfano alle relazioni

$$(6) \quad \begin{cases} m_{si} = m_{s0} + q i \mu & (i = 0, 1, \dots, \lambda_s) \\ m_{s0} = m_{00} + q(\lambda_0 - \lambda_s)\mu + q' s n & (s = 0, 1, \dots, \lambda). \end{cases}$$

Posto $Q = PI$, occorre ancora avere identicamente

$$Q\, f(x,y,z) = P\, f(\bar{x},\bar{y},\bar{z}) = P\, \bar{f}(x,y,z) = f(x,y,z),$$

tutt'al più a meno di un fattore costante.

È affatto evidente che se i polinomii $f_{s,i}(x)$ amettono anche la Q (a meno di un fattor costante indipendente da s e da i) ossia ammettono il gruppo poliedrale finito di 2ª specie

$$\left\{ x' = \frac{a_i x + b_i}{c_i x + d_i}, \; x' = \frac{a\bar{x} + b}{c\bar{x} + d} \right\} \qquad (i = 0, 1, \dots, m-1),$$

e se si ha

$$\frac{\alpha(\bar{x})}{\delta(\bar{x})} = \frac{1}{(cx + d)^q}, \quad \frac{A(x,y)}{D(x,y)} = \frac{1}{(cx + d)^{q'}},$$

la F ammetterà il Γ.

Mi propongo di dimostrare che questo è l'unico caso possibile.

Ricordiamo che ((C), § 6) uno dei due polinomii $f_0(x,y)$, $f_\lambda(x,y)$, od anche entrambi, possono supporsi di grado > 0, tanto rispetto a x che ad y.

Partiamo dall' equazione

$$(7)\qquad f(x,y,z) = f_0(x,y).z^{\lambda n} + f_1(x,y).z^{(\lambda-1)n} + \ldots + f_\lambda(x,y) = 0$$

sulla quale opereremo la

$$P \equiv \left[x' = \frac{ax+b}{cx+d},\ y' = \frac{\alpha(x)}{\delta(x)}.y\ ,\ z' = \frac{A(x,y)}{D(x,y)}.z \right],$$

che dovrà ricondurci alla $f(x,y,z) = 0$.

Poichè P scambia fra loro i punti dello spazio aventi la z nulla, così quelli aventi la z infinita, occorre avere

$$(8)\qquad \bar{f}_0(x,y) = f_0(x,y)\quad ,\quad P\bar{f}_\lambda(x,y) = f_\lambda(x,y)\,,$$

tutt' al più a meno di un fattore costante (*). Perciò si ha (vedi n° 4):

$$\frac{\alpha(x)}{\delta(x)} = \frac{1}{(cx+d)^q}\,.$$

Ora, il termine generale della (7)

$$\bar{f}_{s,i}(x).y^{(\lambda_s - i)\mu}.\,z^{(\lambda-s)}\,,$$

quando si opera la P, diventa

$$(9)\qquad \frac{f_{s,i}(ax+b,\,cx+d)}{(cx+d)^{m_{s0}+q\lambda_s\mu}}.\left(\frac{A}{D}\right)^{(\lambda-s)n}.\,y^{(\lambda_s-i)\mu}.\,z^{(\lambda-s)n}\,.$$

Poichè rimane inalterato l'esponente di z, il trasformato di $\bar{f}(x,y).z^{(\lambda-s)n}$ della (7) dovrà ridursi, dopo l'eliminazione di un fattor razionale indipendente da s, al termine $f_s(x,y).z^{(\lambda-s)n}$. Stante le (8), e confrontando con (9), si vede subito che questo fattor razionale deve esser eguale a quelli di cui si alterano i termini estremi di (7), rispetto ad f_0 ed f_λ, cioè ad

$$\frac{1}{(cx+d)^{m_{00}+q\lambda_0\mu}}.\left(\frac{A}{D}\right)^{\lambda n},\quad \frac{1}{(cx+d)^{m_{\lambda 0}+q\lambda_\lambda\mu}}.$$

Eguagliando questi ultimi, e tenendo presente la seconda delle (6), si ha:

$$\frac{A}{D} = \frac{1}{(cx+d)^{q'}}\,.$$

Dopo di che, il termine (9) diventa

$$(10)\qquad \frac{f_{s,i}(ax+b,\,cx+d).\,y^{(\lambda_s-i)\mu}}{(cx+d)^{m_{s0}+q\lambda_s\mu+q'(\lambda-s)n}}.\,z^{(\lambda-s)n}.$$

(*) Leggasi la nota a pag. 351.

Poichè si ha $m_{s0} + q\lambda_s + q'(\lambda - s)n = m_{00} + q\lambda_0\mu + q'\lambda n$ il denominatore di (10) è indipendente da s e da i, onde si conclude che deve essere

$$\bar{f}_{si}(ax+b, cx+d) = f_{si}(x),$$

a meno di un fattor costante, anch'esso indipendente dagli indici s ed i.

Ed il nostro scopo è raggiunto.

§. II. Indipendenza semiproiettiva delle nostre curve e superficie.

6. Dirò che le 2 due curve o superficie algebriche C, C' sono *semiproiettivamente identiche* o *dipendenti*, se esiste una semiproiettività S (di 1ª o 2ª specie) tale che si abbia $C' = SC$, altrimenti le dirò *distinte* o *indipendenti*.

I 5 gruppi poliedrali finiti (di prima specie) della prima forma data dal Klein (*) e gli 11 gruppi poliedrali finiti distinti (di 2ª specie) elencati nel §. 4 della (B) (**) li dirò *normali*. Ad essi, mediante *similitudini*, possono ridursi tutti i gruppi poliedrali finiti: tutti questi 16 sono fra loro *distinti*, cioè nessuno di essi è simile a qualcuno degli altri 15.

Un gruppo semiproiettivo finito (di 1ª o di 2ª specie) lo dirò *normale*, se è ammesso da qualche curva o (iper-)superficie algebrica e se, inoltre, opera su una delle variabili con un gruppo poliedrale finito normale.

Infine, le curve o (iper-)superficie algebriche, con equazioni in cui il coefficiente della più alta potenza di y, o di z, etc., è eguale all'unità, ammettenti gruppi semiproiettivi normali, le dirò *autosemiproiettive normali*; l'equazione di *una* di queste curve o superficie può sempre ritenersi della forma indicata ai § 5 e 6 della (C), per le trasformazioni di 1ª specie, e nella prima parte della presente nota, per quelle di 2ª specie [salvo che $f_0(z) = f_0(x, y) = 1$, ciò che può sempre farsi].

7. Sarà dimostrato che:

a) *Due curve, o superficie, auto-semiproiettive normali non possono essere semiproiettivamente identiche senza ammettere lo stesso gruppo semiproiettivo normale. E, se lo sono, la semiproiettività che trasforma la prima nella seconda:*

(*) *Das Ikosaeder* (Leipzig, 1884), I, 2 §. 7, pag. 42.

(**) Ivi ne ho elencati 13, ma i 2 gruppi trirettangoli vanno inclusi nei diedrali. Solo è bene tener distinti i trirettangoli dai diedrali, per le loro particolarità [(A), §. 4; (B), §. 7].

è dello stesso tipo di quelle del gruppo;

è formata con una sostituzione lineare che trasforma in sè il gruppo poliedrale finito normale con cui è formato quello semiproiettivo ammesso dalle 2 curve, o superficie;

trasforma ogni $f_s(x)$, *od* $f_{si}(x)$, *della equazione della 1ª curva, o superficie, nel corrispondente* $\varphi_s(x)$, *o* $\varphi_{si}(x)$, *della equazione della seconda.*

Dalla dimostrazione seguirà anche che:

b) *Due curve, o superficie, auto-semiproiettive normali sono semiproiettivamente dipendenti o distinte, secondo che tutti gli* $f_s(x)$, *o gli* $f_{si}(x)$, *della equazione della prima sono oppur no proiettivamente dipendenti dai* $\varphi_s(x)$, *o dai* $\varphi_{si}(x)$, *dell'equazione della seconda (a meno di un fattor costante indipendente da* s *e da* i).

Per le dimostrazioni, ci riferiremo solo a gruppi di 2ª specie; i risultati resteranno stabiliti anche per i gruppi di 1ª specie, che son contenuti in quelli.

8. Siano C e C' due curve auto-semiproiettive normali per le quali i *più ampii* gruppi semiproiettivi ammessi siano, ordinatamente:

$$\Gamma \equiv \left\{ x' = \frac{a_r x + b_r}{c_r x + d_r},\ y' = \frac{\varepsilon . y}{(c_r x + d_r)^q};\ x' = \frac{a\bar{x} + b}{c\bar{x} + d},\ y' = \frac{\bar{y}}{(c\bar{x} + d)^q} \right\},$$

$\varepsilon = e^{\frac{2\varkappa\pi i}{n}}$ ($\varkappa = 0, 1, \ldots, n-1$); $r = 0, 1, \ldots, m-1$; $q =$ intiero;

$$\Gamma' \equiv \left\{ x' = \frac{a'_r x + b'_r}{c'_r x + d'_r},\ y' = \frac{\varepsilon' . y}{(c'_r x + d'_r)^{q'}};\ x' = \frac{a'\bar{x} + b'}{c'\bar{x} + d'},\ y' = \frac{\bar{y}}{(c'\bar{x} + d')^{q'}} \right\},$$

$\varepsilon' = e^{\frac{2\varkappa\pi i}{n'}}$ ($\varkappa = 0, 1, \ldots, n'-1$); $r = 0, 1, \ldots, m'-1$; $q' =$ intiero.

Le equazioni rispettive delle due curve scrivansi

$$\text{(I)}\qquad f_0(x) . y^{\lambda n} + f_1(x) . y^{(\lambda-1)n} + \ldots + f_{\lambda-1}(x) . y^n + f_\lambda(x) = 0,$$

$$\text{(II)}\qquad \varphi_0(x) . y^{\nu n'} + \varphi_1(x) . y^{(\nu-1)n'} + \ldots + \varphi_{\nu-1}(x) . y^{n'} + \varphi_\nu(x) = 0.$$

Sia $C' = SC$, con

$$S \equiv \left\{ x' = \frac{\alpha\bar{x} + \beta}{\gamma\bar{x} + \delta},\ y' = \frac{\chi_1(\bar{x}) . \bar{y}}{\chi_4(\bar{x})} \right\},$$

cosicchè deve essere $\Gamma' = S\,\Gamma\,S^{-1}$, $m = m'$. Anche i 2 gruppi poliedrali finiti (di 2ª specie) Γ_n e $\Gamma'_{n'}$, con cui Γ e Γ' operano su x, risultano fra loro simili, il primo essendo trasformato nel secondo dalla sostituzione lineare $x' = \dfrac{\alpha\bar{x} + \beta}{\gamma\bar{x} + \delta}$. Ma

Γ e Γ' sono normali, cioè Γ_n e $\Gamma'_{n'}$ sono distinti da similitudini, perciò

$$\Gamma_n = \Gamma'_{n'} .$$

Operando la S sulla (I), gli esponenti delle potenze di y restano immutati; la trasformata deve ridursi alla (II), quindi occorre

$$n = n' \quad , \quad \lambda = \nu .$$

Detti m_s ed m'_s i gradi relativi ad $f_s(x)$ ed a $\varphi_s(x)$ sappiamo che

$$(1) \qquad \begin{cases} m_s = m_0 + qsn , \\ m'_s = m'_0 + q'sn' = m'_0 + q'sn . \end{cases} \qquad (s = 0, 1, \ldots, \lambda).$$

Prima di continuare, osservisi che l'ipotesi $f_0 = \varphi_0 = 1$ è *sempre* lecita, perchè, se così non fosse, basterebbe eseguire sulle C, C' rispettivamente le semiproiettività

$$\left[x' = x , y = \frac{y'}{f_0(x)}\right] , \left[x' = x , y = \frac{y'}{\varphi_0(x)}\right],$$

che trasformerebbero i due gruppi semiproiettivi G, G' ammessi da C, C' in altri due gruppi ancora semiproiettivi (e ridotti, come i primi) ammessi dalle trasformate: questi possiamo ritenere siano i Γ, Γ'. Notiamo però che, essendo $m_0 = m'_0 = 0$, gli intieri q, q' saran positivi, come chiaramente mostrano le (1).

Ciò posto, e poichè sono inalterati gli esponenti di y, bisogna che la S trasformi ogni termine $f_s(x). y^{(\lambda-s)}$, di (I), nel termine $\varphi_s(x). y^{(\lambda-s)n}$, di (II), a meno di un fattor razionale indipendente dall' indice s. Il trasformato di $f_s(x). y^{(\lambda-s)n}$ è

$$(2) \qquad \frac{f_s(\alpha\bar{x}+\beta, \gamma\bar{x}+\delta)}{(\gamma\bar{x}+\delta)^{m_s}} \cdot \left[\frac{\chi_1(x)}{\chi_4(\bar{x})}\right]^{(\lambda-s)n} \cdot \bar{y}^{(\lambda-s)n} ,$$

nel quale il moltiplicatore di $\bar{y}^{(\lambda-s)n}$, detti h_1 ed h_4 i gradi dei polinomii χ_1 e χ_4, è una funzione razionale in x del grado

$$m_s - m_s + (h_1 - h_4)(\lambda - s) n .$$

La differenza fra questo grado e quello m'_s di $\varphi_s(x)$ è il grado del *fattor razionale indipendente da* s di cui sopra, perciò si ha

$$(h_1 - h_4)(\lambda - s) n - m'_s = (h_1 - h_4) \lambda n - m'_0 ,$$

da cui, tenendo presenti le (1),

$$q' = h_4 - h_1 . \text{ (*)}$$

(*) A questo stesso risultato, ma con calcolo più laborioso, si perviene applicando il procedimento adoperato al §. 5 della (C).

Infine, poichè, per la solita ragione, si ha $f_\lambda(\alpha\bar{x}+\beta, \gamma\bar{x}+\delta)=\varphi_\lambda(x)$, il fattor razionale di cui si altera, rispetto alla (II), tutta la trasformata di (I) è

$$\frac{1}{(\gamma\bar{x}+\delta)^{m_\lambda}},$$

come si ottiene dall' ultimo termine. E poichè invece il primo si altera di

$$\left[\frac{\chi_1(\bar{x})}{\chi_4(\bar{x})}\right]^{\lambda n},$$

uguagliando questi due fattori, e tenendo presenti le (1), si ha

$$\frac{\chi_1(\bar{x})}{\chi_4(\bar{x})}=\frac{1}{(\gamma\bar{x}+\delta)^q}.$$

Perciò concludesi

$$q=h_4-h_1=q',$$

e poi anche

$$m_s-m'_s=m_0-m'_0=0.$$

Dopo ciò, il termine (2) diventa

$$\frac{f_s(\alpha\bar{x}+\beta,\gamma\bar{x}+\delta)}{(\gamma\bar{x}+\delta)^{m_s+(\lambda-s)nq}}\cdot \bar{y}^{(\lambda-s)n},$$

onde, essendo $m_s+(\lambda-s)nq=\lambda qn$, concludesi subito

$$f_s(\alpha\bar{x}+\beta,\gamma\bar{x}+\delta)=\varphi_s(x),$$

a meno di un fattore costante indipendente da s.

9. Siano F ed F' due superficie auto-semiproiettive normali ammettenti rispettivamente i 2 gruppi

$$\Gamma\equiv\left\{x'=\frac{a_r x+b_r}{c_r x+d_r},\ y'=\frac{\xi\cdot y}{(c_r x+d_r)^q},\ z'=\frac{\varepsilon\cdot z}{(c_r x+d_r)^{q'}};\right.$$

$$\left.x'=\frac{a\bar{x}+b}{c\bar{x}+d},\ y'=\frac{\bar{y}}{(c\bar{x}+d)^q},\ z'=\frac{\bar{z}}{(c\bar{x}+d)^{q'}}\right\},$$

$$\xi=e^{\frac{2\kappa\pi i}{\mu}}\ (\kappa=0,1,\ldots,\mu-1);\ \varepsilon=e^{\frac{2\kappa\pi i}{n}}\ (\kappa=0,1,\ldots n-1);$$

$$r=0,1,\ldots,m-1;\ q,q'=\text{intieri};$$

$$\Gamma'\equiv\left\{x'=\frac{a'_r x+b'_r}{c'_r x+d'_r},\ y'=\frac{\xi'\cdot y}{(c'_r x+d'_r)^p},\ z'=\frac{\varepsilon'\cdot z}{(c'_r x+d'_r)^{p'}};\right.$$

$$\left.x'=\frac{a'\bar{x}+b'}{c'\bar{x}+d'},\ y'=\frac{\bar{y}}{(c'\bar{x}+d')^p},\ z'=\frac{\bar{z}}{(c'\bar{x}+d')^{p'}}\right\}$$

$\xi' = e^{\frac{2\varkappa\pi i}{\mu'}}$ $(\varkappa = 0, 1, \ldots, \mu'-1)$; $\varepsilon' = e^{\frac{2\varkappa\pi i}{n'}}$ $(\varkappa = 0, 1, \ldots, n'-1)$;
$r = 0, 1, \ldots, m'-1$; p, p' = intieri.

Le equazioni delle due superficie possiamo scriverle

$$\text{(III)} \qquad f(x, y, z) = z^{\lambda n} + f_1(x, y) . z^{(\lambda-1)n} + \ldots\ldots + f_{\lambda-1}(x, y) . z^n + f_\lambda(x, y) = 0,$$

$$\text{(IV)} \qquad \varphi(x, y, z) = z^{\nu n'} + \varphi_1(x, y) . z^{(\nu-1)n'} + \ldots\ldots + \varphi_{\nu-1}(x, y) . z^{n'} + \varphi_\nu(x, y) = 0, \ (*)$$

in cui ponesi

$$f_s(x,y) = f_{s,0}(x) . y^{\lambda_s \mu} + f_{s,1}(x) . y^{(\lambda_s - 1)\mu} + \ldots + f_{s,\lambda_s - 1}(x) . y^\mu + f_{s,\lambda_s}(x),$$

$$\varphi_s(x,y) = \varphi_{s,0}(x) . y^{\nu_s \mu'} + \varphi_{s,1}(x) . y^{(\nu_s - 1)\mu'} + \ldots + \varphi_{s,\nu_s - 1}(x) . y^{\mu'} + \varphi_{s,\nu_s}(x).$$

E sia

$$S \equiv \left\{ x' = \frac{\alpha \bar{x} + \beta}{\gamma \bar{x} + \delta}, \ y' = \frac{\chi_1(\bar{x})}{\chi_4(\bar{x})} . \bar{y}, \ z' = \frac{\pi_1(\bar{x}, \bar{y})}{\pi_4(\bar{x}, \bar{y})} . \bar{z} \right\}$$

la semiproiettività che trasforma F in F'. Si ha subito, analogamente come per le curve:

$$\Gamma' = S \Gamma S^{-1}; \ \Gamma_a = \Gamma'_{a'}; \ \Gamma_a = s \Gamma_a s^{-1}; \ s \equiv \left\{ x' = \frac{\alpha \bar{x} + \beta}{\gamma \bar{x} + \delta} \right\}.$$

ed

$$m = m'; \ n = n'; \ \lambda = \nu.$$

E poichè S scambierà $f_\lambda(x,y)$ in $\varphi_\nu(x,y)$, si ha anche

$$\mu = \mu'; \ \lambda_\lambda = \nu_\lambda; \ q = p; \ \frac{\chi_1(\bar{x})}{\chi_4(\bar{x})} = \frac{1}{(\gamma \bar{x} + \delta)^q}.$$

Il termine generico di (III) si trasforma in

$$\text{(3)} \qquad \frac{f_{si}(\alpha \bar{x} + \beta, \gamma \bar{x} + \delta)}{(\gamma \bar{x} + \delta)^{m_{si} + q(\lambda_s - i)\mu}} . \left(\frac{\pi_1}{\pi_4} \right)^{(\lambda - s)n} . \bar{y}^{(\lambda_s - i)\mu} . \bar{z}^{(\lambda - s)n}.$$

Poichè il grado in y di questo termine, rispetto a quello da cui proviene, è alterato esclusivamente dal fattor razionale $\left(\frac{\pi_1}{\pi_4} \right)^{(\lambda - s)n}$, il quale non dipende da i, vuol dire che allo stesso modo si altera il grado in y del trasformato di tutto $f_s(x, y) z^{(\lambda - s)n}$.

(*) Ho subito posto, come si è visto lecito, $f_0 = \varphi_0 = 1$; con ciò si ha $\lambda_0 = \nu_0 = 0$, $m_{0i} = m'_{0i} = 0$ $(i = 0, 1, 2, \ldots,)$, e risulterà senz'altro che $f_\lambda(x, y)$ e $\varphi_\lambda(x, y)$ sono di grado non nullo sia in x che in y.

Detto ϱ il grado rispetto ad y di $\frac{\pi_1}{\pi_4}$, quello del trasformato di $f_s(x, y)\, z^{(\lambda - s)n}$, in y, è

$$\varrho(\lambda - s)\, n + \lambda_s\, \mu .$$

Intanto, stante che gli esponenti di z rimangono immutati, il termine $f_s(x, y)\, z^{(\lambda - s)n}$ dovrà trasformarsi in $\varphi_s(x, y)\, z^{(\lambda - s)n}$, a meno di un fattor razionale indipendente da s, e poichè il grado in y di φ_s è $\nu_s\, \mu$, questo fattor comune dovrà avere il grado

$$\varrho(\lambda - s)\, n + \lambda_s\, \mu - \nu_s\, \mu ,$$

rispetto ad y. Per $s = \lambda$ questo grado è nullo, perciò è sempre tale; onde, per $s = 0$,

$$\varrho\, \lambda\, n = 0,$$

cioè $\varrho = 0$; quindi anche $\lambda_s = \nu_s$ $(s = 0, 1, \ldots, \lambda)$.

Intanto, tenendo anche presenti i risultati conseguiti, i gradi m_{si} degli f_{si} e quelli m'_{si} dei φ_{si} soddisfano alle relazioni

$$(4)\quad \begin{cases} m_{si} = m_{s0} + q\, i\, \mu , \\ m_{s0} = -\, q\, \lambda_s \mu + q' s\, n , \end{cases} \qquad (5)\quad \begin{cases} m'_{si} = m'_{s0} + q\, i\, \mu , \\ m'_{s0} = -\, q\, \lambda_s\, \mu + p' s\, n , \end{cases}$$

$$(i = 0, 1, \ldots, \lambda_s) \quad , \quad (s = 1, 2, \ldots, \lambda) .$$

Eguagliando i 2 fattori razionali di cui si alterano, mediante S, i termini estremi di (III) rispetto a quelli di (IV), e guardando le ultime relazioni scritte, si ha

$$\frac{\pi_1}{\pi_4} = \frac{1}{(\gamma \bar{x} + \delta)^{q'}} .$$

Perciò il (3) diventa

$$\frac{f_{si}(\alpha \bar{x} + \beta, \gamma \bar{x} + \delta) \,.\, \bar{y}^{(\lambda_s - i)\mu} \,.\, \bar{z}^{(\lambda - s)n}}{(\gamma \bar{x} + \delta)^{m_{si} + q(\lambda_s - i)\mu + q'(\lambda - s)n}} ,$$

dove l'esponente del denominatore è, per le (4), (5),

$$m_{si} + q(\lambda_s - i)\, \mu + q'(\lambda - s)\, n = q'\, \lambda\, n ,$$

cioè non dipende da s nè da i; dunque questo è il denominatore comune di cui si altera tutta la trasformata di (III), rispetto alla (IV).

Concludesi quindi

$$f_{si}(\alpha \bar{x} + \beta, \lambda \bar{x} + \delta) = \varphi_{si}(x) ,$$

a meno di un fattor costante indipendente da s e da i. Onde, infine,

$$m_{si} = m'_{si} \quad , \quad q' = p' .$$

Con ciò i teoremi *a*) e *b*) sono dimostrati.

10. Siano ora C_1 e C_2 due curve, o superficie, algebriche ammettenti i due gruppi semiproiettivi finiti (di 1ª o di 2ª specie) G_1 e G_2, simili allo stesso gruppo semiproiettivo ridotto) normale Γ: e sia $G_1 = S_1 \Gamma S_1^{-1}$, $G_2 = S_2 \Gamma S_2^{-1}$, dove S_1 ed S_2 sono due semiproiettività (ridotte) di 1ª o di 2ª specie (*).

Si considerino le due trasformate $C'_1 = S_1^{-1} C_1$ e $C'_2 = S_2^{-1} C_2$: queste ammettono il Γ, cioè sono due curve, o superficie, autosemiproiettive normali, quindi si trovano fra quelle da noi caratterizzate, in questa nota e nella (*C*), mediante le loro equazioni.

Se queste C'_1, C'_2 sono semiproiettivamente identiche, lo saranno anche le C_1, C_2, perchè da $C'_2 = R\, C'_1$ (dove R è una semiproiettività) si ha $C_2 = S_2\, C'_2 = S_2 R S_1^{-1} C_1$. Viceversa, essendolo C_1, C_2, sono semiproiettivamente identiche anche C'_1 e C'_2.

A qualche risultato si perverrebbe anche se S_1 ed S_2 fossero 2 trasformazioni cremoniane o, più generalmente, birazionali, onde G_1 e G_2 non sarebbero più semiproiettivi. Però, il problema generale della indipendenza, o meno, delle C_1, C_2 (nel senso indicato al principio di questa nota) non potrebbe completamente risolversi se non quando i gruppi G_1 e G_2 fossero i più ampii gruppi di trasformazioni cremoniane — o, rispettivamente, birazionali (di 1ª o 2ª specie) — ammessi dalle C_1, C_2 (**). In tale ipotesi, la questione potrebbe ridursi alla ricerca del più ampio gruppo di trasformazioni, cremoniane o birazionali, che contiene il Γ come sottogruppo eccezionale (***).

Napoli, febbraio 1915.

(*) Si tenga presente che, per la identità di C, C', è indispensabile che G_1 e G_2 siano simili fra loro.

(**) Per le curve iperelittiche è questo il caso che si presenta, ecco perchè per esse [vedi (*A*) e (*B*)] il problema vien risolto rispetto a trasformazioni birazionali generali (di 1ª e di 2ª specie).

(***) Pel gruppo cremoniano più ampio che contiene come invariante un semiproiettivo normale, si potrebbe riconoscere che, *salvo alcune eccezioni*, è anch' esso semiproiettivo (ridotto o non).

SULLA DIREZIONE DI VIBRAZIONE DELLA LUCE POLARIZZATA DESUNTA DAL FENOMENO ZEEMAN

Nota del M. E. prof. ORESTE MURANI

(*Adunanza dell' 8 aprile 1915*)

1. I fenomeni che presenta la luce totalmente polarizzata, impongono necessariamente l' idea che le vibrazioni luminose, sempre normali al raggio, facciano un angolo costante col piano di polarizzazione: e precisamente, essendo tutti i fenomeni simmetrici rispetto a questo piano, le vibrazioni luminose devono compiersi o parallelamente o perpendicolarmente ad esso. Neumann adottò la prima ipotesi, Fresnel la seconda: entrambe spiegano egualmente bene i fatti; tuttavia la seconda ipotesi ha trovato maggior favore presso i Fisici, sebbene non possa dirsi rigorosamente dimostrata.

Mi pare superfluo ricordare che il piano di polarizzazione di un raggio coincide, per definizione, con quello in cui bisogna porre la sezione principale di uno spato analizzatore, affinchè ne esca un solo raggio ordinario. Per esempio, dei due raggi emergenti da uno spato ai quali da luogo un unico raggio incidente, il raggio detto ordinario è polarizzato nel piano della sezione principale dello spato, e quello straordinario è polarizzato in un piano perpendicolare alla detta sezione.

2. Ora pare a me che il fenomeno Zeeman osservato nel modo semplicissimo descritto in una mia precedente nota che presentai a questo Istituto (1), anche per il carattere spiccato

(1) Rendiconti, Serie II, Vol. 47, pag. 477.

che presenta operando nel modo che ivi dissi, può servire a decidere la questione,

Per la maggiore chiarezza dell'esposizione sarà bene di riassumere brevemente la teoria del fenomeno dovuta al Lorentz, che, almeno nei casi più semplici, ne dà una spiegazione semplice, esauriente, da tutti accettata. Stando alla teoria elettromagnetica della luce, si sa che questa consiste nella propagazione nell'etere di una serie d'onde elettromagnetiche, suscitate in esso dalle vibrazioni degli elettroni che entrano a comporre gli atomi della sorgente luminosa.

Decomponendo ciascuna di tali vibrazioni in tre componenti secondo tre assi normali fra di loro, si ha una vibrazione rettilinea in una direzione, e una vibrazione ellittica in un piano normale; questa poi equivale a due vibrazioni circolari di opposta girazione; cosicchè, in ultima analisi, la vibrazione originaria può considerarsi come la risultante di una vibrazione rettilinea e di due vibrazioni circolari in un piano a questa perpendicolare, e di opposta girazione. I periodi sono uguali a quello della vibrazione primitiva; e però analizzando la detta luce con un prisma o un reticolo, si avrà una unica riga. Ma quando si eccita un campo magnetico la cui direzione supporremo coincidere colla componente rettilinea, il periodo di questa non muta, mentre varia invece il periodo delle due vibrazioni circolari, in una delle quali esso diviene minore e nell'altra maggiore, secondo il senso della girazione. Si hanno pertanto in tal caso tre periodi di vibrazione diversi, e se, come prima analizzeremo una data radiazione con un prisma o un reticolo di diffrazione, e osserveremo la luce emessa nella direzione della forza magnetica, si vedranno due righe polarizzate circolarmente di verso opposto; osservando invece la luce emessa normalmente al campo, ossia in direzione equatoriale, si hanno tre righe, delle quali quelle esterne parranno polarizzate rettilineamente e normali al campo.

3. Ricordato tutto ciò, osserviamo nel modo che descrissi nella nota suddetta, le righe di diffrazione della luce emessa da un tubo contenente gas *neon* rarefatto; la luce attraversa prima un collimatore, poi una lamina Lummer-Gehrcke un prisma e, finalmente, il cannocchiale di osservazione. Portiamo la nostra attenzione sulla serie di righe di diffrazione della luce di un dato colore, per esempio della luce gialla: questo può farsi comodamente facendo rotare gradatamente il prisma. Questa

luce è molto viva, ben lontana dalle altre, e la serie delle corrispondenti righe di diffrazione è nettissima (fig. 1).

Fig. 1.

Ponendo di seguito all'oculare del cannocchiale di osservazione un cristallo di spato, con la sezione principale orizzontale (fig. 2), l'unica serie ora detta si sdoppia in due serie d'imma-

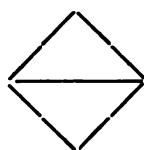



Fig. 2.

gini, una ordinaria O, l'altra straordinaria S (fig. 3).

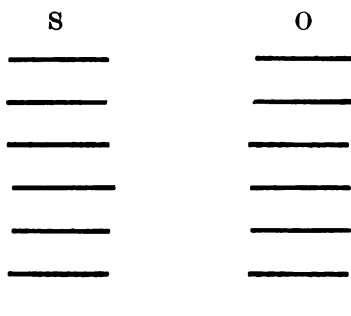



Fig. 3.

Il piano di polarizzazione della serie O è, come si è ricordato, il piano della sezione principale dello spato, cioè orizzontale; il piano di polarizzazione del raggio straordinario, essendo normale al primo, è verticale.

È molto facile riconoscere quale delle due suddette immagini sia l'ordinaria, e quale la straordinaria: basterà all'uopo

analizzare la luce che esce dallo spato con un nicol. Si giri questo finchè una delle due immagini scompaia; se, per esempio, si oscura la immagine di destra quando la sezione principale del nicol è orizzontale, vorrà dire che l'immagine ordinaria è quella di destra, come abbiamo supposto nella figura.

Si ecciti ora il campo magnetico orizzontale: ogni riga primitiva darà luogo ad una terna di righe, poichè si osserva la luce emessa in direzione normale alle linee di forza del campo magnetico; e per quanto si è detto, nelle due serie di righe di diffrazione S e O, dovranno sdoppiarsi quelle le cui vibrazioni sono normali alla direzione della forza magnetica. Ciò posto, se si vedrà sdoppiarsi la serie O in modo che il fenomeno si presenti come indica la figura 4, è segno che le

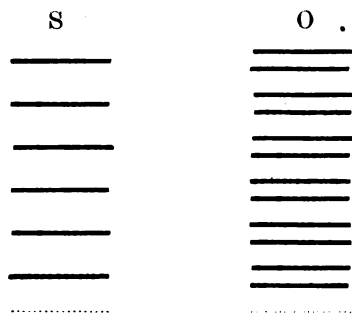



Fig. 4.

vibrazioni di O sono verticali, e quindi normali al piano di polarizzazione; l'ipotesi di Fresnel corrisponderebbe al vero.

Se invece si sdoppiasse la serie S, le vibrazioni sarebbero parallele al piano di polarizzazione; sarebbe vera l'ipotesi di Neumann.

Ora la esperienza prova che si verifica sempre il primo caso: la direzione di vibrazione lungo un raggio di luce totalmente polarizzato è dunque normale al piano di polarizzazione. E stando alla teoria elettromagnetica della luce, che nessuno omai osa revocare in dubbio, si dirà che lungo un raggio di luce polarizzata le vibrazioni elettriche, nel che propriamente consiste la emissione e propagazione della luce, sempre normali al raggio, si compiono normalmente al piano di polarizzazione. Ma poichè le oscillazioni elettriche sono necessariamente accompagnate da oscillazioni della forza magnetica ad angolo retto colle prime, si vede che le oscillazioni magnetiche si compiono nel piano di polarizzazione. Le prime sono dunque le oscillazioni di Fresnel, le seconde quelle di Neumann.

ACCADEMIA DI AGRICOLTURA, SCIENZE, LETTERE DI VERONA

CONCORSO ZANELLA

È aperto il concorso presso l'Accademia di agricoltura, scienze, lettere di Verona, per un lavoro avente applicazione nella provincia di Verona, sul tema: « *Difesa e regolazione dei torrenti con speciale riferimento alle serre nelle gole dei monti, alle colmate ed ai manufatti relativi a ciascun lavoro* ».

I lavori concorrenti al premio dovranno essere presentati all'Accademia di agricoltura, scienze, lettere di Verona entro il dicembre 1917.

Il premio è di lire **mille**.

La proprietà letteraria dello scritto premiato rimane all'autore, il quale provvede alla stampa dello stesso.

L'autore del lavoro premiato dovrà introdurre nello stesso le modificazioni che eventualmente avesse a suggerire la Commissione giudicatrice.

Il lavoro prescelto e stampato porterà l'indicazione del premio conseguito.

L'autore sarà tenuto ad offrire cinquanta copie gratis all'Accademia.

L'Accademia si riserva di farne tirare una prima edizione di mille copie, qualora l'autore o suoi aventi causa non ne procurassero la pubblicazione entro un anno dal conferimento del premio.

In questo caso si considera l'autore quale rinunciatario della proprietá letteraria del lavoro.

I lavori non premiati rimarranno presso l'Accademia, libero però ai loro autori di farne estrarre copia a proprie spese.

MARZO 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	744.4	741.3	740.2	742.0	+ 0.7	+ 3.8	+ 3.2	+ 4.0	— 2.8	+ 1.3	—
2	44.9	47.0	49.4	47.1	1.2	9.3	4.8	9.7	— 2.6	3.3	—
3	50.5	50.6	51.6	50.9	2.0	8.8	4.6	9.3	— 1.3	3.6	—
4	52.0	51.9	53.7	52.5	3.2	10.5	6.5	10.8	— 0.2	5.1	—
5	53.5	51.2	50.0	51.6	2.6	11.2	8.3	11.5	+ 0.2	5.6	—
6	747.1	744.1	741.8	744.3	+ 8.1	+14.4	+12.2	+15.0	+ 4.0	+ 9.8	—
7	39.2	37.4	35.1	37.2	12.0	15.0	8.9	15.6	7.0	10.9	—
8	37.5	37.4	39.7	38.2	6.8	8.7	6.4	10.0	4.3	6.9	—
9	43.1	43.3	44.3	43.6	3.0	4.8	3.2	5.0	1.2	3.1	1.9
10	44.3	42.5	43.6	43.5	2.5	8.0	4.4	8.6	+ 0.4	4.0	0.2
11	745.4	743.7	745.6	744.9	+ 2.6	+10.0	+ 6.2	+10.3	— 0.9	+ 4.5	—
12	50.4	50.6	52.1	51.0	4.7	11.1	6.8	11.6	+ 0.8	6.0	—
13	52.1	50.1	50.1	50.8	5.4	12.9	8.4	13.0	+ 0.3	6.8	—
14	49.0	47.1	49.1	48.4	6.9	12.6	9.6	13.1	+ 2.7	8.1	—
15	51.5	50.1	50.6	50.7	7.8	14.8	10.8	15.4	+ 3.7	9.4	—
16	749.3	746.2	746.0	747.2	+10.3	+16.6	+10.6	+17.8	+ 3.8	+10.6	—
17	44.7	43.2	44.1	44.0	10.5	16.8	10.8	16.8	6.0	11.0	—
18	42.6	41.1	40.8	41.5	11.1	14.7	11.0	15.2	8.4	11.4	—
19	36.2	34.6	34.5	35.1	7.6	10.6	8.8	10.9	5.9	8.3	19.2
20	35.1	37.8	44.7	39.2	9.3	15.4	10.0	15.4	2.8	9.4	—
21	754.2	754.9	757.8	755.6	+ 6.7	+11.4	+ 7.0	+11.8	+ 4.5	+ 7.5	—
22	60.0	58.3	58.3	58.9	5.8	12.3	9.2	13.0	1.8	7.5	—
23	57.3	56.3	56.6	56.7	8.2	12.0	10.0	12.6	5.8	9.1	—
24	55.3	53.3	53.5	54.0	10.0	14.1	11.6	15.0	5.1	10.4	—
25	51.1	48.2	46.2	48.5	10.1	12.3	10.2	12.5	7.8	10.2	0.7
26	741.8	738.6	738.4	739.6	+ 8.9	+14.6	+11.8	+15.5	+ 7.3	+10.9	gocce
27	37.2	36.3	36.3	36.6	9.6	12.2	10.6	12.4	7.7	10.1	—
28	33.7	33.6	34.6	33.9	10.0	13.5	10.4	13.6	7.6	10.4	7.1
29	35.9	35.0	35.9	35.9	10.4	15.2	11.4	15.4	8.6	11.4	1.7
30	36.8	37.1	39.1	37.7	10.3	16.8	12.0	18.3	5.9	11.6	5.1
31	42.3	42.8	45.6	43.6	+11.6	+15.8	+11.2	+17.4	+ 7.6	+11.9	—
M	745.75	744.69	745.46	745.30	+ 7.09	+12.26	+ 8.74	+12.79	+ 3.66	+ 8.07	35.9

		mm					
Altezza barom.	mass.	760.0	g. 22	Temperatura	mass.	+ 18°.3	g. 30
" "	min.	733.4	" 28	"	min.	— 2°.8	" 1
" "	media	745.30		"	media	+ 8°.07	

Temporale il giorno 30

Nebbia il giorno 1, 10, 26, 29

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

MARZO 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri 9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21	Umidità relativa in centesime parti 9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	Nubulosità relat. in decimi 9h	15h	21h	Provenienza del vento 9h	15h	21h	Velocità media del vento in chilom. all'ora
	mm	mm	mm	mm											
1	3.8	4.2	4.0	3.9	79	70	69	74.8	10	10	9	N	SW	NE	2
2	3.7	3.2	2.7	3.1	74	37	42	53.1	0	0	0	W	W	CALMA	8
3	3.0	3.0	3.4	3.0	57	36	53	50.8	3	1	0	W	W	SW	7
4	4.0	4.6	4.2	4.2	69	49	58	60.8	7	5	0	CALMA	SW	CALMA	3
5	4.2	5.2	5.4	4.8	75	52	66	66.6	4	2	0	NW	W	W	10
6	5.4	7.1	4.8	5.7	67	58	45	58.8	1	3	5	W	W	NW	14
7	4.7	1.7	3.0	3.0	45	14	35	33.4	6	7	5	NW	N	NW	16
8	5.1	5.1	5.1	5.0	69	60	70	68.4	8	5	10	E	W	SE	11
9	4.9	4.6	4.8	4.7	86	71	83	82.1	10	10	10	E	SE	NE	5
10	4.3	3.7	2.1	3.3	79	46	34	55.1	9	1	4	SW	SW	N	7
11	3.6	2.5	3.6	3.1	65	28	50	50.1	3	4	4	NE	SW	N	4
12	3.0	3.2	3.6	3.2	47	32	49	45.1	0	0	4	SE	S	NW	5
13	4.0	4.6	4.9	4.4	59	41	60	55.7	2	7	5	NW	W	SW	8
14	5.2	6.9	6.4	6.1	70	63	71	70.4	8	7	4	CALMA	SW	E	4
15	5.3	6.4	6.6	6.0	67	51	68	64.4	2	2	4	SE	W	NW	4
16	4.2	5.5	6.2	5.2	45	39	65	52.1	3	2	0	W	W	W	7
17	7.0	6.3	6.8	6.6	73	44	70	64.7	0	1	1	NW	SW	SW	10
18	7.0	6.7	6.4	6.6	71	54	66	66.1	10	8	10	SE	SE	NE	5
19	6.7	7.1	7.3	6.9	86	75	86	84.7	10	10	8	NW	NW	SW	6
20	5.0	2.7	6.8	4.7	57	20	74	52.7	1	2	8	NW	N	E	11
21	3.6	3.5	3.7	3.5	49	35	49	47.0	8	0	5	E	E	SE	12
22	3.6	4.5	4.7	4.2	52	42	53	51.7	0	1	9	CALMA	CALMA	SW	4
23	5.9	5.3	5.3	5.4	72	50	57	62.4	10	10	10	CALMA	SE	E	2
24	5.7	5.7	6.3	5.8	62	48	62	60.0	7	9	10	SE	W	SW	3
25	7.8	7.9	8.1	7.7	84	74	87	84.4	10	10	10	CALMA	E	SE	4
26	7.6	6.9	8.1	7.4	89	56	78	77.0	10	6	10	CALMA	SW	SE	5
27	7.0	7.6	7.9	7.4	79	72	82	80.4	10	10	10	SE	SE	SE	10
28	8.2	8.3	8.4	8.2	90	92	90	86.7	10	10	10	NE	CALMA	W	6
29	8.4	8.0	7.8	8.0	90	62	78	79.4	10	9	8	SW	SE	S	2
30	7.9	7.3	8.2	7.7	84	51	78	73.7	4	5	8	SW	SE	E	4
31	7.6	7.6	7.3	7.4	75	57	73	71.0	4	9	4	NE	S	E	7
M	5.40	5.38	5.61	5.36	69.9	50.3	64.5	63.98	5.8	5.4	6.0				6.6

Ten. del vap. mass. 8.4 g. 28 e 29
" " " min. 1.7 " 7
" " " media 5.36
Umid. mass. 90 % g. 28 e 29
" min. 14 % " 7
" media 63.98 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
5	6	10	16	3	16	16	11	10

Media nebulosità relativa del mese 5.7

Adunanza del 22 Aprile 1915

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. GIOVANNI CELORIA

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Berzolari, Bonfante, Brugnatelli, Buzzati, Celoria, Ceruti, Del Giudice, De Marchi A., Forlanini, Golgi, Gorini, Jung, Mangiagalli, Pascal C., Sabbadini, Sala, Scherillo, Taramelli, Vivanti, Zuccante.

E i SS. CC.: Brizi, Gabba L. jun., Grassi, Guarnerio, Jona, Livini, Mariani, Rocca, Villa, Volta.

Scusano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE.: Gabba L. senior, Lattes E., Murani, e, per doveri d'ufficio, Artini.

L'adunanza è aperta alle ore 13.30.

Il segretario della Classe di lettere e scienze morali e storiche, M. E. prof. Zuccante, legge il verbale della precedente adunanza.

Il verbale è approvato.

Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto. Esse sono, per la Classe di scienze matematiche e naturali, le seguenti:

Almanac (The american ephemeris and nautical) for the year 1916. Washington, 1914.

Baratta M. Carta sismica d'Italia (Aree di scuotimento), Voghera, 1905.

Bassani F. Sopra un pesce fossile degli scisti calcareo-marnosi triassici del Galletto presso Laveno sul lago Maggiore. Roma, 1914.

— Sopra un *pholidophorus* del trias superiore del Tinetto nel golfo della Spezia. Roma, 1914.

— La ittiofauna della pietra leccese (Terra d'Otranto). Napoli, 1915.

Gay F. P. and Claypole E. J. The « Typhoid-Carrier » state in rabbits as a method of determining the comparative immunizing value of preparations of the typhoid bacillus. Agglutinability of blood and agar strains of the typhoid bacillus. Chicago, 1913.

Gay F. P. and Force J. N. A skin reaction indicative of immunity against typhoid fever. Chicago, 1914.

Opera (L') degli ex-allievi del Politecnico milanese nei campi delle pubblicazioni, delle industrie e delle costruzioni, durante il primo mezzo secolo di vita della Scuola Rassegna pubblicata per cura della loro Associazione in occasione della celebrazione del cinquantenario. Milano, 1914.

Pascal A. Sopra una lettera inedita di Girolano Saccheri. Venezia, 1914.

Ricordo del cinquantenario del Politecnico milanese e del giubileo del Collegio degli ingegneri ed architetti di Milano, celebrati congiuntamente il 22 novembre 1914. Milano, 1915.

Supino F. L'allevamento della carpa a specchi nelle risaie. Casale M., 1915.

E, per la Classe di lettere e scienze morali e storiche, le seguenti:

Capistrano de Abreu J. Rã-tza hu-ni-ku-i. Grammatica, textos e vocabulario caxinauás. Rio de Janeiro, 1914.

Lattes A. L'ingrossazione nelle carte pavesi. Milano, 1914.

Mazzini U. Correzioni critiche di alcune date nel regesto del codice Pelavicino, Genova, 1914.

Zocco-Rosa A. L' « Ius Flavianum » nella storia delle fonti del diritto romano. Catania, 1915.

Il presidente annuncia quindi che i soci corrispondenti ultimamente eletti, prof. Giuseppe Fraccaroli, prof. Clemente Merlo, prof. Luigi Gauchat, hanno inviato nobilissime lettere di ringraziamento all'Istituto.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Carlo Pascal legge una nota su *Elementi rettorici nella poesia catulliana;*

Il M. E. prof. Torquato Taramelli discorre su *La traspirazione tellurica e i terremoti nell'Appennino centrale;*

Il M. E. prof. Pietro Bonfante su *Il testamento ellenico e la donatio mortis causa;*

Il S. C. prof. Guido Villa su *Una nuova critica dell'etica Kantiana;*

Il dott. Oscar Chisini, non essendo potuto intervenire all'adunanza, ha inviato un sunto, che vien letto dal segretario,

della sua nota *Sulla risolvibilità per radicali delle equazioni contenenti linearmente un parametro.* La nota era stata ammessa alla lettura della Sezione di scienze matematiche.

Terminate le letture, l' Istituto si raccoglie in adunanza privata.

Il presidente annunzia che, come da incarico avuto nella seduta precedente dal Corpo accademico, la presidenza ha formato le Commissioni giudicatrici pei concorsi scaduti il 1 aprile p. p., nel seguente modo: Concorso Secco-Comneno (Tema: *Sull' indacanuria*). Commissione: M. E. Forlanini; SS. CC. Bonardi e Bordoni-Uffreduzi; Concorso Fossati (Tema: *Illustrare qualche fatto di anatomia macro o microscopica del sistema nervoso degli animali superiori*). Commissione: MM. EE. Golgi, Sala, S. C. Livini; Concorso Brambilla (Tema: *A chi avrà inventato o introdotto in Lombardia qualche nuova macchina o qualsiasi processo industriale o altro miglioramento, da cui la popolazione ottenga un vantaggio reale e provato*). Commissione: MM. EE. Forlanini, Jorini, Menozzi, Murani, SS. CC. Carrara e Jona; Concorso ordinario Cagnola (Tema: *Innesto di organi e di tessuti. Storia, valore e significato scientifico degli innesti. Applicazioni*). Commissione: MM. EE. Golgi, Körner, S. C. Tansini; Concorso al premio dell'Istituto (Tema: *Investigare se o meno si possa presumere che il regime della pioggia in Tripolitania e Cirenaica sia diverso oggi da quello che si verificava all'epoca romana*). Commissione: MM. EE. De Marchi A. e Paladini, S. C. Fantoli.

L'Istituto approva tali Commissioni.

Segue nell' ordine del giorno la proposta, per la nomina di soci corrispondenti nella Sezione di scienze matematiche (Classe di scienze matematiche e naturali). Legge la relazione su tale proposta, a nome della Sezione, il M. E. Berzolari.

Indi l'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
G. ZUCCANTE

LA TRASPIRAZIONE TELLURICA ED I TERREMOTI NELL' APPENNINO CENTRALE E MERIDIONALE

Nota del M. E. prof. Torquato Taramelli

(Adunanza del 22 aprile 1915)

Il compianto mio amico e collega prof. Dante Pantanelli, geologo e paleontologo di grande merito, fatto cauto nelle indagini scientifiche da una larga preparazione matematica, soleva dire « che sotto terra ci si vede male ». Ciò è molto vero, in particolare per quanto riguarda le nostre conoscenze sulle cause molteplici dei fenomeni sismici così frequenti, così tremendi e luttuosi per il nostro paese, sventuratamente contraddistinto, per la massima parte della sua estensione, da determinate aree sismiche, delle quali l'attività non pare affievolita coi secoli, per quanto ponno raccontare le storie e le tradizioni. In questa così oscura materia non avrei osato interloquire, per quanto da molti anni io mi sia occupato di esaminare particolarmente i rapporti tra gli scuotimenti sismici e la natura e disposizione dei terreni da essi funestati, se non avessi voluto cogliere questa occasione per affermare nuovamente una verità indiscutibile, alla quale conviene assolutamente che si persuadano popolazioni e governanti. Questa verità è che essendo conosciute ormai le aree sismiche italiane ed il rispettivo grado di sismicità per una serie di pubblicazioni, di cui importantissime quelle del compianto Mercalli e del prof. Baratta, per evitare od almeno per ridurre alle minime proporzioni le conseguenze dei futuri terremoti, che non mancheranno, conviene che per la scelta delle località dove fabbricare e per il sistema di costruzione si ottemperi completamente alle norme legislative già promulgate ed eventualmente da completarsi. Siamo di

fronte ad un pericolo irremovibile, poichè la storia sismica ci dimostra, che le aree di alta sismicità sono funestate con frequenza tutt'altro che attenuata e con una veemenza, che certamente non scema con l'andare dei secoli. Un popolo civile non deve affrontare con fatalismo mussulmano un tale pericolo; sibbene, anche di fronte alle generazioni future, ha l'obbligo sacrosanto di edificare delle case, le quali anche se lesionate non abbiano a seppelire gli abitanti.

Le prime carte delle aree sismiche italiane furono compilate dal Mercalli in quell'opera importantissima col titolo « *Vulcani e fenomeni vulcanici in Italia* » pubblicata dal Vallardi nel 1881, e rappresentano la sismicità in Italia in quattro periodi secolari, attraverso i quali si scorge come questa disposizione del suolo a subire i terremoti sia andata alquanto modificandosi, in particolare negli ultimi quattro secoli, in confronto ai due secoli precedenti. Nel 1887, quale Membro della Commissione Reale per l'ordinamento del servizio geodinamico in Italia, io compilai quest'altra carta, che presento, delle nostre aree sismiche, fondendo le indicazioni delle cartine disegnate dal prof. Mercalli. Nel 1902, nella traduzione italiana dell'opera del prof. Teobaldo Fischer « *La penisola italiana* » veniva inserita un'altra assai evidente carta sismica del prof. Mario Baratta, la quale era compilata in base ai terremoti avvenuti dal 1700 al 1897; ma l'autore stesso aveva contemporaneamente pubblicata un'altra carta in scala maggiore, in quattro fogli, dove le numerose aree sismiche compaiono meglio individualizzate e suddivise in tre categorie: *principali, secondarie* e *con centro non determinato.* Tali carte, con un conciso fascicolo esplicativo, rappresentano poi dal punto di vista topografico un riassunto di quell'altra pregevole opera dello stesso autore, pubblicata appunto in quegli anni dalla ditta Bocca di Torino, che ha per titolo « *I terremoti d'Italia* ». Mi consta che il prof. Baratta ha quasi ultimata un'altra carta sismica in scala ancora maggiore, con più dettagliate indicazioni, ed a questo operoso collega rivolgo un caldo augurio che quest'opera sia presto pubblicata, quindi utilizzata quanto è necessario.

Se noi consideriamo queste aree sismiche in relazione colla natura litologica dei terreni, non troviamo invero alcun rapporto plausibile; poichè terremoti disastrosi funestano così le aree di affioramento dei terreni scistoso-cristallini della Calabria, come i terreni in prevalenza mesozoici dell'Appennino centrale e delle Alpi Apuane, come il macigno e l'alberese

dell'Appennino Toscano e persino le pianure quaternarie dell'Emilia, delle Romagne e di alcuni tratti della Lombardia. Le aree vulcaniche attuali non sono molto più esposte ai terremoti di quanto lo siano le aree vulcaniche terziarie e quaternarie, le quali si allineano, come è noto, lungo o rasente al bacino tirreno dai dintorni di Nizza alle isole Eolie, per ricomparire più a sud nella parte orientale della Sicilia. Nè più evidenti sono i rapporti delle aree sismiche colla stratigrafia o tectonica delle masse costituenti le montagne, di cui possiamo esaminare la struttura in base ai rilievi geologici; poichè quelle relazioni che si vollero intravedere tra la distribuzione di esse aree e le fratture, constatate od immaginarie, sono contradette dal fatto, che in quasi tutta la nostra penisola, fatta forse eccezione delle due Puglie di Bari e di Lecce, le formazioni sono dovunque così fratturate, arricciate, sconvolte e spesso accavallate, da potersi facilmente enumerare delle aree di bassa sismicità, come le Prealpi Lombarde, le quali hanno una stratigrafia al pari complicata ed accidentata come l'Umbria e gli Abruzzi, che sono aree eminentemente sismiche. Donde consegue la grande probabilità che il luogo di partenza delle scosse sia ad una profondità molto notevole, superiore allo spessore di pochi chilometri, che si può assegnare allo stratosfera. Per tale considerazione ed anche per il fatto che nelle regioni vulcaniche le aree sismiche corrispondono alle fratture, mi sono domandato se convenga abbandonare la distinzione dei terremoti in *tectonici* o di assettamento ed in *vulcanici* e tornare piuttosto alla più razionale distinzione, proposta dallo Stoppani e seguita dal Mercalli, di terremoti *perimetrici* e *vulcanici*; astrazione fatta dai terremoti detti *tellurici*, la categoria dei quali probabilmente scompare, se nei terremoti perimetrici comprendiamo pur quelli che avvengono in aree circostanti a regioni vulcaniche terziarie e quaternarie.

Infatti la disposizione delle aree sismiche italiane dimostra che esse seguono più o meno da vicino la zona vulcanica tirrena, comparendo poi nel Veneto e nelle Romagne alcune altre aree a nord ed a sud della regione vulcanica euganea. L'intensità dei terremoti va poi in generale aumentando accostandoci nell'Italia centrale e meridionale ai focolai attualmente ardenti dei Campi Flegrei, del Vesuvio, delle Lipari e dell'Etna. Si direbbe anche che la disposizione di queste aree sismiche, assai più prossima alla direzione dei meridiani di quanto lo sia l'allineamento tectonico appenninico, diretto a nord-ovest secondo la direzione del corrugamento posteocenico,

corrisponda alla esistenza di un più profondo corrugamento, sul quale i terreni formanti l'Appennino si siano sovraposti.

Quale che sia la causa dei scuotimenti, che in varia misura fanno traballare i frammenti della crosta terrestre nelle aree perimetriche ai vulcani, nella scarsità delle conoscenze positive nella quale tutt'ora versiamo, non vorrò io certamente tentare di spiegare con delle ipotesi. Nella celebre opera, così generalmente nota, del Suess, la litosfera, ricoperta da una stratosfera, costituita dalle formazioni sedimentari, sarebbe composta di tre zone, distinte colle parole di *Nife*, *Sima* e *Sal*, che rispettivamente accennano alla prevalenza dei minerali di ferro e di nichel, dei silicati di magnesio e dei silicati di alluminio. Sotto questa litosfera, di cui lo spessore si immagina possa arrivare sino a 500 Km., ma che secondo Arrhenius sarebbe soltanto di 50 Km., la materia tellurica, in quel particolare stato non ben definito di *gas solido*, in cui si conciglia la forte densità coll'elevata temperatura, sarebbe presso a poco comparabile alla sostanza interna del sole. Da questa materia, costituente la barisfera, si sprigionerebbero i così detti *gas iuvenili*, specialmente l'idrogeno, il cloro, il solfo e l'acido carbonico, i quali investendo le rocce della litosfera vi indurrebbero quello stato di fusione e di effervescenza latente, che prepara le eruzioni vulcaniche. La scoperta di questo stato è una delle principali glorie dello Spallanzani. Laggiù si elaborano i magma lavici; laggiù ed anche più sotto, ferve quell'attività chimica, che svolge detti gas e commove e spacca la stratosfera, determinando il fenomeno vulcanico. Laggiù probabilmente sta la causa dei terremoti.

Le masse laviche più recenti e più prossime alla superficie sarebbero sino a varia distanza accompagnate dalle zone sismiche perimetriche, nelle quali gli effetti meccanici e chimici di questi gas si risentirebbero più frequenti e più estesi. Da ciò l'accennata presenza di dette aree sismiche tutto attorno alle regioni vulcaniche attualmente attive o geologicamente recenti. Le acque termali, dovute secondo molti geologi, almeno in parte, alla condensazione ed alla combinazione dei *gas iuvenili*, sarebbero pur esse comprese nelle aree sismiche. Epperò sopra una gran parte delle terre emerse la stratosfera sarebbe pervasa da questi gas iuvenili ed in particolare dall'acido carbonico, di cui la traspirazione dai magma lavici interni sarebbe più duratura e più continuamente nutrita dalla probabile decomposizione profonda dei carbonati contenuti nelle rocce profonde. L'acqua stessa risulterebbe dalla combustione dell'idro-

geno iuvenile. In quella guisa che la condensazione del vapore acqueo ha prodotto negli antichissimi tempi geologici i primi oceani, ora essa continuerebbe, sebbene in più scarsa misura, a prodursi per questa specie di traspirazione e nuova acqua sarebbe a più riprese fornita all'atmosfera ed ai mari.

È noto come alcuni geologi, ed io fra questi, abbiano creduto di scorgere in questa periodica traspirazione del vapor d'acqua dai magma lavici per le eruzioni vulcaniche una causa od almeno un coefficente dei periodi di clima glaciale, che si verificarono più volte alla superficie terrestre; altri pensarono piuttosto che le variazioni di clima dipendessero dalla varia quantità di acido carbonico, pur esso esalato nell'atmosfera attraverso la corteccia terrestre, durante e dopo i parosismi vulcanici. Se non che Arrhenius, nel noto libro « *Sul divenire dei mondi* », emise l'ipotesi che una maggiore quantità di acido carbonico nell'atmosfera fosse per indurre, non già un clima più freddo, ma un clima più caldo e più umido dell'attuale. Non mi sento da tanto per trattare così arduo problema; per attenermi più strettamente all'argomento, osservo soltanto che alcune ragioni, a mio avviso innegabili, stanno a dimostrare come sul finire del pliocene e nell'epoca quaternaria sino ai primordi dell'epoca posglaciale la quantità di acido carbonico esalato dalla terra nell'atmosfera abbia dovuto essere sensibilmente maggiore della scarsa quantità attuale. Queste ragioni sono le seguenti:

1.° La cosidetta *ferrettizzazione*: cioè, la profonda alterazione, che hanno subìto le rocce e più ancora le alluvioni e le morene quaternarie antiche, in confronto alla freschezza con cui si presentano le alluvioni e le morene dell'ultimo periodo glaciale; notandosi che questa ferrettizzazione era già avvenuta prima che discendessero l'ultima volta i ghiacciai.

2.° La formazione della *terra rossa* nelle regioni calcari; ritenuto come dimostrato che essa sia costituita dal residuo della soluzione di grande masse calcari, state disciolte dalle acque di pioggia fortemente carbonicate. È noto come questo deposito, al quale è condizionata quasi esclusivamente la vita vegetale nelle regioni calcari, si estenda non solo sugli altipiani costituiti da strati compatti di calcare di varia epoca, ma anche sui terrazzi di conglomerato quaternario assai antico, ad esempio, sul colle di Montello nel Trevigiano e sui lembi di alluvione antica nell'alta valle del Tagliamento. Così si dimostra che la formazione della terra rossa, sebbene incominciata

nel pliocene, costituisce un fenomeno essenzialmente quaternario.

3.° La elaborazione dell'orografia carsica ed il conseguente stabilirsi di un ampio sistema idrografico sotterraneo, nelle regioni a tectonica poco disturbata.

In questa grandiosa azione delle acque solventi carbonicate sulle rocce calcari io vedo poi due tempi: cioè una prima fase in cui esse acque solventi, molto abbondanti, ampliavano continuamente le loro vie sotterranee; ed una seconda fase, nella quale interveniva il fenomeno opposto, della deposizione del calcare in stalattiti, stalagmiti e masse alabastrine, reintegrando in parte quella saldezza e quella continuità delle rocce calcari, che era stata compromessa nella fase precedente.

Ne consegue che nelle regioni calcari ad altipiano, nelle quali è avvenuto questo risaldamento delle rocce sotterraneamente infrante ed erose, la compatezza sia assai maggiore, in confronto di quelle altre regioni calcari, nelle quali per le condizioni stratigrafiche ed orografiche questa reintegrazione della roccia non ha potuto avvenire. Perciò mi sono dimandato se mai, a determinare il basso grado di sismicità delle Puglie, del Carso e della Penisola Istriana, non abbia potuto contribuire questo fatto della ricementazione, portata alle rocce dall'abbondante deposito calcare abbandonato dalle acque nelle fratture e nelle cavità delle rocce medesime. In questa induzione sarei anche confortato dal fatto, che appunto nelle aree sismiche delle regioni calcari dell'Appennino centrale e meridionale, se da un lato sono estesissimi, come vedremo, i depositi superficiali di *travertino*, spesso invece si osserva che le stesse rocce calcari e dolomitiche, sviluppate nelle montagne dell'Umbria, degli Abruzzi, dei Principati e della Basilicata, sono in profondità così fratturate ed incoerenti e così mal risaldate, che ne seguì un grave ostacolo ai lavori di perforazione richiesti nella costruzione delle linee ferroviarie attraverso quelle regioni. Di ciò fanno fede i dati pubblicati dal signor ing. Claudio Segré, in due assai importanti volumi di Note sulla struttura dei terreni, considerata riguardo ai lavori ferroviari eseguiti dalla Società Italiana delle Ferrovie Meridionali e dalla Direzione delle Ferrovie dello Stato. In una lettera che questo distinto funzionario mi ha scritto recentemente egli ricorda « come nel tratto tra le stazioni di Genzano e Campodigiove si sono tagliate masse calcaree fessurate e friabili con una serie di gallerie dello sviluppo complessivo di oltre

due chilometri; successivamente pel passaggio dall'altipiano di Cerreto a quello di Santa Chiara, la ferrovia attraversa in sotterraneo di m. 2483 dei calcari, a tratti fessurati. Questa condizione di calcari rotti e fessurati deve essere bene estesa anche nel sottostante piano di Santa Chiara, ove sono ricoperti da un deposito lacustre, attraverso il quale scompaiono le acque della Vera per ricomparire nell'alta valle dell'Aventino. Così, il nodo appenninico del M. Totila viene poi dalla ferrovia attraversato in sotteraneo di 2175 m. e presenta un nucleo centrale di 700 m. di calcari ippuritici frantumati ».

È notoria l'importanza del travertino come materiale da costruzione, e quanto questa roccia calcare, che riunisce una relativa porosità ad una forte resistenza, sia sviluppata in assai ampie formazioni lenticolari nell'Italia media e meridionale. Citerò tuttavia alcune delle più importanti località, desumendole la massima parte dai fogli sino ad ora pubblicati della molto pregevole carta geologica del regno alla scala 1 : 100.000. Anzitutto ne troviamo molto estese attorno la regione vulcanica tirrena, così ad ovest di Perugia una massa di travertino, a contatto colle rocce eoceniche, è attraversata per 4 Km. dalla ferrovia. È pure noto lo sviluppo del travertino nei dintorni di Roma, presso Tivoli, d'onde la roccia trasse il suo nome e dove è evidente la formazione continua di questa roccia per opera delle acque minerali ai bagni dei Tartari. Nei dintorni di Orvieto una massa di travertino per la lunghezza di 1600 m. con altre piccole placche circostanti si osserva presso Titignano e Castello dei Pazzi; altra ancora più vasta, della lunghezza di oltre 2 Km. si estende presso Arco S. Damiano, a contatto dei calcari liasici. Presso Terni è noto lo sviluppo dei travertini alla Cascata delle Marmore ed attorno al lago di Piediluco; nella valle dell'Elsa, specie nei dintorni di Colli, si stende un ampio tavolato travertinoso per la lunghezza di oltre 13 Km. circondato da masse di calcari compatti formanti i rilievi di Poggio del Comune e di M. Moggio.

A Massa Marittima e dintorni la placca travertinosa, che porta le città, ha una lunghezza massima di 5 Km. ed altre placche larghe oltre 2 Km. si osservano ai Bagni di Casciana e nei dintorni di Liano. Altra massa estesissima lunga 13 Km. e larga 8 forma la Piana del Diavolo, sul lato occidentale del cratere vulsino, a contatto dei calcari liasici, che al M. Canino rappresentano l'estremo affioramento verso sud della catena detta metallifera dal Savi. Se poi ci portiamo nell'Abruzzo,

troviamo nella valle dell'Aterno le vaste formazioni travertinose dei dintorni di Sulmona, S. Demetrio e della Torre dei Passeri; alle falde della Maiella, altre vaste terrazze di travertino nei dintorni di Chieti ed altri ancora nella valle del Tronto, a breve distanza da Ascoli Piceno.

Nella Basilicata troviamo una massa di travertino della lunghezza di 1400 m. a S. Chirico Raparo ed altre ancora più vaste a Montesano della Marcellana e tra Abriola e Monteforte; altra placca estesa per la lunghezza di quasi 4 Km. si osserva presso il litorale nei dintorni di Acropoli nella provincia di Salerno. Siamo quindi di fronte ad un fenomeno geologico imponente, che rappresenta il lavoro esercitato da ingenti masse di acido carbonico, le quali hanno impartito il potere solvente alle acque circolanti, che esportarono il calcare dall'interno delle masse montuose, rendendole meno salde, per depositarlo sotto forma di travertino in corrispondenza ad un vasto sistema di fonti minerali, di cui talune tuttora si conservano, sebbene meno operose. Il fenomeno poi compare ancora più grandioso se consideriamo l'enorme sviluppo, che sulle spiaggie tirrene ed ancora più su quelle del bacino adriatico padano assumono i calcari conchigliari, pliocenici e pliostocenici, incominciando con quelle masse di origine corallina o per alghe calcari, che chiudono la serie pliocenica in varie località della Toscana, a S. Colombano, a Castenedolo, ed a Castell'Arquato. Secondo le idee dell'Arrhenius, la grande massa di acido carbonico traspirata attraverso la crosta tellurica, dopo aver servito per determinare questa soluzione e deposizione del calcare, sarebbe stata poi assorbita in gran parte dalle acque oceaniche. Fatto sta che un così ampio sviluppo ed una così abbondante circolazione di acque carbonicate attraverso le formazioni calcari costituisce un fenomeno, che ora volge al tramonto e che ebbe il suo apogeo durante e subito dopo la massima attività dei nostri vulcani quaternari. Questa azione dell'acido carbonico di diminuire la coesione delle masse calcari non conformate ad altipiano può essere, io penso, una delle cause che predispongono le regioni calcari dell'Italia media e meridionale a risentire maggiormente le scosse sismiche partenti da ignote profondità.

La maggior quantità di acido carbonico contenuta nell'atmosfera nei tempi quaternari non fu senza effetto neppure in quella vasta regione calabrese, che è soggetta ancor più che l'Appennino centrale a scosse sismiche disastrose, rappresentando anzi il massimo di intensità di questo flagello. Essendo

mancato a quella regione il mantello delle nevi e dei ghiacci, che durante la lunga epoca quaternaria nelle Alpi protesse dall' azione atmosferica tante vaste superfici di roccia, il lento lavorio delle meteore ha fatto sì che quasi ovunque le rocce le più salde in profondità, come i graniti, i gneiss, gli scisti anfibolici e taluni micascisti, siano presso la superficie, talora per lo spessore di più decine di metri, tanto alterate da essere ridotte a masse di sabbia o di fanghiglia arenacea. Per tal modo la compatezza di queste formazioni cristalline massiccie e scistose è incomparabilmente meno salda che nelle regioni dell' Italia settentrionale e può compararsi piuttosto alla natura delle formazioni terziarie, quali arenarie, molasse e conglomerati oppure sabbie ed argille; tutte rocce che aumentano e rendono più dannosa la sismicità di un paese. Quindi quella stessa azione solvente, che ha diminuito la compatezza interna delle formazioni calcari a stratigrafia accidentata, ha pure diminuita la stabilità superficiale dei terreni scitoso-cristallini, non calcari o solo in parte, che costituiscono il suolo di quelle provincie disgraziate, dove ricompaiono bensì le formazioni alpine, ma private all' esterno dalla loro saldezza.

Per tornare all' argomento della notevole sismicità delle aree calcari dell' Italia media e meridionale, non sarà mai abbastanza ripetuto l'asserto, che si tratta pur quivi di un pericolo gravissimo di rovine e di dolorosi eccidii per causa dei terremoti. Potrei agevolmente citare centinaia di date di terremoti rovinosi e disastrosi, avvenuti nel corso dell'era storica in queste regioni sismiche, rappresentate nella carta che vi espongo; basterà ricordare alcune delle date più funeste, come il terremoto degli Abruzzi, del Sanio e della Basilicata del 1456, che cagionò circa 70.000 vittime; il terremoto della Terra di Lavoro del 1627, con oltre 4000 vittime; le scosse della Basilicata negli 1687 e 1688, con oltre 2000 morti; il terremoto di Aquila del 1703, con 2500 morti; il terremoto della Campania del 1732, con 1940 morti: il terremoto del Sanio del 1805, con 6000 vittime; quello di Melfi del 1851, con 12300 vittime; i terremoti di Norcia del 1859 con 200 vittime; e per chiudere la dolorosa enumerazione, il recente terremoto della regione del Fucino e della valle del Liri, che fu in parte una ripetizione del terremoto rovinoso del 1873 e che ha causato circa 30.000 vittime. È bensì vero che siamo ancora lontani dalle spaventose ecatombi, con centinaia di migliaia di vittime, causate dai terremoti della Calabria e della Sicilia; ma sono

pur sempre disastri tremendi e desolanti, che oltre alla perdita di tante forze umane causano danni economici di miliardi. Epperò non sarà mai abbastanza ripetuto il monito, che sino ad ora fu dato con tanto poco profitto, non dirò dalla scienza ma dalla più superficiale osservazione, circa la necessità assoluta, che in queste aree sismiche si costruisca secondo le norme che l'esperienza e l'edilizia suggeriscono, perchè i fabbricati anche se lesionati non abbiano a sfasciarsi miseramente, seppellendo gli abitanti.

SULLA RISOLUBILITÀ PER RADICALI DELLE EQUAZIONI CONTENENTI LINEARMENTE UN PARAMETRO

Nota del Dott. Oscar Chisini

(*Adunanza del 22 aprile 1915*)

É noto che le questioni di risolubilità (per radicali etc.) di un'equazione algebrica

$$f(x) = 0$$

dipendono dalla conoscenza del relativo gruppo di Galois.

Tutta questa teoria si trasporta, per così dire, dal *campo aritmetico* al *campo algebrico* propriamente detto, ove i coefficienti del polinomio f dipendano razionalmente da un parametro t, cioè ove si abbia un'equazione

$$f(x, t) = 0.$$

In tal caso, come è ben noto, il gruppo di Galois viene sostituito dal gruppo di monodromia della funzione algebrica $x(t)$ definita dall'equazione $f(x, t) = 0$: questo gruppo è formato dalle sostituzioni che si hanno sui vari rami della funzione $x(t)$ quando ci si muova nel piano della variabile complessa, t, descrivendo un qualsiasi cammino chiuso; le sostituzioni generatrici del gruppo essendo date dai cappi che vanno da un punto O (qualsiasi, del piano t) ai vari punti critici (di diramazione) della $x(t)$.

Codesto gruppo di monodromia gode della proprietà caratteristica, analoga a quella del gruppo di Galois, di contenere le sostituzioni che lasciano invariate le funzioni razionali dei rami della $x(t)$ le quali vengano a dipendere *razionalmente da* t (dai coefficienti di f e da irrazionalità numeriche); anzi

il gruppo di monodromia di x (t) è un sottogruppo (invariante) del gruppo di Galois relativo all'equazione f $(x, t) = 0$ (detto gruppo algebrico dell'equazione stessa): esso si ottiene aggiungendo al campo di razionalità, costituito dai coefficienti di f e dal parametro t, certe irrazionalità numeriche (1).

Pertanto la teoria delle equazioni $f(x, t) = 0$ e delle funzioni algebriche x (t), per ciò che riguarda la natura delle relative irrazionalità, viene generalmente considerata come una pura applicazione particolare della teoria aritmetica delle equazioni f $(x) = 0$. Nondimeno vi è luogo ad approfondire mediante trattazione diretta le questioni relative ad equazioni f $(x, t) = 0$ le quali contengano un parametro: per esempio le questioni concernenti la risolubilità per radicali, giacchè si è tratti a riconoscere che in questo campo algebrico si possono ottenere risultati più semplici e più significativi che non quelli forniti (nel campo aritmetico) dalla teoria di Galois.

In questa nota mi propongo di trattare la condizione di risolubilità per radicali delle equazioni f $(x\ t) = 0$, *di grado primo in* x *le quali contengano linearmente il parametro* t.

Volendo derivare questa condizione dalla teoria gruppale delle equazioni f $(x) = 0$, conviene ricordare quanto segue.

Sia un equazione di grado p, primo,

$$f\ (x) = 0;$$

condizione necessaria e sufficiente perchè essa sia risolubile per radicali è che il relativo gruppo di Galois sia il gruppo metaciclico o un suo sottogruppo (2).

Questa condizione gruppale è stata trasformata in un criterio algebrico mediante la considerazione della risolvente di Lagrange, il cui uso si è mostrato fecondo anche nella questione ulteriore di determinare tutte le equazioni a gruppo metaciclico: (3) infatti, condizione perchè un'equazione di grado primo f $(x) = 0$ sia risolubile per radicali, è che la relativa risolvente di Lagrange ammetta una radice razionale.

Il criterio fornito dalla risolvente di Lagrange, trasportato alle equazioni contenenti un parametro, porterebbe a dover ri-

---

(1) Cfr. p. es. L. BIANCHI, « *Lezioni sulla teoria dei gruppi di sostituzioni....* ». Pisa, Spoerri, 1900. Cap. VIII, §§ 105.... 109.

(2) Cfr. L. BIANCHI, *op. cit.* § 87-88.

(3) Cfr, anche per la letteratura dell'argomento, H. VEBER, *Traité d'Algèbre supérieure* (*Trad. francese di S. Griess*, Parigi, Gauthier Villars, 1858, pag. 730 e seg.).

conoscere lo staccamento di una parte razionale da una curva algebrica; ma è più proficuo invece ricorrere a un ordine di idee completamente diverso.

Infatti per le equazioni di grado primo, $f(x, t) = 0$, contenenti linearmente il parametro t, la condizione di risolubilità per radicali si può far dipendere, assai più semplicemente, da un'equazione intimamente collegata alla funzione $x(t)$, vale a dire dall'equazione *discriminante* che ne dà i punti di diramazione. Ne deriva una classificazione delle anzidette equazioni $f(x, t) = 0$ risolubili per radicali, ove appare, per ciascuna classe, quali siano i radicali occorrenti per la risoluzione effettiva.

Tutto ciò si svolge nel seguente modo.

Si osservi anzitutto che la $f(x, t) = 0$, contenente linearmente il parametro t, avrà la forma

$$f(x, t) = f_1(x) - t f_2(x) = 0 \tag{1}$$

dove

$$f_1 = a_0 x^p + a_1 x^{p-1} + \dots a_p,$$
$$f_2 = b_0 x^p + b_1 x^{p-1} + \dots b_p,$$

sono due polinomi in x di un ordine primo p (uno di essi può anche, in casi particolari, ridursi di ordine minore): la (1) a ogni valore $\bar{t}$ della t, fa corrispondere un gruppo G di p valori x, radici dell'equazione

$$f_1(x) - \bar{t} f_2(x) = 0. \tag{2}$$

Si considerino ora i gruppi G per i quali due o più fra i p valori della x coincidono, riuscendo la relativa equazione (2) dotata di una radice doppia (o multipla): notoriamente questi gruppi corrispondono ai valori di t radici dell'equazione $R_1(t) = 0$, che si ottiene eliminando x fra le due equazioni

$$\left\{ \begin{aligned} & f_1(x) - t f_2(x) = 0 \\ & \frac{d f_1(x)}{dx} - t \frac{d f_2(x)}{dx} = 0 \end{aligned} \right. \tag{3}$$

e scartando la radice $t = \frac{a_0}{b_0}$ corrispondente al valore $x = \infty$, che non è radice doppia; invece le radici x multiple per una equazione (2) si ottengono eliminando la t fra le (3), il che porta all'equazione

$$R_2(x) = \begin{vmatrix} f_1(x) & f_2(x) \\ \frac{d f_1(x)}{dx} & \frac{d f_2(x)}{dx} \end{vmatrix} = 0:$$

questa, apparentemente di grado $2p-1$, si riduce in realtà al grado $2p-2$ essendo identicamente nullo il coefficiente di x^{2p-1} dato da $a_0 p b_0 - p b_0 a_0$.

Ciò mostra che se i polinomi f_1 e f_2 sono affatto generali esistono $2p-2$ gruppi G per cui due valori x sono coincidenti.

Quando si particolarizzano f_1 e f_2, questi gruppi G possono diminuire di numero acquistando o più di una radice doppia o delle radici di molteplicità maggiore di due. È quanto accade nel nostro caso: precisamente dimostreremo che:
se l'equazione

$$f_1(x) - t f_2(x) = 0$$

è risolubile per radicali, allora i gruppi G, contenenti radici multiple dell'equazione, si presentano in uno dei seguenti sei modi caratteristici:

1° due gruppi costituiti ciascuno da un'unica radice p-pla;

2° un gruppo costituito da una radice p-pla, e due gruppi costituiti di $\frac{p-1}{2}$ radici doppie e una radice semplice;

3° quattro gruppi costituiti ciascuno di $\frac{p-1}{2}$ radici doppie e di una radice semplice;

4° tre gruppi, costituiti ciascuno di $\frac{p-1}{3}$ radici triple e di una radice semplice;

5° un gruppo costituito di $\frac{p-1}{2}$ radici doppie e una radice semplice, un secondo gruppo costituito di $\frac{p-1}{3}$ radici triple e di una radice semplice, un terzo gruppo costituito di $\frac{p-1}{6}$ radici sestuple e di una radice semplice;

6° un gruppo costituito di $\frac{p-1}{2}$ radici doppie ed una radice semplice e due gruppi costituiti ciascuno di $\frac{p-1}{4}$ radici quadruple e una semplice.

Viceversa, se i gruppi G figurano in uno dei precedenti sei modi, allora l'equazione

$$f_1(x) - t f_2(x) = 0$$

è risolubile per radicali.

Inoltre esistono effettivamente equazioni

$$f_1(x) - t f_2(x) = 0$$

di grado primo p risolubili per radicali dei sei tipi suddetti, e precisamente dei tipi 1°, 2°, 3° qualunque sia il valore di p, e del 4°, 5°, 6°, solo quando $p-1$ sia multiplo rispettivamente di 3, 6, 4.

Ora data un'equazione

$$f_1(x) - t f_2(x) = 0$$

di grado primo, p in x è facile riconoscere se i gruppi G figurano o no in uno dei detti modi caratteristici mediante l'esame del grado di equazioni che si ottengono dalla

$$f_1(x) - t f_2(x) = 0$$

con la risoluzione di equazioni di grado minore od uguale a quattro, delle quali quindi si conoscono le formule per la effettiva risoluzione. Si formi infatti l'equazione $R_1(t) = 0$ che si ottiene razionalmente eliminando x fra le (3) e dividendo la risultante così ottenuta per $t = \frac{a_0}{b_0}$; le sue radici diverse dovranno essere in un numero minore od uguale a quattro e quindi si possono avere risolvendo un'equazione di grado al massimo uguale a quattro. Avuta una radice $\bar{t}$ di essa, a questa corrisponde un'equazione

$$f_1(x) - t f_2(x) = 0$$

per la quale si può riconoscere *razionalmente* se le radici figurano con la molteplicità voluta; infatti il gruppo delle radici i-ple di un'equazione $\varphi(x) = 0$, sono le radici comuni alla φ ed alle sue derivate fino all'ordine $i - 1$, e l'equazione che dà il gruppo di radici comuni a due equazioni si ottiene *razionalmente* col ben noto procedimento del massimo comun divisore.

Conviene anche dire come la precedente caratterizzazione delle equazioni

$$(1) \qquad f_1(x) - t f_2(x) = 0$$

risolubili per radicali, permette di stabilire che il gruppo di monodromia della funzione algebrica $x(t)$ definita dalla (1) è, non il gruppo metaciclico totale, ma un sottogruppo di esso appena p sia diverso da 5, 7.

Per poter precisare quale sia questo gruppo nei singoli

casi, indichiamo con

$$S = (x_0, x_1, \dots x_{p-1})$$
$$T = (x_1, x_g, \dots x_{g^{p-2}})$$

(dove g è una radice primitiva [mod. p]), le due sostituzioni generatrici del gruppo metaciclico totale [1]: avremo allora che il gruppo di monodromia è costituito:

nel caso 1° dal gruppo ciclico generato dalla sostituzione S;

nei casi 2°, 3° dalle 2 p sostituzioni

$$S^r \, T^{s\frac{p-1}{2}} \quad (\text{dove } r = 1, 2 \dots p \text{ ed } s = 1, 2)$$

che formano un gruppo isomorfo al gruppo diedrico d'ordine $2p$;

nel caso 4° dalle $3p$ sostituzioni

$$S^r \, T^{s\frac{p-1}{3}} \quad (\text{dove } r = 1, 2 \dots p; \; s = 1, 2, 3 \;;$$

nel caso 5° dalle $6p$ sostituzioni

$$S^r \, T^{s\frac{p-1}{6}} \quad (\text{dove } r = 1, 2 \dots p; \; s = 1, 2 \dots 6);$$

nel caso 6° dalle $4p$ sostituzioni

$$S^r \, T^{s\frac{p-1}{4}} \quad (\text{dove } r = 1, 2 \dots p; \; s = 1, 2, 3, 4).$$

La determinazione del gruppo di monodromia mostra così quali siano nei singoli casi i radicali che occorre estrarre per avere la risoluzione effettiva dell'equazione proposta, e precisamente:

nel primo caso occorre estrarre una radice p-esima,

nel secondo e terzo caso una radice quadrata e una radice p-esima,

nel quarto caso una radice terza e una radice p-esima,

nel quinto caso una radice quadrata, una cubica e una radice p-esima,

nel sesto caso due radici quadrate e una radice p-esima.

§ 2. — Si consideri adunque un'equazione irriducibile di grado primo, p, in x, la quale contenga linearmente un parametro t

$$(1) \qquad f_1(x) - t\, f_2(x) = 0;$$

---

[1] Cfr. L. BIANCHI, *Op. cit.* § 36.

se questa equazione è risolubile per radicali, vale a dire se la funzione algebrica $x(t)$ definita dalla (1) si può esprimere razionalmente mediante radicali portanti sulla variabile t, sui coefficienti costanti e su eventuali irrazionalità numeriche, il gruppo di monodromia della suddetta funzione $x(t)$ è il gruppo metaciclico sopra p elementi, o un suo sottogruppo: come è noto questa è condizione necessaria e sufficiente.

La equazione (1) definisce sulla retta x una involuzione di ordine p, g^1_p; chiameremo brevemente g^1_p risolubile per radicali, una g^1_p definita da un'equazione (1) risolubile per radicali.

In questo paragrafo vogliamo determinare la condizione necessaria cui devono soddisfare i punti doppi di una g^1_p *affinchè essa sia risolubile per radicali*, il che equivale a determinare la condizione affinchè il gruppo di monodromia della relativa funzione $x(t)$ sia il gruppo metaciclico o un suo sottogruppo.

Ricordiamo che il gruppo metaciclico, G, sopra p elementi, è costituito da $p\,(p-1)$ sostituzioni, ed è generato da due sostituzioni cicliche operanti una su p e l'altra su $p-1$ elementi,

$$S = (x_0, x_1, \dots x_{p-1})$$
$$T = (x_1, x_g, \dots x_{g^{p-2}}),$$

dove g una è radice primitiva (mod. p): si vede così che ogni sostituzione di G opera o sopra p o sopra $p-1$ elementi e in quest'ultimo caso si compone di r cicli d'ordine $\frac{p-1}{r}$ $(r \geq 1)$.

Consideriamo ora le sostituzioni del gruppo di monodromia date dai cappi intorno ai punti t_0 che sono di diramazione per la $x(t)$: ricordiamo che se un cappio intorno a t_0 produce sopra $i\,p$ valori della x la sostituzione ciclica $(x_1, x_2, \dots x_i)$ d'ordine i, allora, per $t = t_0$, fra $i\,p$ valori della x ve ne sono i che coincidono fra di loro, e questi sono appunto gli i valori che si permutano nella sostituzione ciclica $(x_1\, x_2 \dots x_i)$; se invece il cappio intorno a x_0 dà una sostituzione decomposta nel prodotto di due cicli d'ordini i_1, i_2, a t_0 stesso corrisponde un gruppo dotato di un punto i_1-plo e di un punto i_2-plo; analogamente accade se il cappio intorno a x_0 produce una sostituzione decomposta in più cicli.

Pertanto i punti, t, di diramazione per la funzione x risolubile per radicali saranno:

1) punti corrispondenti a sostituzioni date da un ciclo d'ordine p,

2) punti corrispondenti a sostituzioni decomposte nel prodotto di r_s cicli d'ordine $\frac{p-1}{r_s}$.

Indichiamo con n il numero dei punti della prima specie, con m quello dei punti della seconda specie; potremo anche dire che la g_p^1 possiede n gruppi dotati di un punto p-plo ed m gruppi dotati di $\frac{p-1}{r_s}$ punti r_s-pli.

Ricordiamo infine che una g_p^1 sopra la retta possiede $2p-2$ punti doppi valendo ogni punto i-plo come $i-1$ punti doppi.

Ciò posto, se la nostra g_p^1 deve essere risolubile per radicali, il gruppo dei suoi punti multipli dovrà soddisfare alla seguente equazione di analisi indeterminata

$$n(p-1)+(r_1-1)\frac{p-1}{r_1}+(r_2-1)\frac{p-1}{r_2}+\ldots(r_m-1)\frac{p-1}{r_m}=2p-2$$

che possiamo scrivere

$$n+\frac{r_1-1}{r_1}+\frac{r_2-1}{r_2}+\ldots\frac{r_m-1}{r_m}=2.$$

Essendo per ipotesi $r_s \geqq 2$, si conclude anzitutto $n \leqq 2$.

Distinguiamo 3 casi:

1) $n=2$;
allora evidentemente $m=0$.

2) $n=1$;
essendo $r_s \geqq 2$, $1 > \frac{r_s-1}{r_s} \geqq \frac{1}{2}$, sarà $m=2$ ed $r_1=r_2=2$.

3) $n=0$;
sarà allora, per l' osservazione precedente $3 \leqq m \leqq 4$;
per $m=4$ si ha evidentemente

$$r_1=r_2=r_3=r_4=2.$$

Consideriamo ora $m=3$: dovrà essere

$$\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}=1.$$

Posto $r_1 \leqq r_2 \leqq r_3$, si ha $r_3 \geqq 3$.

Per $r_3=3$ è evidentemente $r_1=r_2=r_3=3$.

Per $r_3>3$ si ha

$$\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}>\frac{2}{3}$$

e quindi $r_1<3$, cioè $r_1=2$.

Essendo ora $r_1 = 2$, sarà

$$\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} = \frac{1}{2},$$

quindi $2 < r_2 \leq 4$.

Per $r_2 = 3$ si ha $r_3 = 6$;
per $r_2 = 4$ si ha $r_3 = 4$.

I risultati precedenti possono essere riassunti nel presente quadro:

$$\begin{array}{l}
n = 2 \ldots\ldots\ldots m = 0 \\
n = 1 \ldots\ldots\ldots m = 2 \ldots\ldots r_1 = r_2 = 2 \\
n = 0 \ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} m = 4 \ldots\ldots r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 2 \\ m = 3 \ldots \left\{ \begin{array}{l} r_1 = r_2 = r_3 = 3 \\ r_1 = 0 \;,\; r_2 = 3 \;,\; r_3 = 6 \\ r_1 = 2 \;,\; r_2 = 4 \;,\; r_3 = 4 \end{array} \right. \end{array} \right.
\end{array}$$

cioè, *se una* g_p^1 *è risolubile per radicali*, i suoi gruppi dotati di *punti multipli figurano in uno dei seguenti modi*:

1) due gruppi costituiti ciascuno da un punto p — *plo*;

2) un gruppo costituito da un punto p — *plo* e due gruppi dotati ciascuno di $\frac{p-1}{2}$ punti doppi e di un punto semplice;

3) quattro gruppi dotati ciascuno di $\frac{p-1}{2}$ punti doppi e di un punto semplice;

4) tre gruppi dotati ciascuno di $\frac{p-1}{3}$ punti tripli e di un punto semplice;

5) un gruppo dotato di $\frac{p-1}{2}$ punti doppi e di un punto semplice, un gruppo dotato di $\frac{p-1}{3}$ punti tripli e di un punto semplice, e un terzo gruppo dotato di $\frac{p-1}{6}$ punti sestupli e di un punto semplice;

(6) un gruppo dotato di $\frac{p-1}{2}$ punti doppi e un punto semplice, e altri due gruppi dotati ciascuno di $\frac{p-1}{4}$ punti quadrupli e un punto semplice.

È evidente come il caso (4) sia possibile solo, per i numeri primi p della forma $3n+1$; il caso (5) per quelli della forma $6n+1$, e il caso (6) per quelli della forma $4n+1$; più tardi (§ 5) faremo vedere come i primi tre casi esistano effettivamente per qualunque valore di p, e gli ultimi tre per i valori della forma predetta; ora vogliamo invertire il risultato precedente, vale a dire far vedere che:

§ 3 — *Ogni* g_p^1 *i cui punti doppi presentino uno dei sei casi distinti nel* § 2 *è risolubile per radicali*, cioè, la sua equazione

$$f_1(x) - t\, f_2(x) = 0$$

definisce una funzione algebrica $x(t)$ la quale è esprimibile mediante radicali.

Dimostreremo questo teorema facendo vedere successivamente per i singoli casi che il gruppo di monodromia della suddetta $x(t)$, è il gruppo metaciclico o un suo sottogruppo. Ricordiamo qui due fatti che sono fondamentali per le deduzioni che seguono.

(I) Si considerino i cappi che da un punto O del piano della variabile complessa t vanno ai singoli punti di diramazione: a questi corrispondono certe sostituzioni

$$S_1,\ S_2, \dots S_r;$$

si ha allora:

(a) il prodotto delle sostituzioni $S_1, S_2, \dots S_r$ prese nell'ordine in cui si incontrano i cappi corrispondenti girando intorno ad O è l'identità;

(b) il gruppo di monodromia generato dalle S è transitivo se l'equazione algebrica

$$f_1(x) - t\, f_2(x) = 0$$

è irriducibile, il che è ammesso per ipotesi nelle nostre considerazioni.

(II) Il gruppo metaciclico è definito come il più ampio gruppo che contiene come invariante il gruppo ciclico sopra p elementi generato da una sostituzione circolare di periodo p.

E ora veniamo alla dimostrazione del nostro enunciato, esaminando, come abbiamo detto, i singoli casi.

(1) Si supponga che la g_p^1 possegga due gruppi costituiti ciascuno di due punti p-pli: corrispondano questi ai valori $t = t_1$ e $t = t_2$. Ai cappi intorno a t_1 e t_2 corrispondono

due sostituzioni cicliche S_1 ed S_2 di periodo p: ma dovrà essere

$$S_2 S_1 = 1,$$

cioè

$$S_2 = S_1^{-1}.$$

Si conclude pertanto che in questo caso il gruppo di monodromia è il gruppo ciclico generato dalla S_1, e quindi è il sottogruppo ciclico del gruppo metaciclico.

(2) Si supponga che la g_p^1 possegga un gruppo costituito da un punto p-plo, e due gruppi dotati ciascuno di $\frac{p-1}{2}$ punti doppi: corrispondano questi tre gruppi ai valori $t = t_1$, $t = t_2$, $t = t_3$.

Al cappio intorno a t_1 corrisponde una sostituzione S_1, ciclica di periodo p; ai cappi intorno a t_2 e t_3 due sostituzioni S_2 ed S_3 decomposte in $\frac{p-1}{2}$ scambi, le quali operano su $\frac{p-1}{2}$ elementi e sono di periodo due.

Comunque siano disposti i cappi che da un punto O del piano vanno a t_1, t_2, t_3, le sostituzioni S_1, S_2, S_3, saranno sempre consecutive; quindi sarà

$$S_1 \; S_2 \; S_3 = 1,$$

cioè il prodotto $S_2 \; S_3 = S_1^{-1}$ è una sostituzione ciclica di periodo p.

Osserviamo ora che

$$S_2 \, (S_2 \, S_3) \, S_2^{-1} = S_3 \, S_2 = (S_2 \, S_3)^{-1}$$

cioè S_2 lascia invariato il gruppo ciclico Γ generato dalla operazione ciclica di periodo p, $S_2 \, S_3$.

Questo gruppo resta quindi invariato anche per S_3: si deduce che S_1, S_2, S_3 appartengono al gruppo metaciclico G dato dalle operazioni che lasciano invariato il gruppo ciclico Γ, e quindi il gruppo di monodromia della $x(t)$ che definisce la g_p^1, essendo generato dalle operazioni S_1, S_2, S_3, è il gruppo metaciclico G, o un suo sottogruppo.

(3) Si supponga che la g_p^1 possegga 4 gruppi dotati ciascuno di $\frac{p-1}{2}$ punti doppi e di un punto semplice: corrispondano questi tre gruppi ai valori

$$t = t_1, \; t = t_2, \; t = t_3, \; t = t_4.$$

Possiamo sempre supporre che i cappi che vanno ai punti t_1, t_2, t_3, t_4 siano consecutivi: indichiamo con S_1, S_2, S_3, S_4 le sostituzioni ad essi relative. Sarà

$$S_1 S_2 S_3 S_4 = 1.$$

Le sostituzioni S_1, S_2, S_3, S_4 sono costituite da $\frac{p-1}{2}$ scambi ed hanno il periodo 2: esse non possono essere tutte uguali, altrimenti il gruppo di monodromia da esse generato non sarebbe transitivo; pertanto ve ne saranno due consecutive diverse fra loro, per esempio S_1, S_2.

Consideriamo l'operazione

$$S = S_1 S_2 :$$

dico che S è *trasformata da* S_1, S_2, S_3, S_4, *in* S^{-1}, *che essa è un' operazione ciclica di periodo* p *e che quindi* S_1, S_2, S_3, S_4, *lasciando invariato il gruppo* Γ *generato da* S, *appartengono al gruppo metaciclico o a un suo sottogruppo.*

Infatti

$$S_1 S S_1^{-1} = S_1 (S_1 S_2) S_1^{-1} = S_2 S_1^{-1} = S_2^{-1} S_1^{-1} = S^{-1}$$

così pure

$$S_2 S S_2^{-1} = S_2 S_1 = S^{-1} ;$$

inoltre essendo

$$S_1 S_2 S_3 S_4 = 1$$

sarà

$$S_1 S_2 = S_4 S_3.$$

Ora l'operazione $S_4 S_3$ è trasformata da S_4 e da S_3 in $(S_4 S_3)^{-1}$, come si verifica immediatamente, e quindi anche $S = S_1 S_2 = S_4 S_3$ sarà trasformata da S_2 e da S_4 in S^{-1}.

Così la prima parte del nostro teorema è stabilita: dimostriamo ora che S è un' operazione ciclica di periodo p.

Osserviamo anzitutto che essendo $S_1 \neq S_2$, S opera almeno su un indice che indico con 1; dico inoltre che essa opera su tutti i p indici; si supponga infatti che essa non operi sull' indice i, e si consideri l'operazione S_i, appartenente al gruppo di monodromia, che porta 1 in i, operazione che esiste certo essendo il gruppo di monodromia transitivo: questa S_i trasforma la S in un'operazione S' che opera su i, e pertanto è distinta dalla S e dalla S^{-1}. Ora, essendo il gruppo di monodromia generato dalle operazioni S_1, S_2, S_3, S_4 che trasformano S in S^{-1},

ogni operazione S_i apparnenente ad esso deve lasciare invariata la S o mutarla nella S^{-1}: è quindi assurdo che S non operi su i.

Ciò posto, per dimostrare che S è ciclica d'ordine p, basterà far vedere che essa si compone di un sol ciclo. Per dimostrarlo osserviamo che essendo p primo, la S non può comporsi di cicli dello stesso ordine, quindi se essa non si compone di un unico ciclo di ordine p, conterrà due cicli C_1 e C_2 di ordine diverso.

Sia 1 un indice su cui opera C_1, 2 un indice su cui opera C_2. Nel gruppo di monodromia esiste un'operazione $\bar{S}$ che trasporta 1 in 2; questa non può trasportare C_1 in C_2, che sono di ordine diverso, quindi $\bar{S}$ trasforma S in un'operazione diversa da S e da S^{-1}; il che è impossibile come abbiamo già osservato.

Pertanto resta stabilito che $S = S_1 S_2$ è un'operazione ciclica di periodo p, la quale viene trasformata da S_1, S_2, S_3, S_4, in S^{-1}; queste operazioni lasciano adunque invariato il gruppo ciclico Γ generato da S, e quindi appartengono al gruppo metaciclico: si deduce che il gruppo di monodromia della $x(t)$ relativa alla g^1_p, essendo generato da S_1, S_2, S_3, S_4, è il gruppo metaciclico o un suo sottogruppo.

4) Supponiamo ora che la nostra g^1_p sia dotata di tre gruppi costituiti ciascuno di $\frac{p-1}{3}$ punti tripli e di un punto semplice.

Per dimostrare che il relativo gruppo di monodromia è il gruppo metaciclico, o un suo sottogruppo, dobbiamo fare tre osservazioni che sono fondamentali anche per l'analisi dei due casi che seguono.

a) Si consideri una sostituzione P, di periodo p, ed una altra S, qualunque: se le trasformate di S mediante P, e le sue potenze, sono in numero $s < p$, allora S è invariante per P, cioè P e S sono permutabili.

Infatti se le trasformate di S sono in numero $s < p$, vi saranno delle potenze di P che lasciano invariata S: ma queste formano un gruppo il quale, essendo p primo, coincide col gruppo ciclico generate da P, cioè P lascia invariata la S.

b) Veniamo ora alla seconda osservazione: supponiamo di avere due sostituzioni S e P, operanti sui medesimi p elementi, e delle quali la seconda, P, ciclica di periodo p. Se esse sono permutabili, allora la S è una potenza della P, cioè essa stessa è una operazione ciclica di periodo p.

Infatti la S deve appartenere al gruppo metaciclico costituito dalle operazioni che lasciano invariato il gruppo ciclico Γ generato da P, ma in questo gruppo le sole potenze di P sono permutabili con la P stessa, quindi la S è una potenza di P.

c) Si noti infine che la nostra g_p^1 è definita da una funzione algebrica $x(t)$ per ipotesi irriducibile; pertanto il gruppo di monodromia di detta funzione è transitivo e quindi ha ordine multiplo del grado p: per il teorema di Sylow esso contiene almeno una sostituzione P, ciclica di periodo p.

Ciò posto indichiamo con t_1, t_2, t_3 i valori di t cui corrispondono i tre gruppi della g_p^1 dotati di $\frac{p-1}{3}$ punti tripli; siano S_1, S_2, S_3, le sostituzioni ad essi corrispondenti: sarà

$$S_1^3 = S_2^3 = S_3^3 = (S_1 S_2 S_3) = 1.$$

Si consideri ora l' operazione:

$$S = S_1 S_2^{-1};$$

cerchiamo le trasformate di S mediante le operazioni del gruppo G generato da S_1, S_2, S_3; osserviamo che, essendo

$$S_3 = S_2^{-1} S_1^{-1},$$

basterà cercare le trasformate di S mediante le operazioni del gruppo generato da S_1 e da S_2. Ora

$S_1 S S_1^{-1} = S_1 (S_1 S_2^{-1}) S_1^{-1} = S_1^{-1} S_2^{-1} S_1^{-1}$ che indico con S'

$S_1^2 S S_1^{-2} = S_1^2 (S_1 S_2^{-1}) S_1^{-2} = S_2^{-1} S_1$ che indico con S''

$S_2 S S_2^{-1} = S_2 (S_1 S_2^{-1}) S_2^{-1} = S_2 S_1 S_2$

$S_2^2 S S_2^{-2} = S_2^2 (S_1 S_2^{-1}) S_2^{-2} = S_2^{-1} S_1$;

si osservi inoltre che è

$$S_1^{-1} S_2^{-1} S_1^{-1} = S_2 S_1 S_2:$$

infatti

$$(S_2 S_1 S_2)^{-1} (S_1^{-1} S_2^{-1} S_1^{-1}) = S_2^{-1} S_1^{-1} S_2^{-1} S_1^{-1} S_2^{-1} S_1^{-1} =$$
$$= (S_2^{-1} S_1^{-1})^3 = S_3^3 = 1.$$

Ora se trasformiamo una delle tre operazioni S, S', S'' mediante S_1 o S_2, si ricade evidentemente in una delle tre operazioni; pertanto si conclude che le trasformate di S mediante le operazioni di G sono, al massimo, in numero di 3.

Ora, per una delle osservazioni precedenti, esiste in G una operazione P ciclica di periodo p; questa, e le sue potenze, trasformano la S in un numero $s < p$ di altre operazioni $S, S', S'' \ldots$; si deduce che S e P sono permutabili e quindi

S e P sono potenze di una medesima, cioè l' operazione S è una sostituzione ciclica di periodo p: siccome poi anche S' ed S'' sono, per la stessa ragione, permutabili con P, così anche esse sono una potenza di P; si conclude che le operazioni S_1, S_2, S_3, lasciano invariato il gruppo ciclico generato dalla S, cioè appartengono a un gruppo metaciclico.

5) Si supponga che la g^1_p possegga un gruppo dotato di $\frac{p-1}{2}$ punti doppi, un secondo gruppo dotato di $\frac{p-1}{3}$ punti tripli, e un terzo dotato di $\frac{p-1}{6}$ punti sestupli: corrispondano questi ai valori

$$t = t_1 \quad , \quad t = t_2 \quad , \quad t = t_3 \ .$$

Si prenda nel piano un punto O qualunque, e si costruiscano i cappi C_1, C_2, C_3 che da esso vanno a t_1, t_2, t_3, in modo che essi si susseguano nell' ordine C_1, C_2, C_3.

A questi cappi corrisponderanno tre sostituzioni S_1, S_2, S_3; sarà

$$S_1^2 = S_2^3 = S_3^6 = S_1 S_2 S_3 = 1.$$

Si consideri l' operazione

$$S = S_1 S_3^3$$

e si formino le sei trasformate mediante la S_3 e le sue potenze

$$\begin{aligned} S &= S_1 S_3^3 \\ S' &= S_3 S_1 S_3^2 \\ S'' &= S_3^2 S_1 S_3 \\ S''' &= S_3^3 S_1 \\ S'''' &= S_3^4 S_1 S_3^{-1} \\ S''''' &= S_3^5 S_1 S_3^{-2} \end{aligned}$$

Vogliamo dimostrare che, operando per trasformazione con la S_1 sopra queste 6 sostituzioni, si riottengono, salvo l' ordine, le sostituzioni stesse: si ha precisamente

$$S_1 S \quad S_1^{-1} = S''' \ ; \ S_1 S' \quad S_1^{-1} = S'''' \ ; \ S_1 S'' \quad S_1^{-1} = S'''''$$

$$S_1 S''' S_1^{-1} = S \quad ; \ S_1 S'''' S_1^{-1} = S' \quad ; \ S_1 S''''' S_1^{-1} = S''.$$

Di queste sei relazioni basterà dimostrare le prime tre, riuscendo le altre una evidente conseguenza delle prime poichè $S_1^2 = 1$.

Ora è anzitutto

$$S_1 S S_1^{-1} = S_1 S_1 S_3^3 S_1^{-1} = S_3^3 S_1^{-1} = S_3^3 S_1 = S'''.$$

In secondo luogo risulta

$$S_1 S' S_1^{-1} = S'''' \text{ in quanto } S_1 S' S_1^{-1} (S'''')^{-1} = 1.$$

Infatti

$$S_1 S' S_1^{-1} (S'''')^{-1} = S_1 S_3 S_1 S_3^2 S_1^{-1} S_3 S_1^{-1} S_3^{-4} =$$
$$= S_1 S_3 S_3^2 (S_1 S_3 S_1 S_3) S_3^{-5};$$

ed essendo

$$(S_1 S_3)^3 = (S_2^{-1})^3 = 1,$$

cioè

$$S_1 S_3 S_1 S_3 = S_3^{-1} S_1^{-1},$$

si ha

$$S_1 S_3 S_3^2 (S_1 S_3 S_1 S_3) S_3^{-5} = S_1 S_3 S_3^2 S_3^{-1} S_1^{-1} S_3^{-5} =$$
$$= (S_1 S_3 S_1 S_3) S_1 S_3^{-5} = S_3^{-1} S_1^{-1} S_1 S_3^{-5} = S_3^{-6} = 1.$$

In terzo luogo è anche

$$S_1 S'' S_1^{-1} = S'''''$$

in quanto

$$S_1 S'' S_1^{-1} (S''''')^{-1} = 1.$$

Infatti

$$S_1 S'' S_1^{-1} (S''''')^{-1} = S_1 S_3^2 S_1 S_3 S_1 S_3^2 S_1 S_3^{-5} =$$
$$= S_1 S_3^2 (S_1 S_2 S_1 S_3) S_3 S_1 S_3 =$$
$$= S_1 S_3^2 (S_3^{-1} S_1^{-1}) S_3 S_1 S_3 = (S_1 S_3)^3 = 1.$$

Si vede così che S_1 ed S_3, e quindi anche S_2 e tutte le altre operazioni del gruppo di monodromia G, trasformano la S solo nelle sei operazioni $S_1\, S' \ldots S'''''$, e pertanto si deduce, come nel caso precedente, che $S, \ldots S'''''$, sono potenze di una medesima sostituzione ciclica di periodo p, e che il gruppo G è il gruppo metaciclico o un suo sottogruppo.

6) Si supponga infine che la g^1_p possegga un gruppo dotato di $\frac{p-1}{2}$ punti doppi e di due gruppi dotati di $\frac{p-1}{4}$ punti quadrupli: corrispondano questi ai valori $t = t_1$, $t = t_2$, $t = t_3$, e i cappi intorno a questi punti diano le tre sostituzioni S_1, S_2, S_3; si che sia

$$S_1^2 = S_2^4 = S_3^4 = S_1 S_2 S_3 = 1.$$

Si consideri l' operazione

$$S = S_1 S_2^2$$

e si formino le sue quattro trasformate mediante la S_2 e le

sue potenze

$$S = S_1 S_2^2$$
$$S' = S_2 S_1 S_2$$
$$S'' = S_2^2 S_1$$
$$S''' = S_2^2 S_1 S_2^{-1}.$$

Vogliamo dimostrare che operando, per trasformazione, con la S su queste quattro sostituzioni, si riottengono (in ordine mutato) le quattro operazioni stesse, e che pertanto il gruppo generato dalle sostituzioni S_1, S_2, S_3, trasforma la S solo nelle quattro sostituzioni

$$S, S', S'', S'''.$$

Ora anzitutto

$$S_1 S S_1^{-1} = S_1 S_1 S_2^2 S_1^{-1} = S_2^2 S_1 = S'';$$

inoltre

$$S_1 S' S_1^{-1} = S_1 S_2 S_1 S_2 S_1^{-1}$$

risulta uguale ad S''', in quanto

$$S_1 S_2 S_1 S_2 S_1^{-1} (S''')^{-1} = S_1 S_2 S_1 S_2 S_1^{-1} S_2 S_1^{-1} S_2^{-3} =$$
$$= (S_1 S_2)^4 = (S_3^{-1})^4 = 1.$$

Si ha dunque

$$S_1 S S_1^{-1} = S''$$
$$S_1 S' S_1^{-1} = S'''$$
$$S_1 S'' S_1^{-1} = S$$
$$S_1 S''' S_1^{-1} = S',$$

che è quanto si voleva dimostrare.

Pertanto, come nel caso precedente e nel caso 4), si conclude che S, S', S'', S''' sono potenze di una sostituzione ciclica di periodo p e che il gruppo G generato da $S_1 S_2 S_3$ è il gruppo metaciclico o un suo sottogruppo.

§ 4. — Nel § 1 abbiamo detto che le considerazioni svolte permettono di stabilire quale sia precisamente il gruppo di monodromia della $x(t)$ che definisce la nostra g_p^1 risolubile per radicali, così da determinare i radicali che occorre estrarre per avere la risoluzione effettiva della equazione proposta

$$f_1(x) - t f_2(x) = 0.$$

Esaminiamo il gruppo di monodromia nei singoli casi.

1). Nel caso 1) il gruppo di monodromia è generato dalla

sostituzione ciclica

$$S_1 = S_2^{-1}$$

di periodo p: pertanto l'equazione é risolubile mediante un radicale p-esimo.

2). Nel caso 2) il gruppo di monodromia è generato da due sostituzioni di periodo 2, S_1 ed S_2, il cui prodotto

$$S_1 S_2 = S_3^{-1}$$

è un'operazione ciclica di periodo p: pertanto il gruppo si compone di $2p$ sostituzioni e risulta isomorfo al gruppo diedrico di $2p$ sostituzioni su $2p$ elementi. Se si vuole avere l'espressione effettiva di queste $2p$ sostituzioni, si osservi che esse trasformano S_3, e le sue potenze, nell'operazione inversa: posto

$$S_3 = S = (x_0, x_1, \dots x_{p-1})$$

le altre operazioni del gruppo saranno del tipo

$$S^r \, T^{s \frac{p-1}{2}}$$

dove $T = (x_1, y_g, \dots x_{g^{p-2}})$ ed $r = 1, 2 \dots p$; $s = 1, 2$ (¹).

Pertanto l'equazione proposta è risolubile mediante l'estrazione di un radicale quadratico e di un radicale p-esino.

3). Anche nel caso 3) le sostituzioni del gruppo di monodromia trasformano l'operazione ciclica, di periodo p

$$S = S_1 S_2$$

soltanto nella sua inversa; e pertanto esse si riducono alle stesse sostituzioni che si hanno nel caso 2).

4). Nel caso 4) le sostituzioni del gruppo di monodromia trasformano l'operazione ciclica di periodo p, $S = S_1 S_2^{-1}$, al massimo in tre operazioni, e precisamente in tre contenendo una sostituzione, S_1, di periodo 3, perciò quelle che non sono una potenza di S, hanno il periodo 3; cioè sono date dalle operazioni del tipo

$$S^r \, T^{s \frac{p-1}{3}}$$

dove $r = 1, 2, \dots p$; $s = 1, 2, 3$ (¹).

Si deduce che l'equazione proposta si risolve mediante l'estrazione di un radicale cubico e di un radicale p-esimo.

(¹) Cfr. BIANCHI, *Op. cit.* pg. 83-84.

5) Nel caso 5) le sostituzioni del gruppo di monodromia trasformano l'operazione ciclica di periodo p,

$$S = S_1 S_3^3$$

al massimo in 6 operazioni e precisamente in 6 contenendo una sostituzione S_3 di periodo 6; pertanto quelle che non sono una potenza di S, hanno per periodo un divisore del 6 (ve ne è una S_3, di periodo 6) e sono quindi costituite dalle sostituzioni del tipo

$$S^r T^{s \frac{p-1}{6}}$$

dove $r = 1, 2, \ldots p$; $s = 1, 2, \ldots 6$.

Si conclude che l'equazione proposta si risolve mediante l'estrazione di un radicale quadratico, di un radicale cubico, e di un radicale p-esimo.

6). Nel caso 6) le sostituzioni del gruppo di monodromia trasformano l'operazione ciclica di periodo p,

$$S = S_1 S_2^2$$

al massimo in 4 operazioni e precisamente in 4 contenendo una sostituzione, S_2, di periodo 4; pertanto quelle che non sono potenze di S, hanno il periodo divisore di 4 (ve ne è una, S_2, di periodo 4) e quindi sono date dalle sostituzioni del tipo

$$S^r T^{s \frac{p-1}{4}}$$

dove $r = 1, 2, \ldots p$; $s = 1, 2, 3, 4$.

Ne deriva che l'equazione proposta è risolubile mediante l'estrazione di due radicali quadratici e di un radicale p-esimo.

§ 5. — Abbiamo già osservato (§ 2) che le g_p^1 dei tipi 4), 5), 6), possono esistere solo per valori di p, rispettivamente della forma

$$3n + 1 \quad , \quad 6n + 1 \quad , \quad 4n + 1 ;$$

facciamo ora vedere che *esistono effettivamente* g_p^1 *risolubili per radicali corrispondentemente ai sei tipi considerati.*

A tale oggetto dobbiamo ricordare il teorema d'esistenza delle funzioni algebriche, il quale dice che: esiste effettivamente una funzione algebrica $x(t)$ di cui siano dati i punti di diramazione e le sostituzioni relative ai cappi che vanno ad essi da un punto 0 del piano, purchè il gruppo da queste generato sia transitivo, e il loro prodotto sia l'identità, quando esse sono prese nell'ordine in cui si susseguono i cappi uscenti da 0.

Ciò posto:

1). Si hanno g^1_p del primo tipo prendendo nel piano t, come punti di diramazione, due punti qualsiansi t_1 e t_2 ed associando ad essi le sostituzioni

$$S_1 = (x_0, x_1, \dots x_{p-1})\,; \quad S_2 = (x_0, x_1, \dots x_{p-1})^{-1}.$$

2). Si hanno g^1_p del secondo tipo prendendo nel piano t tre punti di diramazione arbitrari, t_1, t_2, t_3, ed associando ad essi le sostituzioni

$$\begin{aligned} S_1 &= (x_0\, x_1)\,(x_2\, x_3)\dots\dots(x_{p-2}\, x_{p-1}) \\ S_2 &= (x_1\, x_2)\,(x_3\, x_4)\dots\dots(x_{p-1}\, x_0) \\ S_3 &= (x_0\, x_2\, x_4\dots\dots x_{p-1}\, x_1\, x_3\dots\dots x_{p-2})^{-1}. \end{aligned}$$

3). Si hanno g^1_p del terzo tipo prendendo nel piano t quattro punti di diramazione arbitrari t_1, t_2, t_3, t_4, ed associando ad essi le sostituzioni

$$\begin{aligned} S_1 &= (x_0\, x_1)\,(x_2\, x_3)\dots\dots(x_{p-3}\, x_{p-2}) \\ S_2 &= (x_0\, x_1)\,(x_2\, x_3)\dots\dots(x_{p-3}\, x_{p-2}) \\ S_3 &= (x_1\, x_2)\,(x_3\, x_4)\dots\dots(x_{p-2}\, x_{p-1}) \\ S_4 &= (x_1\, x_2)\,(x_3\, x_4)\dots\dots(x_{p-2}\, x_{p-1}) \end{aligned}$$

4). Per determinare le sostituzioni S_1, S_2, S_3, che si devono prendere per avere una g^1_p del quarto tipo, occorre fare un'osservazione che serve anche per la costruzione delle sostituzioni relative ai tipi 5) 6).

Si considerino le due sostituzioni generatrici del gruppo metaciclico

$$\begin{aligned} S &= (x_0\, x_1\dots\dots x_{p-1}) \\ T &= (x_1\, x_g\dots\dots x_{g^{p-2}}). \end{aligned}$$

La sostituzione $T' = T^s$, moltiplicherà ogni indice per $\alpha = g^s$: *se T è diversa dall'identità ed ha il periodo r, allora anche* $S\,T'$ *ha il periodo r*, come si verifica facilmente [1]. Ciò posto si osservi che l'operazione

$$T_1 = T^{\frac{p-1}{3}}$$

ha il periodo $r = 3$: quindi per avere una g^1_p del quarto tipo

---

[1] Cfr. Bianchi, *op. cit.* pg. 83-84.

basta prendere nel piano t tre punti di diramazione arbitrari t_1, t_2, t_3, ed associare ad essi le sostituzioni di periodo tre

$$S_1 = T_1$$
$$S_2 = S\,T_1$$
$$S_3 = (S\,T_1^2)^{-1}.$$

5). Si hanno g_p^1 del quinto tipo prendendo nel piano t tre punti di diramazione arbitrari t_1, t_2, t_3, ed associano ad essi le sostituzioni

$$S_1 = T^{\frac{p-1}{6}} = T_1$$
$$S_2 = S\,T_1^2$$
$$S_3 = (S\,T_1^3)^{-1},$$

i cui periodi sono evidentemente 6, 3, 2.

6). Si hanno infine g_p^1 del sesto tipo prendendo nel piano t tre punti di diramazione arbitrari ed associando ad essi le sostituzioni

$$S_1 = T^{\frac{p-1}{4}} = T_1$$
$$S_2 = S\,T_1$$
$$S_3 = (S\,T_1^2)^{-1}$$

i cui periodi sono evidentemente 4, 4, 2.

UNA NUOVA CRITICA DELL' ETICA KANTIANA

Nota del S. C. prof. GUIDO VILLA

(*Adunanza del 22 aprile 1915*)

Pochi sistemi filosofici ebbero il potere di suscitare sì gran numero di ammiratori, di critici, di oppositori come la filosofia morale di Emmanuele Kant. Si può con sicurezza affermare che tanto il bene quanto il male che ne furon detti son proporzionati alla sua grandezza. Amici e avversari sentiron parimenti, sino ai giorni nostri, e sentiranno forse per gran tempo ancora, il bisogno di ricollegarsi ad essa per abbatterle e sgombrare il terreno da un temibile competitore. Dall'Hegel allo Schleiermacher, al Rosmini, allo Scopenhauer, all' Herbart, al Mill, al Fouillèe, al Caird, fino ai minori e più recenti critici, la letteratura sull' affascinante argomento s' è arricchita sempre più di nuovi scritti che se non presentan tutti la stessa originalità di osservazioni, vanno tuttavia illustrando i varii aspetti dell' etica kantiana, mettendo di preferenza in luce a seconda delle varie tendenze, o gli elementi di nuovi e fecondi sviluppi, oppure i germi di una irremediabile caducità.

A questa letteratura s'è di recente aggiunto un breve, ma interessante lavoro dovuto ad un giovane filosofo il quale va da alcuni anni rinnovando con vigoria intellettuale degna della grande fede che l'anima, la filosofia di Federico Fries, il filosofo che s' era proposto non molti anni dopo la pubblicazione delle opere di Kant, di completare la critica teoretica e morale di questi con quegli elementi psicologici che il Kant aveva deliberatamente escluso. Il giovane scrittore è Leonardo Nelson, e la sua recente opera si propone una revisione della " etica critica " e cioé del Kant, dello Schiller e del Fries (1).

(1) LEONARD NELSON, *Die kritische Ethik bei Kant, Schiller und Fries.* Eine Revision ihrer Prinzipien. Göttingen, 1914.

La critica del Nelson se è libera e franca verso il Kant, lo è pure verso il suo maestro spirituale Fries; e pare annunci un tentativo che non mancherà certo d'interesse speculativo, di darci un sistema morale che riesca a svolgere ciò che il Nelson ritiene possa ancora trovarsi di vivo e vitale nei due autori da lui particolarmente esaminati. E, soffermandoci, nell'esame di questa sua critica, alla parte che per l'importanza dell'argomento ci sembra la più notevole, e cioè alla revisione delle idee morali di E. Kant; vedremo se questa nuova critica riesca realmente a lumeggiare (come si potrebbe attendere dalla posizione assunta dal Nelson nella critica filosofica) qualche aspetto sinora trascurato dell'etica kantiana.

Dico subito che ciò che mi pare più originale in questa critica è il tentativo di mettere in rilievo il carattere di subbiettività a cui l'etica kantiana sarebbe secondo il nostro autore invincibilmente costretta a ridursi ad onta dei suoi presupposti schiettamente razionali e quindi obbiettivi. Il Nelson giunge a tale affermazione mediante un esame acuto dei concetti di dovere, di imperativo categorico, di legge morale. Tale critica è come facilmente si vede, della più grande importanza; e qualora si dimostrasse fondata, sarebbe tale da scalzare senz'altro le basi stesse dell'edificio che il Kant innalzò con sì poderoso sforzo dialettico. Essa riagita una questione che fu da tutti i critici della morale kantiana discussa; quella cioè del valore del principio formale di tale sistema etico e della possibilità di fondare su di esso quella scienza della morale universale e necessaria che il Kant si proponeva.

Il tentativo del Kant è indubbiamente il più ardito che nella storia dell'etica siasi mai tentato. Uscendo dalla esperienza, sia naturale che psicologica, escludendo ogni e qualsiasi forma di subbiettività come anche di imposizione esteriore, il Kant credette di aver trovato quel valore obbiettivo del precetto etico che i sistemi precedenti di morale o empirici o metafisici o teologici invano avevan cercato. Riuscì il Kant nell'arduo assunto? Per rispondere alla domanda occorre esaminare la natura del concetto di ‘ legge morale ’ che pel Kant mentre rappresenta il vero contrapposto della ‘ legge naturale ’ ha di questa tutto il valore dell'universalità e dell'obbligatorietà.

Egli prende infatti come tipo di questa validità universale la legge della natura, come quella la cui forza non soffre eccezioni; ma in pari tempo mentre fonda la legge naturale sul principio della necessità, mette invece come necessario postu-

lato della legge morale quello della libertà. Senonchè, a chi ben guardi, l'antitesi tra le due leggi è in parte più apparente che reale. Anzitutto il principio della libertà è ammesso dommaticamente mediante quel famoso circolo vizioso che fu già denunziato dal Rosmini, circolo che consiste nel ritener necessaria la libertà perchè vien richiesta per l'effetuazione della legge morale; che a sua volta ha valore ed è possibile pel fatto dell'esistenza della libertà (1). La libertà è quindi assunta come principio indimostrabile, non attinto all'esperienza interna la quale, secondo la costante convinzione del Kant, non ci può dare alcun criterio sicuro. Limitate nella *Critica della ragion pura* a un mero problema del quale non possiamo trovar la soluzione, la libertà è assunta solo come mezzo pratico di operare; essendo tale assunzione ritenuta dal Kant possibile in quanto la libertà si riferisce non già ai fenomeni i quali sono sottoposti alla necessità, ma al mondo intelligibile, che è quanto dire fuori del tempo, eterno; poichè come il Kant espressamente dice ' se i fenomeni fossero identici alle cose in sè, la libertà non si potrebbe salvare ' (2). Ma appunto come trascendente l'esperienza, l'esistenza della libertà non è nè dimostrabile nè indimostrabile; e l'unico argomento che deve indurci ad ammetterla è quello della necessità pratica, vale a dire del bisogno che di essa sentiamo come mezzo per l'attuazione della legge morale. Al pari degli altri postulati della ragion pratica, che « obbiettivamente sono insufficienti », essa è praticamente necessaria per farci uscire da quello stato di indecisione che ci è bensì imposto nella contemplazione teorica, ma che nel dominio pratico sarebbe la negazione di ogni vita morale (3).

In contrapposto al dominio dei fatti della natura, fisici e psicologici, in cui regna la necessità, il dominio degli atti morali è il regno della libertà, o, come lo chiama il Kant, dei fini. Ma questo sistema di fini, che nella sua universale obbligatorietà deve modellarsi in quanto alla forma sul *tipo* delle

---

(1) A. ROSMINI. *Storia comparativa e critica dei sistemi intorno al principio della morale*. Milano, 1837; p. 120: « La libertà si deduce « qual conseguenza della legge mentre prima si aveva dedotta la legge « qual conseguenza della libertà ». Si veda pure il FOUILLÈE, *Critique des systèmes de morale contemporains*, p. 160.

(2) *Kritik der reinen Vernunft*. Trascend. Dialekt. 9 Abschn. pag. 461.

(3) *Kritik der reinen Vernunft*. Trascend. Dialekt. 9 Absch. pag. 617.

leggi della natura, fino a qual punto può esso assimilarsi al sistema delle leggi della natura? Quale valore che oltrepassi la pura esteriorità formale può attribuirsi a questa analogia kantiana?

Si può a tali domande rispondere che l'andare oltre un'analogia puramente esteriore non sembra facile. Infatti se nella connessione dei fenomeni naturali noi non andiamo al di là di un rapporto puramente formale, che prescinde da qualsiasi contenuto qualitativo, noi siamo in tale processo metodico perfettamente giustificati in quanto riteniamo che il sapere scientifico consista appunto in una riduzione dell'eterogeneo all'omogeneo, della qualità alla quantità in modo di poter costringere i fenomeni qualitativamente più diversi allo stesso comun denominatore dell'identico principio formale. L'applicazione delle categorie all'intuizione (per usare i concetti kantiani) sottopone tutta quanta la conoscenza empirica e fenomenica alle leggi dell'intelletto e la trasforma quindi ed eleva al grado di conoscenza scientifica. Una applicazione di tal genere (ad e. della categoria di causa) che variasse a seconda del carattere dei fenomeni, renderebbe vano ogni tentativo di universalizzazione del sapere, e la scienza come dal Kant e da tutti i moderni sempre fu intesa, vale a dire come un superamento della antica concezione delle qualità, sarebbe impensabile.

Il compito scientifico della conoscenza teoretica s'arresta adunque dinnanzi alla riduzione alla forma. Ma pur nella conoscenza teoretica tale principio non può essere inteso se non con qualche importante riserva. Se la riduzione all'elemento formale, astratto, matematico, è almeno teoreticamente, possibile pei fenomeni meccanici, fisici e chimici, essa diventa assai più difficile quando da essi passiamo ai fenomeni biologici e ancor più a quelli della vita psichica. In questo duplice dominio la considerazione qualitativa va via via accentuando i suoi diritti rispetto alla generalizzazione matematica; diritti che nella sfera della vita mentale appaiono nella più luminosa evidenza. Se l'esito del conflitto tra il 'formalismo' e quello che potrei chiamare il 'qualitativismo' può nel dominio dei fenomeni vitali sembrare ancor dubbio, tanto da logicamente permettere qualche speranza di riduzione delle leggi biologiche all'astrattezza matematica; nel campo della psicologia tale esito non può segnare, a mio avviso, che una decisa vittoria di quel metodo che oltrepassando la forma schematica delle grafiche e delle tabelle, va al fondo stesso del fenomeno, alla sua intima e subbiettiva e irriducibile 'qualità', e pur cercando di seguire

i processi psichici secondo il loro ordine causale, non s'arresta nel vano tentativo di ridurre tale ordine ad un rapporto universale o astratto, ma cerca di rappresentarlo nella sua propria e caratteristica fisionomia. Fu non lieve errore del Kant, errore dovuto al suo ingiustificato disprezzo della psicologia e le cui conseguenze si ripercuotono in tutta quanta la sua opera, quello di avere compreso in un solo principio la causalità psichica e quella meccanica; e questo errore lo costrinse a cercare la libertà fuori della coscienza, in un mondo trascendentale.

Fu detto a ragione che la morale del Kant è dominata dalla sua teorica della conoscenza, che a sua volta è ispirata ai principii delle scienze naturali (1). Per quanto volasse alto sopra i suoi contemporanei, il Kant è pur sempre figlio del secolo XVIII che rimarrà soprattutto l'età classica della concezione fisica e meccanica del mondo. È quindi naturale che il Kant, il quale fu, nello svolgere l'opera sua, conseguente quant'altri mai, non potesse trovare alcun appoggio teorico per la sua profonda fede morale, in quella esperienza psicologica che da lui era intieramente assimilata alla materialità fisica; nè che potesse intravvedere nella causalità psichica, specie nella forma in cui questa era intesa dalla scuola del Leibniz e del Wolf, alcun elemento peculiare da cui fosse possibile svolgere la sua dottrina delle libertà (2). Da queste premesse il Kant derivò necessariamente il suo formalismo etico che trasporta tutti i principii supremi del giudizio e della condotta morale dell'uomo in una sfera posta assolutamente fuori dell'esperienza, in quello, mondo puramente intelligibile la cui esistenza egli stesso aveva ritenuto nella ' Critica della ragion pura ' un problema anzichè una realtà, e aveva salvato solo nella forma di un complesso di principii regolativi, non già costitutivi del sapere scientifico.

Intorno alla debolezza intrinseca del formalismo del Kant s'è esercitata la critica di tante menti acute che non è facile assunto aggiungere argomenti nuovi ai molti già noti. Mi limiterò quindi, richiamandomi a quanto è più sopra detto riguardo alla necessità di un' analisi qualitativa della con-

(1) DAL PAULSEN, Si veda il suo bel lavoro sul *Kant*, (trad. italiana) pag. 311.

(2) Si veda la *Kritik der praktischen Vernunft*, parte I[a], libro I[o]. Osserva giustamente il FOUILLÉE (*op. cit.* p. 130) che il Kant invece di istituire una critica della ragione, come fece per la filosofia speculativa, fa al contrario la critica della esperienza.

nessione psichica, a poche considerazioni intorno alle più evidenti differenze tra i due sistemi ' formali ', quello conoscitivo (che noi dovremmo più precisamente chiamare conoscitivo sul modello naturalistico) e quello morale. Mentre in quello noi dobbiamo, per quanto ci riesce, sforzarci di prescinder dal contenuto eterogeneo e spogliando questo di ogni sua particolarità qualitativa, ridurlo all'astratto omogeneo; nel sistema dei fini morali cui dobbiamo al contrario ridurre al minimo l'elemento formale per attenerci alla sua intima e subbiettiva sostanza. Il « minimo » è quell'elemento formale che è necessario per dare forma sistematica e coerente ai nostri atti e al complesso degli atti del consorzio umano; ed è precisamente elemento di ordine razionale e logico, in quanto gli impulsi anche più nobili non possono, per riuscire a buon fine, dispensarsi da tale elemento, senza il quale esse cadrebbero in quell'incoerente subiettivismo che il Kant e l'Hegel a buon diritto rimproverano ai moralisti della scuola mistica (1). Ma questo elemento formale è ben lungi dal costituire l'essenza del principio morale, che deve necessariamente esser determinato nel suo contenuto secondo un giudizio che non ci può esser suggerito dalla ragione, non essendo possibile l'equazione tra il logico e il bene, e l'illogico ed il male. I pessimisti infatti possono benissimo imaginare, come lo Schopenhauer, un mondo umamo in cui sia regola suprema il tornaconto individuale, l'ingiustizia e la violenza, con altrettanta logicità di fondamento quanto l'ottimista che vede invece nella storia lo sviluppo perenne di un principio di bene (2). Gli esempii recati dal Kant a sostegno della sua teoria dell'ordine logico morale non sono stati a dir vero, sempre compresi dai suoi critici secondo la sua vera intenzione avendo voluto con essi cogliere il Kant in fragrante contraddizione col suo principio *a priori* in quanto con tali esempii il Kant mostrerebbe di ricadere in quella morale utilitaristica da cui sempre professava di ripugnare (3).

---

(1) Si veda ad e. nel KANT, la *Kritik der praktischen Vernunft*, libro I, cap. III; e nell'HEGEL, *Grundlinien der Philosophie des Rechts*, specialmente nella prefazione.

(2) SCHOPENHAUER, *Die Grundlage der Moral*, p. 159 (edz. 1860) « Hingegen (contro la concezione ottimistica del Kant) echte, d. i. unerzwungene Gerechtigkeit kommt zwar ganz gewiss, jedoch stets nur « als Ausnahme von jenem Naturgesetze vor ».

(3) Così lo SCHOPENHAUER, (*op. cit.* p. 155 e segg.); il ROSMINI, (*op. cit.* p. 121 e segg.). Trovo perfettamente giustificate le confutazioni che di queste accuse fanno il FOUILLÉE (*op. cit.* p. 216 e segg.) e il DELBOS, (*La philosophie pratique de Kant*, p. 363).

Ma i critici, come l'Hegel, che scorsero invece in quei notissimi esempii l'insufficienza del tentativo fatto dal Kant di dimostrare la contraddizione logica dei rapporti sociali fondati sui principii immorali, colsero a mio avviso, assai meglio nel vero.

Il punto di vista morale, dice giustamente uno di questi critici, l'Hegel (1) che non trapassa nel concetto dell'eticità (il che è quanto dire nella morale sociale o meglio ancora nel contenuto etico concreto), si riduce ad un vuoto formalismo e la scienza morale ad un vano discorso intorno al dovere per il dovere. Da questo punto di vista, dice sempre l'Hegel, non è possibile alcuna dottrina immanente del dovere; si può bensì assumere dal di fuori una materia e giungere in tal modo sia a particolari doveri; ma dal dovere, inteso come una mancanza di contraddizione, cioè come concordanza formale con sè stesso, la quale non è altro che la fissazione dell'astratta indeterminatezza, non si può trapassare alla determinazione di doveri particolari, nè qualora sia dato un particolare contenuto, si può da quel principio trovare un criterio per giudicare se esso sia o non sia un dovere. Al contrario (e qui l'Hegel coglie mirabilmente nel segno) ogni modo di agire ingiusto e immorale può essere in tal guisa giustificato. Che p. e. non esiste alcuna proprietà, è una proposizione che in sè stessa contiene così poca contraddizione quanto il dire che questo o quel popolo, o famiglia, e così via, non esiste, o che non vivono nemmeno uomini. Una contraddizione può risultare solo da un contenuto che sia in precedenza messo come fondamento. Così il principio 'agisci secondo una massima che possa diventare un principio universale' sarebbe eccellente se noi avessimo principii determinati su ciò che dobbiamo fare. Qui invece il criterio che non vi debba essere contraddizione, non crea nulla; e dove nulla v'è non può esservi contraddizione (2).

Non è adunque possibile seguire per la scienza della morale il procedimento delle scienze della natura, le quali poterono giungere a fissare i principii universali del mondo fisico spogliando la conoscenza intuitiva del suo contenuto e fissando i soli rapporti formali. Moralità significa sopra tutto libera finalità, e questa non può ricavarsi che dal contenuto. Senonchè non rinoscendo il Kant tra le due serie causali, meccanica e

(1) *Op. citata*, parte II, § 135 e aggiunta, passim.
(2) V. anche B. Croce, *Filosofia della pratica*, p. 317.

psichica, alcuna differenza intrinseca, la finalità e la libertà non potevan esser da lui scoperte nella stessa realtà psicologica; e dovendo d'altra parte assumerla come fondamento del suo sistema etico, si trovò costretto a rintracciarla in quel mondo noumenico delle idee la cui esistenza egli credeva teoreticamente indimostrabile. Astraendo quindi da ogni contenuto e rifugiandosi nella pura forma egli giunse, come dimostra il Nelson, a questa contraddizione di formulare un precetto etico che nulla prescrive di determinato. Il Kant, aggiunge il Nelson, scambia con ciò il *criterio* del dovere col *motivo determinante* dell'atto morale. Ma a ciò si connette, secondo il nostro autore, un altro errore che ci può mostrare come il Kant non vedesse la vuotezza del suo criterio strettamente logico. Il dovere è una legge pratica; nel suo concetto vi è quindi quello della validità universale. Non può esser dovere per uno ciò che (in eguali circostanze) non sarebbe anche per ogni altra persona. « Questo principio descrive solo la validità universale già inchiusa nel concetto del dovere, ma non ci offre alcun criterio per determinare ciò che sarebbe in una determinata situazione il mio volere ». La legge rimane quindi del tutto indeterminata perchè ammesso ad e. che nessuno debba pretendere al privilegio di compiere atti ad altri non concessi, occorre pur sempre per decidere sul lecito e l'illecito un criterio che la legge per sè non può dare. Al contrario, se noi per ' privilegio ' intendiamo la concessione di compiere un atto in cui, se altri lo facessero, noi non consentiremmo, tale principio dell'impossibilità di simili privilegi è un criterio utilizzabile del dovere, in quanto la sua applicazione non presuppone una decisione intorno a ciò che per gli altri sia dovere, ma solo intorno a ciò che noi desidereremmo o non desidereremmo dagli altri; e tale questione si può decidere senza aiuto di principii morali, col solo consultare le nostre inclinazioni.

Ora, secondo il Nelson, tale distinzione tra la possibilità di ammettere un modo di agire come universalmente prescritto (o permesso) e l'altra di consentire nell'obbedienza universale ad esso, fu dal Kant trascurata. Onde il suo continuo e ingiustificato scambio del principio analitico, che cioè la massima di un atto morale debba seguire la forma di una legge pratica, con quello sintetico, che si debba poter *volere* che esso valga come *legge di natura*. Questo scambio è favorito dall'indeterminatezza dell'espressione favorita del Kant della « validità di una massima come di una legislazione universale » (1).

(1) *Op. cit.*, pp. 12 e 13.

Onde noi siamo sempre risospinti, come risulta da questo esame illustrativo delle contraddizioni a cui necessariamente conduce il presupposto formalistico del Kant, a quell' esperienza interiore che sotto forma o d' inclinazione o di volontà in generale (non cioè nella sola forma della ' volontà buona ', obbediente solo alla legge razionale) il Kant voleva recisamente escludere. Di questo fatale ritorno all' esperienza psicologica il Nelson porta un altro esempio, riferentesi alla « autonomia » del volere, un altro dei principii cardinali della morale kantiana. Autonomia, dice il Nelson, nel senso che una volontà razionale si dia la sua propria legge, non equivale ad autonomia nel senso di una proprietá del volere di essere mediante la sua propria massima direttamente legislativo al pari di una legislazione naturale. In questo secondo senso la volontà non può essere richiesta ad alcun essere nazionale. Si può invece richiedere (come dice pure il Kant) che l' uomo agisca ' come se ' colle sue massime esso sia universalmente legislativo. In questo senso il principio diventa bensì criterio del dovere, ma tale criterio non si può derivare dall'autonomia nel primo senso della parola (1).

Il medesimo errore, continua il Nelson, ritorna in Kant nella derivazione del suo principio dalla dignità della persona. Che un essere razionale, egli dice, possegga una dignità, vale a dire che non possa essere usato come puro mezzo ai nostri scopi, ma debba essere trattato in modo che egli possa in tale forma di rapporti consentire, è una massima che deriva, secondo l' opinione del Kant, dal principio della autonomia analiticamente inteso, secondo il quale un essere razionale non può venir soggetto ad alcuna legge che non si dia egli stesso. Ma se per la *determinazione del suo dovere* un essere razionale non può certamente essere soggetto alle volontà altrui, non si dice però nulla intorno al contenuto del suo dovere stesso, e quindi senza contraddire al principio dell' autonomia si può benissimo pensare che un essere razionale sia soggetto alla volontà altrui e serva quindi di mezzo ad altri. Il Kant scambia in questo caso, secondo il Nelson, l'autonomia dell'essere razionale come soggetto di doveri colla sua autonomia in quanto oggetto di doveri; vale a dire egli scambia le proprietà dell' essere razionale, in quanto *universalmente legislativo*, di limitare la volontà di ogni altro essere razionale, colla sua pretesa al rispetto dei suoi *fini* o *interessi* (2).

---

(1) *Op. cit.*, pp. 14 e 15.
(2) *Op. cit.*, pp. 15 e 16.

Di questa legge, secondo il Nelson, si può, esattamente parlando, dire che essa limiti la volontà. Ma in quanto ogni essere razionale come tale s'impone questa legge, si può anche dire che, in quanto essere ragionevole egli limita la volontà di ogni altro essere dotato di ragione, poichè quest'ultimo, come essere simile, è soggetto alla medesima legge. In quanto d'altra parte il contenuto della legge è quello di limitare la volontà di ciascun essere razionale alla condizione del rispetto degli interessi degli esseri da lui trattati, si può anche in breve dire che il volere di ogni essere razionale vien limitato dagli interessi degli esseri da lui trattati.

L'autonomia come proprietà di essere da sè stessa legislatrice e quindi limitatrice del volere di ogni essere razionale conviene ad un essere solo in quanto egli è dotato di *ragione* ed è quindi *soggetto di doveri*; l'autonomia invece come dignità o come proprietà di limitare mediante i suoi interessi la volontà di ogni essere razionale, spetta ad un essere non in quanto ha una ragione, ma in quanto ha *interessi* e come tale è *soggetto di diritti.* Il giudizio sintetico della dignità della persona, vale a dire della proprietà di un essere di limitare mediante i suoi interessi la volontà di ogni essere razionale, non si può derivare dal principio analitico dell'autononia dell'essere razionale. L'errore del Kant, secondo il Nelson, è connesso ad un profondo errore psicologico che farà poi sentire le sue conseguenze tanto nella dottrina della virtù come in quella del diritto (1).

Un'altra conferma della sua tesi il Nelson trova nel principio kantiano del valore assoluto della « volontà buona ». Partendo dal concetto che la volontà buona sia l'unico bene non sottoposto ad alcuna limitazione, egli conchiude che l'essere razionale, come soggetto di una volontà possibilmente buona, rappresenti il valore assoluto e come tale sia oggetto di stima. Ma qui, secondo il Nelson, il Kant si avvolge in un circolo logico. Poichè, astraendo dal fatto che, con tale argomentazione, nel trattare con una persona possa esser dovere di aver riguardo solo ai suoi fini morali e non a quelli moralmente indifferenti, come anche dal fatto che l'affermazione del valore assoluto della persona contraddice proprio al principio del volere buono come l'unico bene incondizionato; astraendo da tutto ciò il volere buono era già definito come quello che rispetta la legge, e non si può quindi, senza cadere in un circolo, definire la legge come quella che ordina di rispettare la volontà buona.

---

(1) *Op. cit.*, p. 17.

La volontà sarebbe buona perchè si assoggetta al comando del dovere. Ma il dovere è necessità pratica, è obbligo, non merito; non può da esso uscire un valore positivo, È bensì preferibile ad altre azioni non ispirate al dovere, e come tale ha perciò un valore *comparativamente* infinito; ma da ciò risulta soltanto l'assoluto non valore dell'offesa al dovere; e il volere buono è quindi unicamente la condizione necessaria di ogni valore personale; non un bene positivo e tanto meno il bene sommo (1).

Senonchè il Kant mentre aveva sin qui cercato di fondare il valore della persona sulla legge, cerca poi di percorrere la via inversa. E, secondo il Nelson, se questa via evita l'errore logico dall'altra, fa però ricadere il Kant nell'etica utilitaristica. Infatti il Kant crede che il valore assoluto della persona si fondi sul principio che il valore delle cose sia condizionato dalle nostre inclinazioni subbiettive. Ma la condizionalità di un valore significa la sua dipendenza da un altro *valore* col quale sta in rapporto di mezzo a fine. Ma se cerchiamo un valore simile, non giungiamo al valore della *persona*, ma a quello della soddisfazione dei suoi bisogni e quindi del benessere come di uno *stato* della persona stessa.

E neppure si può giungere, continua il Nelson, a questo valore partendo dal concetto di un valore dipendente dal *soggetto che valuta*, cioè che giudica secondo il soddisfacimento delle sue inclinazioni. Il Kant scambiò in questo caso il rapporto tra valori mediati e immediati con quello tra valori subbiettivi e obbiettivi (2).

Ma anche ammesso il valore assoluto della persona non ne consegue il precetto di considerare questa come fine per sè stessa. Se per valore assoluto s' intende che una persona non debba servir di mezzo ad altre, non si fa con ciò che ripetere in forma diversa lo stesso imperativo che se ne vorrebbe dedurre. Oppure si vuol esprimere un principio valutativo superiore, e allora non si può da essa dedurre l'imperativo, poichè dal valore assoluto della persona non è possibile una deduzione alla persona come oggetto del dovere. Per far ciò sarebbe necessario presupporre che sia dovere la creazione, o se questa non è possibile mediante il nostro volere, la conservazione del valore assoluto. Questa sarebbe allora la legge suprema del dovere; ma non si può in niun caso dedurre dal principio del valore assoluto della persona (3).

(1) *Op. cit.*, pp. 18 e 19.
(2) *Op. cit.*, pp. 20 e 21.
(3) *Op. cit.*, p. 22.

Il Kant, inoltre scambia, secondo il Nelson, il contrapposto tra valori condizionati e incondizionati con quelli di sostituibili e insostituibili. Ma anche questo contrapposto non basta a far delle persone l' oggetto del dovere, poichè non si può trasportare il valore infinito dell' oggetto di un atto all'atto stesso; ed anche ammesso ciò, il valore infinito dell'atto non sarebbe sufficiente per farlo riconoscere come dovere, in quanto anche prescindendo dal carattere negativo della valutazione etica noi potremmo bensì affermare un valore infinito dell' atto del dovere, ma non conchiudere inversamente che l'infinito valore di un'atto faccia sì che esso sia un dovere (1).

Le critiche del Nelson si fanno ancor più gravi quando egli passa ad esaminare la legge morale quale fu formulata dal Kant. Anzitutto, egli osserva, l' eguaglianza nel rispetto dovuto a tutte le persone non è fatta realmente valere, il che reca come conseguenza che l' applicazione della legge morale appare nel Kant estremamente indeterminata e arbitraria. Invece di cercare il contenuto del dovere nella relazione di eguaglianza, egli lo cerca in un composto dei doveri verso altri e verso noi stessi, dal quale non può risultare un criterio sicuro, chè tale non potrebbe essere il consenso della persona con cui si tratta, in quanto il consenso altrui non può essere mai presupposto, neppure in senso negativo, essendoci sempre collisione d'interessi. Non è esposto a tale accusa invece il criterio della universalità delle massime. Senonchè in questo caso si astrae interamente dalle differenze personali e quindi non solo dai loro interessi, ma dai caratteri speciali di situazioni che non si ripresenteranno forse mai più. A ciò si sostituisce il principio della equazione personale, e quindi l'astrazione che vien compiuta non può riguardare che le differenze numeriche e non quelle qualitative delle persone. Errore psicologico questo, secondo il Nelson, che trascina con sè l' altro di lasciare nell' ombra il problema della difficoltà di penetrare nell' animo altrui per applicare il principio del rispetto dovuto alle persone (2).

Passando ai postulati pratici, il Nelson sostiene contro il Kant che l' illimitatezza della vita non farebbe raggiungere lo scopo di oprare secondo il dovere, quando la legge morale non ordina che determinate azioni, non l'intenzione etica corrispondente. « Non è dovere, egli dice, (p. 31) operare secondo il do-

(1) *Op. cit.*, p. 23.
(2) *Op. cit.*, pp. 27, 28 e 29.

vere ". Riguardo al postulato della libertà, il nostro autore osserva che la stessa ragione per cui noi riteniamo possibile un atto che dobbiamo compiere, vale pure per l'applicabilità della legge morale secondo il suo contenuto. Il contenuto del dovere vien determinato dalla legge giuridica e cioè dal principio dell'eguaglianza personale. Ora questa norma consiste nella considerazione degli interessi che un atto riguarda. La legge quindi non si estende che fin là dove giungono gli effetti dei nostri atti, ed è per conseguenza inapplicabile laddove questa sfera di azione è infinita. È infatti impossibile mettere sulla bilancia un numero infinito di interessi, chè ogni passo fatto in tal senso non ci avvicinerebbe mai al risultato ultimo (1).

Anche nella dottrina della volontà pura il Kant segue, secondo il Nelson, lo stesso procedimento, che è in perfetta contraddizione col metodo critico, lasciandosi guidare da preconcetti generali gnoseologici, anzichè partire dai dati di fatto. Come nella critica della ragione speculativa così anche in quella della ragion pratica egli procede istituendo le nette divisioni tra sensibilita e intelletto, tra recettività e spontaneità. La volontà morale non può esser determinata che dalla ragione; il che conduce a quell'idealismo formale, che esclude come empirici tutti i principi materiali. Da questa premessa deriva tutta una serie di errori psicologici riguardanti l'interesse ed il piacere che pel Kant non sarebbero congiunti che ad oggetti singoli, dimenticando, dice il nostro autore, che vi posson essere interessi collegati a classi di oggetti. Per di più egli ripete nella sua etica l'errore della sua critica gnoseologica: come qui egli identificava il senso immediato di consapevolezza di una conoscenza colla immediatezza della conoscenza stessa, derivandone la netta distinzione tra intuizione e pensiero; così egli identifica nella morale la immediatezza della determinazione del volere mediante un interesse, colla immediatezza dell'interesse medesimo, derivando da ciò la netta distinzione tra piacere e riflessione. Il Nelson osserva a questo proposito che gli interessi possono invece agire col tramite della riflessione. É bensì vero, come giustamente disse il Kant, che non abbiamo piaceri intellettuali nello stesso modo che non possiamo avere intuizioni intellettuali; ma ciò non giustifica l'idea kantiana del ridurre tutto alla disgiunzione tra sensibilità e intelletto, il che ha per necessaria conseguenza che per salvare la morale occorre ridurre la legge a pura

(1) *Op. cit.*, p. 33 e segg.

forma, a quel principio cioè che è il contenuto della legge suprema sia della filosofia speculativa sia di quella critica.

Ma qui sorgono nuovi problemi primo tra i quali quello della possibilità della volontà pura pratica, questione cardinale che il Kant dichiara insolubile. Secondo il Nelson l'unica soluzione possibile andrebbe cercata nel concetto kantiano dell'*obbligatorietà* della legge etica, soluzione che richiederebbe, però, l'abbandono del dualismo tra sensibilità e intelletto. Il Kant dice che il dovere esprime il nostro volere intelligibile, in quanto noi ci consideriamo esseri razionali, e che esso diventa dovere accordandosi con gli impulsi sensibili. Senonchè la ragione di tale accordo non vien dal Kant spiegata se non ricorrendo a quell'imperativo categorico il quale diventa in tal guisa il presupposto permanente di tutte le conclusioni della cagion pratica. Si ricade così nel solito circolo (1).

Tutta questa dottrina del dovere equivalente al volere intelligibile è, secondo il nostro autore, la conseguenza da un lato dello scambio che il Kant fa dell'impulso determinante il volere puro col volere puro stesso; e dall'altro lato della rappresentazione formante questo impulso colla legge stessa.

E siccome il Kant, invece della rappresentazione del dovere fa del dovere stesso il motivo determinante del volere puro, ma in pari tempo fa determinare la volontà pura da sè stessa; così la volontà pura e il dovere devono per lui coincidere.

Il Kant, in conclusione, scambiò la ' coscienza ' della legge colla ' legge ' stessa. La *coscienza* della legge è realmente un ' fatto ' sussistente per sè stesso, senza bisogno di deduzione. Ma la constatazione di questo fatto non basta per riconoscere come esistente anche la legge morale, consistendo esso solo in una *pretesa* alla validità, che può tradursi anche in una vera e propria illusione della nostra coscienza, illusione tale che, come dice lo stesso Kant, ' gli imperativi che sembrano categorici, possono in fondo essere ipotetici '. Per sfuggire questo pericolo il Kant dovette accettare quell'idea che a lui stesso appare ' strana ' che la legge etica; come un fatto della ragion pura, sussiste in modo apoditticamente certo per sè stessa, senza alcun altro fondamento (2).

La critica del Nelson, come appare da questo breve riassunto, è rivolta ad illustrare i varii aspetti del formalismo del-

(1) *Op. cit.*, pp. 35-44.
(2) *Op. cit.*, pp. 45 e 46.

l'etica kantiana. Con molto acume, talora anche con una certa sottigliezza che sembra perder di vista le linee generali della critica, il Nelson mette in chiaro rilievo la contraddizione in cui *re ipsa* il Kant, ad onta del suo incomparabile spirito logico trovasi fatalmente preso, tanto da essere, ogni qual volta le sue deduzioni schiettamente razionali sembrano farlo approdare a riva, risospinto invece nell' alto mare di quella esperienza dalla quale egli vuole ad ogni costo fuggire. Fu sempre questo il punto più battuto in breccia dai maggiori critici di qualsiasi indirizzo filosofico, dagli hegeliani come dai positivisti, dagli spiritualisti come dagli stessi critici. Dal Rosmini allo Schleiermacher, allo Schopenauer, al Fouillèe, al Wundt, al Caird, per non citare che i maggiori, la concezione formalistica del Kant che esclude come impuro ogni elemento tolto all' esperienza, fu sempre ritenuta incapace nella sua troppo grande elevatezza di assicurare una solida base ad ogni considerazione teoretica della condotta umana. Ciò che essa acquista in ampiezza colla universalità della norma perde interamente in intensità ed efficacia interiore, tenendosi chiusa nell'ambito della idea pura che, appunto come tale, non può avere alcuna presa su quelle intime energie umane dalle quali escono i veri e proprii motivi del nostro operare.

Consci del pericolo che correva la concezione morale di Kant, per molti rispetti giustamente ritenuta suscettibile di nuovi e fecondi sviluppi, da queste critiche miranti a scalzare il fondamento stesso del sistema, alcuni più recenti critici son corsi ai ripari, cercando di attenuare nell' interpretazione della morale kantiana il contrasto tra forma e materia, in modo da presentare il sistema etico di Kant sotto una luce un po' diversa dalla consueta.

Secondo questi critici la legge etica e i suoi imperativi avrebbero nel sistema del Kant un ufficio ordinativo, inteso a recare una unità sistematica nei varii fini individuali, elaborando la materia fornita dall' esperienza (1). Il contrasto, anzi, tra forma e materia, non sarebbe nel Kant assoluto; e si ridurrebbe piuttosto ad una prevalenza di uno di questi due elementi sull' altro (2).

(1) Il più deciso sostenitore di questa interpretazione è A. MESSER. Si veda il suo libro *Kants Ethik* (1904). Le idee sopra esposte sono svolte a p. 111 e segg. Si avvicina a questa interpretazione il MARTINETTI nel suo scritto mirabile di chiarezza *Sul formalismo della morale kantiana*.

(2) MESSER, *Op. cit.*, p. 169.

Questa interpretazione segnerebbe, a mio avviso, il ritorno a una interpretazione che chiamerei ortodossa della morale kantiana, cercando di identificare in un unico principio *a priori* sia nella natura psicologica sia nel loro ufficio gli elementi formali che nella duplice critica del Kant stanno a fondamento tanto della conoscenza che della condotta. Nello stesso modo che la conoscenza sorge dalla applicazione delle categorie dell'intelletto alla intuizione e delle idee della ragione ai concetti intellettuali, così la legge morale, applicandosi agli elemennti sensibili, vale a dire alla volontà, produrrebbe l'atto morale. La volontà, infatti, per quanto elevata dal Kant mediante l'appellativo di « buona » alla capacità di essere determinata dalla pura ragione e cioè dalla legge etica, è pur tuttavia in sè stessa un fatto sensibile, connesso ai nostri desideri, impulsi e sensazioni. Concetto, questo, sul quale il Kant spesso ritorna, ponendolo colla sua incomparabile probità scientifica nella luce più chiara, pur essendo pienamente consapevole delle difficoltà che egli medesimo con tale dimostrazione del carattere sensibile del volere viene ad accrescere; difficoltà così gravi che egli medesimo confessa di non poter spiegare come una ragione pura, per sè sola, senza un movente sensibile e senza alcun interesse, possa determinare la volontà (1).

Ora sembra che i nuovi interpreti della dottrina kantiana ritengano di poter sfuggire alla difficoltà dallo stesso Kant indicata nella filosofia pratica, richiamandosi alla analoga difficoltà che s'incontra nella filosofia teoretica. Anche in questa infatti ci troviamo dinnanzi ad un problema fondamentalmente identico, quello cioè di spiegare l'azione dell'a priori sull'esperienza, delle categorie dell'intelletto sull'intuizione. Senonchè il Kant procede nei due dominii, teoretico e pratico, mediante metodi profondamente diversi; ad onta dei suoi sforzi per conservare tra le due critiche la più rigida simmetria, fu dalla natura stessa della materia che aveva tra le mani costretto suo malgrado a procedimenti dissimili. Così nella ragione speculativa, dopo aver tracciato una netta linea di confine tra l'intuizione ed il concetto, tra l'estetica e l'analitica, cerca però in ogni modo di attenuare la distanza intercedente tra essi,

(1) *Grundlegung zur Metaphysik der Sitten*: « .... wie reine Vernunft praktisch sein könne, das zu erklären, dazu ist alle menschliche « Vernunft gänzlich unvermögend, und alle Mühe und Arbeit, hievon « Erklärung zu suchen, ist verloren ».

collocando tra l'uno e l'altro dominio più ponti che gli riesca possibile in modo da poter realmente spiegare come due fatti tra loro così eterogenei, come sono i concetti puri dell'intelletto e le intuizioni empiriche possano in realtà collegarsi in rapporto di sussunzione di queste a quelli e produrre in tal modo la conoscenza (1). Anzitutto egli, ben lungi dall'escludere ogni forma di *a priori* dall'esperienza, pensa l'intuizione nelle forme dello spazio e del tempo; il che costituirebbe già un passaggio alle più alte forme trascendentali dell'intelletto; poi egli ricorre ad un altro e più ampio intervento dell'*a priori* intuitivo mediante gli schemi dei concetti puri dell'intelletto. E quest'ufficio intermediario dello schematismo è compiuto dall'imaginazione, la quale riunisce in sè il potere sintetico, proprio dell'intelletto e il molteplice dell'intuizione, proprio del senso. I fenomeni, dice il Kant, sono rappresentazioni delle cose che per quello che in sè possono essere, ci sono sconosciuti. Ma in quanto semplici rappresentazioni essi non sono sottoposti ad altra connessione oltre quella prescritta dalla facoltà sintetica. Ora ciò che riunisce il molteplice della intuizione sensibile, è l'imaginazione la quale dipende da un lato per l'unità delle sue sintesi intellettuale dall'intelletto, e dall'altro per la molteplicità dell'apprensione dalla sensibilità (2). Lo schema quindi è il fenomeno o il concetto sensibile di un oggetto in accordo colla categoria (3). É nota l'ampiezza colla quale il Kant spiega questa applicazione dell'*a priori* alla intuizione, mediante quelle forme intermedie conoscitive che egli chiama assiomi, anticipazioni, analogie, postulati. Non è qui il luogo di discutere se egli sia realmente riuscito nel suo intento di conciliare il passaggio dall'intuizione al concetto col suo principio fondamentale della essenziale differenza di natura psicologica tra senso ed intelletto. Certo si è che il Kant cercò di dare (e questo è uno degli aspetti in cui eccelle la potenza del suo metodo critico) una spiegazione logica e psicologica ad un tempo della sua originale concezione della conoscenza scientifica.

Ora sarebbe naturale l'attenderci da lui un tentativo di

---

(1) Si veda la *Kritik der reinen Vernunft: Analitik der Grundsätze*, I. Haupst.

(2) *Kr. d. rein. Vern. Analyt. d. Grunds.* Einleitung. L'importanza di questa funzione intermedia della imaginazione è assai bene illustrata dal Caird, *The Critical Philosophy of Kant*, I. cap. V.

(3) *Kr. d. rein. Vern. Analyt. d. Grunds.* I Hauptst.

tal genere nella costruzione del suo sistema etico. Ben poco di simile invece vi troviamo. La sua concezione morale muove da un principio *a priori*, e cioè la legge morale coi suoi imperativi, che applicandosi direttamente agli elementi sensibili del nostro essere produce l' atto morale mediante l' aiuto di alcuni postulati che sono richiesti per l' effettuazione della legge morale stessa. Le forme intermedie che troviamo si largamente analizzate ed esposte nella critica della ragione speculativa, mancano qui quasi intieramente. L' analitica della ragion pratica è ben poca cosa in confronto di quella della ragion pura. Anzichè cercare di stabilire dei passaggi graduali dall' intelligibile al sensibile, il Kant pare si sforzi di accentuare nella forma più netta il distacco tra essi; anzi i più validi argomenti sono da lui portati contro tutto ció che sa di esperienza, in qualsiasi forma, sia sensualistica che sentimentalistica. Non basta. Nel mentre il Kant nella ' Critica della ragion pura ' passa gradatamente dalle intuizioni ai concetti dell' intelletto e da questi alle idee della ragione, nella ' ragion pratica ' segue invece il processo inverso, il che, se fino ad un certo punto, per la natura speciale della materia che aveva a trattare, può giustificarsi, non riesce però a spiegare come il Kant sia, seguendo tale processo inverso, saltato di piè pari dalla ragione (ossia dalla ' legge morale ' che è appunto schietta espressione della ' ragion pura ') alla sensibilità, non indugiandosi a foggiare qualche anello intermedio che potesse tener unita la catena, la quale così come riuscì appare troppo artificialmente e debolmente saldata. L' abisso che egli volle scavare tra la forma ed il contenuto al fine di fondare una morale assoluta, gli impedì una ricerca psicologica che avrebbe forse conferito al suo sistema un carattere assai più persuasivo che esso non abbia.

Il suo dispregio per il sentimento che egli si accanisce a cacciare tra la materia sensibile del nostro essere, negandogli ogni valore rispetto ad una condotta morale che non sia contingente ed interessata, gli nascose la verità psicologica che pure gli stava dinnanzi e gli impedì di svolgere alcuni concetti che, contro la sua intenzione forse, trapelano quà e là nel suo sistema e che avrebbero potuto costituire il fondamento di una concezione etica autonoma, avente profonde radici nella realtà umana. Alcuni moderni critici si sono sforzati di mettere in luce nell' opera morale kantiana questi elementi tra i quali ha speciale importanza quello della ' obbligatorietà ', fatto eminentemente psicologico, in quanto si accompagna sem-

pre ad un determinato contenuto; mentre invece l'imperativo non ha che un carattere negativo (1).

Il ' volere buono ' è pure un altro concetto che avrebbe potuto guidare alla ricerca di un principio generale informativo, fondato sulle innate tendenze etiche dell'uomo, libere da ogni elemento contingente ed egoistico, capace di raccogliere sotto di sè il molteplice della esperienza psicologica e sociale. Ed il sentimento del ' rispetto ' alla legge etica, che assume nei vari momenti dell' atto morale l'aspetto del dispiacere o del piacere, è un fatto soggettivo, una ' disposizione generale della sensibilità ', come lo chiama il Kant stesso (2), che questi ritrova come carattere comune della natura umana e che poteva quindi essere considerato come elemento prezioso di una morale indipendente (2).

Non volendo, nella sua reazione contro gli indirizzi o empirici o teologici della filosofia morale del suo tempo, fare alcun posto fra i motivi determinanti della condotta pratica, ad alcun elemento che non fosse schiettamente formale; il Kant fu necessariamente condotto a formulare un sistema che nel suo complesso ben si può dire in assoluta contraddizione colla realtà psicologica. Volendo ad ogni costo liberarsi da quello che egli riteneva subbiettismo, vi si trovò invece avvolto assai più che non lo fossero i sistemi da lui così aspramente combattuti. Che altro è infatti l'imperativo categorico? nulla significando come pura forma, e dovendo perciò ricevere un contenuto purchessia, esso è costretto a prenderlo dalle inclinazioni personali, dall'ambiente sociale, dalla tradizione, dalla religione, e così via; e può quindi assumere il carattere di un precetto profondamente immorale, come negli esempi recati dal Paulsen, dell'arabo che esercita la vendetta del sangue o del credente che perseguita i nemici del suo Dio (3).

Nè riesce a garantire il valore morale dell'imperativo l'assunzione di esso a legge universale della natura, in quanto essa, come si vide più sopra, può assai bene conciliarsi con qualsiasi sistema immorale della condotta umana. Cosicchè la sua

(1) A. HEGLER, *Die Psychologie in Kants Ethik*, 1891, pp. 92 e 97.

(2) *Kr. d. prakt. Vern.* cap. I. Si veda su ciò l' HEGLER, *Op. cit.*, p. 229. Si veda pure ciò che dice lo SCHLEIERMACHER, nel suo saggio *Ueber den Unterschied zwischen Naturgesetz und Sittengesetz*, nelle sue *Abhandlungen*. Egli afferma che il rispetto alla legge « konstituirt eigentlich erst das Gesetz, und ist die Wirklichkeit des Gesetzes ».

(3) PAULSEN, *Kant* (trad. ital.) p. 306.

risolutezza nel rifuggire dal sentimento non salvò il sistema morale del Kant dal cadere nel subbiettivismo, e tutto il suo lusso di dimostrazioni razionali non gli fu d'aiuto a spiegare quel mistero che a detta dello stesso Kant è l'azione della legge morale sulla volontà umana. Limitata, infatti, alla pura razionalità, colla esclusione di qualsiasi elemento emotivo, tale azione è indubbiamente inesplicabile. La volontà non è un fatto semplice, che si possa pensare come staccato dall'insieme della nostra vita psichica; bensì l'espressione di un indirizzo a cui tutta quanta la coscienza partecipa e i cui segni si manifestano in tutti i suoi stati e le sue forme. Modificarne la direzione implica produrre stati d'animo tali che investano tutta quanta la nostra vita cosciente, suscitando nuove correnti interiori generatrici di atti e di opere. Ora non è dubbio che per creare questi nuovi stati interni occorre agire sopratutto sul sentimento che è la forma più intima della vita psichica. La cosidetta lotta della ragione col sentimento è in realtà un contrasto emotivo, tra le forme inferiori ideali e quelle inferiori, più vicine alle tendenze primitive ed egoistiche del nostro essere (1). A questa visione psicologica il Kant non poteva giungere dato l'ostracismo da lui inflitto al sentimento, che pel Kant si riduce sempre a forma sensibile, vale a dire inferiore, e negando quindi ogni aspetto ideale delle emozioni. L'aver negato ciò condusse il Kant a ritenere inesplicabile un'azione della ragione sulla volontà: eliminato infatti il vitale elemento intermedio della affettività il contatto tra quei due termini rimane incomprensibile (2).

La razionalità pura non può dunque fornire un principio etico che abbia presa sui motivi comuni. Lo stesso Kant ha forse intuito questa verità, lasciando indeterminata la vera natura della legge etica che ora sembra un'idea della ragione ed ora un 'fatto' della coscienza, rivelantesi a noi come una voce interiore, sul genere di quella a cui si appella il Tolstoi nel suo misticismo morale (3). L'esperienza psicologica lo spingeva suo malgrado a scendere in quelle radici profonde del nostro

(1) Si veda magnificamente spiegata questa azione del sentimento in rapporto alla morale kantiana nell'*op. cit.* del Caird, vol. II, cap. IV.

(2) V. su ciò oltre le osservazioni del Caird, sopra citate, quelle del Simmel, *Kant*, p. 117.

(3) Ossserva giustamente il Levy Bruhl che la ragion pratica di Kant potrebbe ben chiamarsi « ragione rivelatrice ». (*La morale et la science des moeurs*, p. 54).

io dove avrebbe trovato l' intima ragione di quella libertà che egli andò invano a cercare nelle sfere trascendentali di un mondo irreale nello stesso modo che lo aveva condotto ad appellarsi all' esperienza sociale (1). E se l' opera del Kant ad onta delle sue errate premesse psicologiche esercita ed eserciterà tuttavia tanto fascino sugli spiriti nobili, ciò si deve sovrattutto a quella forza che il Kant volle deliberatamente trascurare, e cioè al sentimento che dall' opera sua morale emana e investe il nostro animo come la rivelazione luminosa d'una vita temprata al disinteressato e austero sentimento di un alto dovere, e al rispetto di una legge etica da lui attinta alla sua naturale rettitudine rafforzata dalla tradizione e dalla riflessione; legge alla quale gli informò una vita illuminata da un' alta e serena idealità umana (2).

(1) Mi permetto di citare su tale argomento il mio scritto *Sul problema del determinismo psichico* (in questi Rendiconti, maggio, 1914). Su questo richiamo all' esperienza si veda ciò che dice il WUNDT, *Ethik*, I, p. 440.

(2) Sui fattori personali dell' etica del Kant si vedano le belle pagine del PAULSEN, *op. cit.*, p. 313 e segg., e sull'azione dell'etica kantiana nella formazione della coscienza nazionale della Germania, l'opera del LEVY BRUHL, *L'Allemagne depuis Leibniz*, p. 214 e segg.

ELEMENTI RETTORICI

NELLA POESIA CATULLIANA

Nota del M. E. Prof. CARLO PASCAL

(*Adunanza del 22 aprile 1915*)

I poeti latini, anche i maggiori, come i poeti di qualsiasi altra età o nazione, non potettero mai, in tutto il corso dell'attività loro, liberarsi interamente dagl'influssi e dai caratteri della loro prima educazione letteraria: e la prima educazione letteraria dei poeti romani nell'ultimo secolo della Repubblica fu prevalentemente rettorica (1). Io non sono certo disposto ad esagerare i danni, che da tale specie di educazione vennero alla loro ispirazione individuale ed alla libera formazione del loro genio poetico. Testè anzi di questa specie di educazione e dei suoi effetti su tutta la letteratura latina, si è sostenuta una valida difesa. « La rettorica, dice il prof. Cocchia (2), non è in fondo che l'arte del dire, e ne possono disconoscere il pregio soltanto quelli che si ostinano a negare l'efficacia e la necessità dei precetti a meglio raggiungere i fini dell'arte. Contro di questa illusione, che prescinde da qualsiasi considerazione storica intorno al cammino dell'arte, basterebbe invocare la persistente tenacia dei motivi tecnici, che presiedono al suo svolgimento, e additano l'opera paziente

---

(1) Il LEO (*L. Annaei Senecae Tragoediae*, vol. I, *Observ. criticas continens*, Berolini, 1878, p. 148-158), che buone osservazioni fece sulla *tragoedia rhetorica*, è dubbioso se l'inizio di una tal tendenza letteraria, debba risalire per la tragedia a Vario o a Pollione (p. 148). Per le altre forme poetiche tale tendenza si manifestò però anche prima; e nella stessa poesia drammatica si era manifestata prima nel mimo.

(2) *Introduzione storica allo studio della letteratura latina*, Bari, Laterza 1915, p. 22.

della scuola nella preparazione del terreno artistico, che il genio feconda ». Certo tal metodo di educazione, che consiste poi in sostanza nel trarre dai grandi scrittori i precetti e gli esempii, affina il gusto, educa il sentimento artistico, e sviluppa in chi tenti ricalcare quelle vie, *lo fren dell' arte.* Ma nell' educazione rettorica romana vi era tutta un' altra parte, che tendeva piuttosto a mortificare gl' ingegni, che ad eccitarne vigorosamente le facoltà; e i cui effetti erano necessariamente d' irrigidire l' arte in forme convenzionali, in schemi fissi, sicchè gli elementi non più ne scaturissero dall' intima commossa personalità del poeta, ma fossero tratti da regole tradizionali, e fossero quindi, appunto perchè costanti, non più vitali energie di arte. Cotali effetti dell' educazione rettorica si ravvisano perfino in Catullo, cioè nel poeta più libero, più spontaneo, più impulsivo della latinità; e non solo negli epillii mitologici di imitazione alessandrina, bensì anche in qualcuno dei carmi di carattere intimo e personale (1).

Catullo passò la sua fanciullezza e la sua prima adolescenza a Verona. Era città grande e fiorente, che aveva l' ambizione di imitare i costumi e il lusso della capitale (2). Catullo stesso, in un passo del carme LXVIII (15-16) accenna alla gioconda vita dei suoi sedici anni, quando egli nella nativa Verona divideva le sue giornate tra le occupazioni di Venere e quelle delle Muse. Ivi si formò la sua prima educazione poetica: ivi nella scuola di qualcuno dei retori più noti, egli dovè cominciare ad amare i grandi modelli della poesia eolica ed alessandrina. Era fiorente nella Gallia Cisalpina una scuola di grammatici: Svetonio ci apporta i nomi di Octavius Teucer, Sescenius, Oppius Chares (3). In qualcuna di queste scuole ret-

---

(1) Se si vuole avere un esempio del grado cui può giungere nella tradizione poetica l' aberrazione nel seguire un modello convenzionale di arte, si consideri il modo onde celebravano la bellezza femminile i nostri poeti petrarchisti del Cinquecento. Essi, anche quando dichiaravano che la loro bella era bruna, ne celebravano le chiome bionde, e talvolta ne lodavano insieme le ciglia nere e i biondi capelli. Vedi gli esempii raccolti da FORTUNATO RIZZI, nello scritto intitolato *Qua e là pel Cinquecento. Capelli biondi*, in *Fanfulla della Domenica*, 28 Marzo 1915.

(2) Un po' forse prolisso, ma ad ogni modo degno di particolare menzione è il capitolo I dell' opera di A. COUAT, *Étude sur Catulle* (Paris, E. Thorin, éditeur, 1875), capitolo che s' intitola appunto *Catulle à Vérone*, p, 20-34.

(3) *De illustr. gramm.* III.

toriche si formò l'educazione letteraria del grande poeta veronese. Nelle scuole rettoriche erano principali esercitazioni quelle delle *theses* e dei *communes loci*. Quintiliano lamenta che cotali esercitazioni fossero ai suoi tempi un po' trascurate nelle scuole di rettorica, mentre prima ne formavano la parte principale (1). Le *theses* erano proprio quelle che anche oggi chiamiamo *tesi*, nel linguaggio didattico, ragionamenti critici, che si svolgono contrapponendo l' una all' altra due proposizioni e vagliandone le ragioni. La sola differenza fra le tesi di allora e quelle di oggi è che allora le tesi riguardavano di solito problemi della vita morale, come questi che cita Quintilliano: se sia da preferirsi la vita rustica o la vita urbana; se il giurisperito debba valere più del militare, e simili (2); oggi le tesi riguardano tutti i più minuti particolari in ogni genere di materia scientifica.

I retori insegnavano nelle scuole anche i luoghi comuni. Erano categorie di pensieri, sistematicamente disposte, che dovevano fornire agli scrittori idee, immagini ed esempii. Si attingeva di là come da un serbatoio comune: l'espressione di una idea o la menzione di un fatto richiamavano una idea o una serie di fatti simili, appartenenti appunto a questo patrimonio comune; e questa materia veniva trasmessa dall'uno all'altro, un po' variamente foggiata e mutata nelle sue forme, ma, nella sostanza sua, identica. Si trattava di un'amante infedele? Ed ecco la descrizione degli Elisii, che aspettan gli amanti fedeli, e la menzione delle pene, che aspettano laggiù chi ha violato il nume dell'amore (3). Si trattava di un viaggio marittimo periglioso? Ed ecco le imprecazioni contro chi primo osò commettere alle onde una fragile barchetta e non ebbe

---

(1) Quintiliano II, 9: « An ignoramus antiquis hoc fuisse ad augendam eloquentiam genus exercitationis, ut theses dicerent et communes locos et cetera citra complexum rerum personarumque, quibus verae fictaeque controversiae continentur? Ex quo palam est quam turpiter deserat eam partem rhetorices institutio, quam et primam habuit et diu solam ».

(2) Quintilliano, II, 4, 22. Altri esempii di tesi frequenti nelle scuole dei grammatici greci: *εἰ γαμητέον, εἰ ῥητορευτέον, εἰ πλευστέον*. La tesi *εἰ γαμητέον* fu trattata da Teofrasto, Seneca, Libanio ecc. Della tesi *de rustica vita an urbana* si ha un accenno, più che uno svolgimento, in Cicerone, *Pro Rosc. Am.* c. 27. Circa le tesi cfr. RICHARD VOLKMANN, *Die Rhetorik der Griechen und Römer* (Berlin, 1872), p. 21.

(3) Cfr. Tibullo I, 3, 57; Properzio IV (V), 7, 59, ecc.

paura dell'infuriare delle procelle (1). Nessuno dei poeti è alieno da cotali espedienti convenzionali. E non ne è alieno neppure Catullo. Ricerchiamoli brevemente (2).

Uno dei luoghi comuni più frequenti presso i poeti latini è quello geografico. Il gusto dei Romani per i viaggi, la loro curiosità per la conoscenza di lontani luoghi, aveva fatto fiorire nel loro linguaggio una gran quantità di espressioni riferentisi appunto alla geografia, ed aveva nella menzione di luoghi lontani, deliberatamente ricercata, una costante manifestazione letteraria. Se Catullo vuole accennare al fervore della sua passione amorosa, ricorre appunto a due paragoni geografici: egli arde quanto la rupe trinacria, o la malia fontana sulle Termopili oetee:

> Cum tantum arderem quantum trinacria rupes,
> Lymphaque in oetaeis malia Thermopylis.
> (LXVIII, 53-54).

Se vuole accennare al numero infinito di baci, che egli vuol dare alla sua Lesbia, il paragone è tratto appunto da conoscenze geografiche: « Quanto è grande il numero dei granelli di sabbia libica, che giacciono in Cirene ricca di laserpizio, tra l'adusto oracolo di Giove e il venerando sepolcro del vecchio Batto » (VII, 3-6) (3).

Il tradimento di due amici, Furio ed Aurelio, gli rammenta l'antica loro promessa di essere sempre insieme con lui, pur se egli si recasse nei più lontani paesi, ed egli svolge con compiacenza questo motivo geografico per tre strofe nelle quali non si può negare che si diluisca l'espressione e nella enu-

---

(1) Cfr. Properzio I, 17, 13, IV, 3, 19; Orazio, *Carm.* I, 3, 9. Anche Catullo LXIV, 171.

(2) Parlando dei luoghi comuni non intendiamo naturalmente con ciò esaurito l'argomento dell'influsso dell'insegnamento rettorico sulla poesia catulliana. Rimarrebbe ad esempio a parlare dell'amplificazione rettorica, per cui si presentano come frequenti o come molteplici fatti o personaggi isolati. Un esempio catulliano è LXVIII, 115: *pluribus ut caeli tereretur ianua divis;* qui si allude al solo Ercole. Molti altri esempii greci e latini consimili, raccolse, dopo il Welcker, il Leo, in *L. Annaei Senecae tragoediae*, I, *Observ. criticas continens*, pag. 150, nota 3.

(3) Quam magnus numerus libyssae harenae
Laserpiciferis iacet Cyrenis,
Oraclum Iovis inter aestuosi
Et Batti veteris sacrum sepulcrum

merazione dei popoli più lontani si raffreddi l'impeto e si attenui l'energia poetica (1).

La semplice menzione affatto occasionale di Brescia, fa che il poeta aggiunga i particolari sulla città: Brescia che giace ai piedi del colle cicnèo, e il biondo Mella vi passa con languida corrente, Brescia la madre amata della mia Verona (LXVII, 32-34).

In uno scherzoso carme il poeta rammenta un voto della sua fanciulla: quello di dare alle fiamme i carmi di un pessimo poeta, se essa giungesse a rappattumarsi con Catullo. Egli ora ha trovato questi carmi: sono gli annali di Volusio, carta sudicia; e il poeta si rivolge a Venere, perchè faccia pago e gradisca il voto della sua fanciulla; ma la menzione di Venere tosto gli richiama alla mente la reminiscenza della scuola, il luogo comune: il ricordo di tutte le località che sono sotto la protezione della dea; ed ecco la lunga enumerazione:

> O dea, creata dal ceruleo mare,
> Che abiti il santo Idalio, gli Urii porti,
> Ancona, Gnido ricca di canneti,
> Dirrachio, emporio dell'adriaco mare,
> Ed Amatunta e Golgo, accetta, o dea,
> E fa pieno tal voto....
> (XXXVI, 11-16).

Nel carme XXXIX Catullo se la prende con un suo rivale, più fortunato di lui con Lesbia, Egnazio di Celtiberia. Nella pettegola società dei giovanotti romani aveva molto credito una diceria: che in Celtiberia si adoperasse cioè uno strano dentifricio, l'urina. Naturalmente Catullo coglie la diceria, e ne ha buon gioco per dileggiare Egnazio: se egli fosse di un altro paese, farebbe bene a mostrare i denti; e questo concetto è diluito nel luogo comune geografico: « se tu fossi di Roma o Sabino, o Tiburtino, o pingue Umbro o obeso Etrusco, o nero e sannuto Lanuvino, o Transpadano, per rammentare altresì i miei concittadini, o di qualsiasi altro paese.... ».

Ci si consenta di riportare da una nostra recente traduzione tutto il pungentissimo carme:

> Egnazio perchè candidi ha i denti, si fa bello
> In ogni evento a ridere. Dinanzi allo sgabello
> Del reo, quando le lacrime eccita il difensore
> Ei ride. Innanzi al funebre rogo d'un casto giovine,

(1) Carme XI, 1-12.

Quand'orba madre l'unico piange perduto amore,
Ei ride. Per qualsiasi cosa, dovunque sia,
Qualunque cosa facciasi, ei ride. È malattia
Non certo, a quel ch'io giudico, nè garbata nè fine.
Laonde, o bravo Egnazio, senti due paroline.
Se tu avessi per patria Roma o Sabina o Tivoli,
Se fossi Umbro ben turgido, se Etrusco ben pasciuto,
Se fossi di Lanuvio, color moro, e sannuto,
O Traspadan (per essere memore pur dei miei),
O fossi onde che siasi, dove peraltro s'usino
Puliti dentifricii, però non gradirei
Vederti ognora al ridere atteggiare il tuo viso
Ché niente v'è più stupido di uno stupido riso.
Ma sei di Celtiberia: e in terra Celtiberia
Ognun fregare è solito con la notturna urina
Le gengive purpuree e i denti ogni mattina.
Appare dunque nitido il vostro dente e liscio?
Vuol dir che in maggior copia beveste il vostro piscio. (1)

Questo procedimento tecnico doveva essere particolarmente grato a Catullo, pieno, fin dalla giovinezza prima, dello spirito di avventure e che si era anch'egli cimentato in lunghi e perigliosi viaggi, e che ritornato alla sua tranquilla Sirmione, sciolse un carme al burchielletto che lo aveva portato da mari così reconditi sino al suo limpido lago. Anche questo carme contiene enumerazioni geografiche (2), ma in esso non si tratta davvero di luoghi comuni, bensì di vera vita vissuta.

Altro luogo comune della poesia Catulliana è quello mitologico. In un poeta studioso degli Alessandrini, ed anzi amatore ed anche traduttore di Callimaco, è naturale aspettarsi

(1) CATULLO, *I carmi*, traduzione di CARLO PASCAL e di altri, prefazione di CARLO PASCAL. Milano, Istituto editoriale italiano, 1915, p. 66.

(2) IV, 6-13. In altro carme l'evocazione del paesaggio geografico è di grande efficacia pittorica. È il carme LXI, l'epitalamio di Giunia e Manlio. Imeneo deve affrettarsi a congiungere i voti desiderati, abbandonando gli antri aonii della tespia rupe, cui la ninfa Aganippe rinfresca dall'alto irrigandoli: « Catulle distribue heureusement dans la strophe les trois nomes géographiques de Thespies, d'Aonie et d'Aganippe. Nous avons ici sous les yeux un charmant paysage: des roches, une grotte, l'eau tombant en cascade d'une source qui la rafraichit: *super* fait image » (Patin).

un largo uso della mitologia. Il romano Callimaco, cioè Properzio, ne fece anzi uso larghissimo: il mito forma quasi l'ossatura di ciascun suo componimento elegiaco, e posto nel mezzo di tutto il componimento, dovrebbe nella mente dell'autore, dare conferma, illustrazione e rilievo al sentimento onde l'elegia muove. Ma il continuo richiamo ad esempii mitici ingenera una impressione di freddezza e di convenzionalità, che nuoce ai fini dell' arte. Catullo è molto più sobrio. Egli richiama i miti, per colorire con qualche immagine o precisare con qualche paragone il suo pensiero. Che il richiamo sia sempre felice, non si può asserire: ma ad ogni modo non è così ricercato e così deliberatamente costante, da inquadrare la poesia in uno schema fisso, come appunto avviene in Properzio. Ed ecco dunque i principali di questi accenni mitologici.

Catullo va in traccia, è detto nel carme LV, dell' amico Camerio, che si sottrae agli amici per dedicarsi interamente agli amori di donzellette, e rimanere nascosto nel loro seno. Ma è difficile impresa il rintracciare Camerio! Il poeta deve porre in rilievo come sia difficile, e ricorre al serbatoio mitologico, che di difficili imprese era ben rigurgitante:

> Ma riportarti è una fatica d'Ercole,
> Tanto altezzoso è il tuo diniego, o amico.
> Non se custode dei Cretesi io fossi,
> O sul caval di Pégaso volassi,
> E non se fossi Lada o Pérseo alipede,
> Non se di Reso sulla nivea biga
> Corressi celere, oppur se mi portassero
> Pinnipedi ed alati e venti, insieme
> Congiunti, saria facile l'impresa.... (1).

Non si può dire davvero che tutto il concetto acquisti nitore da questo affastellamento di richiami mitologici.

Per significare cosa assai gradita che tocchi ad alcuno, dopo lungo desiderio, Catullo rammenta (II, bis) quanto fu gradito ad Atalanta, la veloce fanciulla, l' aureo pomo per cui primamente fu sciolta la sua zona verginale. Nota è la favola

(1) La traduzione è nostra (CATULLO, *I Carmi*, Milano, 1915, p. 78). Poniamo questi versi, secondo il Froehlich e lo Schwabe, dopo il v. 14 del carme LV; altri dopo il v. 13 (editio princeps e Lachmann), altri dopo il 12 (Cod. parig. 8236 e Guarino). Vi fu chi vide in questi versi il frammento di un secondo carme a Camerio. Il Frank (*American Journal of Philology*, 1914) una redazione rifiutata dal poeta stesso del carme LV.

di Atalanta, che vinceva tutti nella corsa, ed era stata promessa dal padre a chi la vincesse: Ippomene col favor di Venere, le gettò davanti aurei pomi, ed essa per raccoglierli fu superata in velocità (cfr. Ovidio, *Metam.* X, 560).

Il pianto assiduo per la morte del diletto fratello anche gli suggerisce un paragone mitologico: quello di Filomela, che geme per il fato del suo caro Itilo, ed anche trasformata in usignuolo, sotto le dense ombre dei rami, continua il suo gemito (LXV, 12-13).

Pieno di richiami mitologici è il carme LXVIII, che è il più vicino, per tal rispetto, al tipo che era stato alessandrino, e che poi fu dell' elegia Properziana (1). L' occasione a tali richiami è duplice: la morte del fratello, che giace laggiù nella lontana Troade, sepolcro comune dell' Europa e dell' Asia, e la felicità goduta da Catullo insieme con Lesbia, nella casa ospitale di Manlio. Lesbia che sfiora col fulgido calzare la soglia ospitale gli appare quale Laodamia corrente all' amplesso dell' amato Protesilao. Ma il ricordo di questo amore infelice fa sì che per lungo tratto (LXVIII, 73-88, LXVIII bis, 33-48) ei s' indugi a narrarne i tristi eventi. Indi il ricordo che Protesilao morì a Troia, ove è anche sepolto il fratel suo, fa ch' ei torni al ricordo della spedizione troiana e di Paride (LXVIII, 101-104), e poi di nuovo a Laodamia (ivi, 105-108). Ma ecco innestato al mito di Laodamia un altro mito; e il pretesto per innestarvelo è una parola, la parola *barathrum:* vien fatto di pensare a quei processi tecnici per il collegamento dei miti, che furono poi così familiari ad Ovidio nelle Metamorfosi. Il baratro in cui cadde Laodamia fu così

---

(1) Giustamente il LAFAYE, *Catulle et ses modèles* (Paris, Hachette, 1904, p. 209): « Si l'on excepte la pièce LXVI, manifestement traduite de Callimaque, il n' y en a pas, dans tout le recueil de Catulle, où se montrent sous une forme plus apparente les procédés de l'école alexandrine ». Indifferente ai fini di queste nostre osservazioni è la questione se nel carme LXVIII si abbia una unica elegia (v. ad es. tra gli altri W. HÖRSCHELMANN, *De Catulli carmine LXVIII commentatio*, Dorpat, 1889), o due (cfr. FRANZ HERMES, *Beiträge* (1888) e *Neue Beiträge* (1889) *zur Kritik und Erklärung des Catull*, Progr. Frankfurt. 1888-89). Sulle varie questioni che si connettono a questo carme cfr. anche THEODORUS BIRT, *De Catulli ad Mallium epistola* (Ind. lect Acad. Marpurg.) 1890; ALFONS KALB, *De duoseptuagesimo carmine Catulli* (Progr. Gymn.) Ausbach, 1900; FRANK, *A rejected poem and a substitute*, in *The American Journal of Philology*, XXXV, 1914, p. 67-73.

profondo, come fu profondo quello che scavò Ercole, mediante canali ai piedi del Cillene, canali che fecero prosciugare quel suolo reso malsano dalle paludi. Per tali fatiche si aprì ad Ercole la porta del cielo, ed Ebe non visse colà vergine eterna. La comparazione, che comprende otto versi (LXVIII, 109-116) non è delle più felici: certo non aggiunge nessuna linea e nessun colore alla rappresentazione della vedovata Laodamia, assorta nel suo cupo dolore: che cosa ha che fare col dolore di Laodamia questo ricordo di una impresa di Ercole? L' unico pretesto di collegamento è la parola *barathrum*, adoperata a denotare l' abisso di sventura in cui cadde Laodamia; giacchè *barathrum (βέρεθρον)* era anche il canale profondo scavato nella montagna. Evidentemente Catullo quando riproduce dagli alessandrini non è nè caldo poeta nè efficace dipintore. E che per questo passo egli abbia avuto dinanzi un modello di tal genere è più che probabile. Gli alessandrini ricorrevano appunto a questi mezzucci di arte. E ad un modello greco sembra anche accennare l' aggettivo *falsiparens* riferito ad *Amphitryoniades*, e che è traduzione del greco *ψευδοπάτωρ* (1).

Ma dopo l'impresa di Ercole ritorna il discorso a Laodamia e ne celebra l' appassionato e fervido amore per il biondo suo sposo. Laodamia è bella e gentile come la sua fanciulla, che gli si è abbandonata fra le braccia, mentre Cupido candido in volto e fulgido nella tunica color di croco le danzava d' intorno. Ma, ahimè, il ricordo della sua fanciulla gli suggerisce un altro paragone mitologico, che doveva essere molto duro al suo cuore d' innamorato. Lesbia non è contenta del suo Catullo, ma egli sopporta i suoi rari furti d' amore, per non divenirle troppo molesto: anche Giunone, la massima delle dee, dovè spesso reprimere l' ira prorompente ai numerosi furti di Giove, il suo onnivolo marito (ivi, 138-140)! Era, purtroppo, onnivola anche Lesbia, e Catullo lamenterà tra non guari i suoi trecento adulteri (XI, 18) e i duecento drudi della sozza osteria. (XXXV, 7-8).

(1) Il Baehrens (*Die Laodamia-Sage und Catullus 68 Gedicht*, in *Neue Jahrbücher für Philologie*, 1877, p. 409 e 405) pensa appunto che nell'elegia LXVIII Catullo imitò qualche opera alessandrina ora perduta; e crede non improbabile che il modello sieno gli *Αἴτια* callimachei. Il Lafaye, *Catulle et ses modèles*, p. 217: « tout ce que l'on peut dire c'est que, dans ce morceau, il a peut-être, en passant, mis à profit les souvenirs que lui avaient laissés les élégiaques alexandrins ».

Non ci occupiamo naturalmente qui nè dell' epitalamio di Peleo e Teti (carme LXIV) nè della Chioma di Berenice (carme LXVI), sì perchè la mitologia in tali carmi non è luogo comune, bensì è l' argomento stesso del carme, sì perchè, molto probabilmente il primo e certamente il secondo, sono traduzioni di esemplari greci. Solo, nel primo di essi rileveremo un passo, che appartiene alla geografia mitica, e che, per la forma e il contenuto costituisce un motivo poetico comune, LXIV, 154:

> Quaenam te genuit sola sub rupe leaena,
> Quod mare conceptum spumantibus exspuit undis,
> Quae Syrtis, quae Scylla rapax, quae vasta Charybdis?

Questo motivo fu usufruito anche altrove da Catullo, LX, 1:

> Num te leaena montibus libystinis,
> Aut Scylla latrans infima inguinum parte
> Tam mente dura procreavit ac taetra....

e trova un' eco nella poesia di Ligdamo (ps. Tib. III, 4, 85):

> Nam te nec vasti genuerunt aequora ponti,
> Nec flammam volvens ore chimaera fero,
> Nec canis anguinea redimitus terga caterva,
> Cui tres sunt linguae tergeminumque caput,
> Scyllaque virgineam canibus succinta figuram,
> Nec te conceptam saeva leaena tulit,
> Barbara nec Scythiae tellus horrendave Syrtis (1).

Or qui si presenta un'altra questione: quali sono i luoghi comuni della poesia amorosa, che si ritrovano in Catullo? (2). Fortunatamente qui la mèsse è molto povera: la forza della passione e della gelosia fa prorompere dall' anima del poeta le sue parole di amore e di dolore, e non gli lascia modo di

(1) Il passo di Ligdamo è imitazione del primo passo catulliano contaminato col secondo. Cfr. ANTONIUS DANYSZ, *De scriptorum imprimis poetarum Romanorum studiis Catullianis*, Posnaniae, 1876, p. 16.

(2) Non ci occupiamo naturalmente delle similitudini e delle figure frequentissime nel linguaggio della poesia amorosa, per le quali ha un buono e ben documentato capitolo il PICHON, *De sermone amatorio apud latinos elegiarum scriptores*, p. 18-26. Tali sono le espressioni comunissime di fuochi, fiamme, fiaccole. ali di amore, saette di Cupidine, tutte quelle tratte dal paragone dell' amore con una milizia, e moltissime altre.

pensare nè a dotte reminiscenze nè a motivi convenzionali (1). Ad ogni modo notiamo: il concetto che la donna è mobile (*praecipue multivola est mulier*, dice Catullo LXVIII, 128), e che i venti si portino i suoi giuramenti e i suoi pianti è comune nella poesia erotica; cfr. Callimaco, fr. 67, 3: *ὅτε κωφαῖς ἄλγεα μαψαύραις.... ἐξερέῃ;* Tibullo, I, 4, 21; I, 5, 35; Catullo LXIV. 164-166; LXX, 3-4 « Dicit, sed mulier cupido quod dicit amanti, In vento et rapida scribere oportet aqua (2) ».

La protesta che si voglia l'amore a qualunque costo, malgrado il disonore, malgrado il tradimento, si trova frequente in Properzio I, 8, 26; I, 12, 19-20; I, 15, 32 « Sis quodcumque voles, non aliena tamen! »; II, 32, 60. Ovidio ha, *Amores* III, 11, 49 « quicquid eris, mea semper eris ». Questo sentimento trova accenti profondi ed accorati in Catullo: LXXII, 5-6; LXXV, 3-4; LXXXV, 1-2.

Il giuramento d'amore per gli occhi proprii o la dichiarazione che la persona amata sia più cara degli occhi proprii sono frequenti motivi della poesia erotica (3). Cfr. Properzio, I, 15, 33-35: « ocelli Per quos saepe mihi credita perfidia est! Hos tu iurabas » ecc.; Ovidio, *Amores* II, 16, 43: « iuraras Per me, perque oculos, sidera nostra, tuos »; III, 3, 9; III, 3, 13; III, 11, 48; Ligdamo, 6, 47 « perque suos fallax iuravit ocellos » (Ps. Tib. IV, 5, 8). In Catullo *amare più degli occhi proprii* è consueta espressione, riferita al passero di Lesbia (III, 5), o all'amico Calvo (XIV, 1), o alla donna amata (LXXXII, 3; CIV, 2). L'espressione è tolta dal linguaggio popolare; e si

(1) Molto bene il COUAT, *Étude sur Catulle*, p. 169: « Les défauts de la composition sont moins choquants dans les pièces amoureuses ou politiques de Catulle, et cela pour deux raisons. Elles sont d'une brièveté qui ne permet pas le désordre, et l'émotion du poète en fait l'unité. Son esprit peu étendu et plus vif que profond s'y trouvait mieux à son aise » ecc. p. 171: « Ainsi se sont échappées de son coeur ces pièces passionées,. .., ainsi il a écrit ces vers si simples où, obéissant à une joie sincère, à une douleur profonde, il a trouvé sans convention et sans recherche la composition la plus forte et la plus saisissante, celle qui résulte de l'unité e de l'ardeur du sentiment qui inspire le poète ».

(2) Cfr. R. PICHON, *De sermone amatorio apud latinos elegiarum scriptores* (Paris, 1902, p. 289): « Ventis saepe comparatur cursus amoris, Ovid. *Ars. am.* III, 584; *Rem.* 14, 531. Ventosus dicitur Amor, quasi inconstans: Ovid. *Am.* II, 9, 49 ».

(3) Cfr. RENÉ PICHON, *De sermone amatorio apud latinos elegiarum scriptores*, Paris, Hachette, 1902, p. 219.

trova infatti nella commedia (Terenzio, *Adelph.* 701, 903, e nella satira oraziana (Sat. II, 5, 35) (1). Cfr. anche in greco Teocrito, XI, 53 ὀφθαλμόν τῶ μοι γλυκύτερον οὐδέν. Mosco, *Idill.* III, 9; Callimaco, *Inno a Diana*, 211.

È comune che i poeti innamorati consiglino di godere la vita, finchè ci è dato. Cfr. Properzio II, 15, 23-24; III, 7, 23-24 « Dum nos fata sinunt, oculos satiemus amore, Nox tibi longa venit nec reditura dies »; I, 19, 25 « Quare, dum licet, inter nos laetemur amantes »; Tib. I, 1, 69-70 « Interea, dum fata sinunt, iungamus amores, Iam veniet tenebris Mors adoperta caput »; Varrone presso Nonio 156 « properate Vivere puerae, quas sinit aetatula, Ludere, esse, amare et Veneris tenere bigas ». Questo motivo poetico dettò a Catullo accenti ispirati: cfr. il carme V « Vivamus, mea Lesbia. atque amemus » e LXI, 233 « bene vivete et Munere assiduo valentem Exercete iuventam ».

La superba affermazione della propria gloria poetica e della immortalità, cui i poeti consacrano le persone cantate, è in tutti gli elegiaci latini. Essa non è per taluno di essi un luogo comune; è motivo poetico, che prorompe da intima orgogliosa coscienza; cfr. Properzio, I, 11, 7-8; I, 15, 24; II, 24, 1; Tibullo, I, 4, 65; « Quem referent Musae vivet »; Ps. Verg. *Catalept.* IX, 23-24. Per Catullo vedi LXXVIII, 10 « Te omnia secla noscent »; e LXVIII, 41-48.

E così pure dall' intima coscienza artistica di questi poeti scaturisce l'affermazione, che è in essi frequente, che la gloria verrà ad essi dai piccoli componimenti poetici, non dalle grandiose intraprese epiche; cfr. Properzio, I, 7, 9-14; Marziale, VIII, 3; IX, 50. Per Catullo cfr. I, 10 e XCV, 6-10.

Non sarebbe difficile forse continuare in altri riscontri. Ma anche da quelli fatti si scorge qual sia il carattere precipuo della poesia amorosa di Catullo. È in genere una poesia

---

(1) Il carattere popolare dell'espressione è assicurato dall'uso del superlativo *oculissimus* per ' carissimo '. Cfr. P. Pierrugues, *Glossarium eroticum linguae latinae*, p. 356: « Simili modo Galli: Je t'aime comme mes yeux. — Salve, oculissime homo, Plaut. *Curcul.* I, 2, 28. Sic et alibi *oculitus amare*, id est valde et singulariter ». *Oculissimus* è in Plaut. *Curc.* 15, 16, 121; cfr. Festo 178, 21 e Paolo ex Fest. 179, 8. Per *oculitus* cfr. Nonio, 147, 27 (con citazione del frammento di Plauto « Qui amant ancillam meam Hedulium oculitus »), e Festo 178 M. (188 Lindsay): « Oculitus dicitur ut funditus, penitus, significatque tam carum esse quam oculum, vel instar oculi esse ».

spontanea, libera, prorompente dal sentimento acceso, ignara di formole tecniche, di schemi fissi e di procedimenti convenzionali, nelle cui strettoie debba svolgersi. Pensieri comuni ci sono, ma derivano dagli elementi comuni a tutte le passioni di amore; dagli atteggiamenti consueti che tal sentimento suol prendere negli animi umani; non derivano da regole insegnate nelle scuole o da precetti rettorici: non sono, in una parola, luoghi comuni. L'unica elegia fatta sul modello delle elegie alessandrine è la LXVIII, che ridonda di elementi mitologici. Ma ben più che per essa e ben più che per i poemetti di soggetto mitologico e di imitazione alessandrina, Catullo è grande, per quei brevi carmi di amore e di dolore, che sembrano altrettante grida dilaceranti di un'anima in pena.

Adunanza del 6 Maggio 1915

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. DEL GIUDICE

VICE PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: BERZOLARI, BONFANTE, BUZZATI, DEL GIUDICE, DE MARCHI A., GOBBI, GOLGI, GORINI, JORINI, JUNG, KÖRNER, MANGIAGALLI, MENOZZI, MINGUZZI, MURANI, PALADINI, PASCAL C., SABBADINI, SALA, SALVIONI C., TARAMELLI, VIVANTI.

E i SS. CC.: ANTONY, CARRARA, COLETTI, GABBA L. jun., GUARNERIO, JONA, LIVINI. OBERZINER, TANSINI, VOLTA.

Giustificano la loro assenza: per motivi di ufficio i MM. EE. senat. CELORIA, prof. ZUCCANTE, prof. SCHERILLO, senat. FORLANINI; per motivi di salute i MM. EE. prof. LATTES e prof. L. GABBA.

L' adunanza è aperta alle ore 13.45.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Murani, segretario, legge il verbale della precedente adunanza del 22 aprile. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all' Istituto. Esse, per la Classe di scienze matematiche e naturali, sono le seguenti:

AGAMENNONE G. Il recente terremoto nella Marsica e gli strumenti sismici. Roma 1915.

D'OVIDIO E. Per Emanuele Fergola. Torino, 1915.

GRAZIOLI V. Sui motori a ricupero di vapore. Milano, 1915.

E per la classe di lettere, scienze morali e storiche:

Anuario estadístico de la República oriental del Uruguay, Años 1909-10, Libro 22, Vol. 2. Montevideo, 1914.

MARCONI E. Histoire de l' involution naturelle; traduit de l'italien par M.e Ida Mori-Dupont. Paris-Lugano, 1915.

OLIVIERI D. Saggio di una illustrazione generale della toponomastica veneta. Città di Castello, 1915.

Pubblicazioni della r. Accademia Virgiliana di Mantova, N. 1... Mantova, 1915...

Codice diplomatico dell'Università di Pavia. Vol. 2, parte seconda (1441-1450). Pavia, 1915.

Viene acquistato: Annuario generale d'Italia. Anno 30, 1915, Vol. 1 e 2. Genova, 1914.

Si passa indi alle letture.

Il M. E. prof. Carlo Salvioni riassume la sua nota: *Versioni varie dialettali della Parabola del Figliuol Prodigo tratte dalle carte Biondelli.*

Il S. C. prof. Pier Enea Guarnerio legge la sua *Note etimologiche e lessicali côrse.*

Della nota del S. C. prof. Alessandro Groppali *Le origini della società*, per l'autore assente, legge un riassunto il segretario prof. Murani.

Il presidente sen. Del Giudice, a sua volta, legge un riassunto della nota del dott. Emilio Betti assente, la quale ha per titolo *Sulla fondazione del principato di Roma.* La nota era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze giuridiche e politiche.

Segue la nota del dott. Achille Vogliano *Analecta epigraphica Graeco-Latina Particula altera.* La nota era stata ammessa dalla Sezione di storia e filosofia.

Segue da ultimo la nota del prof. Gino Loria *Per la biografia di Giovanni Ceva*, ammessa dalla Sezione di scienze matematiche. Non essendo presente l'autore, la riassume il M. E. prof. Vivanti. Questi coglie l'occasione dall'argomento trattato nella nota in discorso per esprimere l'augurio che l'Istituto Lombardo si faccia iniziatore di studi che servano a illuminare la storia dell'idraulica, onorevolissima per la scienza italiana, e specialmente interessante per la Lombardia.

Terminata la lettura, l'Istituto passa alla trattazione degli affari e si raccoglie in adunanza privata.

Il primo argomento trattato è la proposta per la nomina di un M. E. nella Sezione di scienze mediche, in sostituzione del compianto prof. Marcacci. La Sezione non avendo potuto mettersi d'accordo, sono state presentate tre proposte diverse, accompagnate dalle rispettive relazioni. Tali proposte saranno discusse nella prossima adunanza.

Si passa alla discussione della proposta per la nomina di Soci Corrispondenti nella Sezione di matematica; nessuno prende la parola, e la votazione avverrà nella prossima adunanza.

Finalmente si passa all' ultimo articolo dell' ordine del giorno, che è la proposta per la nomina di un M. E. nella Sezione di letteratura e filosofia, in sostituzione del compianto prof. Canna. La sezione presenta la proposta e la relazione; la relativa discussione avrà luogo alla prossima adunanza.

Dopo di ciò, l' adunanza viene sciolta alle ore 15.

Il Presidente
P. DEL GIUDICE

Il Segretario
O. MURANI.

LE ORIGINI DELLA SOCIETÀ

Nota del S. C. prof. ALESSANDRO GROPPALI

(*Adunanza del 6 maggio 1915*)

Il problema delle origini della società è uno dei problemi di più difficile soluzione sopratutto per la mancanza di fonti dirette, da cui si possano attingere notizie e lumi intorno alle prime forme di convivenza sociale. Fino a quando infatti noi ci muoviamo nel dominio della storia, fino allora le istituzioni vigenti o tramontate, le cronache, i documenti, i capolavori dell'arte, i monumenti, tutto, sapientemente coordinato ed interpretato, ci aiuta a metterci in diretto contatto coll'epoca che vogliamo ricostituire; ma quando noi vogliamo internarci nei meandri tenebrosi della preistoria, allora anche le poche reliquie, che di essa si conservano, si ribellano a rivelarci i segreti di quei tempi remoti, di cui furono inconsci testimoni. Per altro a questa deficienza di testimonianze dirette della vita primitiva ha in parte supplito lo studio di alcuni dati, i quali, come quelli intorno alle *sopravvivenze*, alle *società animali* ed alle *società selvaggie contemporanee*, riverberano di riflesso un fascio di luce sulle condizioni preistoriche della convivenza sociale.

Come nell'organismo umano abbiamo certi organi atrofizzati, che, pur non adempiendo ad alcuna funzione, sussistono quasi per ricordare all'uomo le fasi biologiche per cui è passato, così anche nelle società abbiamo istituzioni, cerimonie, miti, leggende, usi, costumi, ecc., che continuano a vivere per forza di inerzia, sebbene siano venute a mancare le ragioni di loro esistenza.

Allo stesso modo onde il biologo, ad esempio, dallo studio delle ultime vertebre del coccige dell'uomo può indurre la forma della coda, di cui era dotato nell'epoca delle caverne, così il sociologo, attraverso all'esame del *mir* russo, dell'*almenden* svizzero, della *marca* germanica, della *zadruga* serba,

delle *partecipanze* italiane, che rappresentano gli ultimi avanzi della proprietà collettiva un giorno prevalente, può farsi un concetto dell'antico comunismo agricolo.

Ed anche lo studio dei fenomeni che derivano e si svolgono dalla vita di aggregazione e di associazione che conducono certi animali ci può essere di prezioso aiuto, qualora, respingendo le opinioni estreme tanto di coloro che sostengono l'origine privilegiata e quasi divina dell'uomo, quanto di quelli i quali ammettono che nessuna differenza interceda tra le società umane e le società animali, ci serviremo, date le molteplici analogie fra loro esistenti, di queste come di lenti di riduzione attraverso alle quali poter vedere estremamente semplificati quei fenomeni che in forma più complessa si esplicano nei consorzi civili.

Da due secoli soltanto si studiano con un certo rigore scientifico le società animali e, a malgrado delle difficoltà che esse presentano, non è affatto scarsa la massa di osservazioni che scienziati scrupolosi hanno potuto raccogliere.

A prescindere dalle *società animali intermittenti* (pesci, uccelli migratori, gru, lupi, ecc.), il cui carattere sociale è poco sviluppato e non si manifesta che temporaneamente ed eccezionalmente, degne di speciale menzione sono le *società animali permanenti*, (*invertebrati:* formiche, termiti, api, vespe; *vertebrati:* pappagalli, solipedi, ruminanti, scimmie, ecc.), in cui la vita sociale è assai sviluppata.

Il sentimento di simpatia, che prima unisce gli animali delle stessa specie, li spinge altresì a scambiarsi dei servigi reciproci e ad aggregarsi in società.

Le società dei cavalli selvaggi, dei montoni, dei camosci, delle foche, delle scimmie, ecc. si servono di sentinelle per segnalare l'avvicinarsi del nemico; le scimmie fasciano le piaghe dei feriti; i lupi cacciano in gruppi; gli amadriadi sollevano insieme le pietre più grosse per cercare degli insetti che in seguito si dividono; i bisonti maschi nell'America del Nord pongono, nel momento del pericolo, le femmine ed i piccoli nel mezzo del branco; atti di devozione e di eroismo, che denotano un senso sociale sviluppatissimo, si sono osservati, ad esempio, presso le scimmie, gli elefanti, i cani.

Presso altre specie l'interesse sociale è così preponderante che soffoca ogni altro: esse hanno dei capi e gli atti di ribellione e di indisciplina sono puniti. Presso le società delle api, ad esempio, le operaie uccidono i loro fratelli e le regine i loro figli nell'interesse della società. Presso molte società ani-

mali, che diventano sedentarie, la vita economica si sviluppa ed in essa si notano la difesa contro le perturbazioni atmosferiche, la costruzione di abitazioni, la divisione del lavoro, la variazione dei processi tecnici per la ricerca e la conservazione degli alimenti, per la fabbricazione di strumenti di offesa e di difesa, di utensili, per la confezione di vestimenti e di oggetti di lusso.

Infine lo studio così delle popolazioni selvaggie delle regioni boreali (Esquimesi, Jakoutes, ecc.) equatoriali (Congolesi, Melanesiani, Australiani, Weddas di Ceylan, Pelli rosse, ecc.) come delle società stazionarie dell' Indostan e dell' estremo oriente, che rappresentano come isole sperdute di vita preistorica in mezzo all' oceano della civiltà contemporanea, costituisce la fonte più copiosa di notizie per la conoscenza delle società primitive.

Il metodo, di cui gli etnologi si servono per colmare coi dati ricavati dallo studio delle società selvaggie contemporanee le lacune che si riscontrano nella ricostruzione delle condizioni della vita preistorica, è altrettanto semplice quanto di facile comprensione. Allo stesso modo onde il Couvier diceva: datemi un osso ed io vi ricostruirò con sicurezza lo scheletro, di cui esso costituiva una parte integrante, così gli etnologi ripetono: datemi uno strumento, un utensile, un residuo qualsiasi di una società primitiva e noi ve ne ricostruiremo tutta l' organizzazione interiore. Ma questi strumenti, questi utensili, che da millenni giacciono sepolti nella profondità della terra, tratti improvvisamente alla luce, nulla ci avrebbero potuto dire intorno al modo di vivere, allo stato di civiltà di coloro che li adoperarono se, confrontati cogli utensili e cogli strumenti delle popolazioni selvaggie contemporanee, non si fosse visto tra di loro intercedere analogie e somiglianze quasi perfette.

Dallo studio di queste rassomiglianze hanno ricavato allora gli etnologi la convinzione che all' uguaglianza degli strumenti e degli utensill usati dovesse corrispondere un' eguaglianza di civiltà, e che la ricostruzione delle condizioni della vita sociale di una determinata popolazione primitiva si risolvesse da un lato nel constataro di quali armi ed utensili essa si servisse e dall' altro nell' attribuire ad essa gli stessi costumi, le stesse istituzioni caratteristiche di una popolazione selvaggia contemporanea che si vale delle medesime armi e dei medesimi utensili.

In tal modo, per citare un esempio, attraverso allo studio dello stato sociale degli indigeni della Tasmania, degli abitanti

della Melanesia e della Polinesia dell' America precolombiana noi riusciremo indirettamente a formarci un'idea della società preistorica così del periodo eolitico o della pietra scheggiata, come di quello paleolitico o della pietra tagliata, come di quello neolitico o della pietra levigata, che, come è noto, rappresentano i tre periodi più importanti, in cui gli etnologi dividono il corso della vita sociale primitiva.

Senonchè, sia per l'estendersi delle indagini che hanno rilevato come istituzioni differenti fioriscano presso popolazioni che hanno raggiunto lo stesso sviluppo industriale, sia per il declinare della fortuna del materialismo storico che si fondava sull'ipotesi d l nesso di causalità, della corrispondenza esatta fra lo stato dei mezzi di produzione e lo stato di civiltà, questo metodo etnologico di ricostruzione è stato vivamente contestato e revocato in dubbio.

In ogni modo, anche senza ammettere che le popolazioni selvaggie contemporanee costituiscano la fotografia fedele delle orde preistoriche, lo studio di esse è destinato a proiettare non poca luce nella notte profonda dell'infanzia dell'umanità.

Le società selvaggie più arretrate che sono state scoperte a mala pena si distinguono dalle società animali più progredite. Pure in esse si avverte lo stesso istinto e sentimento di simpatia che spinge gli individui di uno stesso gruppo a difendersi, ad aiutarsi reciprocamente ed a sacrificarsi nell'interesse generale della comunità: per ciò si spiega l'uccisione dei fanciulli e dei vecchi imposta dall'imminenza di un pericolo o dalla scarsità dei mezzi di sostentamento. In esse si riscontrano pure, in modo meno accentuato ed in forma meno complessa, le prime rudimentali manifestazioni di attività economica, politica e giuridica che vediamo esplicarsi presso le società primitive.

Sebbene i fatti accuratamente raccolti e criticamente controllati non siano ancora tali da fornire una spiegazione esauriente, tuttavia sembra che l'impossibilità dell'emigrazione a grandi distanze e gli avanzi fossili dell'uomo ritrovati in parecchi punti degli strati del quaternario attestino come, contrariamente a quanto sostengono i monogenisti, abbiano ragione coloro i quali ammettono che molteplici in tutto il globo siano stati i centri originari di convivenza dell'umanità.

Come ci rivelano i dati della preistoria e della paletnologia, l'uomo primitivo con tutta probabilità viveva in condizioni presso a poco simili a quelle delle scimmie antropomorfe e delle popolazioni meno evolute, come i Boschimani, i Fuegiani, i Weddahs, ecc. In quest'epoca non si riscontrano ca-

verne con tracce di abitazioni. Essendo il clima molto caldo, l'uomo viveva probabilmente all' aperto, nudo o pressochè nudo. I resti della razza dl Neanderthal, che in quest' epoca abitava l' Europa occidentale, ci mostrano come egli fosse altrettanto un abile arrampicatore quanto un infelice corridore. In lotta coi grandi mammiferi estinti, cogli elefanti, coi rinoceronti, egli si nascondeva nelle forre delle foreste, si arrampicava sugli alberi per sfuggire ai suoi terribili nemici. Traendo il suo principale nutrimento dagli animali che uccideva, a cui forse aggiungeva poche frutta selvatiche e radici eduli di piante, egli viveva in continuo nomadismo e la scelta di sedi stabili segnò forse il principio di una aggregazione sociale primordiale, amorfa e precaria.

Da questi aggruppamenti si passò probabilmente ai primi nuclei di organizzazione sociale detti *gruppi gentilizi* od anche *clan*, con la parola celtica con cui venivano denominati nelle montagne della Scozia. Essi furono riscontrati presso un infinito numero di popoli viventi sopra tutta la faccia della terra ed alla loro scoperta si lega la gloria imperitura di L. Morgan. Questo ordinamento gentilizio, che fiorì presso gli antichi Egizi, Ebrei, Fenici, Etruschi, Arabi, Greci e Romani, tra le popolazioni germaniche, slave, anglosassoni e celte nell' Europa, nella Cina, nel Giappone, è ancor oggi in pieno vigore presso moltissime popolazioni selvaggie dell'Oceania, dell' Africa, dell' Asia. I *consorzi gentilizi*, detti anche *comunità domestiche*, quando è ristretto il numero di coloro che li compongono, sono aggruppamenti sociali, i cui membri sono collegati da sentimenti di parentela e da sentimenti religiosi, in quanto si ritengono discendenti da uno stesso stipite ed hanno comuni il culto e le superstizioni.

Questi gruppi sono rappresentati dal *totem*, termine con cui gli indigeni dell' America del Nord designavano l' animale che li proteggeva e che ora serve in un' accezione più ampia a significare l' essere animato che i gruppi gentilizi primitivi considerano quale loro capostipite ed idolo protettore. L' animale *totem* è dapprima considerato come membro e protettore del gruppo gli si attribuisce in seguito un' origine comune ai membri di questo gruppo ed infine esso è venerato come l' antenato comune ed il suo nome diventa il nome collettivo del gruppo medesimo. Del culto del *totem* o *totemismo*, che ebbe un largo sviluppo così presso le società primitive (Egitto, Siria, Grecia, Gallia, ecc.) come presso le società selvaggie contemporanee, si conservano altresì numerose sopravvivenze

presso le società civili moderne, come la proibizione dell' uso della carne di vacca, di porco, di cane, di gatto, ecc., ecc.

Senonchè, se il *totem* rappresenta l' elemento psicologico che insieme cementa i vari gruppi gentilizi, in essi si trova altresì quasi sempre un capo che ne coordina e dirige l'azione. Come nei gruppi animali superiori il più astuto, il più energico, il più forte riesce ad imporsi a tutti i suoi compagni ed a capitanarli nei pericoli e negli assalti, così per un processo analogo nei gruppi umani le funzioni regolatrici finiscono sempre per concretarsi in uno solo, dapprima scelto inconsciamente per la sua preminenza fisica ed intellettuale e poi eletto e consacrato secondo gli usi e le consuetudini che si sono venute via via formando. Come si vede, è in base ad un puro rapporto di fatto che si istituisce la subordinazione del gruppo ad un capo per le sue qualità o fisiche o morali: solo, ad evoluzione più inoltrata ed in fasi di civiltà superiore, questo puro rapporto di fatto si muta in un vero e proprio rapporto di diritto consacrato con cerimonie speciali. L' autorità del capo, limitata dapprima ai casi di attacco o di difesa, si rafferma in seguito e si prolunga anche in tempo di pace, man mano che l' organizzazione militare si rende necessaria, il principio di autorità si consolida ed egli, col diffondersi del sentimento e del culto religioso, è investito altresì di funzioni sacerdotali.

Egli, come capo gruppo, esercita parecchie funzioni: oltre al guidare e dirigere i gruppi nelle loro spedizioni di guerra o di caccia o di pesca, amministra il patrimonio composto dagli attrezzi e strumenti di lavoro, dal bestiame, compra, vende, baratta, esercita il diritto ed il potere di vita e di morte su tutti i componenti il clan.

Tutte le primitive istituzioni sociali sono insieme unite e confuse: le funzioni economiche, politiche, giuridiche sono esercitate da uno stesso individuo, dal capo, che è, simultaneamente, re, prete, amministratore, giudice, per impiegare i termini del linguaggio moderno.

Come la nutrizione costituisce la condizione fondamentale della economia della vita individuale, così la produzione rappresenta la condizione indispensabile della convivenza sociale: la caccia e la pesca dovettero essere il modo normale onde i più antichi abitatori dell' Europa si procuravano i mezzi per vivere, come si può facilmente indurre dai dati e dalle notizie che possediamo intorno alle popolazioni primitive e ad alcune società selvaggie contemporanee.

Più che la cooperazione del gruppo — cooperazione che

si riscontra anche presso le aggregazioni animali delle api, formiche, castori — ciò che caratterizza la società umana è l'uso degli strumenti di lavoro. Sebbene anche le scimmie antropomorfe si servano di rami d'albero come leve e di ciottoli come arma di difesa o di offesa, tuttavia soltanto l'uomo, perchè dotato di proprietà anatomiche e psichiche speciali, ha potuto moltiplicare e perfezionare questi strumenti di produzione e di lotta. Il bastone, che appuntito ad una delle estremità, era adoperato o come rompicapo o come spiedo, costituiva insieme col ciottolo, arrotondato da una parte e reso aguzzo dall'altra, la prima arma di caccia, come ce lo attestano gli avanzi trovati nei sedimenti della prima epoca del paleolitico e le notizie intorno ai Boschimani, ai Weddahs ed agli Australiani. A queste si aggiunsero ben presto altre armi di assalto e di lancio per cacciare uccelli e fiere che in qnei tempi erano assai abbondanti.

Senonchè, man mano che la caccia, nonostante i perfezionamenti delle armi, sia per il crescere continuo della popolazione, sia, come è stato dimostrato dal De Mortillet, per il diminuire delle specie dei mammiferi viventi. diventava sempre meno produttiva, sempre più si sentiva il bisogno di ricorrere a nuove forme di produzione. La *pastorizia* e l'*agricoltura* furono le due forme di produzione che da prima cominciarono ad esistere come forme sussidiarie a fianco della caccia e della pesca e poi rappresentarono le due forme esclusive di sfruttamento e di fornimento dei mezzi di sussistenza. Dapprima necessariamente *nomade*, si trasformò poi l'agricoltura in *stabile*, la quale, presupponendo un notevole complesso di sforzi e la necessità di permanere in un determinato territorio, almeno per il tempo necessario per lavorare il terreno e raccoglierne i frutti, portò con sè come conseguenza una nuova forma di vita sociale.

Infatti insieme colla coltivazione dei campi con tutta probabilità i gruppi gentilizi, che rappresentano la prima cellula della vita sociale, si divisero per distribuirsi in vari territori e provvedere meglio alla lavorazione del terreno ed alla raccolta dei frutti. Questi *clan*, usciti così gli uni dagli altri, continuarono a conservare i loro rapporti di parentela e di culto, e formarono aggruppamenti più vasti, che assunsero le forme di vere e proprie *comunità territoriali o di villaggio*, una delle istituzioni più primitive ed universali del diritto ariano studiate con profondità insuperabile di analisi dal Sumner Maine. L'ordinamento di queste comunità, costituite da un

gruppo di famiglie patriarcali viventi nella stessa località, è caratterizzato dal fatto del possesso collettivo della terra e dal fatto dell'eguaglianza di tutti i suoi componenti, che dispongono di risorse economiche eguali, concorrono al compimento dei lavori agricoli e partecipano egualmente al godimento delle terre comuni.

Col costituirsi di questi *consorzi territoriali*, il fulcro delle primitive forme di organizzazione sociale, che nei gruppi gentilizi era rappresentato dai rapporti sessuali e dai vincoli di perentela reale o presunta, si sposta e si muta, venendo ad essere sostituito dalla comune dimora sopra uno stesso territorio. I consorzi territoriali, a differenza dei gruppi gentilizi, gli elementi costitutivi dei quali sono dati dagli individui, risultano invece formati da gruppi famigliari, i quali ora lavorano ciascun per proprio conto una determinata parte di terreno, godendone liberamente i frutti, ora coltivano collettivamente tutto il territorio occupato, spartendone poi il raccolto tra le varie famiglie, a seconda delle loro esigenze, ed ora dividono il terreno in lotti distribuendoli periodicamente tra le diverse famiglie.

I rapporti economici che si stabiliscono nella maggior parte delle popolazioni di cacciatori, di pescatori, di agricoltori primitivi sono rapporti economici egualitari. La proprietà o, meglio, il possesso — poichè si trattava sempre di uno stato di fatto e non di uno stato di diritto — dei beni così immobili, come mobili, era allora indiviso tra tutti i membri di uno stesso gruppo: i territori da sfruttare, gli strumenti di caccia e di pesca, gli utensili, le armi, le donne, i bambini ecc. erano considerati come oggetti di spettanza del gruppo. I lavori dei campi, la caccia, la pesca, la guerra erano compiuti in comune ed il bottino era ripartito egualmente fra tutti i membri dello stesso clan. Quando però coll'andar del tempo si svilupparono negli individui sempre più le facoltà intellettive, allora alcuni oggetti di uso personale, come i vestiti, gli utensili, gli ornamenti, i frutti della caccia sottratti alla immediata consumazione, oppure l'abitazione fabbricata col proprio lavoro cominciarono ad essere considerati come oggetti di proprietà individuale.

Il totemismo ed il feticismo furono le prime manifestazioni del sentimento religioso: più tardi, quando l'uomo cominciò ad esprimere la propria gratitudine verso coloro da cui credeva di derivare, nacque il *culto degli antenati*, per il tramite del quale gli spiriti degli avi defunti si trasformano in divinità

protettrici della famiglia. Assistono sempre alle azioni dei viventi, i quali cercano di propiziarseli con sacrifici e con riti speciali, prima compiuto dai capi e dai più vecchi, che meglio conoscono ed osservano le tradizioni, ed in seguito dai sacerdoti che divennero gli intermediari autorizzati tra gli uomini e la divinità. Il focolare domestico, attorno al quale si seppelliscono i parenti morti, è l'altare di questo culto, che è considerato come un rifugio sicuro ed inviolabile anche per i colpevoli, e la fiamma che sopra esso arde perennemente simboleggia così il mezzo onde i vivi si pongono in relazione coi defunti come la continuità della vita dei gruppi che non si spegne mai attraverso alle varie generazioni. Nei gruppi sociali primitivi si trovano altresì i primi germi del fenomeno giuridico, di cui invece non si riscontrano tracce apprezzabili nelle aggregazioni animali, perchè in queste mancano o non sono sufficientemente sviluppati quei fenomeni psicologici che ne accompagnano e ne determinano la formazione. Anche negli animali noi troviamo la reazione ad ogni stimolo doloroso con atti che l'esperienza ha dimostrato essere idonei a produrre la cessazione del dolore; anche in certi animali superiori noi troviamo quei sentimenti, di vendetta contro tutto ciò che è percepito come causa di dolore o di danni futuri; anche nelle aggregazioni animali noi troviamo quei sentimenti simpatetici, che spingono a reagire contro chi attacca un compagno, ma tutti questi sentimenti, che pure rappresentano come la trama psichica su cui si verrà ordendo la complicata trama del diritto, non sono di per sè sufficienti a provocare la formazione di fenomeni giuridici veri e proprî.

Il diritto non sorge che nella società umana, perchè solo gli uomini per le loro facoltà mentali più sviluppate sono stati capaci di sperimentare che, reprimendo determinati atti od eliminando i loro autori, si verificava nel gruppo sociale una diminuzione del ripetersi degli atti medesimi, e perchè soltanto nelle società umane accanto ed insieme al diritto si sviluppano altri fenomeni di ordine economico, famigliare, politico, religioso, che nelle aggregazioni animali non si riscontrano assolutamente.

Le prime azioni, che suscitano e provocano reazioni coscienti da parte dei clan e che appaiono, per quanto embrionalmente, improntate a quei caratteri onde sono dotate le norme giuridiche, sono quelle che offendono certe abitudini utili a tutto il gruppo e che sono osservate costantemente e trasmesse di generazione in generazione per mezzo dell'imitazione e della

tradizione. Sono abitudini, che, come il mantenere acceso il fuoco attorno all'accampamento durante la notte per tenerne lontane le belve, come lo stabilire i tempi ed i modi della raccolta delle frutta, come l'osservare certe regole sulla caccia per impedire la completa distruzione della selvaggina, ecc., sono di una grande utilità per tutto il gruppo: la loro violazione quindi, importando un danno immediatamente sentito da tutti, provocherà contro l'offensore la reazione collettiva e cosciente di tutto il gruppo.

In tal modo col seguire normalmente alla violazione di certe abitudini utili la repressione collettiva, si comincierà a formare una nuova abitudine, la quale, accompagnata dalla coscienza della sua utilità, si rafforzerà, si estenderà, si radicherà dando luogo ad usi, consuetudini, costumi, da cui col tempo germoglierà il diritto ed ogni altra norma del vivere sociale. Nel *costume primitivo*, di cui troviamo tracce nella Grecia dei poemi Omerici, in Roma, nei Germani di Tacito, nei Galli di Cesare, nelle *sage* del diritto scandinavo e nelle società selvaggie contemporanee, si fondono in un tutto amorfo tutte le regole, dovute all'opera lenta dell'uso e trasmesse colla tradizione orale, che disciplinano le varie specie di attività religiosa, politica, morale, economica dei gruppi sociali primitivi: come si vede, per quanto in modo affatto rudimentale ed indistinto, si trovano tuttavia nei clan primitivi tutti quegli elementi economici, politici giuridici, religiosi, che poco per volta si svilupperanno e costituiranno la trama complessa delle società civili.

PER LA BIOGRAFIA DI GIOVANNI CEVA

Nota del prof. Gino Loria

(*Adunanza del 6 maggio 1915*)

Non ultima delle benemerenze che si è acquistato M. Chasles di fronte alla scienza e di fronte all'Italia è quella di avere posto in luce il grande valore dell'opuscolo di Giovanni Ceva *De lineis rectis se invicem secantibus* (Mediolani, 1678) e di aver stabilita la parte fondamentale che rappresenta nella teoria delle trasversali il teorema correlativo a quello di Menelao, dal Ceva appunto scoperto (1). Ma, mentre l'opera matematica del nostro grande connazionale è conosciuta, si può dire, nella sua interezza, la sua bibiografia è ancora tutta da fare. Nulla ne dice lo Chasles ed al suo silenzio non seppero sopperire il Poggendorff od altri dopo di lui (almeno per quanto mi consti (2)). Tale circostanza, ricordata da un egregio giovane in una circostanza recente (3), mi ha indotto a porre ad effetto un antico divisamento, quello cioè di chiedere all'illustre storico A. Luzio se nell'Archivio di Stato di Mantova, che egli sapientemente dirige, si trovassero documenti che al Ceva si riferiscono. Ebbene egli (con una cortesia di cui gli saranno grati tutti coloro che s'interessano di studi sulla storia delle scienze) mi rispose che nell'Archivio Gonzaga esistono alcune buste (nn. 56-58) contenenti scritti, relazioni, ecc. del Ceva, il quale si firma « Com-

(1) *Aperçu historique* etc., (Bruxelles, 1837) Note VII.

(2) Il prof. G. Vivanti, nella II ed. del suo importante Saggio storico sopra *Il concetto d'infinitesimo e la sua applicazione alla matematica* (Giornale di matematiche, T. XXXVIII e XXXIX), ha riferita (p. 46 dell'estratto) la notizia, data da M. Pantaleoni, che il Ceva morì nel 1734; tale data risulta confermata dai documenti pubblicati qui appresso.

(3) Alberto Pascal, *L'apparecchio polisettore di Tommaso Ceva e una lettera inedita di Guido Grandi*. Questi *Rendiconti*, Adunanza dell'11 febbraio 1915.

missario dell'arciducale Camera e Matematico cesareo »; come tale (è sempre il Luzio che parla) egli è anche designato nell'Elenco dei salariati governativi, con lo stipendio annuo di 300 fiorini. E siccome di lui è parola anche in altri documenti conservati negli Archivi mantovani, così compulsando questi si potrà ricostruirne tutta la carriera.

Da ultimo l'eminente storico dei martiri di Belfiore mi ha inviato copia del seguente brano dell'opera di Carlo d'Arco *Famiglie mantovane*, tuttora inedita (1), che qui pubblichiamo, perchè porge i dati biografici fondamentali del matematico di cui ci occupiamo:

— « Nominato ancora Gio-Benedetto ed al 1699 detto filius quondam M. Caroli Francisci Ceva commissarius generalis ducalis Camerae de contrada unicornu. Uomo d'ingegno colto e svegliato si elevò sopra molti, onde l'Amadei (Cronica inedita (2)) che *viveragli contemporaneo* così ne scrisse di lui:

« Il giorno delli 13, morì in Mantova, in età di anni 86 e mesi 6 (3), per risoluzione di spiriti vitali, Giovanni Ceva, Matematico Cesareo, e Commessario Generale dell'Acque di tutto lo Stato; ed il seguente giorno, dopo d'essere stata dipinta in Tela la di lui Effigie, per memoria perenne d'un tanto Letterato, fu seppellito nella Chiesa di S^ta^ Teresa de' Carmelitani Scalzi. Fu celebre non meno per la indicibile probità sua, che per la profonda sua dottrina, avendo date alle stampe alcune delle sue opere; una delle quali ammirata da tutt'il Mondo ha per titolo « *de lineis rectis statica constructio* » un'altra ha per titolo « *Geometriae motus* », ma sopra tutte quella intitolata « *Hydrostatica* ». In quest'ultima certamente può dirsi, aver egli uguagliato in una tale scienza, e fors'anche sorpassato, quanti mai rinomati Autori ne scrissero, anzi da lui è stata nobilitata, e ridotta alle purissime Leggi della Geometria. La Fama di questo nostro celebre Concittadino è già volata in ogni angolo d'Europa, e la sua particolare dottrina de' *Rigurgiti* nella tanta cognita *Controversia del Reno Bolognese*, che si voleva fare sboccare nel Po, gli ha meritati non solamente gli applausi de' vicini Paesi, i quali ci avevano interesse perchè non seguisse, ma persino dell'Accademie di Londra, e di Parigi, alle quali il nostro Ceva era ben noto. Fu uomo di statura me-

(1) Il passo in questione si trova a p. 358 del vol. 2.

(2) *Cronaca di Mantova* (fino ad oggi non pubblicata) Maggio 1734.

(3) Il Ceva deve, quindi, essere nato nel Dicembre 1647.

diocre, asciutto di complessione, sempre con bocca ridente, e graziosa quando parlava, e di amena conversazione.

Al 1707 Giovanni aveva carica di *Questore del Ducal Maestrato* ed allora fu prescelto dai cittadini congregati sotto la parrocchia di S. Catterina, a prestare in nome loro giuramento di fedeltà al Governo Imperiale allora succeduto a quello dei Gonzaga. Di lui rimase inedita e si conserva al codice cinquantuno della biblioteca *Magliabechiana* in Firenze una: « Lettera ad Antonio Magliabecchi con una dissertazione latina contro l'opinione del sig. Gio-Francesco Vanni e del Padre Laura circa al movimento de' Grevi ne' piani inclinati » scritta dal Ceva in Mantova il 19 Dicembre del 1688 ».

Come modesto ma appassionato cultore della storia delle matematiche ed anche come mantovano, auguro che queste informazioni servano come punto di partenza per ricerche capaci di dissipare la nebbia che ancora avvolge la personalità di uno dei più originali fra i geometri che videro la luce in Italia nel secolo XVIII.

Genova, 10 Aprile 1915.

LA διαθήκη ELLENICA
E LA *DONATIO MORTIS CAUSA*

Nota del M. E. prof. PIETRO BONFANTE

(Adunanza del 22 aprile 1915)

---

1. Io credo che nulla abbia reso così vana, anzi spesso dannosa, quella che si chiama la scienza del diritto comparato, bella e ricca fonte di studi schiusa in tempi a noi vicini, come il non riguardare, nella comparazione, alla struttura organica, bensì unicamente alla finalità degli istituti.

Il fenomeno è prodotto dalla conoscenza spesso molto sommaria ed incompleta che si riesce ad avere degli istituti messi in comparazione, la quale si riduce financo alla sola funzione, che è l'elemento più appariscente; ma esso è aggravato dalle categorie nelle quali si reclutano i cultori di questa disciplina. Per quanto il carattere organico degli istituti di diritto non sia stato scientificamente svolto e posto a base, come io credo debba farsi, della scienza del diritto dal punto di vista storico e dommatico, nondimeno il giureconsulto, cui gli istituti si presentano, secondo il motto del Savigny, come entità reali, ha il senso, nutrito dall'esperienza, che l'istituto va contemplato nella sua struttura: il profano al diritto invece non ha l'occhio che alla finalità e può confondere gli istituti più disparati, se hanno scopo analogo o identico.

Ora il diritto comparato è in generale maneggiato non da giuristi, o per lo meno non da giuristi consumati, bensí da una schiera di storici, filosofi, filologi, sociologi, pensatori della più varia natura. Ma dato l'assetto ancora embrionale della scienza del diritto, avviene che il giureconsulto istesso cede alle illazioni e ai risultati di pensatori non giuristi.

Quei ravvicinamenti da cui lo salverebbe il proprio istinto, egli stesso li raccoglie quando son fatti da filosofi, da storici,

da filologi. Si aggiunga altresì che la lingua del diritto romano è diventata, per così dire, la lingua franca del diritto, nella quale si traducono le istituzioni civili di tutti i popoli della terra: che la stessa terminologia romana è in generale ambigua, perchè ha un significato diverso nel diritto romano e nel diritto moderno, ove sono trapassati sempre i termini antichi, mentre l'istituto è spesso mutato radicalmente o è addirittura derivato da fonte diversa.

In queste condizioni nessun giureconsulto crederà che io esageri quando asserisco che il diritto comparato è il terreno classico del sofisma per anfibologia: dote, servitù, usufrutto, obbligazione, contratti, solidarietà, tutti istituti e concetti romani, diventano rubriche altrettanto comode quanto insidiose. Vi ha istituto più noto e più universale della compra-vendita? E tuttavia sa il giurista e specialmente il romanista che semenzaio di equivoci e di errori storici è la comparazione stessa tra la compra vendita romana e la moderna!

Una conclusione, triste purtroppo, emerge da tutto questo, ed è, vogliasi o non vogliasi confessare, lo stato arretrato della scienza del diritto. I mitologi si sono liberati dalle venerande e tradizionali assimilazioni di Nettuno con Poseidone, di Era con Giunone, di Minerva con Pallade Atena. Noi giureconsulti lavoriamo nel campo del diritto comparato con la stessa disinvolta terminologia con cui Giulio Cesare narrava le divinità degli antichi Celti: *Deum maxime Mercurium colunt: post hunc Apollinem et Martem et Jovem et Minervam* (1). Si procede anzi peggio, perchè, data l'assimilazione dei termini generata dall'analogia delle funzioni (*hunc Mercurium ad quaestus pecuniae mercaturasque habere vim maximam arbitrantur*), noi ragioniamo e proseguiamo imperterriti: l'Olimpo greco o la religione romana non pongono per vero Mercurio alla testa degli Dei, ma *senza dubbio* così doveva essere alle origini, poichè i Celti, popolo più arretrato dei Greci, ci rappresentano una fase più arcaica, e pertanto la tradizione del figlio di Giove e di Maia, la degradazione del Dio romano sono certo aggiunte o evoluzioni più tarde.

Così proseguiamo, dico, noi comparatisti del diritto, giureconsulti o meno: perchè la mitologia comparata non fa questo grottesco ragionamento (2).

(1) Caes. *De b. g.* 6, 17.

(2) Io sento l'obbiezione: ma non è forse lecito supporre che, ad esempio, la struttura divergente di un istituto romano rispetto all'isti-

2. Nessun campo fu così devastato da questa negligenza della struttura degli istituti, da questo correr dietro alle finalità odierne e illudersi mediante l'uso di un'ambigua terminologia, come quello delle trasmissioni a causa di morte. *Testamentum*, *hereditas*, *legatum* hanno nel diritto romano una essenza e una fisonomia originale, pur operando in ultima analisi trasmissioni patrimoniali a causa di morte: lo stesso termine *successio* rappresenta un concetto originalissimo e isolato in due campi, la trasmissione delle cariche o di una potestà e l'*hereditas*, nè si identifica classicamente col concetto vago e generico del rapporto intercedente tra l'autore e l'avente causa negli acquisti derivativi. Ora nel diritto comparato ciascuno di questi termini è divenuto una rubrica generale; ne' rapporti col diritto greco l'assimilazione ha generato l'ipotesi di una derivazione storica del testamento romano dalla διαθήκη ellenica.

In due studi precedenti io ho inteso dimostrare la divergenza organica del testamento romano dalla διαθήκη (1). Punto

tuto greco, che si presenta analogo, sia l'effetto della evoluzione storica? e non è il vizio di voi giuristi di riportare alle origini le costruzioni della matura e nota epoca storica? Ciò è vero: ma la tendenza cui si allude è precisamente il contrario del metodo razionale che io credo si debba seguire, cioè del metodo che potremmo dire naturalistico. Se la funzione di un istituto, come il significato di una parola, non è mai o quasi mai nelle origini quella che al giorno d'oggi si manifesta, anche la sua costruzione non è certamente al presente in tutte le sue parti quella che era in origine: anzi può accadere, dopo una lunga evoluzione, che le parti più vitali. più attive, siano di data recente. Ma il giurista, e soltanto il giurista, può rilevare gli strati più profondi, le parti più arcaiche, e non soltanto col sussidio della cronologia e degli indizi propriamente storici, bensì col sussidio della sua stessa cognizione dell'istituto, in quanto gli é dato di valutare il carattere delle singole norme, la loro attitudine o inettitudine a soddisfare le finalità, cui l'istituto é oramai adibito, i correttivi più o meno numerosi ad esse arrecati, i quali talvolta finiscono con esaurire l'efficacia di principî che appaiono fondamentali: e quando per avventura l'istituto in tutta la sua ossatura primordiale, che con questo metodo si può ricostruire, ripugna con la nuova finalità e soltanto per via di una serie di espedienti è ad essa accomodato, allora il riscontro e più ancora il collegamento storico con istituti aventi la nuova finalità schietta in altri diritti diventa un assurdo.

(1) Il primo, «*L'origine dell'hereditas dalla successione sovrana e le critiche al concetto*», fu pubblicato nel *Filangeri* 1905, il secondo «*Le affinità giuridiche greco-romane*» nella *Rivista di storia antica* 1910.

per punto tutti i principî fondamentali, primitivi, del testamento romano — non uno solo eccettuato — hanno non il termine corrispondente, ma il termine antitetico nel testamento greco (1).

Il cosiddetto testamento greco o è un' adozione a causa di morte, o una donazione a causa di morte. Sotto l'una o l'altra veste esso adempie a un dipresso le finalità patrimoniali odierne del testamento, ma nulla ha di comune col *testamentum* romano, per lo meno quanto alla genesi e alla struttura.

La prova negativa che io ho recato negli studi citati può esser integrata con la prova positiva, cioè con la dimostrazione che gli istituti paralleli alla *διαθήκη* ellenica sotto entrambi gli aspetti noi li abbiamo nel diritto romano, ma si distinguono nettamente dal testamento.

L' istituto parallelo alla *διαθήκη* con *εἰςποίησις* è l' adozione *post mortem*. Come il legato, quest' adozione è stata nel diritto romano ricongiunta al testamento, ma è sempre atto distinto dall' istituzione d' erede, nella stessa guisa che il legato, pura e semplice disposizione patrimoniale, nulla ha di comune con l'*hereditas*. E non è improbabile che l' adozione *post mortem* sia derivata da un' infiltrazione del costume greco: i giuristi

(1) Come la mia dimostrazione sia stata intesa precisamente a rovescio dal prof. Gaetano De Sanctis, la cui tesi opposta aveva offerto occasione al mio secondo studio, lo dimostra la posizione da lui assunta di fronte alle mie critiche. Mette conto di riferire, anche come documento psicologico, le parole con cui egli si esprime nella seconda edizione della sua *Ατθίς*, Torino, 1912, p. 213 nota 3, ove discorre (all'incirca negli stessi termini della prima edizione) della legge di Solone sull'argomento: « Che questa legge sia di Solone, che sia una legge testamentaria, che anzi introduca in Atene il testamento, che il testamento vi appaia come procedente dell'adozione son verità di fatto, che si possono ignorare, ma non porre in dubbio. Ciò mostra quel che sia da pensare della teoria di un romanista italiano che il testamento sia una delazione di sovranità! (Il punto ammirativo è nel testo del De Sanctis) ». Come è evidente anche per un puro filologo che non abbia l' intelletto ottenebrato, io non nego nessuno dei punti relativi alla legge di Solone e non sostengo davvero che la *διαθήκη* solonica fosse una delazione di sovranità: questo risultato sarebbe anzi il contrario della mia tesi, che è la distinzione organica e storica del *testamentum* romano e della *διαθήκη* ellenica. E nemmeno impugno l' uso dell' ambiguo termine di testamento, col quale si indica a un tempo stesso l'istituto romano, con la sua *institutio heredis*, e qualunque disposizione a causa di morte unilaterale e revocabile; poichè riconosco le necessità del linguaggio.

peraltro non l'hanno riconosciuta e sembra che nella consuetudine sociale di adottare per atto di ultima volontà essi non abbiano visto altro che l'obbligo imposto di portare il nome del defunto. Dal punto di vista politico, l'adozione di Gaio Cesare Ottaviano ha certo conseguito ben altra importanza: ma se i pontefici e le curie potevano esser chiamati, in un caso eccezionale d'importanza politica, a convalidare la volontà manifestata dal testatore, non ci risulta punto che questa pratica sia stata ammessa per qualunque privato cittadino.

Più netta è la posizione dell'ordinamento parallelo alla διαθήκη senza εἰςποίησις, cioè la *donatio mortis causa*. Qui abbiamo un istituto romano, le cui linee ci sono ben note e il confronto è agevole.

Premetto che io non intendo trattare il problema genetico della διαθήκη senza εἰςποίησις nel diritto greco. In seguito al mio primo scritto e quasi contemporaneamente al secondo sull'argomento è stato sostenuto dal Bruck (1), che la διαθήκη senza εἰςποίησις, il cosiddetto *testamento di legati*, è un istituto indipendente dalla διαθήκη con εἰςποίησις, il cosiddetto *testamento-adozione*, e ricollegantesi alla donazione a causa di morte. La tesi, largamente e favorevolmente apprezzata dai giuristi (2), non lo fu egualmente dai filologi, ed è stata avversata dal Thalheim (3), dal De Sanctis (4), i quali difendono la vecchia opinione che il testamento di legati siasi svolto dal testamento-adozione, e dal Lipsius (5). Io non entro, ripeto, nella controversia. A me basta dimostrare che se la διαθήκη senza εἰςποίησις nella sua struttura nulla ha di comune col *testamentum*

(1) E. F. Bruck, *Die Schenkung auf den Todesfall im griech. und röm. R.*, I, Breslau, 1909.

(2) Cfr. in ispecie Rabel in *Z. der Sav. Stift. für Rg.* vol. 30, 1909, p. 465-475, Arangio-Ruiz, in *Bull. dell'Ist. di dir. rom.* vol. 22, 1910, p. 260-262 e Wenger *Das Recht der Gr. u. Röm.* Leipzig, 1914, p. 268.

(3) *Berl. Philolog. Wochenschr.* 10 luglio 1909, p. 877 e segg. Rispose il Bruck *Zur Geschichte der Verfügungen von Todeswegen im altgriechischen Recht*, Breslau 1909. Cfr. anche *Z. d. S. St. für Rg.* v. 31 1910, p. 398-401 (Thalheim) v. 32, 1911, p. 353-359 (Bruck).

(4) *'Ατθίς, Storia della repubblica ateniese*, 2a ed., 1912, p. 213. nota 3.

(5) Lipsius *Das att. Recht. u. Rverf.*, Leipzig 1912 v. II p. 562 n. 58 563 n. 61. Il Lipsius ritiene senz'altro (ed io non sarei alieno dallo accedere alla sua opinione) che la legge di Solone per se stessa riguardasse promiscuamente la facoltà di donare tra vivi e disporre a causa di morte, *l. c.* p. 561).

romano, essa corrisponde invece, sempre nella sua struttura, alla *donatio mortis causa* del diritto romano.

Brevi parole sulla terminologia. Le voci *dare* (*διδόναι, δοῦναι*), *donazione* (*δωρεά, δοθέντα*), se ci portano lungi dal testamento romano, che in nessun modo tollera l' uso di termini siffatti nella istituzione di erede, ci trasportano invece senz'altro nel linguaggio delle donazioni. Ma la stessa voce *διαθήκη*, mentre è ben lungi dal corrispondere al *testamentum*, ci riconduce pur essa nel campo delle convenzioni e dei patti. È noto quali strani abbagli abbia portato la pretesa equivalenza di *διαθήκη* e *testamentum* nella versione biblica, che già nel titolo esprime il concetto assurdo di un testamento della divinità e nel testo fa parlare i libri sacri di un testamento di Dio con Mosè, con Abramo, con Giacobbe, di un testamento di Giacobbe coi suoi nemici, di un testamento di amicizia di Gionata con David, di un testamento di pace, di un testamento conchiuso con l' esercito nemico, della terra promessa data da Dio al popolo eletto per testamento, dell' arca, che è pegno dell'antico testamento, del sangue di Cristo, che è pegno del nuovo testamento, fa dichiarare al Signore che egli è memore del testamento stretto coi padri del popolo eletto, e fa che il Signore a più riprese rimproveri gli Ebrei che essi non osservarono il testamento stretto coi padri loro ecc. (1).

La versione tedesca, *Vermächtnisstestament, Legatentestament,* della *διαθήκη*, per voler esser più esatta, riesce peggiore; essa ha per altro il vantaggio di svelare l' equivoco. Un testamento di legati nel diritto romano è un concetto assurdo, come sarebbe un testamento di tutele o un testamento di manomissioni: il testamento è la designazione dell'*heres* e senza designazione dell'*heres* esso, più che nullo, è nulla, *non est testamentum*; i legati stessi intanto sono legati e non dona-

(1) I passi sono infiniti: v. per le citazioni Dutripon, *Concordantiae* Paris 1838 v. *testamentum* e Trommü, *Concordantiae grecae* Amsterdam 1818 voce *διαθήκη*. Del resto l' equivoco è nel caso palpabile, perchè la parola ebraica *Berit*, che venne tradotta dai Settanta con *διαθήκη* e nelle varie versioni latine e volgari in generale con testamento, non significava testamento, ma patto. V. ora Riggenbach *Der Begriff der διαθήκη in Hebraeerbrief* Leipzig 1908 e Bruck, *Die Schenkung auf den Todesfall* Breslau 1909, p. 18-19 nota 3. Per la promiscuità e l'uso pregno dei termini significanti donazione e disposizione a causa di morte (il cosiddetto testamento) v. anche Bruck *l. c.* passim e Lipsius *l. c.* p. 562 n. 52; p. 563 n. 61.

zioni a causa di morte, in quanto gravano sull' erede, non già sul patrimonio del defunto (1).

Quanto al regime, precisamente la donazione a causa di morte del diritto romano, non altrimenti che la δόσις del preteso testamento greco, è un acquisto che si fa direttamente di fronte al defunto, non già di fronte all' erede. Gli stessi principi classici, *obligatio ab heredis persona incipere non potest, dominium ab heredis persona discedere non potest*, lo impedivano: quindi è che nella donazione a causa di morte del diritto romano, non altrimenti che nella δόσις del diritto greco, sono ignote tutte le complicazioni che spuntano per effetto del legato a favore di uno dei coeredi e che danno origine all' istituto caratteristico del prelegato.

Come la *donatio m. c.* del diritto romano dipende espres-

(1) È stato supposto bensì che il testamento nelle origini non contenesse che legati. Tutta la struttura arcaica dell'*hereditas* parla contro questa supposizione. L'*hereditas* è il contenuto *essenziale*, tutti gli altri elementi rappresentano superfetazioni nel contenuto del testamento.

Comunque, è certo che noi conosciamo il testamento come atto di designazione dell'*heres* e in nessun modo possiamo attribuire questa denominazione, mettendoci in contrasto con la natura dell' istituto e con le precise attestazioni dei giureconsulti romani, a un atto che non contenga se non legati.

L'espressione « *Legatentestament* » diventa naturalmente in italiano, per l' indole della nostra lingua, « testamento » senz' altro: così, ad es., in questo senso nella pregevole nota del prof. VOGLIANO, *Una iscrizione greca arcaica* in *Atti della R. Accademia delle scienze di Torino* v. 49, 1914, p. 375-384, si sostiene che l' atto è un testamento, non già una donazione a causa di morte. Dato il valore ontologico che ha ormai assunto la parola, io non avrei nulla a ridire, se si tenesse presente che nel diritto romano questo istituto non è in niun modo un *testamentum* e viceversa corrisponde, *sempre nel diritto romano*, per tutti gli elementi, *anche per quelli che si danno come caratteristici del concetto ontologico di testamento*, alla *donatio mortis causa*. Osservo soltanto che l' iscrizione commentata dal Vogliano deve integrarsi nella clausola centrale « δίδοτι ταὐτ [ὀ] πάντα καὶ ζωὸς [καὶ θ]ανόν »: la lacuna non può in niun modo esser colmata leggendo, col Vogliano, [καὶ ἰκ] ανός in quanto, come gentilmente mi comunica l' insigne collega Remigio Sabbadini, che ha pure vista, oltre la fotografia, l' epigrafe stessa, non solo in questa non c'è posto che per 4 lettere, non per 6 (su di che il V. stesso conviene), ma è egualmente sicuro in base alla grafia dell' epigrafe che la lettera finale non può esser resa per un ς, bensì per un ν. Ciascuno vede inoltre come la clausola risulti armonica e acquisti senso e valore.

samente, o anche tacitamente, in base alle circostanze, dall'evento della morte, e di regola il testatore si riserva il godimento della cosa sino alla morte (1), così la διαθήκη contiene, di regola, la clausola che la δόσις sarà valida per il caso di morte del donante (ἐάν τι πάσχω ἀνθρώπινον e simili) e che il donante si riserva il godimento vita natural durante.

La *donatio m. c.*, a differenza del testamento, non ha forme speciali che la distinguano dalle cosiddette donazioni *inter vivos*, cioè dalla donazione comune, che i Romani chiamano *directa*, *absoluta*, *non mortis causa*. Soltanto Giustiniano ha creato delle formalità speciali, costituendone quasi un istituto a sè, e riavvicinandola con un tentativo mal riuscito ai legati.

Egualmente la δόσις del testamento greco non ha forme speciali, che la distinguano dalle donazioni comuni. Così il linguaggio, come la forma sono talmente promiscui da costituire il maggior rovello degli ellenisti, e suscitare di frequente il dubbio se si tratti di una donazione *inter vivos*, di una donazione *mortis causa* o di un testamento, secondo l'uso erroneo di questa parola.

Ma il punto culminante e caratteristico di corrispondenza tra la *donatio m. c.* romana e la διαθήκη ellenica è precisamente quel momento che si suole stabilire come caratteristico nel diritto greco per la separazione del preteso testamento dalla donazione a causa di morte. La donazione, si dice, è un contratto che vincola irrevocabilmente. Il testamento è un atto autonomo, cioè unilaterale e revocabile. Siamo in presenza di definizioni ontologiche, sostituite alle realtà storiche. La donazione romana non è un *contractus* nel senso romano, ed è assai dubbio se sia un contratto nel senso moderno, cioè se richieda per la sua validità l'accettazione da parte del donatario. Più dubbia è la cosa nelle donazioni *mortis causa* e si può dire nettamente esclusa la natura contrattuale nel diritto giustinianeo, in cui l'oggetto donato è acquisito al donatario al momento della morte del donante, senza uopo di tradizione, immediatamente, come il legato, pel quale non si richiede alcuna manifestazione di volontà (2). Ma quello che veramente importa è considerare positivamente il regime della revoca.

(1) Com'è noto, la formula tipica e volgare di questa situazione è la seguente: il donante *se potius habere vult quam eum cui donat*, L. 35 § 3 D. *De mortis causa don. et cap.* 39, 7; L. 1 pr. D. eod. e § 1 in fine l. *De don.* 2, 7; *interpr. vis.* ad L. 1 Cod. Th. *De don.* 8, 12.

(2) L. 2 D. *De publ.* 6,2. Questa legge interpolata da Giustiniano è stata assai torturata, perchè è parso grave l'abbandono della neces-

È controverso se il testamento senza εἰσποίησις fosse revocabile *ad libitum* ovvero occorresse il consenso dell' erede; ma i più ammettono la libera revocabilità (1), anzi con questa ammissione stimano di aver non pure salvato il testamento greco, ma stabilito la sua corrispondenza col *testamentum* romano.

Anche questa controversia è in ultima analisi indifferente per noi: noi possiamo senz' altro ammettere che si debba nel diritto greco nettamente separare la δόσις contrattuale, irrevocabile, e la δόσις egualmente concepita per l'evento della morte, ma unilaterale e revocabile *ad libitum*, in una parola dipendente esclusivamente della volontà del disponente. Ma questa revocabilità *ad libitum* vige precisamente nella *donatio mortis causa* romana: fino all' ultimo momento il donante è libero di ritirare la sua donazione o diminuirla o devolverla a favore di altri (2).

Non indaghiamo le ragioni di questo regime delle donazioni *mortis causa*, che per altro, a nostro avviso, non sono punto recondite, perchè tale era il regime classico di tutti i rapporti pendenti, sia sottoposti ad una condizione vera e propria, sia imperfetti, cioè subordinati ad una *condicio iuris*, per esempio al consenso di un terzo: e per vero in ciascuna di queste ipo-

---

sità della *traditio*, ma in realtà i termini sono chiari, e ora che abbiamo una visione più chiara delle riforme operate da Giustiniano, non giova più ribellarvisi.

(1) V. per tutti BEAUCHET *Hist. du dr. pr. de la rép. ath.*, III p. 608 e segg. e LIPSIUS *l. c.* p. 571 n. 87.

(2) Di recente è stato sostenuto da un giovane e valoroso romanista, il BIONDI (*Appunti sulla donatio mortis causa*, Perugia 1914, parte II), che il *ius poenitendi* del donante è un' innovazione giustinianea. Questa ipotesi non tocca la mia comparazione organica. Essa per altro (l' osservo solo *per incidens*), nonostante l' acume spiegato dall' autore, è dubbia: gli argomenti dal B. avanzati per l' interpolazione dei testi si spuntano e alcuni testi si ribellano assolutamente alla supposizione di un emblema. Quanto poi alla L. 22 D. 24, 1, in cui l'interpolazione è sicura e già riconosciuta, essa fa contro la tesi, perchè mostra piuttosto che nel diritto giustinianeo si esige per la revoca una *espressa* volontà mentre il diritto classico si accontentava persino di una volontà *tacita*, manifestata, come nell' esempio, mediante l' istituzione a erede dello schiavo donato. Inoltre Paolo (*Sent. Rec.* III, 7, 2) conosce già la revoca. Il Biondi sostiene che anche Paolo è stato interpolato dai Visigoti. Ma se così è, il movimento per la libera revoca si sarebbe operato indipendentemente in oriente e in occidente, e i motivi che il Biondi adduce per la riforma giustinianea non valgono a spiegare l' affermazione indipendente del *ius poenitendi* in occidente.

tesi il diritto romano classico ammetteva il pentimento di chi aveva consentito, finchè l'atto non fosse perfetto. Ma è certamente escluso quello che il Bruck accenna (1), che questo diritto di revoca *ad libitum* possa esser derivato da una reazione del testamento sulla *donatio mortis causa*. Anche se ciò fosse vero, si può notare che l'introduzione della revoca *ad libitum* non ha trasformato la *donatio mortis causa* in un testamento. Ma il vero è precisamente che la revoca *ad libitum*, per cui la *donatio mortis causa* del diritto romano si riscontra col preteso testamento greco, non è affatto la revoca del testamento romano.

Si può dire anzi che il testamento genuino romano, il testamento civile, non conosce la vera libertà di revoca. Essa è un'invenzione del diritto pretorio. Noi sappiamo da Gaio (2), che il diritto civile non ammetteva punto che il testamento fosse revocato da un qualunque mutamento di volontà del testatore: anche se questi abbia dichiarato pubblicamente e solennemente il suo pentimento, la sua presente volontà contraria, rotto l'involucro, distrutto e bruciate le tavole testamentarie, nondimeno il testamento vale e valgono tutte le disposizioni che vi sono scritte, *licet eorum probatio difficilis sit*. Il testatore non poteva ritogliere in nessun modo la successione all'erede che aveva una volta istituito, se non istituendo nelle debite forme e in modi validi un nuovo erede; il che si ricollega alla funzione che noi per l'antico diritto riteniamo che fosse propria dell'eredità, ma è nel più vivo contrasto con la libertà di revoca come viene comunemente intesa, e come è effettivamente applicata nel preteso testamento greco e nella *donatio mortis causa* del diritto romano.

La διαθήκη ellenica senza εἰςποίησις può esser benissimo chiamata una disposizione di ultima volontà: adoperare il nome di testamento è un abuso: dedurre poi da questo nome dei pretesi rapporti col testamento romano, mentre l'istituto si appaia perfettamente con la *donatio mortis causa* del diritto romano è un'aberrazione storica, che manifesta soltanto la ineffabile

(1) Op. cit. p. 23 nota 3.

(2) II 151. — Anche il noto adagio *ambulatoria est voluntas defuncti usque ad vitae supremum exitum* è relativo nelle nostre fonti ai legati, ai fedecommessi e alle donazioni a causa di morte, ma, come appare dallo stesso tenore dei passi (L. 4 D. *De adim. vel transf. leg.* 34, 4 e L. 32 § 3 D. *De d. int. v. et ux.* 24, 1), sarebbe per lo meno eccessivo riferirlo alla *institutio heredis*: forse anche in ordine ai legati e fedecommessi la frase è interpolata.

potenza delle parole e la frequenza dei sofismi fondati sull'uso delle stesse parole (1).

---

(1) Il RABEL nella sua elaborata recensione allo scritto del Bruck rileva le meravigliose corrispondenze tra le disposizioni di ultima volontà dei diritti germanici e il testamento greco, e richiama l' attenzione degli studiosi. *Man wird über die Aehnlichkeit staunen* (RABEL *Zeitschr. d. S. Stift. für Rechtsgesch.*, vol. 30, 1909, pag. 473) Il vero è che nei diritti germanici e nel diritto greco siamo veramente in presenza di disposizioni di natura analoga, nè è questo senza dubbio il solo caso nel quale il diritto greco e il diritto germanico si danno la mano, mentre il diritto romano con le sue istituzioni tipiche e originali ci offre esemplari non sempre riducibili negli schemi fissi dei comparatisti, anzi spesso isolati in modo assoluto.

SULLA FONDAZIONE DEL PRINCIPATO IN ROMA

Nota del Dott. EMILIO BETTI

(Adunanza del 6 maggio 1915)

Verso la fine dell'anno 28 e sul principio del 27 a. C., Ottaviano pone, *in forza del* suo potere straordinario *costituente,* per leges datae (iura dedit), il fondamento di una forma di governo monarchico più moderato, ma anche più duraturo di quello retto sinora; depone quel potere e lo restituisce formalmente, *secondo la concezione ufficiale*, al senato e al popolo (Aug. res g. 6,13-16 in consulatu sexto et septimo.... rem publicam ex mea potestate in senatus populique Romani arbitrium transtuli), adempiendo la promessa fatta nel 36 (App. V 132, 548 (7-8)). Egli abolisce il governo anormale e restaura, a partire dal 13 gennaio 27, il governo normale ordinario, non però nello stato pristino, sì con una modificazione profonda (Dio 53,2,5 *ἐπειδή τε πολλὰ ἄλλως τε καὶ ἐν τῇ τοῦ Ἀντωνίου τοῦ τε Λεπίδου συναρχίᾳ, καὶ ἀνόμως καὶ ἀδίκως ἐτετάχει, πάντα αὐτὰ δι' ἑνὸς προγράμματος κατέλυσεν, ὅρον τὴν ἕκτην αὑτοῦ ὑπατείαν προθείς* cfr. 53,16,4 *τὰ περὶ τῆς ἐξωμοσίας τῆς μοναρχίας* Tac. ann. 3,28, sexto demum consulatu C. Aug. potentiae securus — come Sulla nel 79 —, quae triumviratu iusserat abolevit deditque iura quis pace et *principe* uteremur; esagerato Vell. 2.89 restituta vis legibus, iudiciis auctoritas, senatui maiestas, imperium magistratuum ad pristinum redactum modum, prisca illa et antiqua rei p. forma revocata; Ovid. Fast, 1,589 redditaque est omnis populo provincia nostro; Fast. Praen 13 Jan. < rem publicam > p. R. restituit) (1).

---

(1) Avere per la prima volta lumeggiato l'esistenza della concezione ufficiale di cui è parola nel testo è merito del MOMMSEN, *Res gestae d. Aug.*^{1} (1865) 98. *Röm. Staatsrecht* 2^{1}, 707^{4}. 708^{1}; cfr. 709 (Die formale

Dopo un'epoca di violenza e di sforzo materiale, come quella delle guerre civili che hanno fiaccato ed esaurito le forze della nazione, questa sente il bisogno di pace e il desiderio romantico di tornare a un passato migliore. Nelle lotte terribili delle guerre civili l'idea repubblicana genuina di *libertà* è andata perduta e distrutta, l'opera d'arte meravigliosa della repubblica antica è andata in frantumi: si tratta ora di vedere quali resti dell'edificio crollato possano ancora servire per un nuovo edificio (1). Se Ottaviano si fosse proposto davvero la restituzione della repubblica egli avrebbe dovuto non solo abdicare alla magistratura costituente, ma deporre anche il comando delle provincie e degli eserciti e tornare allo stato di semplice privato come già L. C. Sulla, o almeno di magistrato ordinario. Ma — certo con vantaggio dello Stato romano nelle condizioni a cui è ridotto — egli non ha mai avuto in realtà tale proposito, o almeno solo velleità più o meno simulate di fronte all'opinione pubblica (Suet. Aug. 28, 1, de reddenda re publica bis cogitavit primum post oppressum statim Antonium, memor obiectum sibi ab eo etc.). Egli ha compreso la necessità che il comando della forza militare si accentri nella persona di lui solo, il pericolo ch'essa venga ripartita tra più proconsoli (Suet. Aug. 28,1 sed reputans et se privatum non sine periculo fore et illam (rem p.) *plurium arbitrio* temere committi etc.). Per ciò egli si risolve a restituire agli organi costituzionali quanto del potere triunvirale ritiene essergli divenuto superfluo e *non può* conservare alla lunga perchè contraddittorio e affatto incompatibile con la costituzione repubblicana normale; è deciso per contro a conservare di diritto, o almeno di fatto, quanto di quel potere gli è necessario per impedire nuove guerre civili ed è compatibile nella forma con una costituzione repubblicana modificata (in questo senso Suet. Aug. 28,1 in retinenda (re publica) perseveravit) (2).

---

und officielle Auffassung). 2³, 746¹⁻². 747; cfr. KORNEMANN *Die röm. Kaiserzeit* in *Einleitung in die Altertumswissenschaft hgg. v. Gercke u. Norden* III² 275 e PETER (H.) *Die geschichtliche Litteratur ü. d. K.* : I, 458.

(1) Questo efficace paragone è del GARDTHAUSEN, *Augustus und seine Zeit.* I Th. 2 Bd. 518-19. Cfr. NORDEN *Die antike Kunstprosa* 240; SEECK, *Kaiser Augustus* 123; ELTON, *The Augustan age* (1899).

(2) Su ciò v. RANKE, *Weltgeschichte* II¹⁻², 2, 395 sg.; MOMMSEN, *Res gestae divi Augusti*¹ 98-99; GARDTHAUSEN, *Aug. u. s. Z.* I, 2, 520-21; Ad. SHMIDT, in *Allgemeine Zeitschrift für Geschichte* 9, 335-36 *(Abhan-*

In realtà ciò che Ottaviano restituisce al senato e al popolo è il *potere legislativo;* per contro egli mantiene, confermatogli dal senato identico nella sostanza diminuito nella forma, il potere governativo col nome di princeps (rei publicae), ossia « *il primo dei cittadini* » (cfr. p. es. il termine princeps senatus). Il potere governativo nel rispetto militare resta *monarchico* del princeps (1); nel rispetto provinciale, finanziario e amministrativo in generale *diarchico* del senato (della magistratura ordinaria) quale rappresentante autonomo del vecchio Stato-città e successore nei diritti del popolo, e del princeps quale rappresentante storico del nuovo Stato-impero, successore nei diritti del senato repubblicano (2). Ciò però non è da intendere nel senso d'una diarchia *pari* e d'una *divisione netta* di competenze, poichè al princeps è attribuito un esteso potere d'ingerenza e di controllo generale nella sfera di competenza del senato: non si fa tra le sfere rispettive di competenza una delimitazione netta, bensì la competenza del senato sta con quella del princeps in rapporto o di concorrenza o di subordinazione e questa *soverchia* quella (3). Dal punto di vista politico Ottaviano stringe

---

dlungen 453) ove è una perspicua esposizione delle ragioni politiche per cui Ottaviano si è deciso a conservare il potere; cfr. GARDTHAUSEN, *op. cit.*, I, 3, 1338. 1346 sg. (Appian bell. civ. 5, 132; Dio 49, 15, 1) e MEYER in *Histor. Zeitschr.* 91 (1903) 402-3. 405.

(1) Il carettere del principato quale *monarchia* militare dal punto di vista dell'imperium militare (accentuando la parola « militare » è ben rilevato dagli storici (p. es. GARDTHAUSEN e MOMMSEN in *R. Geschichte* III Die Begründung der Militärmonarchie) ma non è abbastanza rilevato dai giuristi (p. es. MOMMSEN in *Staatsrecht*); v. però ABELE *Der Senat unter Augustus* 25-26. Del resto il principato *come tale* non può definirsi quale monarchia *militare* (accentuando la parola « monarchia ») (cfr. HERZOG *Gesch. u. Syst.* 2, 211 sg.).

(2) La designazione di « diarchia » é del MOMMSEN *Staatsrecht* 2[1], 709. 2[3] 748; cfr. KARLOWA *Röm. Rechtsgesch.* 1, 492. Se non che essa ha piuttosto il valore storico accennato nel testo, che un valore giuridico rigoroso: v. PETER (H.) *Die geschicthliche Litteratur über die röm. Kaiserzeit* 2, 4 sg.

(3) V. in questo senso ABELE, *Der Senat unter August* 16-17 criticando il concetto di una divisione netta dell'amministrazione, che sarebbe stata ineseguibile; v. H. SHILLER, *Gesch. d. röm. Kaiserzeit* I, 1, 151-2 sg. (cfr. anche FABRICIUS (E.) in *Bericht der Heildelberg Historikerversammlung* 10) il quale bene accentua la *preponderanza* del princeps sul senato. Il *problema* del carattere giuridico del principato che dal MOMMSEN era stato risolto con la formola della diarchia (ossia

con l'organo ch'era sovrano di fatto nella costituzione repubblicana, un *compromesso:* rinuncia alla sovranità formale cedendo a quello l'apparenza della libertà, e restaura la costituzione repubblicana in quanto sia compatibile con la sua posizione di preminenza (principato), e per compenso si fa conferire o confermare come conforme alla nuova costituzione l'imperium militare-provinciale: rinuncia al superfluo e al formale per assicurarsi l'indispensabile e l'essenziale (1). Il suo potere perde così il carattere della personalità e del privilegio, acquista quello di costituzionale, definitivo e, in questo senso, normale. Una negazione violenta e totale della repubblica come quella operata dalla dittatura di Cesare non poteva impedire il ritorno della repubblica stessa; affermandosi come anormale, presupponeva appunto come normale quella forma di governo ch'essa negava e, una volta cessata per la morte del titolare, ne pro-

---

nè repubblica, nè monarchia) è stato *posto* di recente in termini illegittimi: se esso sia cioè una repubblica *ovvero* una monarchia. Il carattere originario (nella mente di Ottav.) del principato quale repubblica sostengono ED. MEYER *Kaiser Augustus* (*Histor. Zeitschr.* 91 N. F. 55 (1903), 385 sgg.) e FERRERO in *Grandezza e decadenza di Roma* 3, 564 sgg. e 4 (La repubblica di Augusto). Contro tale interpretazione hanno accentuato il lato *non repubblicano* del principato nella realtà effettuale del suo svolgimento, già vivo Augusto: GARDTHAUSEN *Kaiser Augustus* in *Neue Jahrbücher f. das classische Altertum* 1904, 241 sgg.; NEUMANN in *Bericht der Heidelberger Historikerversammlung* 8-9 (ivi anche FABRICIUS, 10); ABELE *Der Senat unter Augustus;* PÖHLMANN in *Ullsteins Weltgeschichte* 1 509 sgg.: cfr. inoltre ARNOLD *Studies of Roman Imperialism* 18 sgg. 49 sgg. La soluzione della controversia sta, a nostro avviso, nella formola seguente: il principato è una costituzione ibrida che presenta due lati: uno volto *verso il passato*, repubblica; l'altro volto *verso l'avvenire*, monarchia: quello destinato, nello svolgimento ulteriore (cfr. Ad. SCHMIDT in *Allgemeine Zeitschrift für Geschichte* 9, 341-2), a essere soverchiato e assorbito da questo. Secondo che lo si guarda dall'uno o dall'altro lato il principato si presenta quale pura repubblica o quale pura monarchia; ma la veduta è appunto perciò, nell'un caso e nell'altro, *unilaterale*. In realtà il principato non è *nè soltanto repubblica nè soltanto monarchia*: esso è *e repubblica e monarchia* insieme: le instituzioni repubblicane coesistono in esso insieme a nuove instituzioni monarchiche (cfr. in senso analogo KORNEMANN *D. röm. Kaiserzeit*[2] 376 sgg.). Cfr. sotto n. ultima.

(1) Cfr. GARDTHAUSEN *Augustus u. s. Z.* I, 2, 320-21; W. T. in *Real-Encyclopädie hgg. v. Pauly* 5, 836 « um das Unrepublikanische des beständigen Imperium zu legalisieren ».

vocava senz'altro il ritorno (1). Per contro la negazione conciliativa e parziale che Ottaviano fa della repubblica genuina rende *impossibile per sempre una resurrezione* di quella come tale dopo la morte di lui; poichè tale morte significa soltanto la vacanza d'una magistratura e richiede più tosto l'elezione d'un successore; tutte le provincie amministrate dal princeps e l'esercito stanziale non possono restare un momento senza capo (2).

In questo senso materiale intrinseco è legittimo dire aver Ottaviano nel 27 seppellito sul serio e per sempre la repubblica, instaurata davvero la monarchia non ostante, anzi appunto per,

---

(1) Cfr. MOMMSEN *Staatsrecht* 2[1] 695 sg. 2[3]. 733 sg. Ogni forma violenta di negazione politica o sociale lascia, in certo senso, intatto lo stato di diritto ch'essa tende a rovesciare; in questo senso è vero che non è possibile fare una *rivoluzione* durevole senza averle preparato il terreno con una *riforma* (cfr. HEGEL *Philosophie des Geistes* in *Werke* 7, 2, 434). La dittatura di Cesare è stata una rivoluzione effimera contro la repubblica: il principato di Ottaviano è una *riforma della repubblica*, che ha un effetto latente profondamente e durevolmente rivoluzionario. Cfr. anche RANKE *Weltgeschichte* II, 2, 394. Il modello di Cesare era Alessandro Magno (ED. SCHWARTZ in *Hermes* 32, 573; ED. MEYER in *Histor. Zeitschr*. 91 (N. F. 55), 406: KORNEMANN in *Philologus* N. F. 14, 423 e in *Neue Jahrbücher* 21, 251); il modello di Ottaviano (cfr. MEYER in *Historische Zeitschr.* 91, 402-3) è più tosto in parte L. Cornelio Sulla, in parte Cesare (Suet. Jul. Caes. 77 Sullam nescisse litteras, qui dictaturam *deposuerit*) (cfr. Dio 45. 2, 7).

(2) Cfr. GARDTHAUSEN *Augustus und s. Zeit* I, 2, 521. Del resto la successione nel principato non è regolata mediante interregnum come nel periodo regio e nella repubblica (MOMMSEN *Staatsrecht* 2[1], 1132 sgg.) Ciò però non significa che con la morte di ciascun princeps torna ogni volta in vigore la costituzione *repubblicana pre-augustea*, bensì soltanto che le funzioni costituzionali del princeps divengono *vacanti*, ossia che lo Stato, *entro i limiti* di quelle funzioni, si trova in stato di *anarchia* (di necessità, di guerra), di fronte al quale la proclamazione di un nuovo princeps appare, nel carattere giuridico, quale conferimento del comando nello stato di necessità (Notstandscommando) (cfr. MOMMSEN *Staatsrecht* I[3] 688. 694 sgg. con II[3] 843-844). Da questo punto di vista è da risolvere la controversia sorta sul carattere giuridico della rivoluzione di Vindice (MOMMSEN in *Hermes* 13, 90 sgg. (*Ges. Schriften* IV 333 sgg.) 16, 147, sgg. (*Scriften* IV 347 sgg.); H. SCHILLER in *Hermes* 15, 520 sgg., in *Gesch. d röm. Kaiserzet* I, 162-5 e in *Bursians' Jahresbericht* 15, 500 sgg.; ASBACH *Römisches Kaisertum und Verfassung* 40; KORNEMANN *Die römische Kaiserzeit* in *op. cit.* 278 sgg.).

l'apparenza del contrario (cfr. Dio 52,1,1 *ἐκ δὲ τούτου μοναρχεῖσθαι αὖθις ἀκριβῶς ἤρξαντο καὶ τοι Καίσαρος βουλευσαμένου τά τε ὅπλα καταθέσθαι καὶ τὰ πράγματα τῇ τε γερουσίᾳ καὶ τῷ δήμῳ ἐπιτρέψαι.* 53,11,5 *ὡς ἀληθῶς καταθέσθαι τὴν μ. ἐπεθύμησε* Strab. 17,3 25 *κύριος διὰ βίου)* (1). L'imperium conservato da Ottaviano nel 27 viene in sostanza conservato dal periodo precedente e soltanto trasformato in normale, ossia costituzionale; la restituzione non è dunque totale e senza riserve, bensì momentanea, nello scopo di *riottenere come legittima* e indiscussa parte di quanto restituisce. Dal punto di vista politico-materiale v'è tra la monarchia di Ottaviano del 31-27 e il principato di lui dal 27 in poi una continuità analoga a quella che v'è dal triunvirato alla monarchia del 31-27. Il principato, quale compromesso tra forma e sostanza porta implicito il germe del « dominato », impresso il marchio d'origine dal potere dittatorio di Cesare e triunvirale di Ottaviano (2): solo il generale che dispone di un proprio esercito può trattare su piede d'eguaglianza coi suoi emuli e col senato. Il potere che Ottaviano si riserva e si assicura pel futuro è quello fondamentale di *disporre, solo, di* tutta la *forza militare* dell'impero. L'innovazione di principio della

---

(1) La mentalità ellenica dei due scrittori citati è in generale, più atta a cogliere l'aspetto politico-reale che non quello giuridico-formale dei mutamenti di costituzione: una osservazione consimile ha fatto il Rehm nella sua Geschicte der Staatsrechtswissenschaft (in *Handruch d. öffentl. Rechts Einbetungsbd. hgg. v. Marquardsen-Seydel* I Abth) 64. 70. 91. 96 a proposito degli scritti giuridico-pubblici di Aristotele. Anche un confronto tra il de legibus di Cicerone e il libro analogo di Platone rivela tutta la differenza che v'è tra la mentalità romana e quella ellenica: l'una positiva, giuridica, l'altra speculativa, politica. Non è dunque un caso che la concezione del principato quale monarchia prevalga negli scrittori ellenici. In Dione poi s'aggiunge la circostanza ch'egli senz'accorgersene *anticipa* l'intero svolgimento del principato sino a lui, trasferendo al tempo di Augusto lo stato di diritto del tempo suo, p. es. nel discorso di Mecenate (cfr. Ed. Meyer in *Histor. Zeitschr.* 91, 389[1-2]; P. Meyer *De Maecenatis oratione a Dione ficta*).

(2) La continuità storica — non ostante la discontinuità giuridica — tra le magistrature costituenti e il principato è innegabile: di qui anche l'intimo carattere *anti*-repubblicano della nuova magistratura (Puchta *Institutionen* 1^5, 376). Dal punto di vista di quella continuità p. es. nell'amministrazione finanziaria l'anno 27 a. C. non ha (cfr. Abele *Der Senat u. A.* 16^5 v. però p. 25) per la nuova costituzione quel significato di « anno di nascita » che gli si deve attribuire dal punto di vista formale.

nuova costituzione — di cui l'ideatore e il padre è C. Giulio Cesare — di fronte a quella repubblicana genuina — che non ha conosciuto se non generali annuali o post-annuali — consiste appunto in ciò, che il comandante militare supremo *unico* conserva di fatto il suo potere *a vita* (Strab. 17,3,25 *διὰ βίου)* e lo può collegare con altre magistrature ed esercitarlo anche nella sfera di competenza *domi*. Il principio che tutte le legioni in tutto l'impero, senza differenza di quartiere e di posizione prestano al princeps il sacramentum militiae e obbediscono a lui soltanto, quale loro sovrano, è il vero e proprio fondamento reale del principato (1).

Questo è una soluzione provvisoria del compito di conciliare diritto e forza, repubblica (Stato-città) e impero. Dal riservarsi pieno e intero il potere militare (cfr. Dio 53,12,3 *ἔργῳ δὲ ἵνα ἐπὶ τῇ προφάσει ταύτῃ... αὐτὸς δὲ δὴ μόνος καὶ ὅπλα ἔχῃ καὶ στρατιώτας τρέφῃ)* Ottaviano trae egli stesso, e in parte lascia al tempo di trarre le *conseguenze* logiche che vi sono implicite e ne derivano di necessità. Il comando supremo dell'esercito importa infatti naturalmente anche il diritto di decisione sovrana della pace e della guerra (Strab. 13,3,25 *ἡ πατρὶς ἐπέτρεψεν αὐτῷ τὴν προστασίαν τῆς ἡγεμονίας, καὶ πολέμου καὶ εἰρήνης κατέστη κύριος διὰ βίου)* e la rappresentanza diplomatica dello Stato romano nei rapporti internazionali, finora competenza esclusiva del senato. La difesa dell'impero, l'accampamento e il vettovagliamento dell'esercito importano a lor volta pel capo militare l'amministrazione delle provincie di confine più importanti e insieme il diritto di alta sorveglianza di tutta l'amministrazione finanziaria in genere (cfr. Cesare in Dio 42, 49, 4 *δύο εἶναι λέγων τὰ τὰς δυναστείας... φυλάσσοντα καὶ ἐπαύξοντα, στρατιώτας καὶ χρήματα)* — data l'importanza capitale dell'esercito —, e in specie di quella delle altre provincie che devono

(1) V. SCHMIDT (Ad.) in *Allgemeine Zeitschrift f. Gesch.* 9, 343; GARDTHAUSEN *Augustus* 1, 2, 523-24; MOMMSEN *Staatsr.* 2^1, 795. 2^3, 848; ABELE *Der Senat* 25-26; HERZOG *Gesch. u. Syst. d. r. Staatsverf.* 2, 211 sg. Cesare é appunto il padre di quel sistema politico che si chiamerà Cesarismo (imperialismo) v. in prop. ROSCHER *Caesarismus* 693 sgg.. RÜSTOW *Der Caesarismus etc.*; WUTZDORFF *Wie gestaltete sich der Caesarismus unter Octavian?* L'accentramento dell'imperium militae nelle mani d'un solo è del resto un « ricorso storico » dell'imperium regium e, in certo senso, dell'imperium consolare più antico quando il consolato era l'unica magistratura.

contribuire al suo approvvigionamento (1). La base essenziale e sicura del principato sono — come della dittatura di Cesare e del triunvirato — e restano sino alla fine, le *legioni* e le *provincie:* il buon volere del senato e del popolo, del sovrano governativo e legislativo anteriore, è un elemento secondario della nuova forma di governo: vinti o soverchiati nelle guerre civili dalla forza dell'esercito organo del nuovo Stato-impero, questi organi del vieto Stato-città hanno perduto tutto il significato politico primitivo (2).

La ragione ufficiale con cui si afferma l'invadenza e la sostituzione del nuovo magistrato nelle competenze del senato e del popolo è quella di *provvedere in guisa straordinaria* ai compiti di governo più gravosi e più pericolosi, lasciando agli organi ordinari il godimento indisturbato della competenza loro lasciata (Dio 53,12,3 *λόγῳ μὲν ὅπως ἡ μὲν γερουσία ἀδεῶς τὰ κάλλιστα τῆς ἀρχῆς καρπῶται, αὐτὸς δὲ τούς τε πόνους καὶ τοὺς κινδύνους ἔχῃ, ἔργῳ δὲ ἵνα ἐπὶ τῇ προφάσει ταύτῃ ἐκεῖνοι μὲν καὶ ἄοπλοι καὶ ἄμαχοι ὦσιν, αὐτὸς δὲ...)*. L'usurpazione si riveste delle forme della tutela e del patronato (Dio 53,12,1 *ὡς καὶ ἐπιμελείας τινὸς δεομένων)* — come nella moderna politica imperialistica delle grandi potenze (3) —. Sotto queste forme il « principato » diverrà onnipotente e progredirà a « dominato » ossia ad impero assoluto di tipo orientale trasformandosi il princeps rei p. in dominus rei publicae; nella sua origine per contro esso

(1) V. GARDTHAUSEN *Augustus* 1, 2, 525 sg.

(2) GARDTHAUSEN *Augustus* 1, 2, 525. La crisi della repubblica si è espressa in una lotta (guerre civili) tra forza e diritto formale, tra proletariato e aristocrazia, tra il nuovo Stato-impero (provincia) e il vecchio Stato-città (res publica) (MEYER in *Historische Zeitsch.* 91 (1903) 406-7) pel ristabilimento dell'equilibrio dopo lo squilibrio sorto tra loro dalle conquiste del II sec. a. C. (cfr. p. es. AD SCHMIDT in *Allgemeine Zeitschrift f. G.* 9, 331). Nel principato gli organi dei due mondi politici antagonistici, il generale dell'esercito dall'un lato, il senato i comizi le magistrature dall'altro sono venuti a un compromesso; ma questi ultimi appaiono subito, nella loro impotenza, ruderi di un edificio caduto, destinati a scomparire.

(3) Perciò lo SCHMIDT (Ad.) in *Allgemeine Zeitschrift f. Gesch.* 9, 338 (*Abbandlungen* 456) designa quale tendenza fondamentale del principato l'*accentramento mediante mistificazione.* Il medesimo scopo di provvedere a compiti eccedenti la capacità delle magistrature ordinarie è stato il motivo delle magistr. straordinarie così frequenti nel periodo di crisi della repubblica: anche per questo rispetto esse precorrono dunque il principato.

significa la reazione della concezione magistratuale romana alle concezioni *assolutistiche* orientali-elleniche, anzi che un riconoscimento loro nell'organismo dello Stato romano (1). Per intanto il mutato valore del predicato imperator assunto — dopo Cesare — da Ottaviano come praenomen è l'indice più significativo del mutamento profondo avvenuto: il titolo con cui i generali repubblicani sono stati chiamati per breve tempo dall'esercito prima che venisse licenziato, il nuovo generale unico dell'esercito stanziale lo assume a vita come, insieme, capo dello Stato. Siccome è titolo puramente formale per l'una parte, per l'altra perpetuo, quello d'imperator è atto a divenire, dopo deposto l'imperium della magistratura costituente, espressione di un imperium (in senso materiale) più limitato (2).

---

(1) Una reazione analoga contro l'anarchia del 3º secolo (2ª metà) d. C. segnerà più tardi a una volta la costituzione dioclezianea (su cui v. KARLOWA *R. Rechtsgesch.* 1, 822-25): il primo pieno riconoscimento della *despotia* sarà la costituzione costantiniana (SCHWARTZ ED. *Kaiser Constantin und die christliche Kirche* (1913); BURCKHARDT *Die Zeit Constantins d. G.*). Tutto lo svolgimento intrinseco del principato significa la graduale *denuncia* del compromesso augusteo (MOMMSEN *Staatsr.* 2[4], 710. 2[3], 748; cfs. GSELL (St.) *Essai sur le règne de l'empereur Domitien* (1893) rec. da CAGNAT in *Revue critique d'histoire et de littérature* N. S. 37 (1893), 447 sg). Nella costituzione dioclezianea-costantiniana scompare ogni traccia dello Stato-città, della *res publica* romana quale elemento efficiente (HERZOG *Gesch. u. System* 2, 597 sgg.; M. L. HARTMANN *Gesch. Italiens im M. A.* I, 71 sgg.)

(2) L'imperium in senso materiale presuppone sempre — dopo sorta la pluralità delle magistrature — certe *determinazioni* di grado o titolo (= magistratura) e di competenza (= provincia) (Cfr. MOMMSEN *Die Rechtsfrage zwischen Cäsar und dem Senat*, cap. I in *Gesammelte Scriften* IV (*Histor.* I) 92-100). Privato di quelle determinazioni l'imperium diviene soltanto *formale*, non contiene cioè più il potere di assumere di propria iniziativa il comando di eserciti o di provincie bensì solo certi diritti onorifici (GUNTER *Die Provinzialverwaltung der Triumvirn* (diss. 1892) 56 sgg.); ma esso si riempie di nuovo contenuto non appena altre determinazioni di esso vengano espresse da una lex o da un sen. cons. (Cfr. KROMAYER *Die rechtliche Begründung des Principats* 29[1]). La caratteristica del nuovo titolo d'imperator sta nella assunzione di esso quale praenomen, nella sua *stabilità*: ciò che nella costituzione repubblicana era titolo effimero del magistrato annuale entro i limiti della carica, nella nuova costituzione diviene titolo personale duraturo del magistrato vitalizio (Dio 52, 41, 3-5). Siccome Ottaviano non ha preso dal padre adottivo nomen gentile e cognomen ma, mentre ne ha assunto il cognomen (Caesar), ha rinunciato al nomen

Dal punto di vista giuridico-formale e secondo la concezione ufficiale, la nuova costituzione si presenta quale *reazione* al preesistente stato anormale della res publica oppressa dalla dittatura di Cesare, dal triunvirato e dalla monarchia (31-27) di Ottaviano; le magistrature straordinarie rei publicae constituendae hanno sospeso, come superiori, lo stato normale: la competenza costituente ora deve essere abolita e il governo tornare a magistrature che stanno entro i limiti della costituzione (1). In teoria, al principato è immanente come alla repubblica il principio — sospeso per contro dalle magistrature costituenti — della sovranità del popolo, rappresentato nell'esercito, dal quale il principe tiene il potere esecutivo. Il princeps esercita un diritto proprio, nel senso in cui — secondo la concezione antica dell'*autarchia* magistratuale — lo esercitano tutti i magistrati ordinari del popolo, ossia *in rappresentanza*, autonoma e dipendente insieme, del popolo stesso — non in *sostituzione* di esso come il magistrato costituente. Il princeps è un *magistrato*, non un *potentato per sè stante;* è

---

gentile, così ha dovuto cercarsi un altro denominativo quale nomen gentile e a ciò ha scelto sin dall'anno 40 quello d'imperator (MRAS in *Wiener Studien* 25 (1903) 291). Su tale titolo v.: DE LA BLÉTERIE *Sur le titre d'imperator qu'on donnoit aux Empereurs romains* in *Mémoires de l'Académie des Inscriptions* To. 21 (Paris 1754) 302 sgg.; MOMMSEN *Res gestae divi Augusti*[1] 77 nota. *Staatsrecht* 2[1], 727[1-2]. 2[3], 767 sg. 768[1]. (finzione ufficiale) 846; HERZOG *Geschichte u. System etc.* 2 (Der Name imperator) 127 sgg., KROMAYER *Die rechtliche Begründung etc.* 24 sgg.; GARDTHAUSEN *Augustus* II 2, 288 sgg.; REIN *Imperator* in *Real-Encycl. hg. v. Pauly* 4, 116; CAGNAT *Imperator* in *Dictionaire des ant.* 3, 1, 424 sgg.; ROSENBERG *Imperator* in *Realencyclopädie hgg. v. Wessowa* 9, 1, 1144 sgg.); ABELE *Der Senat* etc. 2 sg.

(1) In ciò consiste il significato intimo del principato *quale riforma* vera e propria della costituzione repubblicana: quest'ultima mentre dalle magistrature costituenti veniva *sospesa* ossia temporaneamente *abolita*, dalla nuova magistratura viene soltanto *modificata*; ma durevolmente modificata in quanto essa vi si inserisce, vi si incorpora come elemento stabile, normale. Questa è la ragione estrinseca di *vitalità* del principato; la ragione intrinseca è la sua rispondenza ai bisogni dei tempi. Cfr. JENTSCH *Ueber die Nothwendigneit und Zweckmäseigkeit der Staatseinrichtung des Augustus* (1834); SCHMIDT (AD.) in Allgemeine Zeitschrift f. G. 9, 327 (*Abhandlungen ges. u. hgg. v. Rühl* 445); NEUMANN in *Bericht d. Heidelb. Historikervers.* 8 sg. Sull'opposizione tra il principato e le magistrature costituenti v. ARNOLD *Studies of Roman Imperialism* 19; KORNEMANN *Kaiserzeit*[2] 277.

tale cioè, che la sua posizione giuridica si fonda su un *rapporto* con la cittadinanza; e non è superiore alla cittadinanza stessa come padrone a suddito, bensì come primo dei cittadini (Aug. res. g. 18,6-8 ἀξιώματι πάντων διήνεγκα, ἐξουσίας δὲ etc.) (1). Esso è bensì un magistrato con competenza *straordinaria*, un nuovo magistrato *di più* previsto dalla costituzione: la sua competenza non è illimitata, ma anzi ben definita come le altre, non superiore alla res publica (costituente), ma anzi inserita nella costituzione, non provvisoria ma anzi innestata, come capace di durata indefinita, sul vecchio tronco della costituzione cittadina, non sovrapposta ma *giustaposta* come straordinaria alle competenze ordinarie; le quali non vengono *sostituite* e rese di fatto superflue, ma *supplite* qua e colà secondo il principio della *opportunità* amministrativa (2).

---

(1) Ἐξουσίας δὲ οὐδέν τι πλεῖον ἔσχον τῶν συναρξάντων μοι (in magistratu conlegae). I colleghi in magistratura a cui qui si allude non possono essere i posteriori conreggenti Agrippa e Tiberio quali detentori della tribunicia potestas, perchè allora Aug. avrebbe detto cosa che già s'intendeva da sè; non sono d'altra parte i magistrati repubblicani in generale (così PÖHLMANN in *Weltgesch.* 510); restano dunque possibili i soli colleghi nel consolato dal 27 al 23 (così KORNEMANN *Kaiserzeit* 276); questo capitolo dev'essese quindi stato scritto da Aug. prima del 23 (KORNEMANN in *Klio* 5, 325). La teoria del principato quale magistratura è merito del MOMMSEN *Staatsrecht* 2¹ 710 sg. 2³, 749 sg. cfr. KARLOWA *Röm. Rechtsgesch.* 1, 491 e MEYER in *Historische Zeitschr.* 91 (1903) 386. La vecchia teoria dominante prima del Mommsen non faceva in generale netta distinzione tra principato e monarchia dioclezianea, comprendendoli entrambi sotto il nome vago d'« impero »; cfr. p. es. AMPÈRE *L'empire romain à Rome* 1 (1867) 191 sg. Critiche alla teoria del Mommsen (p. es. COSTA *Storia del dir. pubblico romano*) sono a nostro avviso giustificate solo in quanto concernono il concetto di diarchia inteso troppo alla lettera.

(2) A ragione il MITTEIS *Röm. Privatrecht* 1, 352 designa quale criterio direttivo del principato non tanto quello di sostituire le forme della costituzione repubblicana, quanto quello di compierle e sostenerle con l'aiuto dell'amministrazione imperiale. Dal punto di vista giuridico il principato non importa quindi l'*abolizione* della repubblica e la sua sostituzione con la monarchia; al contrario il libero governo della res publica da sè stessa è pur sempre lo stato di diritto normale (MOMMSEN *Adsertor libertatis* in *Gesammelte Schriften* 4, 349). L'imperium magistratuale torna, nel princeps, a rendersi indipendente dal senato (popolo) e in parte a sovrapporglisi; ma lascia a quello la sua libertà, non lo asserve (BETTI *Cause ed inizio della crisi della rep.* 75). In qualche

Appendice bibliografica.

Della fondazione del principato e del carattere politico e giuridico di esso nella sua forma definitiva tratta la letteratura monografica seguente che crediamo completa: CYRIACI LENTULI *Augustus sive de convertenda in monarchiam republica; iuxta ductum et mentem Taciti* (Amstel. 1645); GRONOVIUS (JOH. FR). *Oratio de lege regia pro concione* etc. (Lugd. 1678). *Dissertation sur la loi royale, trad p. Barbeirac* avec des notes (1731) KROOL (JOH.) *De artibus quibus Augustus callide rem publicam Rom. invasit* (Trai. ad Rh. 1696); NAST (JOH.) *De prudentia Octaviani Augusti in condendo prisco Romanorum imperio*, ristampato in Opuscula latina XXI 448 sgg,; DE LA BLÉTERIE (abbé) *Traité de la nature du gouvernement romain, sous les empereurs, depuis Auguste jusqu' à Diocletien*, in *Mémoires de Littérature tirés des Registres de l'Académie Royale des Inscriptions et Belles-Lettres* depuis l'année 1747 jusques... l'année 1748 Tome 21, p. 299-332: 302 sgg. I, *(Sur le titre d'Imperator qu'on donnoit aux Empereurs Romains)*, e nei medesimi *Mémoires* etc. degli anni 1752-1754 Tome 25, p. 392-439 II (*De la puissance tribunitienne des empereurs*); SAINTE-CROIX (GUILH.) *Eclaircissemens sur l'autorité légale d'Auguste*, ne' medesimi *Mémoires* etc. degli anni 1784-1793 Tome 49. p. 359-384; APEL (H. F. I.). *Super legislatione imperatoris Roman. Augusti* (Lips. 1765); ERNESTI (J. A.). *Acroasis inedita in Ruhnkenii Valkenaerii aliorumque epistol.* ed. Tittmann 1812, 191 sgg. BUCHHOLZ (FR.) *Von der Verfassung, welche Octavius dem römischen Reiche gab und von den Wirkungen derselben*, in *Journal für deutschland hgg. v. Buchholz* 6 (1816) 120 sgg.; LOEBELL (JOH. W.) *Ueber das Principat des Augustus in Historisches Taschenbuch hgg v. Raumer*

---

monarchia ellenistica si riscontra un dualismo analogo tra monarca e popolo (CARDINALI *Il regno di Pergamo* 211 sgg. 244; KORNEMANN in *Neue Jahrbücher für das classische Altertum* 11, 249. 261): non si deve supporre una imitazione: ragioni storiche consimili conducono in tempi diversi a formazioni consimili. E come in Roma la monarchia si è innestata sulla repubblica, in modo analogo ne' tempi moderni dopo la rivoluzione francese le instituzioni parlamentari, « costituzionali » si sono innestate su la monarchia (PUCHTA *Institutionen* I⁵ 376; KUHLEMBECK *Entwicklungsgesch. d. röm. R.* 1, 313). Per vero in Roma sotto forme repubblicane si è affermato, accanto alla repubblica, un elemento che le è contrario nella essenza sua, che sin da principio la impedisce nella sua efficicienza e che a poco a poco riuscirà a paralizzarla; ma sin che la paralisi non sarà compiuta non si potrà negare l'esistenza della repubblica (PUCHTA *l. cit.*). Il *dualismo* di forme del principato cela una contradizione intima tra res pubblica e provincia che si risolverà a favore dell'elemento che solo é vitale e necessario — la provincia — nel monismo della costituzione dioclezianea.

5 Jg. (1834) 213-280; JENTSCH *Ueber die Nothweudigkeit und Zweckmässigkeit der Staatseinrichtung des Augustus* (Progr. 1834); HANOW *De Augusti principatu* (diss. 1827); NOUGARÈDE A. *Histoire du siècle d'Auguste et de l'établissement de l'empire romain* (1840); W. T. *Octavia gens* in *Real-Encyclopädie d. class. Alterthumsw. hgg. v. A. Pauly* V (1848), 835-842; SCHMIDT (ADOLF) *Die Umbildung der römischen Republik in die Monarchie*, in *Allgemeine Zeitschrift für Geschichte* 5 Jg. (1848) 9 Bd. 326-353, 413-455, 491-510 (ristamp. in Abhandlungen zur alten Geschichte gesammelt und hgg. v. Rühl (1888) 444 sgg.); SCHOLZ (O.) *Ueber den Charakter und die Regierungsprinzipien des Kaisers Caesar Octavianus Aug.* (diss. 1858); ZUMPT (A. W.) *Ueber die Entstehung der tribunizischen Gewalt der römischen Kaiser*, in *Abhandlungen der Wiener Philologenversammlung* 1858, 102 sgg, *Studia Romana* (1859) 248-266; HERZOG (E.) *Die constitutiven Elemente der monarchischen Gewalt des Augustus* in *Jahrbücher fur classische Philologie* 87 (1863) 665-686; DOERGENS (H). *Ueber die Mitregentschaft unter Augustus* (diss. 1865); WUTZDORFF (R.) *Wie gestaltete sich der Caesarismus unter Octavianus?* (Progr. 1866); ASBACH (JU.) *Römisches Kaiserthum und Verfassung bis zur Erhebung Vespasian's* in *Historisches Taschenbuch* 7 (1888) 107-155; KROMAYER (JOH.) *Die rechtliche Begruendung des Principats* (diss. 1888); SEITZ (CH.) *L'oeuvre politique de Cesar jugée par les historiens de Rome au XIX siècle* (1889); DUMÉRIL (A.) *Auguste et la fondation de l'empire romain* in *Annales de la Faculté des lettres de Bordeaux* 1890 p. 1-87; MEYER P. *De Maecenatis oratione a Dione ficta* (1891) (cfr, NEUMANN K. J, *Hippolytos von Rom* 1 (1902) 136 sg,); CICCOTTI (E.) *Augustus* in *Dizionario epigrafico di antichità Romane* ed. da *E. De Ruggero* vol. I disp. 26-7 (1893) (rec. de GARDTHAUSEN in *Wochenschrift für klass. Philologie* 1894, p. 948 sg.); GARDTHAUSEN (V.) *Augustus und seine Zeit* Iter Theil IIter Bd. (1896), 517 sgg. IIter Theil (Anmerkungen) 2ter Bd. (1896) 286 sgg. *Kaiser Augustus* in *Neue Jahrbücher für das klassische Altertum* 13 (1904) 241 sgg. (ristamp. in *Augustus und seine Zeit* Iter Th. 3ter Bd. (1904) 1334 sgg. IIter Th. 3ter Bd. 903 sgg.); SEECK (O) *Kaiser Augustus* (1902) in *Monographien zur Weltgeschichte XVII*; MEYER (ED.) *Kaiser Augustus* (memoria letta al congresso storico di Heidelberg nel 1903) in *Historische Zeitschrift* 101, N. F. 55 (1903) 285 sgg. (ristamp. in *Kleine Schriften zur Geschichtstheorie u. zur wirtschaftl. u. polit. Gesch. des Altertums* (1910) 441 sgg.); FERRERO (G.) *La restaurazione della repubblica* (memoria letta al congresso internazionale di Roma del 1903) in *Grandezza e decadenza di Roma* 3 (1907) 564 sgg. (cfr. vol. IV. La repubblica di Augusto); CAGNAT *Imperator* in *Dictionnaire des Antiquités grècques et romaines* ed. da DAREMBERG et SAGLIO III (1900), 423-434; REIN *Imperator* in *Real-Encyclopädie d. class. Alterthumsw. hgg. v. Pauly* (1846) 116; MRAS (K.) *Der Magnus-Titel des Sex. Pompeius und der Imperator-Titel des Augustus* in *Wiener Studien* 25 (1903) 288-292; ROSENBERG *Imperator* in *Realencyclopädie d. Klass. Altertumsw hgg. v. Wissowa-Kroll* IX, 1, 1139 sgg. 1144-1154; ABELE (TH. A.) *Der*

Senat unter Augustus in *Studien zur Geschichte und Kultur des Altertums* ed. da Drerup, Grimme, Kirsch (Paderborn) I (1907) 2 (rec. da SOLTAU *Wochenschrift für klass Philologie.* 1909, 45). — Della fondazione del principato e del suo carattere politico e giuridico trattano le opere *sistematiche* o *storico-giuridiche generali* seguenti: MOMMSEN (TH.) *Röm. Staatsrecht* 2 Bd. 2 Abth.[1] 707 sgg. [3] 745 sgg. *Abriss d. röm Staatsr* 190 sgg. *Res gestae divi Augusti*[1] 97 sgg.; PUCHTA (G. F.) *Institutionem* § 76, 1[5] 375 sgg.; KARLOWA (O.) *Römische Rechtsgeschichte* 1 (1885) 491-514; HERZOG (E.) *Geschichte u. System der röm. Staatsverfassung* 2 (1887) 136-232; HIRSCHFELD (O.) *Die Kaiserlichen Verwaltungsbeamten bis auf Diolectian*[2] (1905) 466 sgg.; PADELLETTI (G.) Storia del diritto romano ed. dal Cogliolo; KUHLENBECK (L.) *Entwicklungsgeschichte des röm. Rechts* 1 (1910) 313 sgg.; BONFANTE (P.) Storia del diritto romano; COSTA (E.) Storia del diritto romano pubblico; SCHILLER (H.) *Die röm. Staats-und Rechtsalterthümer* in *Handbuch der cl. Alterthumsw. hgg. v. Müller* IV (1877) 2, 572 sgg. 646 sgg.; NEUMANN (K. J.) *Römische Staatsaltertümer* in *Einleitung in die Altertumsw. hgg. v. Gercke u. Norden* 3[2] 457 sgg. 461-468. Del medesimo argomento trattano le opere *storiche-politiche generali* seguenti; LENAIN DE TILLEMONT (S.) *Histoire des empereurs et des autres Princes* etc. 1° vol. (1732); HOECK (K.) *Geschichte vom Verfall der Republik bis zur Vollendung der Monarchie unter Constantin* I (bis auf Nero's Tod), I (1841), 219 sgg. 2, 1-121; DURUY (V.) *Histoire des Romains* (2 édit) III (1881) 699 sgg. 712 sgg. 730 sgg.; MERIVALE (Ch.) *History of the Romains under the Empire* 1 (1850); RANKE (L.) *Welteeschichte*[1-3] II Theil 2[te] Abth. 393 sgg.; SCHILLER (H.) *Geschichte des röm. Kaiserreichs* 1, 1 (1883) 139 sgg. 150 sgg.; DOMASZEWSKI *Geschichte der röm. Kaiser* 1 (1909); PÖHLMANN (R.) in *Ullstein's Weltgeschichte hgg. v. Pflugk Harttung* I (Altertum) (1909) 504 sgg. 509 sgg.; PETER (C.) *Geschichte Roms* II (3 ed. 1871); NIESE (B.) *Grundriss der röm. Geschichte* (1910) in *Müllers Handbuch* III §§ 42, 43; GREENIDGE A history of Rome (1906); PELHAM, Outlines of roman history; BOUCHÉ-LECLERCQ (A.) *Leçons d'istoire Romaine* (1909) 121 sgg. (cfr. anche BLOCH; La republique Romaine (1913); KORNEMANN (E.) *Die römische Kaiserzeit in Eilenitung in die Altertumsw. hgg. v. Gercke u. Norden* 3[2], 210 sgg. in specie 274 sgg. (Republik und Monarchie); cfr. NEUMANN (K. J.) *Hellen.-röm. Geschichte* 492 496; inoltre: ROSCHER *Caesarismus* 693 sgg.; RÜSTOW (F. W.) *Der Caesarismus. Sein Wesen und Schaffen nachgewiesen an einer kurzen Gesch. der röm. Cäsaren* (1879); ARNOLD (W. T.) *Studies of Roman Imperialism* (1906) in specie 18 sgg. 49 sgg. Trattano della vita di Augusto e del suo tempo senza considerare il carattere del principato: DIETERICH (I. C.) *Historia Augusti* (1666); RUFF *Gesch. d. röm. Bürgerkriege vom Anfange d. Gracch. Unruhen bis zur Alleinherrschaft des Augustus* (1825); DRUMANN (W.) *Geschichte Roms in seinem Uebergange von der republikanischen zur monarchischen Verfassung oder Pompeius, Caesar, Cicero und ihre Zeitgenossen* IV[1] 245-302. IV[2] (ed. GROEBE) 258 sgg. (Octavianus); LEGRIS (J.) *Rome, ses novateurs, ses conservateurs et la*

monarchie d'Octave Auguste (1846); HIERONYMI (E. G.) *De Octaviani imperatoris moribus* (1820); AMPÈRE (J. J.) *L'empire romain à Rome* (1867); BEULÉ (E.) *Auguste, sa famille et ses amis* (1867); ELTON (O.) *The Augustan age* (1899); SHUCKBURGH (E. S.) *Augustus, the life and times of the founder of the Roman empire* (1903). — Sulle fonti v.: EGGER (E.) *Examen critique des historiens de la vie et du règne d'Auguste* (1844) e PETER (H.) *Geschichtliche Litteratur der Kaiserzeit* I (1897) 462 sgg.; quest'ultimo tenta di mostrare come l'indirizzo della storiografia concernente Augusto dalla battaglia di Actium in poi sia stato determinato da lui stesso (versione ufficiale . Degli scrittori conservati sono da ricordare: VELLEIO, TACITO, SUETONIO, APPIANO (ed. Viereck) e CASSIO DIONE (ed. Boissevain): quest'ultimo dà la esposizione più compiuta ed è la fonte precipua (PETER H· op. cit. I. 467 sgg. 2,84 sgg,; SCHILLER Geschichte I, I, 139); il valore storico dei libri 52 e 53 delle sue storie é inestimabile (su le fonti di Dione v. ED. SCHWARTZ Cassius Dio in Realencycl. hgg. v. Wissowa III, 2, 1714-20); il discorso di Mecenate (52, 14 sgg.) sul quale v. l'eccellente studio di P. MEYER *De Maecenatis oratione a Dione ficta* (1891) preannunzia nella forma di consigli tutto lo svolgimento del principato sino a Severo Alessandro (su altre fonti v. SCHAOZ *Geschichte der röm. Litteratur* II Teil I Hälfte (3te Aufl.) 7). Il *Monumentum Ancyranum*, edito e commentato dal MOMMSEN (*Res gestae divi Augusti* [1](1865) [2](1883)), è l'altra fonte di capitale importanza: sulla sua origine v. gli scrittori citati da SCHANZ op. cit. 14; sul suo carattere letterario v. gli scrittori citati da SCHANZ op. cit. 15 (BOISSIER, HIRSCHFELD, MOMMSEN, NISSEN, BORMANN, J. SCHMIDT, WILAMOWITZ, GEPPERT, WÖLFFLIN, CANTARELLI, PLEW, GARDTHAUSEN, NORDEN, PETER, KORNEMANN, MISCH, HIRZEL); secondo lo Hirschfeld esso è un testamento politico, secondo il Mommsen un rendimento di conti, secondo il Nissen una iscrizione sepolcrale.

APRILE 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass. min 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	752.0	752.4	753.5	752.6	+ 8.9	+11.1	+ 9.7	+11.2	+ 6.6	+ 9.1	3.9
2	53.6	52.7	53.3	53.2	7.0	11.5	9.0	13.1	5.2	8.6	8.4
3	51.8	49.2	49.6	50.2	8.0	14.2	9.6	14.8	3.8	9.1	—
4	51.1	49.2	48.4	49.6	8.8	15.9	12.4	17.2	4.1	10.6	—
5	47.6	45.4	45.1	46.0	11.2	18.2	12.8	19.2	5.7	12.2	—
6	743.9	741.6	742 3	742.6	+13.8	+19.8	+13.4	+20.3	+ 7.8	+13.8	—
7	40.3	39.4	38.5	39.4	13.3	12.4	11.6	14.4	8.7	12.0	—
8	39.1	36.7	40.5	38.8	11.8	19.8	11.8	21.0	6.8	12.8	4.4
9	45.1	45.1	46.6	45.6	12.9	15·8	10.8	16.4	5.0	11.3	—
10	45.9	42.9	44.5	44.4	9.4	14.4	7.0	16.7	3.8	9.2	—
11	746.5	746.8	749.5	747.6	+ 7.3	+14.4	+ 8.4	+14.8	+ 2.3	+ 8.2	—
12	49.2	47.6	16.8	47.9	10.5	15.2	11.4	16.6	5.2	10.9	—
13	42.9	40.3	41.2	41.5	10.6	15.5	10.8	15.5	4.5	10.4	—
14	42.6	42.2	44.0	42.9	10.1	16.3	11.8	17.6	5.8	11.3	—
15	48.3	49.4	51.8	49.8	11.2	18.0	13.2	19.5	4.3	12.0	—
16	755.1	753.1	753.6	753.9	+11.8	+20.1	+14.4	+20.2	+ 5.2	+12.9	—
17	52.6	51.1	50.5	51.4	13.1	17.0	12.2	18.5	9.0	13.2	—
18	49.5	48.8	48.8	49.0	12.4	16.5	14.8	16.7	8.8	13.2	—
19	48.9	48.3	48,8	48.7	15.5	18.6	15.8	19.2	10.5	15.2	—
20	48.5	46.9	47.9	47.8	16.4	22.3	14.4	22.9	11.4	16.3	—
21	747.7	746.6	746.9	747.0	+14.3	+13.7	+13.6	+14.5	+11.1	+13.4	6.2
22	45.9	44.1	43.7	44.6	13.8	14.5	13.0	16.9	10.0	13.4	4.6
23	43.2	42.2	43.0	42.8	8.1	13.7	12.0	14.1	5.3	9.9	33.3
24	43.9	43.4	44.7	44.0	12.1	16.4	10.0	17.8	7.7	11.9	16.6
25	47.5	47.7	48.7	48.0	11.7	15.2	12.8	17.4	6.8	12.2	1.2
26	749.0	747.9	749.1	748.7	+12.7	+19.9	+12.6	+20.6	+ 7.3	+13.3	9.5
27	49.2	49.1	52.0	50.1	14.2	18.6	12.4	18.8	9.2	13.6	13.4
28	52.7	51.4	51.1	51.7	13.1	16.9	14.4	19.6	10.1	14.3	17.2
29	51.0	49.3	49.7	50.0	14.0	22.1	17.6	23.8	8.5	16.0	—
30	51.5	50.2	51.0	50.9	+15.9	+23.6	+17.2	+24.9	+11.0	+17.2	—
31											
M	747.87	746.70	747.50	747.36	+11.80	+16.72	+12.36	+17.81	+ 7.05	+12.25	118.7

		mm					
Altezza barom.	mass.	755.1	g. 16	Temperatura	mass.	+ 24.9	g. 30
" "	min.	736.7	" 8	"	min.	+ 2.3	" 11
" "	media	747.36		"	media	+ 12.25	

Temporale il giorno 1, 8, 23, 24, 26, 27,
Grandine " " 24, 27
Nebbia " " 3 22 24

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

APRILE 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri 9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	Umidità relativa in centesime parti 9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	Nebulosità relat. in decimi 9h	15h	21h	Provenienza del vento 9h	15h	21h	Velocità media del vento in chilom. all'ora
	mm	mm	mm	mm											
1	7.2	6.6	7.2	6.8	85	67	79	79.9	10	10	10	SE	E	SE	8
2	6.2	6.0	6.3	6.1	82	60	73	74.6	10	7	5	E	S	NW	6
3	6.4	6.6	6.2	6.3	80	55	69	70.9	8	10	6	SE	NE	NW	3
4	6.4	4.9	5.6	5.5	76	36	52	57.6	3	4	0	SE	SW	SW	3
5	6.3	7.0	7.0	6.7	64	45	63	60.2	2	2	4	SE	SE	N	5
6	6.5	7.0	8.3	7.2	54	41	73	58.9	7	7	10	SE	SW	SW	6
7	7.4	8.0	8.2	7.8	65	74	81	76.2	8	9	10	SW	N	N	6
8	7.4	6.2	3.6	5.6	71	36	36	50.6	4	5	6	NW	SE	W	9
9	3.0	2.4	2.4	2.5	26	18	25	25.9	3	7	2	W	W	NE	12
10	5.6	2.0	5.3	4.1	64	16	71	53.2	5	6	2	SE	W	E	7
11	4.8	4.6	5.6	4.9	63	38	69	59.9	1	8	5	CALMA	SE	N	6
12	3.3	3.0	3.1	3.0	36	23	31	33.2	5	5	3	CALMA	E	W	4
13	4.0	3.6	3.1	3.5	42	28	32	37.2	8	9	6	CALMA	S	SW	4
14	4.8	2.0	4.0	3.4	52	15	38	38.2	2	4	4	S	SE	W	6
15	3.1	2.9	3.6	3.1	31	19	32	30.5	1	1	3	E	SW	SW	4
16	5.1	4.7	5.8	5.1	49	26	48	44.2	1	3	10	SE	SE	NE	4
17	7.4	6.4	7.1	6.9	66	44	67	62.2	6	10	10	SE	SE	NE	7
18	8.0	5.8	6.7	6.6	74	42	54	59.9	10	10	10	N	NE	CALMA	3
19	7.2	7.8	7.9	7.5	55	49	59	57.5	10	9	10	SE	S	CALMA	3
20	8.0	8.1	7.5	7.7	58	40	61	56.2	7	7	8	CALMA	SE	NW	6
21	8.9	9.2	8.2	8.6	74	79	71	78.1	10	10	10	E	W	CALMA	4
22	9.6	8.9	8.3	8.8	82	73	75	80.1	10	10	10	CALMA	N	W	4
23	6.7	6.9	7.0	6.8	82	59	67	72.7	8	8	10	N	E	N	5
24	8.1	7.0	7.0	7.2	77	51	76	71.4	10	4	7	SW	S	N	5
25	7.3	7.5	7.2	7.2	71	58	66	68.4	10	7	5	E	NE	W	4
26	7.7	7.2	8.8	7.8	70	42	81	67.7	8	7	8	SW	S	SW	4
27	9.6	9.2	9.5	9.3	80	58	88	78.7	6	8	10	W	S	SE	6
28	8.4	8.3	9.0	8.4	75	58	74	72.4	10	3	5	NW	NW	SW	7
29	9.1	7.1	7.6	7.8	77	36	52	58.4	1	2	0	SW	W	SW	7
30	7.3	8.0	8.1	7.7	55	37	55	52.4	1	3	3	W	S	W	6
31															
M	6.69	6.16	6.51	6.32	64.53	44.10	60.60	59.58	6.2	6.5	6.4				5.5

Tens. del vap. mass. 9.6 g. 22 27
" " " min. 2.4 " 14
" " " media 6.32
Umid. mass. 88 % g. 27
" min. 15 % " 14
" media 59.58 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
9	6	8	18	8	14	13	6	8

Media nebulosità relativa del mese 6,4

Adunanza del 20 Maggio 1915

PRESIDENZA DEL PROF. GR. CR. GIUSEPPE COLOMBO

MEMBRO ANZIANO

Sono presenti i MM. EE. : Artini, Berzolari, Bonfante, Briosi, Brugnatelli, Buzzati, Ceruti, Colombo, De Marchi A., Forlanini, Gabba B., Gobbi, Gorini, Gorra, Jorini, Jung, Menozzi, Minguzzi, Murani, Novati, Paladini, Pascal C., Sala, Salvioni C., Taramelli, Vivanti, Zuccante.

E i SS. CC. : Arnò, Bordoni-Uffreduzi, Carrara, Coletti, De Marchi M., Fantoli, Gabba L. jun., Guarnerio, Livini, Martorelli, Porro E. A., Tansini, Volta, Zunini.

Giustificano la loro assenza per ragioni di salute, i MM. EE.: Celoria, presidente, Gabba L. senior, Lattes E., e, per ragioni d'ufficio, Del Giudice, vice presidente, Mangiagalli e il S. C. Pestalozza.

L'adunanza è aperta alle ore 13,35.

Assume la presidenza, in assenza del presidente, il membro anziano, senatore prof. Giuseppe Colombo.

Dietro invito del presidente, legge il verbale della precedente adunanza il segretario della Classe di scienze matematiche e naturali, prof. Murani. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

Archivio bibliografico coloniale (Libia). Anno 1, N. 1... Firenze, 1915...

Lattes A., Genova nella storia del diritto cambiario italiano. Milano, 1915.

Memoria (In) di Alessandro D'Ancona. Firenze, 1915.

v. Wilamowitz-Moellendorf U., Reden aus der Kriegszeit. Zweites heft. Berlin, 1915.

Indi il segretario dell'Istituto, prof. Zuccante, data comunicazione d'una lettera a lui diretta dal presidente assente,

senatore Celoria, che invita l'Istituto ad esprimere, in quest'ora grave e solenne, la sua fede e i suoi voti per la grandezza della patria, presenta ai colleghi il seguente ordine del giorno, da trasmettere telegraficamente, se approvato, a S. E. il Presidente del Consiglio dei Ministri: « Il Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere, nella sua adunanza d'oggi, 20 maggio 1915, affermando la sua fede nell'avvenire dell'antica nostra terra di civiltà, auspica con fervido animo alla grandezza della patria italiana e plaude al senno del Re e alla sapienza del Governo ».

L'ordine del giorno è approvato dall'unanimità dei convenuti, sorti in piedi plaudenti.

Si passa alle letture.

Il S. C. prof. Pier Enea Guarnerio presenta le sue *Note etimologiche e lessicali côrse* (serie IIª), e ne discorre brevemente.

Il S. C. prof. Riccardo Arnò riassume la sua nota: *Sistema di generazione di oscillazioni elettromagnetiche essenzialmente adatto per scopi di radiotelegrafia e radiotelefonia.*

Il dott. Guglielmo Castelli discorre *Intorno all'origine dell'arrogazione delle donne.* La lettura era stata ammessa dalla Sezione di scienze giuridiche e politiche.

Segue la lettura, pure ammessa dalla Sezione di scienze giuridiche e politiche, del prof. Emilio Betti: *La vindicatio quale atto del processo reale legittimo (Legis actio in rem).* Poichè il Betti non è potuto intervenire all'adunanza, presenta la nota e ne discorre il M. E. prof. Bonfante.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata.

È all'ordine del giorno, anzitutto, la discussione della proposta per la nomina di un Membro Effettivo nella Sezione di scienze mediche. Nessuno chiede la parola sull'argomento; sicchè, a norma di Regolamento, si avrà nella prossima adunanza la votazione su tale proposta.

Segue, nell'ordine del giorno, la discussione della proposta per la nomina di un Membro Effettivo nella Sezione di letteratura e filosofia. Anche qui nessuno chiede di parlare; e la votazione relativa adunque avrà luogo nella prossima adunanza.

Viene poi la votazione per la nomina di Soci corrispondenti nella Sezione di scienze matematiche. Fatto lo spoglio delle schede, scrutatori i MM. EE. Taramelli e Bassano Gabba, risultano eletti i professori: Tullio Levi-Civita della r. Università di Padova; Federico Enriques della r. Università di Bologna; Francesco Severi della r. Università di Padova.

Sulla proposta per la nomina di Soci corrispondenti nella Sezione di scienze politiche e giuridiche — altro argomento all'ordine del giorno — riferisce, a nome della Sezione, il M. E. prof. Buzzati. La relazione verrà stampata e comunicata ai Membri della Classe di lettere e scienze morali e storiche, perchè se ne discuta nella prossima adunanza.

Viene, ultimo, il bilancio preventivo per l'esercizio 1915-1916. Riferisce intorno ad esso brevemente il M. E. prof. Gobbi, censore, anche a nome dell'altro censore, M. E. prof. Jung; e dopo ciò il bilancio viene approvato.

L'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
G. COLOMBO

Il Segretario
G. ZUCCANTE

VERSIONI VARIE CENTRALI E MERIDIONALI DELLA PARABOLA DEL FIGLIUOL PRODIGO TRATTE DALLE CARTE BIONDELLI.

Nota del M. E. CARLO SALVIONI

(*Adunanza del 6 maggio 1915*)

In una nota stampata non ha guari in questi Rendic. (vol. XLVIII, pp. 328-9n), è accennato ai vari luoghi dove negli ultimi anni si sono venute stampando le non poche versioni dialettali della Parabola, raccolte già da Bernardino Biondelli e conservate manoscritte nella Biblioteca Ambrosiana. Rimanevano inedite, insieme ad altre indicate nel citato passo de' Rendic., le poche riguardanti l'Italia centrale [1] e la meridionale non adriatica, spettanti cioè a una regione per cui le versioni o scarseggiano oltremodo o addirittura mancano [2], e per cui quindi le biondelliane sono particolarmente utili. Delle quali, sei spettano alla Toscana [3], tre alle Marche [4],

---

[1] Tra queste, ve n'ha, nella raccolta manoscritta, una rappresentante il dial. di Roma, firmata da Mons. Stefano Rossi, Prelato domestico, e scritta nella calligrafia delle versioni Gråberg (v. qui sotto). Ma è in realtà così poco dialettale, e ha anzi un tale sapore di lingua aulica, che parmi bene il dimenticarla. — S'intende poi che spetti dialettalmente alla region centrale pur qualche versione accolta tra le abruzzesi.

[2] Io non so che d'una versione nel dial. marchigiano d'Arcevia dovuta alla solerzia del prof. Giov. Crocioni, e stampata a pp. 64-5 della costui monografia su *Il dialetto di Arcevia* (Roma 1906).

[3] Ben quattro di esse sono fiorentine. Sennonchè la 3ª e la 4ª dipendono con ogni evidenza l'una dall'altra; la terza migliorando però non poco il carattere dialettale della quarta.

[4] La versione marchigiana che reca il num. VIII, non porta nes-

due a Napoli, e due, una per ciascuna regione, alla Calabria e alla Sicilia. Sono a noi giunti nel manoscritto originale i nn. I, II, VIII, IX, X. Gli altri sono tutti di una sola e stessa mano, una mano che del resto ha vergato più altre versioni della raccolta Biondelli, quelle versioni cioè che s' appalesano come procurate dal conte Gråberg di Hemsö, diplomatico svedese, che dimorò in Italia ne' primi decenni del secolo scorso [1]. Siccome il Biondelli non attese che più tardi a fare direttamente incetta delle versioni dialettali della Parabola, e parte di queste furono a lui cedute dal noto studioso piemontese Giovenale Vegezzi - Ruscalla, che già prima attendeva a una tale raccolta, così dovrem ritenere che pure le versioni procurate dal Gråberg sien giunte al Biondelli per quella via. — I nn. III, V, VI, VII, XIII compajon doppi tra le carte Biondelli ; perchè questi aveva fatto trascrivere parecchie delle versioni, tra cui quelle contrasegnate da quei numeri, in uno speciale quaderno.

I. *Dialetto Contadinesco dei Dintorni di Firenze di uno scrittor di Commedie.*

Vers. 11. E disse di piue: un omo avea do' figghioli. 12. E ippiù gioan di loro disse a so' pa': o me' pa' dachemi chicch' e' mi tocca di me' parte. E ippadre fece le doise. 13. E di lie a quaicche giorno, i' figghiol più gioane, fatto gruzzolo, e se ne partie per un paese lontano: in doe rifinie ugni cosa, spendendo alla scioperaca, e facendo d' ugn' erba un fascio. 14. E doppo ch' e' fu ridotto aivverde, ghiaccadde che in quippaese vienne una gran carestia, cosicchene e' comincioe a aere di bisogno; 15. E' ghiandò a profferirsi a un tale che ghi abitaa in quillogo, e lui lie e' lo mandoe a' so' campi a abbadare a' majali. 16. Egghi arebbe auto un di catti ippoerino d'empirsi iccorpo di chelle ghiande che mangiaano i majali, ma nessuno e' gnene daa. 17. E cominciando a pensare a casi

suna speciale qualifica. Ma il suo carattere marchigiano, e anzi marco-anconitano, risulta chiaro pure attraverso l' abbellimento, cui è stato sottoposta.

[1] Che proprio le versioni sieno state vergate direttamente dal Gråberg lo escluderei per il carattere piuttosto feminile della scrittura, ma certo furono da lui commesse ad altri. Se si considera che il num. III reca la firma di Eleonora Gråberg, ci si può chiedere se non fosse essa la segretaria del diplomatico.

sua, e' dicea fra se: accasa di me' pa' l' opre l' hanno tanto pane, che gnen' aanza; e io chie, caisco morto di fame; 18. I' me n' androe da me' pa' e ghi diroe: i' lo soe, ch' ò peccato contro iccielo e contro di voi, 19. E ch' un mi merito che' vo' mi chiamache vostro figghiolo; ma 'mperoe trattachemi aimmanco come' un di chelli che vo' teneche a opra. 20. E detto fatto, e' se' ne partie, e se n' andò da so' pa, e so' pa aendolo visto che ghiera ancor lontano, e' n' ebbe compassione, e ghi corse iccointro, e diviato e' gli si buttoe aiccollo e lo bacioe. 21. E il figghiolo gli disse: o me' pa, i' ho peccato contro iccielo e contro di voi, e imperoe i' un mi merito che vo' mi chiamache vostro figghiolo. 22. Ma so' pa' disse a so' servi: fache presto, ite a pigghiare e portache quie ippiù beivvestito: mettecheglielo indosso, mettechegli l' anello nniddito, e' carcettini ne' piedi. 23. E menache quie ivvitello ingrassaco, e dachegli suiccapo: e mangiamo e stiamo allegri. 24. Perchene questo me' figghiolo era morto e è resuscitaco: e s' era sperso e s' è ritrovo: e si messono a fa gran festa. 25. Il figghiolo maggiore era aiccampo, e tornandosene accasa, ed essendo giù di lie, udie i suoni e le danze. 26. E bociato a un servo, ghi domandoe chicche volea dir qui baccano. 27. E lui lie ghi rispose: ghi è tornaco vostro fratello, e vostro pa' ghi ha fatto da' suiccapo aivvitello ingrassaco, perchene lo ha riavuto sano e sailvo. 28. E lui allotta rizzò muso, e non voilse entrare in casa: ma escico so' pa, e' cominciò a farghi do' moine, perchene ghientrasse in casa. 29. Ma lui duro duro, tagghiando corto, disse a so' pa: ecco qui: ghie tanto tempo ch' i' vi servo, senza mancammai aimmio doere, facendo ugni volta chicche vo' m' aeche comandaco; e inunnimoe vo' un maveche ma' daco ne anche un capretto pe' far baldoria co' me' amici. 30. E doppo che questo vostro figghiolo ghi ha rifinico tutto issuo con donne che ghi vendean l' amore bell' e fatto, ora che ghi è ritornaco nudo bruco, vo' aeche fatto da' suiccapo aivvitello ingrassaco. 31. Ma so' pa ghi rispose: figghiol mio, tu se' staco sempre con meco, e tutto chicchi ho, e ghi è tuo. 32. Ma un si potea far a meno d' un fa' festa e rallegrassi, poichene questo tuo fratello ghi era morto ed è resuscitaco: ghi era sperso e s' è ritrovo.

[*Suppongo che l'autor della versione, al quale accenna il titolo, sia il fiorentino Giambatt. Zannoni, l'autore di* La Crezia rincivilita *e d'altri scherzi comici in vernacolo fiorentino*].

II. *Dialetto civile di Firenze.* *

11. E seguitò a dire: ci era un tale che aveva due figlioli. 12. Il minore di loro disse a suo padre: datemi quel che mi tocca di mia parte ed il padre fece le divise. 13. E di lì a pochi giorni il figliuolo minore fatto gruzzolo (1) di tutto il suo se ne andò in un paese lontano dove rifinì (2) ogni cosa menando una vita da gran signore. 14. E dato che ebbe fondo (3) a tutto il suo, in quel paese venne una gran carestia, e gli cominciò a mancare il bisognevole. 15. Andò a raccomandarsi a un cittadino di quel luogo il quale lo mandò in una sua villa a guardare i porci. 16. Egli si sarebbe contentato (4) di empirsi il corpo di quelle ghiande che mangiavano i porci ma nessuno gliene dava. 17. Cominciando a pensare a casi suoi diceva fra se: a casa mio padre le opre (5) hanno tanto pane che gliene avanza, ed io qui muojo di fame. 18. Me ne andrò da mio padre e gli dirò: io ho peccato contro il cielo e contro voi. 19. Non mi merito che mi chiamiate vostro figliolo, però trattatemi come uno di quelli che tenete a opra (6). 20. E messosi in cammino (7) se ne andò da padre il quale avendolo visto da lontano, si mosse a compassione, gli corse incontro lo abbracciò, e lo baciò. 21. Il figliolo gli disse: padre mio! ho peccato contro il Cielo e contro di voi, e non mi merito che mi chiamiate vostro figliolo. 22. Ma suo padre disse a suoi servitori presto andate a pigliare e portate qui il più bel vestito: metteteglielo indosso, mettetegli l'anello in dito e calzategli il bornacchini (8). 23. Menate qui il vitello più grasso: uccidetelo, e mangiamolo e facciamo banchetto. 24. Perchè questo mio figliolo era morto ed è risuscitato si era sperso ed è stato ritrovato; e cominciarono a far banchetto. 25. Il figliolo maggiore era in campagna ritornando nell'avvicinarsi a casa sentì che suonavano e ballavano. 26. E chiamò un servitore e gli domandò cosa volesse dire questa festa. 27. E colui rispose e tornato vostro fratello e vòstro padre ha fatto uccidere il vitello più grasso perchè lo ha riavuto sano e salvo. 28. Ed egli arrabbiato non voleva neppure entrare in casa, ma suo padre uscito fuori cominciò a raccomandarsi perchè entrasse in casa.

* [*Quale autor della versione è indicato un signor Cioni*].

29. E colui rispondendo a suo padre gli disse: Ecco qui! sono tanti anni che io vi servo senza aver mancato mai di fare quanto mi avete comandato; eppure non mi avete mai dato ne anche un capretto per mangiarmelo co miei amici. 30. E dopo avere questo vostro figliolo rifinito tutto il suo con donne di male affare ora che se ne ritorna avete per lui ammazzato il vitello più grasso. 31. A cui il padre rispose: figliol mio tu sei sempre stato con me e tutto quello che ho è roba tua. 32. Ma bisognava far festa e banchetto perchè questo tuo fratello era morto ed è risuscitato, si era sperso ed è stato ritrovato.

(1) *far gruzzolo* voce comune del popolo che vuol dire raccolto, e messo insieme tutto quello che gli era toccato di parte. (2) *Rifinire* più che finire consumare voce di uso in questo significato. (3) *Dar fondo* consumare spendere il proprio. (4) *Si sarebbe contentato* il popolo di Firenze direbbe *avrebbe avuto di grazia* e più popolarmente *avuto di catti.* (5) *Le opre* cioè gli operai i mercenarii che lavorano pagati a giornata. (6) *Tenere a opra* impiegare giornalmente come mercenarii. (7) *Messosi in cammino* più comunemente si direbbe *si messe in viaggio, prese la via.* (8) *Bornacchini* specie di stivaletti.

III. *Dialetto fiorentino.*

v. 11. C'era un'oitta un tale, che aéa du' figliòli. 12. E ippiù piccino disse a su pá: Babbo, dachemi un po' la mè parte, ch' i' me la vo' godere a mè mo'. E quibbon omo fece le parte. 13. Cando chesto scapaco fu padrone d'issuo, e' se n'andò chissà doe, e rifinì ugni cosa, vivendo da poco giudizio, sempre all'allegra. 14. Ridotto gnudo bruco, gli saltò addosso un'aittro malanno, i' vo' dire, una carestia da fare abbaiare: 15. Ipperchè, pennun cascar affatto morto di fame, cercò d'entrare a servizio da un uno di quippaese, ch' era ricco sfondaco. Chesto signore lo mando in 'illa a guardare i porci d'issu' contadino. 16. Iddisgraziaco ragazzo imperòe allupava sempre dalla fame; onde per empirsi iccorpo si ridusse a fare a mezzo delle ghiande cor ipporci. Ma era inutile ipparar mano: un c'era nessun che gnene dáa. 17. Alla fine, girandogli iccapo davvero, cominciò a dare spesa a issù cervello, e disse: che grullo ch' i' son staco, io! A casa mi pà v' é un dilùio di servitori, che se ne stanno come papi, e dipanano a quattro doppi, e i' un mi reggo ritto dalla fame. 18. La finirò io questa

musica; i' me n'andrò difilato da immè padre, e gli dirò così: Babbo mio, i' so ch' i' l'ho fatta grossa, e contra Dio, e contra voi. 19. Un son più degno dicchiamammi 'ostro figliólo; fachemi a immeno la carità di pigliammi per 'ostro garzone. 20. E senza dir aittro, prese le su' carabattole, se n'andò peqquivverso. Issù babbo, che non leváa mà gli occhii da chella parte, peddóe quisscapaco se n' era fuggico, 'edúcolo appena da lontano, si sentì dare una stretta a iccóre, e correndo a riscontrallo, te lo serrò 'ntra le braccia, e lo finiva da ibbáci. 21. Quippóero ragazzo, mezzo fór di se, cominciò a gridare: Babbo! perdono, peccarità! sò ch' i' ho peccato 'nverso di Dio, e 'nverso di voi, e so bene ch' i' non mi merito innome di 'ostro figliólo. 22. Allora quibbon omo disse a issu' servitori: presto, andache sù per immè 'estito da gala, e metteceglielo indosso; dachegli immè anello, e un par di scarpe. 23. Scendeche poi nella stalla a prendere ivvitèl più grasso ch' e' vi sia, e dachegli sul capo, poichè voglio che ce lo godiamo. 24. Ora ch' i' ho ritrovo quiffigliólo ch' i' credeo perso e l' ho riaùco vivo cand' i' lo piagneo come morto. Entrachi in seguito atáola, si messero a far tempore.

di Eleonora Gråberg, nata svezzese.

NB. Riscontrato pell' ortografia coi migliori scritti a stampa esistenti.

IV. *Dialetto fiorentino.*

11. C'era una volta un tale, ch' avea du' figliuoli. 12. E i più piccino disse a su pá: Babbo, dachemi un po' la me parte, ch' i' me la vo' godere a mè mo'. E qui buon omo fece le parti. 13. Quando questo scapato fù padrone di suo, e' se n'andò chi sa doe, e rifinì ogni cosa, vivendo da poco giudizio, sempre all'allegra. 14. Ridotto gnudo bruco, gli saltò addosso un'altro malanno, i' vo' dire una carestia, da fare abbaiare: i perchè, per non cascar affatto morto di fame, cercò d'entrare a servizio da uno di qui paese, ch'era ricco sfondato. 15. Questo signore lo mandò in villa a guardare i porci di su' contadino. 16. Questo disgraziato ragazzo allupava però sempre dalla fame; onde per empirsi i corpo si ridusse a fare a mezzo delle ghiande co' porci. Era inutile il parar mano; nessuno gli potea dare il

becco d'un quattrino. 17. Alla fine, girandogli i capo davvero, cominciò a dare spesa a i su cervello e disse: che grullo ch' i' sono stato! A casa mia v'è un diluvio di servitori che se ne stanno come Papi, e dipanano a quattro doppii; ed io non mi reggo ritto dalla fame. 18. La finirò io questa musica: i' me n' andrò difilato a casa mia, e a me padre dirò così: Babbo mio, i' so ch' i' l' ho fatta grossa, e contra Dio, e contra voi. 19. E ch' i' non son degno di chiamarmi vostro figliuolo: fatemi a il meno la carità di pigliarmi per vostro garzone. 20. E senza dir altro, prese su le su' carabattole, se n' ando per qui verso. I su Babbo che non levava ma' gli occhi da quella parte per dove questo scapato se n' era fuggito, vedutolo appena da lontano si senti dare una stretta a i core, e correndo a riscontrarlo,. te lo serrò tra le braccia, e lo finiva da' baci. 21. Qui póero ragazzo, mezzo fuor di sè, cominciò a gridare: Babbo, perdono per l'amor di Dio; so ch' i' ho peccato verso voi, verso Dio, e so bene, ch' i' non mi merito i nome di vostro figliuolo. 22. Allora qui bon omo disse a su servitori: presto, andate su per i me vestito da gala, e metteteglielo in dosso: dategli i mè anello, e un par di scarpe. 23. Scendete poi nella stalla a prendere i vitel più grasso ch' e' vi sia, e dategli sul capo; pocche voglio che ce lo godiamo. 24. Ora che ho ritrovo qui figliuolo ch' io credeo perso, e l'ho riavuto vivo quando i' lo piagnea come morto. Entrati in seguito atavola, si messero a fare tempore.

Prof. Domenico Valeriani
Segretario della Crusca.

V. *Dialetto aretino.*

v. 11. C'era un ómó ch' aiva dú figlióli. 12. E 'l più picino disse al babo: babo, dateme la parte che me tocca. E lù spartì tra de loro el patrimonio. 13. E doppo un pò de dì, misso ensime el bagaglio, 'l citto più picino se n'andette en lonténi paesi, e lì funì 'gni cósa, a forza de scialacquére. 14. E per apunto quando ebbe sciupéto 'gni cosa, vinne la caristìa n' quel paesi, e lo cuminciò a tartassère la fémé. 15. Alora andette e s'appiccò a un signore de quel lógo, ch' el mandò al su podere a guardére i porci. 16. E aribbe vulsuto impire 'l corpo de le

ghiande che mangévéno i porci, e nun gnene deva viruno. 17. Pu artorno 'n se dicìa: quanti sirvitori hano 'n chésa del mi babo péne a buzzeffo, e 'ntanto io mujo de féme. 18. Alziemce, e vimo dal babo, e diciémgli: babo, ho pechéto denanzi al Ciélo, e denanzi a vó. 19. Già un merto piue che me chiaméte vostro figliólo: trattétéme com' uno di vostri sirvitori. 20. E se levó e andó dal su babo: e quando 'l babo el vide balucinér da lonténo, se mosse a compassione, e de corsa se li buttò al collo, e li diéde un bécio. 21. E 'l figliolo li disse: babo, ho pechéto denanzi al Ciélo, e denanzi a vo'; 'un merto piue che me chiaméte vostro figliólo. 22. Alora l' babo disse ai servitori: lesti, cavéte fora el vistuario più bono, e mettetegnene addosso, metteteli in dito l'anello, e le scarpe ai piei. 23. E tirate fóra 'l vitello grasso, e amazzètelo; e mangémo, e stémo alegramente. 24. Perché 'l mi figliólo era morto e è arvisoléto; s' era pirduto, e s' è artróvo. E cumincionno a mangére.

del Tenente Oreste Brizi, bibliotecario.

VI. *Dialetto sanese.*

11. Un cert' omo avea du' figliòli. 12. E 'r più piccino de loro disse ar su' babbo: Babbo datimi quer che mi tocca di mi parte; e lui spartie fra loro il su' patrimonio. 13. E di li a pòo, mess' assieme tutti e su 'apitali, sto monello se n'andòe lontano lontano, e in un attimo spreòe tutte le su' sostanzie, cor una vita da pò di buono. 14. E dopo chene ebbe sciupato ogni 'osa, viense in quer paese un 'arestìa, ma con tutti e fiocchi, e lui prencipiòe a 'essar ridotto ar verde. 15. E se n'andòe di line, e s'appiccicòe a un de (?) signori di quer paese, che lo mandòe in della su' villa a guardar 'e porci. 16. E si spirava di fare una scorpacciata delle jande, de que' porci manicavano, ma nissuno gniene dava nemmeno un briciolo. 17. Allotta rientrato in sene, scramòe: Quanti servitori in della 'ása der mi babbo sguazzano in der pane, ed io quine casco morto di fame! 18. Sue via, animo; agniamo dar mi babbo, e gli diròe: Babbo, i' ò fatto un gran peccato contro il cielo, e contro voi. 19. Un so' degno d' essar chiamato piùe vostro figliòlo: trattatimi quarmente ch' io fussi uno de' vostri omini

da salario. 20. E rizzatosi sùe, se n'andiede diviato dar su babbo. E n'era ancora arquanto lontanetto, quando' r su' babbo lo vedde, e se n'inténarie, e gli andòe alla rincontra, e l'abbracciòe stretto stretto, e lo baciòe. 21. E' r figliòlo gli disse: Babbo, i' o offeso il cielo e voi: un so' degno d'essar chiamato piùe er vostro figliòlo. 22. E' r babbo disse a' su' servitori: presto, cavate fora il meglio vestito, e metteteglielo addosso, e infilategli in der dito un bell'anello, e carzategli i borzacchini an de' piei. 23. E menate quae il vitello più grasso, e ammazzatilo, e manichiamo, e facciamo baldoria. 24. Perchene 'sto mi' figliòlo era' morto, e ora ene risuscitato; si era perduto e ora si ene ritrovato. E comincionno a fare una bella disìna.

P. Pietro Bandini de' Predicatori
Priore del Convento di S. Francesco in Siena.

VII. *Dialetto anconitano.*

11. Un' omo e' avea dò fioli. 12. E il più ragazzo de loro disse a su padre: babbo, démme la robba che me tocca: e sparì con lù la robba. 13. E de li a pogo, giustato tutto, sto fiòlo andò fora da longo, e sciopò ogni cosa malamente. 14. E quando se trovò a io sbarajo in quel paese, vinne una grossa fame, e lu incominciò a trovarse al verde. 15. E caminò, e se messe con un omo de quel logo, e 'l mandò a una su possession, a arlevà i porchi. 16. E magari se avesse potuto sazià con le scorze che magna i porchi; ma nissun i le dava. 17. Allora pensando meio disse: a casa de babbo mio tanta gente se sfama de pan, e io moro de fame. 18. Oh mò, m'alzo e vado da babbo mio; e i dirò: babbo, sò stato cattivo con Dio, e con vo': 19. Nò me merito de chiamamme vostro fiólo; ma pigliémme almeno fra la vostra gente de servizio. 20. E senza spettà più, andiede dal padre. E quando era ancora da longo, su padre el vedé, e se mové a compassion, e 'n prescia 'n prescia escito fora 'l bracciò e bagiò. 21. E 'l fiolo disse: babbo, so stato cattivo con Dio, e con vo'. No me merito de chiamamme vostro fiolo. 22. Ma 'l padre disse ai servitori: presto tirè fora un bel vestito, mettei in man un'anello, e le scarpe in tei piè. 23. E cavéi un vitello grasso, e magnámo, e bevémo. 24. Perche

sto mi fiòlo fò morto, e adesso è vivo, fó perso e sè trovato. E se metterono a pranzo.

Del sig. Primicerio D. Lorenzo Barili, di Ancona.

VIII. *Dial. della Marca anconitana.*

3. E lù i' raccontò sta fola. 4. Se un omo c'avesse cento pegore, e i se ne perdesse una, cosa faria? Lasciaria le antre novantanove in tel deserto, e curriria dirieto alla pegora perduta, fin che non la trovasse. 5. E dopo avella trovata, se la metteria sulle spalle, allegro come una pasqua. 6. E tornato a casa, chiameria tutti i amichi e' l vicinato e i diria: stamo contenti, che la pegora perduta s' è 'rtrovata. 7. E io ve digo che a col mo' in Paradiso se farà na gran legria per un peccatore pentito più che per novantanove giusti che non ha bisogno de penitenzia. 8. E se a una dona i se perde una dramma, cosa fa? Piccia 'l lumo, scopa la casa, e smugina per tutto finchè non la trova. 9. E quando l'ha trova chiama l'amiche e' l vicinato e i dice: stamo contenti che l'ho trovata. 10. E coscì ve digo che se farà più legria fra i angioli di Dio per un peccatore pentito. 11. Ha ditto ancora, c'era un volta un'omo che c'aveva do' fioli. 12. El più giovino de lori dice al padre: babbo, demme la parte della roba che me tocca; e el padre ha partito. 13. Dopo poghi giorni, el fiolo più giovino ha fatto el sò fagotto e è andato forastiero da longo da longo, e lì s'è spregato tutto. 14. E quando s'era spregato tutto, è venuta una gran carestia in quel paese, e lù ha cominciato a avè bisogno. 15. È andato, e s'è meso con un omo de lì che l'ha mandato fora a badà i porchi. 16. E lù se slanguiva de magnà la ghianda che magnava i porchi e nisciù i le dava. 17. Allora ha mesto giudizio e ha ditto: quanti servitori de mi padre sguazzerà in tell' abbondanzia, e chi sa quanta grazia di Dio c' avrà, e io me moro de fame! 18. Sà com' è? Io voio tornà da mi padre, e i digo: babbo, io ho offeso Dio benedetto, e a vo'. E non me merito che me tenè più per fiolo, me tenerè per garzon. 20. Allora s'è alzato su e è andato dal padre; el padre l'ha visto venì da longo, i ha fatto compassiò, è corso, l'ha bracciato pel collo e i ha dato tanti bagi. 21. E el fiolo i ha ditto: babbo, ho offeso Dio benedetto e a vo'; e non me merito più che me

tenè per fiolo. 22. Allora el padre ha ditto ai servitori: portei oltra l'abito el più belo, vestilo, e mettei un anelo in tel deto, e un bel paro de scarpe. 23. E portè fora el vitello ingrassato, mazzèlo, magnamo e stamo allegri! 24. Perchè sto fiolo era morto e s'è arisuscitato; s'era perso, e s'è trovato. E s'è mesti a fa festa. 25. El fiolo più grando era giù pei campi, e in tel veni a casa, quando era vicino, ha sentuto i soni, e ha sentuto che ballavene. 26. Allora ha chiamato un servitore, e i ha domandato cosa voleva dì sta novità. 27. E lù i ha ditto: è tornato vostro fratello e vostro padre ha mazzato el vitello ingrassato perchè i è tornato a casa sano e salvo. 28. Ma lù s'è stizzato e non è voluto boccà drento; e sù padre è scappato fora e voleva che boccasse. 29. Ma lù ha risposto al padre: è tanti ani che ve servo, v'ho obedito sempre, e vo' non m' avè dato mai manco un capretto pre fa una legria coi amichi. 30. E adesso che torna a casa sto fiolo dopo che s'ha magnato tutto colle scorzone, e vo' i avè mazzato el vitello ingrassato. 31. E lù i ha risposto: tu stai sempre con me, e la roba mia è roba tua. 32. Donca bisognava fa festa e sta allegramente, perchè tu' fratello era morto e se' risuscitato; era perso e s'è trovato.

IX. *Dialetto di Macerata.*

11.... C'era 'na (1) ŏta (2) unu (3), che ce aia (4) du' (5) joenŏtti. 12. Lu più picculu de isci (6) dèsse (7) a lu Patre: Babbu (8), spartama (9) 'mpò (10), damme quello che me (11) ve' (12), e lu poru (13) ecchiu (14) fece per tutt'e du' la porziō (15) che glie toccáa (16). 13. Non jĕtte (17) a la lŏnga muti (18) dì, che a lu più picculu glie zompò la (sic) tipu (19) de no stà (20) più 'nsĕmo (21), pigliò (22) la strada, e se mittì (23) a jirà (24) lu munnu, a arrigò (25) su certi paisci (26) tanto da lungo, e millà (27) se sprecò quello, che ce aia (28), menenno (29) 'na ita (30) cattia (31). 14. E quanno s'ia (32) finito 'gni (33) cŏsa, jĕtte tanto gran malisscimo (34) la spesa, che dellota (35) tutti se moria de famo, e a issu glie toccò de ji (36) accattenno (37). 15. Desperatu, per campà (38) s'accostò a un Milordu (39) de quillu situ (40), che glie fece la carità de mannallu (41) a parà li pŏrchi ju 'na pusciō (42) sua. 16. E per

rempì la trippa arrìa [43] magnato quello ancò, che se dà a li pōrci, ma nisciù [44] glie lo dacìa [45]. 17. Meglio pensenno dèsse 'nfra [46] de issu: Quanti garzù [47] a casa de mi Pà [48] ce hà da magnà a bizzeffa [49]; e io miecca [50] casco rittu [51] da la famo. 18. Sa, che nŏa [52] c'è, voglio 'rghì [53] da mi Pà, e glie oglio [54] dì [55]: Babbu, agghio fattu 'n gran peccatu, e agghio fatto stizzà [56] a te muto [57] bè. 19. No me merĕto più manco per ombra, che me chiami per figliu, ma fammete [59] almino [60] deentà [61] garzò. 20. Lo dèsse e lo facĕtte, lascia li pōrci, e come merso [62] 'n casa. Non era ancò arrigatu [63], e da lungo lu Patre l'allucciò [64], glie se lanciò un so [65] che su lu core, che non potìa rèje [66] più: jè jĕtte ancuntra [67], glie se buttò su lu cōllu, e lu basciò [68]. 21. Je dèsse allō [69] lu Figliu. Ah mi Pà [70] miu, agghio fatto un sgarru [71] grossu, e agghio fatto stizza' brutto [72] a te; no me chiamà più figliu tua [73], che no llo merĕto. 22. Ma lu Patre alluccò [74] a li garzù: Animu [75], lèsti, recate quà la jubba [76] più bella de le feste, e 'rvestatelu [77] sù; mettateglie l'anellu su le mà [78], e daciateglie [79] un paru [80] de scarpe nŏe [81]. 23. Jate [82] a piglià un manzittu, che scia bellu grassu [83], e tunnu; 'mmazzatelu, che aìmo [84] da magnà, e da scialà [85]. 24. Perchè stu [86] poru figliu mia, che lu facìa [87] mortu, ancō' campa; me credìa, che adĕra [88] jitu prĕce [89], e essulu [90] che s'è stroatu [91]. Allusci [92] fu fattu 'n gran pastu [93]. 25. Lu figliu più granne [94] non ce se troò [95] chè statìa ju per li campi jō' [96]; e quanno rvenne [97] a casa, e sentì li sōni, che se cantàa, e se ballàa 26. Chiamò unu de li garzù, e sen formò, che noità c'era sun casa. 27. Lu garzò glie responnì [98]: È rtornatu fratetu [99], e perchè adè [100] sanu e salvu, lu Ergà [101] ha fatto 'mmazzà un itĕllu [102] de li più grasci [103]. 28. Se 'rrabbiò [104] forte colù (e che dirristi!) e non volìa boccà [105] più drento [106] 'n casa. Ce olĕtte [107], che scappĕsse [108] fora lu Patre, e glie decĕsse [109]: Oh bocca ìa [110]. 29. Ma a issu mica glie se 'ntrecciò [111] la lengua; se fece sentì [112], e glie dĕsse: Eppure va bè! [113] Io, purittu me [114], è tant'agni [115] che fatigo come un cà [116], e sempre t'agghio fatto a sinnu [117] a te; e tu m'isti [118] dato mai 'n crapittu [119] per merennacce [120] co li amici. 30. E pe' stu bĕllu capitale [121] de Figlietu, che s'ha jocato fino la camiscia [122] per jì a rtroà se

donnacce (123), mō' (124) ch'è rvenutu, hai fatto 'mmazzà 'na più bella bestiola, che ci agghia alleato mai le acche (125). 31. Lu Ecchiu glie respose. Ah figliu mia, tu sempre sci statu con Patretu, e tu scì lu patrō' de quello che c'è men (126) casa. 32. Ma pure come arristi (127) fatto, ce lo olia (128) de fà un bēllu pastu, un'allegria (129), perchè pò Fratetu, che lu faciamo mortu, adè (130) viu (131); s'era spērsu (132), e s'è rtroatu (133).

---

(1) *'na* in vece di *una*. (2) *ŏta* coll'o largo per *volta*. (3) *unu* per persona indeterminata, e la frase solita usarsi al principio de' racconti è appunto *c'era 'na ŏta unu*. (4) *aìa* per *avea*. (5) *dù* per *due*. (6) *isci* per *essi*. (7) *dēsse* colla prima *e* stretta per *disse*. (8) *Babbu* voce usata quando il Padre sia persona presente con cui si parla. (9) *spartama* finale in *a* nelle prime persone plurali. (10) *'mpō'* per *un poco* modo risoluto di chi vuol finita una cosa. (11) *me* per *mi*. (12) *vè* assoluto per *viene di ragione*. (13) *poru* per *povero* in senso di campassione. (14) *Ecchiu* per *Vecchio* titolo dato dai figli al Padre ancorchè sia persona non vecchia. (15) *porziō̆* per *porzione* o *parte*. (16) *toccàa* per *toccava*. (17) *Jètte* per *andiede* dal verbo *gire*. (18) *muti* per *molti*. (19) *zompò lu tipu* per *saltò l'estro cattivo*. (20) *stà* per *stare*. (21) *'nsĕmo* per *insieme*. (22) *pigliò la strada* modo di *andarsi via*. (23) *mittì* per *mise*. (24) *jirà lu munnu* per *girar il mondo*, e dicono *giramondi* ai Viaggiatori di qualunque sorta. (25) *arrigò* per *arrivò*. (26) *paisci* per *paesi*. (27) *millà* per *colà*. (28) *aìa* per *avea*. (29 30 31) *menenno 'na ita cattia* p. *menando una vita cattiva*, e così dicono per far intendere il *luxuriose* specialm. nel senso di *disonestà*. (32) *s'ia* per *si avea*. (33) *'gni* per *ogni* e tolgono la *o* ancorchè comincisi il discorso da *ogni*, come *'Gnisanti*. (34) *andar male la spesa* dicesi per *aver poca raccolta*. (35) *dellota* per *in quel luogo*. (36) *ji* per *andare*. (37) *accattenno* p. *accattando*. (38) *per campà* in vece di *per vivere* (39) *Milordu* per *possidente* o *Signore*. (40) *situ* per *luogo*. (41) *mannallu* per *mandarlo*. (42) *pusciō'* coll'*o* stretto per *possessione* e dicono *giù* in riguardo ai fabbricati luoghi, che sogliono essere in collina, ancorchè sia casa di contadini, perchè così meglio dominano sul terreno. (43) *arrìa* per *avrìa*. (44) *nisciù* per *nessuno*. (45) *dacìa* per *dava* dall'antico *dacere*. (46) *'nfra* per *infra*, e dir fra di se l'usano per ravvolgere in pensiero. (47) *garzù* per *garzoni* plurale. (48) *Pà* per *Padre*. (49) *abbizzeffa* per *a bizzeffe* usatissimo p. esprimere una cosa abbondante assai, e l'accompagnano col gesto, stringendo ed allargando le dita di ambo le mani. (50) *miecca* per *in questo luogo dove son io*. (51) *cascar ritto da la famo* per esprimere che la fame é tanto forte da uccidere. (52) *nŏă* per *nora* in senso di *varietà*, e nel sentire che alcuno dica *sa, che nŏa c'è* si intende che vuol cambiar risoluzione. (53) *'rghì* per *riandare* unendo il *ri* con *gire*. (54) *oglio* per *voglio*. (55) *dì* per *dire*. (56) *stizzà* per *stizzire* o *stizzare*. (57) *muto bè* per *molto assai*. (58) *manco per ombra* per indicare il niente assoluto.

(59) *fammete* quel *te* per *ti* relativo a garzone dato al verbo é maniera usatissima presso i contadini. (60) *almino* per *almeno.* (61) *deentà* per *diventare*, o essere ciò che non è stato. (61) *merso n casa* per *verso casa*, aggiuntavi la *n* per *in* e così facendo il pleonasmo *verso in.* (63) *arrigatu* per *arrivato.* (64) *allucciò* per vedere distintam., ancorchè difficile sia la vista a tutti. (65) *un so che* per *un non so che*, tolgono spesso la negativa, che pure intendono. (66) *rĕje* per *reggere.* (67) *ancuntra* per *incontro.* (68) *basciò* per *baciò.* (69) *allò* per *allora.* (70) *mi*, e *miu* pleonasmo usato nella preghiera. (71) *sgarru* per *mancanza.* (72) *brutto* per *assai.* (73) *tua* per *tuo.* (74) *alluccò* per *chiamò con forte voce.* (75) *Animu, lesti* modo di voler cosa con fretta. (76) *jubba* per *giubba* abito di gala de' Contadini, che lo indossano le solennità maggiori. (77) *'rrestatelu su* per *rivestitelo.* (78) *su le mà* per *mani* invece di dita. (79) *daciateglie* per *dategli.* (80) *paru* per *pajo.* (80) *noe* per *nuove*, e chiamano scarpe le fine a differenza delle grosse, che dicono *scarponi.* (81) *nuove* poi dicono le scarpe usate più volte, purchè non lacere. (82) *Jate a piglià* per *andate a pigliare.* (83) *bellu* in luogo di *molto*, e *tunnu* p. *tondo* usatissimo per dir le cose grasse, le quali han parti tondeggianti. (84) *àimo* p. *abbiamo.* (85) *scialà* p. *scialare* indicando il solazzo che nasce ed avviene in un banchetto straordinario. (86) *stu* per *questo.* (87) *facìa* per *stimava.* (88) *adĕra* p. *era.* (89) *jitu prĕce* per andato perduto prendendo la somiglianza dalle pecore, che spesso cadendo dai dirupi mancano all'ovile la sera. (90) *essulu* per *eccolo qui.* (91) *stroarsi* per *ritrovarsi.* (92) *Alluscì* per *e così.* (93) *gran pastu* per *pranzo grande insolito.* (94) *granne* p. *grande di età.* (95) *troò* per trovò. (96) *statìa ju per li campi jò* per *stava per i campi*, e raddoppiano il *giù, ju, jo* per dire in luoghi indeterminati nei campi, o terre della Possidenza. (97) *rvenne* per *ritornò.* (98) *responnì* per *rispose.* (99) *Fratetu* per *tuo fratello.* (100) *adè* per *è.* (101) *Ergà*, per *vergaro* così detto colui, che ha la direzione delle faccende di campagna, e domestiche, che fa i contratti, che tratta col Padrone del terreno, e da cui dipendono tutti di Casa. (102) *itèllu* p. vitello. (103) *grasci* per grassi. (104) *'rrabbiò* per *inquietò.* (105) *boccà* per *entrare.* (106) *drento* per *dentro.* (107) *olĕtte* per *volle, fu duopo.* (108) *scappĕsse* p. *scappare*, ossia *uscire.* (109) *decĕsse* per *dicesse.* (110) *Oh bocca ia :* per *oh entra, via; fallo, ti prego.* (111) *'ntrecciò la lengua* modo solito per dire che non si *stette quieto.* (112) *fece sentì* farsi sentire, dicono di chi dice le cose in tono acre e duro. (113) *Eppure va be* modo di risentimento legando un fatto con altro, con cui non dovria combinare. (114) *purittu me*, segno di lode a se stesso per cose fatte. (115) *agni* per *anni.* (116) *fatigo come un cà*, fatigare come un cane, p. fatigar molto dì e notte a guisa di veglianti cani. (117) *fatto a sinnu* p. fatto a modo tuo, giusta i tuoi cenni, e senno. (118) *isti* p. *avesti.* (119) *crapittu* scambio di lettera p. *capretto.* (120) *merennacce* p. farci una colazione, detta merenda. (121) *capitale* in senso peggiorativa. (122) *jocarsi fino la camiscia* p. giuocarsi, finirsi tutto ancor la camicia. (123) *se donnacce* usano il *se* per *le.* (124) *mò* per *adesso.* (125) *Acche* p. *Vacche.* (126) *men* invece di *in mia.* (127) *ar-*

risti per *avresti.* ([128]) *olìa* per *volea, bisognava.* ([129]) *'n allegria* per una festa che far non sogliono senza mangiare. ([130 131]) *adè viu* per *è vivo.* ([132]) *spersu* p. *perduto.* ([133]) *rtroarsi*, e *stroarsi* maniere comuni p. ritrovarsi.

X. *Dialetto di Napoli.* 1.

A cchille tiempe, Giesù Cristo contaje sto parabbolo a li Scribbe, e a li Fariseje. No cierto tale appe duje figlie, e lo cchiù guaglione de chisse decette a lo patre: gnopá, damme la porzione de la rrobba che mm' attocca. E chillo ne fice tricchetracche tant' a pparte. E doppo poche juorne, stanno nzieme tutta la ggente de casa, lo figlio cchiù giovaniello nnitto nfatto se nne jette spierto a no pajese fore munno, e llá nne frusciaje tutta la rrobba soja, facenno lo sguazzone e lo dessoluto. E nninche s' appe tutto asciuttato, assommaje a cchillo pajese na carastia accossì spotestata, che accommenzaje ad allancarse de famme. S'abbiaje perzò lo scasato, e sse mise a guarzone co no galantomo de chillo pajese. E cchisto lo mannaje a la massaria soja pe ffarle guardà li puorce. E ss' ascevoleva d'anchirsi lo stefano co le gliannole che se magnavano li puorce, e no nc' era no cano che nce le ddesse. Tanno arapenno ll' uocchie decette: Oh! quanta settepanelle a la casa de lo gnore mio se jettano pe ffaccia lo maneco, e io cca me moro de famme! Sa che ffaccio? Mo mme l'allippo, mme ne vaco da tata mio, e lle dico: gnopá, aggio peccato nnant' a lo cielo, e sott' all' uócchie tuoje, e perzò non mme mmereto cchiù de chiammarme figlio tujo. Ommacaro trattame comm'uno de li criate de casa! E mmettennose a ccavallo a le ggamme se nne tornaje da lo patre sujo. E lo patre lo smicciaje da lontano e sse sentío tellecá de compassione, e ccorrenno se lle jettaje a lo cuollo, e sse lo magnaje de vase. E lo figlio lle disse: gnore mio, aggio peccato nnante a lo cielo, e sott' all' uocchie tuoje; e perzò non mme mmereto cchiù de chiammarme figlio tujo. E lo patre decette a li serviture: Mo propeto portatele cca n' abeto nuovo de trinca, e bestitelo, e mmettitele n' aniello a lo dito, e le scarpe a li piede; e pigliate po no jenchetiello ntorchiato, acceditelo pe ffa no bbanchetto, e pe magnarencillo. Pecchè sto figliulo mio era muorto, e mmo è resorzetato, era perzo, e mmo s' è ttrovato. E accommenzajeno a scialà Mma lo figlio cchiù granne

steva tanno ncampagna; e mmente veneva, e ss'abbecinava a la casa, sentette na zinfonia, e no rociello de ggente, e cchiammatose uno de li guarzune l'addimannaje: ne, che bbó dí tutto chesso? E cchisto lle responnette: è ttornato frateto, e lo gnore tujo ave acciso no jenchetiello ntrocchiato pecchè sarvo l'ha rrecevuto ncasa. Se nzorfaje chisso, e pe l'arraggia non bolette trasí dinto. Lo patre se nn'addonaje, e asciuto fora l'accommenzaje a prejà. Ma chillo lle responnette: ví da quant'anne te servo, e non mme sò spostato no ttecchete da li comanne tuoje, e mm'avisse dato maje no crapitto pe mme lo fà magnà co ll'ammice! Ma pocca è ttornato sto figlio tujo che s'ha cancariato quanto aveva co le mmale femmene, ll'aje acciso pe gghionta no vitelluccio ngrassato! Ma lle responnìo lo patre: figliù, tu staje sempre co mmico, e tutto chello che tengo è lo ttujo; mma mo nce voleva na scialata, e na prejezza de core, pecchè frateto cca era muorto, ed è resorzetato, era perzo, e ss'è rretrovato.

Giulio Genoino.

[*Scritta d'altra mano si legge apposta a piè della versione questa nota:* « Letto ed esaminato da una società di letterati puristi napoletani Sigg. De Ritis, D'Ambrogio, Nannola ecc. ecc. questa traduzione ebbe l'approvazione di tutti. 20 (?) gen.° 1835 nella sala dell'Acc. Pontaniana »].

XI. *Dialetto di Napoli.* 2.

11. E lle decette de cchiù: no cierto aveva duje figlie. 12. Lo cchiù guaglionciello de chiste disse a lo patre: gnore mio, damme la porzione de la rrobba che me spetta. E lo patre spartette' ntra de loro duje quanto teneva. 13. Dopo puoche juorne, sto figlio chiù peccerillo, arravogliate le bagattelle se ne jette a no pajese lontano; e llà 'ncompagnìa de le mmale fercole nne frusciaje ogne ccosa. 14. Arreddutto che fuje 'nchiana terra, a cchillo pajese assommaje na carastia spotestata, e isso accomensaje ad avè besuogno de tutto. 15. Tanno se nne jette pe de cata pede da no galantommo de chillo pajese; cercaje de lle trasi 'ngrazia, e chillo lo mannaje a na massaría soja pe guardá li puorce. 16. Lo scurisso s'ascevoleva d'anchirse lo stefano de le gliannole che se magnavano li puorce, e nni-

sciuno no le ddeva. 17. E pensanno alo mmale fatto deceva: Auf! quanta settepanelle 'ncasa de lo gnore mio magnano a crepapanza, e io ccà mme moro de famma! 18. Sa che boglio fà? Mme ne tornaraggio jappeco jappeco da patremo, e lle diraggio: tata mio, aggio peccato contr' a lo cielo, e denanze a tte. 19. Io non mme mereto d' esse chiammato chiù figlio tujo, a lommacaro tieneme comm' uno de li crejate tuoje! 20. Se mettette addonca 'ncammino, e se ne jette dalo patre. Comme lo patre lo smicciaje da lontano, se 'ntese friccecà 'ncorpo la compassione, e correnole nnanze, se lle jettaje 'ncollo, e sse lo magnaje de vase. 21. Tanno lo figlio lle decette: gnore mio, lo cannosco, aggio peccato contr' a lo Cielo, e 'nnanze a tte. Mo non mme mereto d'essere chiammato figlio tujo. 22. E lo patre decette a li serviture: priesto, figliù, pigliatele 'ncoppa ll' abbeto cchiù starzuso, e bestitelo, mettitele purzí l' aniello a lo dito, e no paró de scarpe a li piedi. 23. Po sceglite no vitelluccio 'ngrassato, acceditelo, ca' nce lo volimmo 'ngorfà, e ffà na scialata. 24. E ssapite pecchè? Pecchè sto figlio mio era muorto, e mmo è resorzetato; s' era sperzo, e mmo ll' avimmo trovato. E accommenzajeno lo mazzecatorio.

Giulio Genoino.

XII. *Dialetto calabrese.*

Nu patre avia dui figli surtanto. L'urtimu nu jurnu vutatu nfaccia allu patre, dunami, le disse, la parte che mi tocca della roba tua, e mi ne fazzu chi me pare e piace. Lu poveru patre ce lu deze. Doppo pochi jurni quannu la famiglia era tutta unita, lu quatraru ngratu vulau a luntani paisi currettijannu de citate e citate cuomu ruollu ccud amici ed amiche, scialacquannu quantu dinari si avia misu ncuollu. Quannu tutti li dinari si spicçiaru, vinne una caristia a chillu paise ed illu mignau a fare nna mala pelle pe lu dijunu. Quattu fujiu di chillu paise, e jette e servere a nu patrune de nautra citate chi lu mise a guardare li puorci. Vulia inchiere bocca la trippa allu mancu de sutteglie (o j-?) e de ghianni che mangiavanu li puorci, e nu putiadi pecchè nullu ci ni dava. Chiangennu tra illu dicia: quantu n' abbutta patremma, servituri a voglia luoru, ed io lu ghittu muoru de la fame. Nfinu risurvia, e me

ne vaju, disse, a lu patre miu e li diraju: patre, peccai cuntra lu cielo e tia, e dignu un sugnu che mi chiami figliu; fammi servere cculi servi tuji. Minnicu e risolutu va a truvare lu patre suje; ma quanno di luntanu lu patre lu vitte, tuttu dela gioja ammutisciu, e jiennuli davanti l'accolla la trappa, stringe e strude a vasuni. Lu figliu grida: perdunu patre miu, peccai cuntra lu cielu, e contra tiu une dignu sugnu che mi chiami figliu. Lu patre chiamma siervi supra siervi, e cummanna che priestu purtasseru una stola pellu vestere ed allu jiditu mettisseru l'aniellu e le scarpe alli piede. Fa trattantu scannare unu vitellu cuommu lampu ppellu mangiare, e scialacquare nsieme, ca chistu figliu era muortu, dicia, e ss'è risciuscitatu, era piersu, e ss'è ricuperato. Cussi ncignaru a sciacquettare tutti.

Francesco Serra de' Principi di Gerace.

XIII. *Dialetto siciliano di Palermo.*

11. Un certu galantomu appé (?) dui figghi. 12. Lu cchiù nicu di chisti cci dissi a so patri: Patri, datimi chiddu chi m'attocca. E lu patri cci detti la sò porzioni. 13. Doppu pochi jorna lu picciutteddu, lassannu a tutti, si nni jiu 'ntra un paisi luntanu, luntanu, e ddà campannu malamenti si sfraau zo ccu avia. 14. Doppu chi cunsumau tutti li so dinari la fami si fici a sentiri a ddu paisi, e accuminzau a fari badagghi. 15. Nnunca si misi la via 'ntra li gammi, e si 'nni jiu 'nni un cristianu di ddi paisi, che lu' impiegau 'ntra un luchiuddu so a guardari porci. 16. E lu meschinu addisiava chiddi agghiannari, chi si manciavanu i porci; e nuddu ci nni dava. 17. Ma un jornu tuttu pinsirusu si misi a diri: Quantu criati 'ncasa di mè patri si lu jetnnu facci facci lu pani, e jeu ccà mi moru di fami. 18. Ora en mi 'nni vogghiu jiri 'nni mi patri, e cci aju a diri: Patri meu, aiu piccatu contra di Diu, e di vui. 19. Nun sugnu dignu d'essiri chiamatu vostru figghiu; tinitimi pri criatu comu tant' autri. 20. Dittu fattu, si misi 'n camminu pri jiri 'nni lu patri. E 'nnustanti chi era luntanu, appena lu vitti sò patri, chi cci pursi piatusu, e currennuci allu 'ncuntru, cci si jittau a lu coddu, e si lu vasau tuttu. 21. Lu figghiu cci dicia: Patri, piccai contra Diu, e Vui, nu sugnu cchiù

dignu di purtari lu nomu di vostru figghiu. 22. Ma lu patri vutannusi cu li criati cci disse: ammanu, ammanu, purtati li robbi cchiù novi chi cci sci: mittitici l'aneddu a lu jiritu a mè figghiu; quasatilu, e vistitilu. 23. Affirrati un vitidduzzu grassu: ammazatilu, ca 'nni l'avemu a manciare, e nn'avemu a divirtiri. 24. Ca mè figghiu era mortu, e arrivisciu; l'avia persu, e l'attruvai. E accuminzaru a divertirsi e scialari.

del Sig.r Console Generale Sebastiano di San Malato.

Avvertenza. Alla fedeltà della versione letterale si è sacrificata in gran parte la grazia del dialetto. Pure in tre, o quattro punti non si è rigorosamente resa la lettera per evitare dei controsensi, o delle ambiguità.

LA VINDICATIO QUALE ATTO DEL PROCESSO REALE LEGITTIMO (LEGIS ACTIO IN REM) (*)

Nota del Dr. EMILIO BETTI

(*Adunanza del 20 maggio 1915*)

Quale atto d'*acquisto* originario d'una padronanza reale, — di cui la eco ci giunge attraverso la teoria proculiana sui legati (Gai. I. 2, 195. 214. 221) (1) — la vindicatio consiste nell'afferrare (manu capere, occupare, adprehendere, sumere) cosa tangibile, affermando — in forma personale (aio) all'indirizzo in genere de' circostanti — ch'essa è propria (meum esse) secondo il diritto obiettivo dei Romani (ex iure Quiritium). Quale acquisizione *originaria*, comune al diritto privato e al diritto pubblico internazionale, la vindicatio (occupatio) non solo non è di necessità atto bilaterale *cooperativo*, diretto a un possessore che lo *riceva* e vi assenta: essa è per contro atto essenzialmente unilaterale (occupatio di res nullius), tale che può stare in relazione negativa col volere del destinatario (pignoris capio) e consistere nel togliere a forza la cosa al possessore (occupatio bellica). La vindicatio effettiva nella conquista guerresca, come la vindicatio dimostrativa nel primo stadio del processo reale contenzioso incontrano entrambe un *resistenza*

(*) Questa « Nota » forma il § 3 del nostro studio *La « vindicatio » romana primitiva* etc. di cui i §§ 1 e 2 sono pubblicati in *Filangieri* 1915, pag. 321 sgg.

(1) Secondo quella teoria la proprietà della cosa legata per vindicationem, sinendi modo, per praeceptionem viene acquisita dal legatario per suo atto di volontà e non già — come secondo la teoria sabiniana — rispettivamente ipso iure morto il testatore (Gai I. 2, 195, prima parte) o in base alla mancipatio da parte dello heres (I. 2, 213) o per adiuticatio nel processo divisorio (I. 2, 219).

attiva, una vindicatio contraria: ciò che, almeno sotto l'aspetto estrinseco, è l'opposto d'un atto cooperativo. Se non che nel processo privato reale — come nel più antico negozio reale del diritto privato (mancipatio) — la vindicatio non è più in sostanza che una dichiarazione formale diretta a destinarii determinati (parte avversaria, magistrato, testimonii), dai quali *deve essere ricevuta* per produrre effetti giuridici.

Per anticipazione pregnante l'affermazione concomitante l'atto dell'afferrare esprime anzi che un « dover essere », nella forma d'imperativo categorico (meum esto), un « *essere* » già compiuto, nella forma di giudizio esistenziale (meum esse aio): non esprime per contro la pura volizione (meum esse volo) perchè questa non ha come tale effetti giuridici (cfr. Gai. I. 2, 117), e la creazione dal nulla di ciò che prima non era per puro atto di volontà è un concetto che la lingua primitiva trova ben difficile a esprimere (1). La redazione della formola a noi nota — che è, a nostro credere, antichissima (2) — non deve dunque trarre nell'errore di credere che la vindicatio *presupponga* sempre una padronanza acquisita e non miri che a farla valere; l'identica redazione del formolario della mancipatio nella sua *prima parte* (hunc—aio) e la funzione dispositiva della in iure cessio dimostrano il contrario (3); il far valere nell'a. in rem contenziosa non è che la ripetizione processuale dell'acquisire.

Quanto alle circostanze in cui avviene, l'atto della vindicatio è un atto *estragiudiziale*, non solo in quanto miri a *costituire* ma anche, almeno in origine, in quanto miri a *restituire* una padronanza acquisita. Anche nella regola « *ubicumque* rem *meam* invenio ibi eam *vindico* » (che fa riscontro all'altra: « quae in litore invenimus, iure naturali *nostra* statim *fiunt*) risuona un'eco della concezione primitiva per cui la vindicatio non è un atto legato di necessità al tribunale pretorio (ius), bensì tale che può essere eseguito senz'altro dal padrone ovunque ritrovi la cosa propria smarrita. Lo stesso processo esecutivo reale per sodisfazione di pretese obbligatorie (pi-

---

(1) V. su ciò in specie WLASSAK in *Sav. Z.* 28, 72-75 (cfr. 26, 404[1]) e PARTSCH *Die demotischen Papyri Hauswaldt* 16.

(2) Sul senso primitivo del « meum » v. BERNHÖFT *Staat u. Recht d. r. K. Z.* 165-6; LEIST *Altarisches Jus civile.* 2, 285.

(3) Sull'identità tra mancipatio e in iure cessio v. SCHLOSSMANN *In iure cessio und Mancipatio* 22-25 ARANGIO RUIZ, *Le genti e la città* 13. Non crediamo che la mancipatio sia imitazione della in iure cessio, bensì che entrambe risalgano come a loro comune archetipo alla primitiva vindicatio *estragiudiziale pacifica* (vindicatio-deditio).

gnoris capio) è una forma di procedura affatto estragiudiziale (Gai. I. 4, 29 extra ius peragebatur), diretta esclusivamente contro la cosa e tale da non richiedere di venir ricevuta dalla parte avversaria (etiam absente adversario), bensì solo da terzi testimoni: atto formale di pura e semplice occupazione. dunque. Ma anche il processo esecutivo personale (manus iniectio) diretto contro un subietto giuridico per asservirlo (1) è nella sua *prima fase* (manum inicere, in ius ducere) un'azione estragiudiziale (2), non cooperativa, bensì unilaterale: poichè la parte dell'is cui manus inicitur non è (sino a che il sibi manum depellere fu escluso) quella di un vero e proprio avversario, ossia di tale che abbia facoltà di contradire o cedere, bensì puramente passiva.

L'affinità intrinseca della pignoris capio e della manus iniectio consiste per l'appunto nell'essere entrambe — formalizzate e recette nel sistema della legis actio — atti di esercizio arbitrario delle proprie ragioni: esercizio che in origine dovè essere designato col termine generico di vindicatio (rei, personae) e che Servio (in Aeneid. 10, 419) designa col termine pure generico di manus iniectio (m. i. dicitur quotiens nulla iudicis auctoritate exspectata *rem* nobis *debitam vindicamus*).

Ciò che della primitiva vindicatio di cosa è requisito indispensabile senza il quale essa non è neanche pensabile, è la *presenza* non di un'avversario bensì di una res — di un oggetto materiale di diritto — contro cui per l'appunto essa si dirige quale actio in rem nel senso letterale del termine (Gai. I. 4, 16-17). Non si può rivendicare una cosa come propria senza averla prima trovata e identificata nella sua individualità; al padrone che non sia riuscito a trovare la cosa sua ha dovuto essere riconosciuto ben presto un diritto personale alla presentazione (exhibitio) di essa verso colui ch'egli ne asserisce detentore (actio ad exhibendum) (3). La

(1) Nel senso ampio di vindicatio estragiudiziale dicesi manus iniectio anche quella su di un servus (v. passi cit. in KELLER *Civilpr.* § 19 n. 257): *manus* iniectio perchè trattasi di un homo.

(2) Soltanto dopo divenuta legis actio deve essersi imposta la nenessità della ductio in ius (sul problema della estragiudizialità della m. iniectio v. gli scrittori cit. in KELLER *Civilpr.* § 46 n. 533 e 258 e in WENGER *Actio iudicati* 126[36] oltre LENEL in Sav. Z. 2, 50 sg.); la m. iniectio sul fur manifestus ci rappresenta appunto la forma estragiudiziale genuina di quest'atto prima che venisse legalizzato.

(3) Cfr. pel dir. ellenico LEIST *Graeco-italische Rechtsgesch.* 490. 494. V. anche JOBBÉ DUVAL *Études sur l'histoire de la procédure* I, 317 sg.

necessità che la cosa sia presente non si può spiegare semplicemente con la tendenza primitiva di dare una base materiale come al diritto subiettivo così alla controversia su di esso, senza accontentarsi di una descrizione. Piuttosto anche la necessità della presenza della cosa è un nuovo indizio che l'actio in rem originaria non poteva essere se non azione estragiudiziale: poichè la necessità imprescindibile che la cosa (e tutta la cosa) sia presente mal si concilia — come mostrano le posteriori eccezioni alla regola (Gai. I. 4,17) — con l'altra che l'azione contro di essa cosa debba essere intrapresa dinanzi al tribunale pretorio (in iure): delle due necessità la prima deve essere sola quella originaria. Inoltre la libertà da parte del convenuto nella legis actio in rem a noi nota, di consentire o di rifiutare la propria cooperazione al processo (Einlassungsfreiheit) conferma che la vindicatio rei quale forma di processo contradittorio ha origine da un atto unilaterale. Si ha l'impressione che il contravindicante sorga e s' inframmetta tra il rivendicante e la cosa da lui pretesa sua, come un terzo estraneo al rapporto immediato tra quelli. Infine il principio tecnico per cui la intentio della formola processuale deve essere redatta ne' medesimi termini del formolario dell'atto giuridico da cui si deriva il diritto preteso (Gai. I. 4, 53), fa indurre che la vindicatio quale forma di processo è in ogni sua modalità la ripetizione processuale di un atto giuridico col quale il diritto fatto valere é stato una volta creato.

Tutti gl'indizii accennati ci guidano a ritrovare l'origine immediata della vindicatio giudiziale a noi nota in una vindicatio *estragiudiziale* unilaterale, diretta a *conservare* il diritto sulla cosa: orbene di tale vindicatio per l'appunto si è conservato un rudere storico — rimasto limitato a uno scopo speciale, non più esecutivo bensì solo probatorio -- nella vetusta procedura del perquisire la casa altrui per rintracciarvi la cosa propria rubata: quaerere cum lance et licio (Gai. I. 3, 192). Le forme solenni di tale persecuzione della cosa propria presentano un'affinità sorprendente con forme analoghe del diritto antico germanico (Anefang, ted. verfahen, franc. embler). ellenico (*ἀφαιρεῖσθαι, συλᾶν, ἐφάπτεσθαι, ἄγειν*), egiziano, slavo, celtico: affinità la quale accenna a un'origine unica comune (1).

(1) V. Brunner *Deutsche Rechtsgesch.* 2. 496[8] e gli scrittori da lui cit.; inoltre Leist *Altarisches Jus civile* II 267-282, 294; Partsch *Papyri Hauswaldt* 25; Betti *La vindicatio romana primitiva* 24[2].

L'Anefang germanico — a differenza dalla vera e propria azione personale per furto — mira anzitutto non all'accusa di un delitto sì al ricupero della cosa, e, solo in secondo luogo, a trovare il ladro nel possessore o, per mezzo di lui, nel suo autore: il rimprovero (Klage) è qui formulato in guisa obiettiva, non personale (1). Il padrone di cosa mobile rubata può allor che s'avveda subito della sua mancanza perseguirne senz'altro la traccia e — se la traccia mena in una casa — introdurvisi per cercarvela svestito e a piè nudi. Il rifiutarsi di esibire la cosa o l'impedire, da parte del padrone di casa, la perquisizione di questa viene considerato come furto (f. prohibitum); e come tale viene in generale considerato l'impedire (prohibere) comunque al padrone di ricuperare la cosa propria (cfr. Terent. Eun. v. 808-9 num me *prohibeas* meam ne tangam... Audin tu? Hic *furti* se adligat) (2). Se il derubato dopo ricerca ininterrotta della traccia trova la cosa in possesso altrui, può impadronirsene senza ambagi (3): tale atto di esercizio arbitrario della propria padronanza non è di per sè introduttivo di un processo contradittorio. Allor che per contro il derubato trova la cosa propria in possesso di un terzo o troppo tardi o senza averne seguita la traccia, egli non può, secondo l'antico diritto germanico — che si deve credere analogo al romano primitivo — portarla via con sè, bensì deve afferarla in forma solenne (anefangen) (4), affermando che essa gli è stata rubata. Ma, siccome egli deve evitare di accusare del furto il possessore stesso e d'altra parte, se il ladro non è stato questi, deve pure essere stato un terzo, così quell'affermazione rivolge *per implicito* al possessore la domanda « onde e da chi abbia la cosa » e con essa l'invito a nominare il terzo da cui egli ripete il titolo giuridico del proprio possesso.

Il rudimento storico di questa fase del processo reale primitivo è rappresentato nel l. actio sacramento in rem a noi

---

(1) Per la differenza v. i formolari di giuramento anglosassoni cit. da Brunner *D. R. G.* 2, 496. Pel diritto di Gortina v. *Rhein Mus.* 40 Erg. Heft. 80 sgg.

(2) Su ciò Huvelin *Etudes sur le furtum* I. 204. 495 V. anche Gell. 11, 18, 14 furem esse hominis iudicatum qui... obtentu togae... ne videretur a domino (sc. fugitivus) abstitisset.

(3) Pel dir. germanico v. però lex Salica 37 e su essa Brunner *D. R. G.* 2, 497[16].

(4) Altri termini in Brunner *D. R. G.* 2, 498[17-25]. Cfr. Grimm Rechtsalterthümer[4] 589 sgg. II[4] 126 sgg.

nota dalla domanda rivolta a chi abbia contravindicato « postulo anne dicas qua ex causa vindicaveris » ove « causa » significa appunto la fonte del possesso (1). La funzione della domanda primitiva non dovè essere semplicemente quella di preludere per via estragiudiziale alla controversia giudiziale, bensì quella d'iniziare lo stesso processo: o il possessore, infatti, oppone l'immediata affermazione formale della padronanza propria (germe della posteriore contravindicatio) e allora si viene a una lotta; o egli tace restando immobile e lascia l'altro dire e fare, e allora questi può portar la cosa senz'altro con sè (secum ducere, ferre), come se l'avesse trovata seguendone la traccia (germe della posteriore confessio reale) (2).

Per vero la risposta che nella legis actio a noi nota il contravindicante dà al rivendicante « ius peregi sicut vindictam imposui » è il contrario di una indicazione della fonte d'acquisto, è piuttosto un rifiuto di darla; e anche la domanda « qua ex causa etc. » non è più in essa legis actio tale che miri a una risposta seria (3). Se non che nel processo reale primitivo (del periodo regio), quale a noi è dato ricostruire (4) e da cui si è svolta la legis actio, domanda e risposta dovettero essere serie e l'indicazione della « causa » dovè essere la regola, il rifiuto di darla l'eccezione (5). Il fatto poi che il rivendicante inviti il possessore a indicare e quindi a provare la sua fonte d'acquisto, invece d'indicare e provare egli per primo la propria, contradice bensì alla concezione romana classica del processo petitorio, non peró alla concezione primitiva, qual'è attestata per l'antico processo ellenico e germanico (6) e arguibile pel romano (7). Secondo tal concezione è appunto il convenuto quegli da cui anzitutto si richiede l'indicazione e quindi la prova della « causa » del proprio diritto. Dopo che l'is qui posterior vindicaverat e poi l'is

---

(1) Su ciò v. MÜNDERLOH in *Zeitschr.* f. *Rechtsgesch.* 13, 464-466. Un interessante parallelo offre il Richtsteig Landrechts 26 § 4. Su esso PFLÜGER *Legis actio sacramento* 27.

(2) Per l'Anefang v. BRUNNER *D. R. G.* 2, 501 e gli scrittori cit. da PFLÜGER Legis a.° sacramento 25.

(3) Cosi già PFLÜGER op. cit. 27 sg.

(4) BERNHOEFT *Staat und Recht d. r. K. Z.* 226 sgg. e in *Zeitschr. f. vergl. Rechtsw.* I. 28; concorde PFLÜGER op. cit. 21.

(5) Cosi PFLÜGER op. cit. 28.

(6) Pel dir ellenico v. LEIST, *Graeco-ital. Rechtsg.* 490. *Der attische Eigenthumsstreit, ein System der Diadikasien* 36 sgg. Pel dir. germanico basti citare BRUNNER *D. Rechtsgeschichte* II 370-371.

(7) V. PFLÜGER op. cit. 32 sg.

qui prior vindicaverat avessero portato le loro prove, il rex doveva egli stesso pronunciare il giudizio arbitrale con l'approvare (addicere) secondo la buona riuscita della prova la vindicatio dell'una o dell'altra parte (1). La traccia ultima di tale sentenza definitiva si ritrova, nella legis actio a noi nota, nel decreto provvisorio del praetor circa il processo interinario (vindicias dare, dicere) (2).

La risposta normale alla domanda « qua ex causa etc. » nel processo primitivo sarà stata, come nell'Anefang, quella di avere acquistata la cosa per negozio tra vivi, e la menzione dell'auctor (3). Allora il possessore deve trarsi in disparte nel processo e invitare formalmente il suo auctor a intervenirvi quale parte convenuta; tale in ius vocatio auctoris da parte del convenuto dava appunto occasione alla formola « quando in iure te conspicio postulo anne fuas auctor » (4). Ove l'auctor non segua l'invito (auctoritatem defugere) il possessore può con l'actio auctoritatis pretendere da lui il risarcimento del doppio del prezzo di vendita; parimenti il rivendicante avrà potuto procedere contro di lui con l'actio furti nec manifesti (5). Ove l'auctor compaia in giudizio, deve assumervi la parte di convenuto in vece del possessore e il rivendicante ripetere la vindicatio di fronte a lui: il possessore resta formalmente escluso dal processo senz'altro. non altrimenti che l'is cui manus iniecta est quando intervenga un vindex (6), a maggior ragione qui ove l'azione del rivendicante non è rivolta contro la persona del possessore (7).

---

(1) V. Pflüger op. cit. 34.

(2) V. nota 4 a pag. prec. Il procedimento in iure corrisponde all'attica *ἀνάκρισις* innanzi al magistrato: il iudicium corrisponde all'attica *ἔφεσις* dinanzi ai tribunali popolari.

(3) Pel dir. germanico v. Brunner *D. R. G.* 2, 501-2; in specie la lex Ribuaria 33, 1.

(4) Così anche Rudorff in *Zeitschr. f. gesch. R. W.* 14, 432[196] e Rabel *Haftung des Verkäufers* 15; cfr. Lenel *Ed.*[2] 518[6]; di diverso avviso Huschke *Nexum* 184, Karlowa *Civilproz.* 18-19, e Pflüger op. cit. 39.

(5) Così almeno in diritto germanico: Brunner *D. R. G.* 2, 504.

(6) Su ciò v. in particolare Kleineidam *Personalexekution d. XII. Taf.* 185-191.

(7) Poiché rappresentanza processuale è impossibile, l'auctor non può intervenire che *sostituendo* sè stesso al convenuto, non altrimenti che il vindex nella m. iniectio, lo sponsor nella obligatio. Di fronte al rivendicante egli fa il processo in nome proprio (pro se agit), quantunque nel rapporto interno col già possessore egli abbia nella lite la posizione di fiduciario. Cfr. Brunner *D. R. G.* II 505.

Anche il processo reale per immobili dell'antico diritto germanico è un processo per occupazione illecita di territorio (Rau, Raub, jorthràn) (1): nella formola processuale l'attore si duole del convenuto che accusa di « mano ordine (iniuste) invasisse, pervasisse, tulisse (vel abstraxisse), proprisisse, introisse, usurpasse » (2). Il parallelo del rimprovero germanico nella legis actio romana a noi nota è rappresentato dalla frase conclusiva con cui si passa al secondo stadio del processo » quando tu *iniuria* vindicavisti »: il quale rimprovero è certo residuo del concetto primitivo, per cui *iniuria rem vindicare* è = *furtum facere.* La contravindicatio, infatti, impugnata d'illegittimità (iniuria) non è che la riproduzione processuale di quella vindicatio *furtiva* alla quale l'attuale possessore deve la sua padronanza (3).

Conseguenza del fatto che la domanda primitiva « onde il possessore abbia la cosa » include da parte del rivendicante l'affermazione di una *perdita involontaria* per opera altrui (furto abesse) è infatti che il possessore o l'auctor che non provassero il loro titolo giuridico dovettero in antico venire accusati di furto (4). Come condizione caratteristica dell'acquisto derivativo di padronanza (causa) è l'abbandono (cessio) volontario e cosciente della cosa propria da parte del precedente padrone di fronte alla vindicatio dell'acquirente, per modo che questa ne viene giustificata e appare legittima. così per converso caratteristica della vindicatio furtiva (= furtum) è la perdita involontaria della cosa propria da parte del padrone anteriore, per modo che la padronanza attuale manca di « causa ».

Queste regole valgono sempre entro i limiti della res publica romana, nei rapporti interni tra i cives, poichè nei rap-

---

(1) Brunner *D. R. G.* II. 512.

(2) In una formola più recente propria dell'azione per appropriazione indebita di cosa affidata, l'attore accusa il convenuto di « malo ordine (iniuste) retinere, contradicere, detinere, possidere, habere, suprasedere »: Brunner *D. R. G.* II 512[5-6] cfr. Leist *Jus civile* II 293. Questa ultima formula ricorda da vicino lo « camque rem redditam non esse» della romana formola depositi (commodati, pigneris) in factum.

(3) V'è una sorprendente analogia tra il Gegenanfang e la contravindicatio, tra la Busse e la poena sacramenti, tra il Voreid e il sacramentum: su quelli v. in particolare Brunner *D. R. G.* II. 513-15.

(4) Cfr. Brunner *D. R. G.* II, 508. Nel processo germanico per appropriazione indebita il proprietario non può rivolgersi che contro colui a cui affidò la cosa: poichè egli stesso n'è l'auctor, il ladro non ha bisogno di essere cercato perseguendo la cosa: Brunner *D. R. G.* II, 510.

porti internazionali il concetto della legittimità è un altro: quegli con cui si ha a fare qui è un privo di diritto e l'unica « causa » giuridica di fronte a lui è la forza delle armi. Nei rapporti tra cives per contro il derubato non ha perduto il suo diritto, perchè non ha *voluto* abbandonare la cosa, ritirarsi (cedere) da essa di fronte alla vindicatio del ladro: questa è avvenuta clam, a sua insaputa: la vindicatio della cosa rintracciata da parte del derubato è perciò, con riguardo alla precedente vindicatio furtiva (iniusta) par e iusta, non altrimenti che la punizione personale di chi ha delinquito è par e iusta vindicta con riguardo alla vindicta che è il delitto (1).

Nell'*originario motivo delittuoso* della vindicatio della cosa smarrita sta per l'appunto la ragione della necessità di chiamare in giudizio il proprio auctor. Poichè la vindicatio del pretendente la cosa implica l'accusa che la precedente vindicatio dell'attuale possessore — *riprodotta* in iure quale contravindicatio — è illegittima, ossia delittuosa, per ciò l'auctor, quale ipotetico autore del delitto affermato, deve sostituirsi al possessore (2).

Nella procedura formalizzata del quaerere cum lance et licio l'impedire la ricerca della res furtiva è l'eccezione: ma nella persecuzione primordiale della cosa mancante l'opporsi alla ricerca e la lotta che ne derivava dovettero anzi essere la regola. Nella sua forma primitiva la protezione di padronanza reale avrà consistito (a) nella ricerca attiva della traccia e (b) nella lotta pel ricupero della cosa uscita dalla sfera della sovranità propria e rintracciata nella sfera altrui. Come in origine i singoli subietti di diritto privato (le gentes da prima, i patres familias di poi) si stanno di fronte quali subietti politici sovrani, analoghi a quelli di diritto pubblico internazionale — così la lotta tra loro pel possesso della cosa si sarà configurata come un vero e proprio bellum privatum, in tutto analogo al bellum publicum (3). Nel conflitto armato pel possesso della cosa non altrimenti che nella guerra col nemico (hostis) ognuno degli avversari pone a rischio la propria vita. Poichè con la resistenza violenta e l'affermazione della sovranità pro-

---

(1) Cfr. BETTI *La vindicatio romana primitiva* p. 18'.

(2) Tale è la spiegazione del BRUNNER *D. R. G.* II, 516. Spiega invece il fenomeno con la mancanza di un negozio di trasmissione valida per immobili lo HÜBNER, *Der Immobiliarprozess der fränk. Zeit* in *Untersuchungen hgg. v. Gierke* Heft 42 pag. 106 sgg.

(3) È noto che la res publica è postesiore alle gentes e alle familiae: su ciò v. da ultimo ARANGIO RUIZ *Le genti e la città* 22-28.

pria il possessore arresta la vindicatio dell'assalitore, sottrae fin che può la cosa alla padronanza di lui, sostituisce quasi sè stesso alla cosa di cui sorge a difensore armato di contro all'altro (quasi vindex qui pro se agit et rei manum depellit) divertendo l'assalto dell'altro contro di sè, così egli sconta, se è più debole, con la vita la propria resistenza. Il criterio secondo cui si *prova* quale delle due contrarie vindicationes sia quella legittima (iusta) è da prima naturalmente la vittoria del più forte nella lotta violenta: tale vittoria è, come nel duello del più antico diritto germanico, l'unica decisione possibile di questioni di sovranità. Come il vincere dimostra la forza dell'uno superiore a quella dell'altro, così la forza superiore si considera quale espressione anche del diritto migliore, come del resto anche nelle guerre antiche e moderne (1).

Soltanto più tardi col consolidarsi dell'ordinamento statuale, al conflitto armato si sostituisce nel processo su cosa una controversia ideale ove la lotta violenta pel possesso non viene più fatta sul serio ma solo *rappresentata*, detta (manum conserere, deductio quae moribus fit: Fest. 376 vindiciae... quod potius « *dicitur vis* » quam « *fit* » inter eos qui contendunt; cfr. Gell. 20, 10, 4. 10 conferens (sc. Enmius) vim illam civilem et festucariam quae verbo diceretur, non quae manu fieret, cum vi bellica et cruenta) (2). La lotta simbolica tra le parti contendenti nella legis actio in rem ha dunque un significato ben più profondo che quello di un'artificiosa finzione (3): essa è il rudimento storico — recetto nel processo legittimo — della primitiva persecuzione estragiudiziale di diritti reali, una *imitazione* solennizzata di essa, applicata a uno scopo divergente da quello originario, non più arbitraria sì legittima, soprattutto non più esecutiva sì *dimostrativa* (4).

La legis actio in rem contenziosa si svolge attraverso due fasi o stadii eterogenei fra loro distinti l'uno dall'altro da

---

(1) Cfr. BETTI *La vindicatio romana primitiva* p. 13[1].

(2) Su ciò v. SUMMER MAINE *L'ancien droit* 356. *Etude sur l'histoire des institution primitives* 312; GRADENWITZ in *Festgabe f. Gneist* 289; JOBBÉ DUVAL *Etudes* cit. I, 121-324. 374. 479. 384; PEROZZI *Istit.* II. 40[1].

(3) Cfr. MÜNDERLOH *Ueber Schein und Wirklichkeit an der legis actio sacramento in rem* in *Zeitschr. f. Rechtsg.* 13, 445-448. 460-464; contro la spiegazione superficiale del BETHMANN HOLLWEG *Civilproz.* I. 132-134.

(4) È evidente in ciò l'affinità tecnica coi « nachgeformte Rechtsgeschäfte » quali li definisce il RABEL in *Sav. Z.* 27, 306-7.

una netta *cesura ideale*: l'uno (a) (vindicatio) preliminare, introduttivo, l'altro (b) provocatio sacramento) principale: il primo aggressivo, contradittorio, di origine antichissima, il secondo conciliativo, contrattuale, di origine recente. Il primo atto è ancora in apparenza un'affermazione attiva, autoritaria di sovranità (hunc — aio), un'azione esecutiva volta successivamente da entrambe le parti contro la cosa controversa — la vera e propria actio in rem in senso etimologico (1). Se non che lo scopo intimo della vindicatio iniziale non è più ora quello di avventarsi sulla cosa per prenderla d'assalto, bensì (2) quello di provocare da parte dell'avversario in giudizio la dichiarazione vincolante di riconoscere la padronanza affermata (confessio, cessio) (dichiarazione esprimibile anche per atto concludente come il silenzio) o di sostenere la padronanza propria (contravindicatio). Soltanto così, di fronte a un avversario presente in iure la vindicatio assume carattere di processo con effetto di *accertamento*. Come la risposta avversaria, sia confessio sia vindicatio, è congrua in modo perfetto alla vindicatio iniziale, così l'una e l'altra costituiscono insieme un procedimento formalizzato che richiede di necessità la cooperazione di due soggetti giuridici.

Il processo reale si configura come contenzioso o come pacifico secondo che l'actio del rivendicante contro la cosa in conspetto dell'avversario incontri la contradizione formale ovvero la non-contradizione pure formale da parte di quest'ultimo. Poichè l'omissione formale della vindicatio significa assentimento alla vindicatio precedente e volontario abbandono della cosa, perciò la vindicatio non contradetta viene subito confermata come valida anche dal magistrato di fronte all'avversario, con effetto d'accertamento vincolante per lui e

(1) Essa s'inizia con un atto estragiudiziale: il rivendicante afferra anzitutto la cosa mobile dove si trova — non altrimenti che il creditore (leso) afferra la persona del debitore (delinquente) — e la porta dinanzi al tribunale pretorio (in ius ductio, latio), ove se ne afferma il padrone (Cfr. BECHMANN *Studie im Gebiete der l. a. sacr. in rem* 12 sgg.; H. KRÜGER, *Gesch d. cap. demin.* I. 165 sgg. *Sav. Z.* 10, 169; DEMELIUS *Confessio* 43 sgg.; BERNHÖFT *Staat u. Recht* 223-4). Il suo atto, non essendo di per sè diretto contro un avversario determinato introduce una *contesa* soltanto allora che si presenti un altro pretendente per contradire afferrando la cosa a sua volta e affermandola sua: soltanto allora sull'azione esecutiva di entrambi s'innesta una procedura contradittoria (cfr. JOBBÉ DUVAL *Etudes* I. 312, 318).

(2) Così, contro DEMELIUS, WLASSAK in *Sav. Z.* 25, 145-152.

solo per lui (addictio) (1). La legis actio in rem contensiosa si atteggia invece quale lotta ideale di due pretendenti pel riconoscimento del diritto relativamente migliore (2). Tra le due actiones contradittorie degli avversarii vi è qui bensì conformità, corrispondenza formale, manca però concordanza, congruenza materiale: esse rispondono l'una all'altra, ma sono inconciliabili tra loro: se l'una è vera, l'altra è falsa. Da questo punto di vista esse esprimono tutt'altro che un accordo (3), constatano anzi la impossibilità di addivenire a un'intesa pacifica, senza iudex (pactio), a una composizione amichevole senza controversia: esse non esprimono ancora in modo positivo neanche la comune volontà di lottare — chè a ciò occorre pur sempre un contratto — bensì formano solo il preludio e il *motivo* (quando... vindicavisti) del contratto processuale.

È questo il secondo atto del dramma della l. a. sacramento in rem, la vera e propria actio sacramento: dove l'atto preliminare era rivolto contro la cosa controversa, l'atto principale si rivolge direttamente contro l'avversario; soltanto la provocatio sacramento reciproca è il vero e proprio atto che fonda il rapporto litigioso, poichè soltanto con essa le parti dichiarano la loro concorde volontà di lottare (4).

Il motivo prossimo della provocatio sacramento da parte del primo rivendicante è propriamente il rifiuto formale di rispondere — espresso con la formola « ius peregi sicut vindictam imposui » — che il secondo rivendicante (possessore) oppone alla domanda del primo. Ora ciò fa suporre che appunto per mezzo di tale rifiuto di risposta — che rappresenta un torto (furto) — il processo reale primitivo (dell'età regia) si sia trasformato nella

---

(1) Ciò che ha effetto giuridico non è propriamente la volontà, bensì la forma osservata (Wlassak in Sav. Z. 26, 403[1] e Rabel ivi 28, 315). L'addicere (I. 2, 24; Ulp. Reg. 19, 9. 10) conferma il dicere (aio) della vindicatio (Sav. Z. 25, 90 sgg.) ed è indispensabile quanto il cedere della parte.

(2) V. p. es. ZIMMERN Gesch. d. R. P. R. 3, 108; WETZEL Vind. pr. 45 sgg. 53; LOTMAR Zur l. a. sacram. § 18; BRINZ Zur Contravind. in Festg. Spengel 125 sgg.

(3) Ciò ben osservò il BEKKER in Sav. Z. 27, pag. 29 (lin. 19-20).

(4) Per la distinzione v. GRADENWITZ in *Festschrift f. Bekker* 398-9. Propriamente l'atto della provocatio è quindi quello che una volta compiuto ha per affetto di escludere pel futuro un'actio de eadem re (bis de eadem re ne sit actio: cfr. I. 4 108) è quello di cui chi fosse di nuovo convenuto poteva rifiutare la ripetizione (cfr. GRADENWITZ in *Sav. Z.* 27 242[1]).

legis actio sacramento a noi nota. La provocatio sacramento del primo rivendicante rappresenta la prima concessione ideale di lui all'avversario: « sì? ebbene, poichè hai rivendicato a torto t'invito a giurare sulla tua vindicatio » (1). Non più, come in età preistorica, il rivendicante assale il possessore che non sodisfa la sua domanda per togliergli la cosa, bensì dal tribunale del magistrato lo chiama innanzi (pro — vocat) al tribunale sacro a giurare: sacramento provocare significa appunto: pronunciando in precedenza la formola del giuramento (come lo stipulator pronuncia la formola della sponsio) invitare l'avversario a obbligarsi col ripeterla (2). Ciascuna parte infatti, seguendo l'invito avversario *attesta* con giuramento solenne in conspetto degli dei che la dichiarazione propria è quella sola *legittima* (iusta) e per implicito impugna come falsa l'affermazione avversaria. Tale attestazione di legittimità, è la vera intentio, ossia il *programma di processo* della legis actio per sacramentum, quella che formula al iudex la questione da decidere con un puro e semplice sì o no.

I sacramenta di entrambe le parti hanno per effetto e scopo in origine non tanto di porre la base indispensabile per un giudizio non altrimenti possibile, quanto di costringere il magistrato a rinunciare alla cognitio propria e a deferirla ai pontefici (3). In prosieguo, per evitare alle parti contendenti di rispondere col proprio caput, il processo per giuramento si è trasformato in processo *per scommessa*, che è quello a noi noto: invece di giuramenti veri si sono prestati giuramenti di danaro (4). L'ira e la punizione degli dei invocati, per avere a torto preteso la loro assistenza colpiscono lo spergiuro solo in tanto in quanto egli stesso si è loro assoggettato nella formola giurata: dove prima si consacravano agli dei i propri capita, poscia si consacravano, in vece di quelli, altri oggetti,

---

(1) GRADENWITZ in Festschrift für Bekker 399.

(2) « Sacramento provocare » è interpretato da KELLER (*Civilpr.* § 13 n. 196) come dativo, da STINTZING (*Ueber das Verhältnis d. l. a. sacr.* 7) e DANZ (*Sakr. Schutz* 165 sgg), come ablativo: dal punto di vista logico KELLER ha ragione nel suo errore grammaticale (HUSCHKE *Multa u. Sacr.* 362[21] e PFLÜGER op. cit. 52). L'avversario fa a sua volta il medesimo invito: egli v' ha diritto per reciprocità: poichè la pena dello spergiuro é capitale, chi vi espone l' avversario impugnando di falso il suo sacram., deve esporsi egli stesso al medesimo pericolo (PFLÜGER op. cit. 53).

(3) Così SOHM *Institutionem* § 48 n. 2.

(4) Così PFLÜGER op. cit. 55. Cfr. BRUNNER *D. R. G.* II 430. 514.

da prima beni con valore pecuniario (capi di bestiame) poi danaro (1), destinandoli a cadere in potere degli dei pel caso che il giuramento fosse falso (2).

Ciò che le parti danno a *pegno* in mano dei pontefici non è più il loro stesso caput bensì una parte del loro patrimonio (3): per modo che l'effetto della perdita nel processo non è più la caduta in sacertà bensì l'obbligo assunto in precedenza di prestare all'erario una specie di composizione fissa (poena) — chiamata poi essa stessa sacramentum —, pagando la quale come prezzo di riscatto la parte vinta si libera (4). Quello che si stabilisce tra le parti con la provocatio sacramento reciproca, venendo a sospendere la relazione immediata di entrambe le parti con la cosa è un rapporto personale penale, nella forma pel delitto della iniusta provocatio, nella sostanza per la vindicatio iniusta, sia intentata sia contrapposta a quella iusta intentata. Il torto dell' « iniuria vindicare » da parte dell'uno dei due pretendenti trova appunto la sua espressione processuale prima nel giuramento falso, poi nella scommessa illegittima che lo rappresenta e nella poena quale sanzione.

---

(1) È il medesimo svolgimento per cui il delinquente per riscattarsi dalla vindicta, invece di dare un vindex locuples o sè stesso a nexum, dà a titolo di composizione (poena) prima capi di bestiame, poi danaro. (BETTI *La vindicatio romana primitiva*, estr. 43-44). Sono due aspetti dello stesso fenomeno.

(2) Cfr. KARLOWA *Civilprozess z. Z. der L. A.* 19 sgg.; cfr. BRUNNER *D. R. G.* 2, 497[2] e PLANCK *D. deustche Gerichtsverfahren im M. A.* 833.

(3) STINTZING *Ueber das Verf. der l. a.° sacram. z. dem Verf. durch sponsio pr.* 10 sgg.

(4) Su ciò v. ASVERUS *Ueber die legis actio sacramenti* e la rec. di HUSCHKE in *Jahrbücher hgg. v. Richter u. Schneider* 3, 665 sgg. Sulla forma originaria della l. a. sacramento in rem v. oltre KARLOWA op. cit. 14 sgg. e STINTZING op. cit. 10 sgg.: JHERING *Geist*[4] I 302 sgg., (n 210 a); DANZ *D. sakr. Schutz im r. Rechtsverkehr* 151 sgg., in *Jahrb. d. gem. Rechts* 5, 88 sgg. e in *Zeitschr. f. Rechtsg.* 6, 339 sgg; MÜNDERLOH in *Zeitschr. f. Rechtsg.* 13, 452-458; CUQ *Institutions* 1, 409[1]; EISELE *Beiträge zur r. Rechtsgesch.* 218; da ultimo PFLÜGER *Legis actio sacramento* 10-20. 15 sgg. Tutta la letteratura venuta a nostra conoscenza concernente il tema della l. a.° sacramento è da noi citata nello scritto « *L'antitesi storica tra iudicare e damnare* » p. 11-12. 23-24. 26-27.

NOTE ETIMOLOGICHE E LESSICALI CÔRSE

Nota I[a] del S. C. prof. Pier Enea Guarnerio

(*Adunanza del 6 maggio 1915*)

Le nobili parole con le quali il collega Carlo Salvioni si piacque di presentare a codesto Istituto il *Vocabolario dei dialetti, costumi e geografia della Corsica* (1) mi dispensano dal tesservi l'elogio di codesta opera postuma del dott. F. D. Falcucci, in cui amore di scienza e carità di patria si consertano in augurale connubio. Ma il collega ha fermato l'attenzione soprattutto sulla circostanza che la lunga fatica del compianto Autore compaia alla luce nello stesso tempo, in cui si vien pubblicando in Francia l'*Atlas linguistique de la Corse* a cura di J. Gilliéron ed E. Edmont, che è offerto dall'editore come « complemento necessario » dell'*Atlas linguistique de la France* per opera dei medesimi Autori.

Ben avventurata invero, è questa coincidenza, perchè se la scienza non ha mai dubitato della realtà della collocazione delle parlate côrse nel gran quadro dei dialetti italiani (2), giova ora più che mai che insieme con l'eco genuina della parola côrsa di quarant'anni or sono, si possa sentire e studiare il suono della parola odierna, per stabilire quali tralignamenti e in qual grado questa ha sofferto nel volgere degli ultimi decenni. Se non che un coscienzioso esame delle carte pubblicate finora — in tutto 599 — dimostra che esse non modificano nè aggiungono gran che di nuovo e di caratteristico al patrimonio lessicale, che ci è conservato nel Vocabolario del Falcucci, mentre al contrario fanno sorgere troppi dubbi sulla realtà della pronuncia rappresentata nelle carte stesse.

Chiunque giudichi « con occhio chiaro e con affetto puro »

---

(1) V. questi *Rendiconti* XLVIII 246.

(2) V. per es. Meyer-Lübke *Einführung in das Studium der Rom. Sprachwiss.* Heidelberg, Winter, 1909. 2.a ediz. p. 24.

deve riconoscere con me che un difetto fondamentale infirma l'Atlante, quello di considerare la Corsica come una parte del dominio della lingua francese, allo stesso modo delle valli savoiarde, della Svizzera romanza e del Belgio. Gli Autori, è vero, hanno procurato, come afferma il manifesto dell' editore. di adattare i questionari alle condizioni geografiche e sociali della nuova regione che esploravano; ma in effetto non hanno potuto o voluto sottrarsi all'impero di quel principio e i questionari non rispondono al genio della stirpe côrsa. Essi appaiono troppo manifestamente compilati alla foggia di quelli della parte francese, mentre dovevano essere concepiti nella sostanza ed espressi nella forma ben diversamente, per essere in armonia con le condizioni reali d'origine e di vita del popolo, di cui si indagava il linguaggio.

Oltre a ciò la rappresentazione grafica della parola côrsa sorprende chiunque di questa abbia qualche conoscenza diretta. Taccio di alcuni accenti inesatti, imputabili forse a svarioni tipografici; taccio di alcune notazioni di consonanti o gruppi di consonanti, malcerte, di alcune vocali finali, infide; rilevo solo la nasalizzazione sistematicamente riprodotta per ogni luogo di qualsiasi regione della banda di dentro o della banda di fuori. Io che ho ben presente (e ne presi subito diligente nota) come suonava il dialetto côrso in bocca del Falcucci, e che anche più tardi ebbi occasione di interrogare altri suoi conterranei, non ho mai percepito che le vocali seguite da nasale semplice o complicata non che fossero, ma nemmeno cominciassero ad essere affette da quel processo di nasalizzazione, che appare ora notato nell'Atlante per qualunque luogo e qualsiasi parlante, come un fenomeno ormai divenuto comune. Alterazioni siffatte non avvengono d'un subito, ma passando per diversi gradi, richiedono un lasso di tempo abbastanza lungo, come mai dunque non fu mai avvertito alcun che di speciale nella pronuncia di dette vocali, che preannunciasse l'alterazione di cui si discorre? Non è ovvio il dubbio che non sia questa la genuina pronuncia del parlante, ma che riproduca invece la percezione di un orecchio educato a sentire sempre e dovunque quelle vocali nasali? Non è ancora il momento di una risposta definitiva. Occorre che tutto l'Atlante sia pubblicato e che una nuova audizione di parlanti delle varie parti dell'isola sia raccolta da altri orecchi.

Frattanto mi si permetta che fra le noterelle, che sono venuto stendendo durante la stampa del volume, io cominci a dare comunicazione di quelle che meglio servono a dimostrare

le intime pertinaci consonanze del dialetto côrso col toscano (1), oppure si riferiscono a caratteristiche costumanze isolane, pur non tralasciandone alcune, che offrono argomento a discutere e chiarire qualche problema d'ordine fonetico o morfologico (2).

1. *Abruschju* cc. Rogliano. — Si usa nella locuzione: *Cumpà* e *cumà d' abruschju* e accenna ad un' usanza paesana così descritta dal Falcucci. « La vigilia di S. Giovanni si fanno, come nelle campagne toscane, dei grandi fuochi (3) e attorno saltano e intrecciano danze giovinetti e giovinette di età ancora tenera, e, finito il chiasso, si abbracciano e si baciano festosamente, chiamandosi a vicenda compari e comari; e quind' innanzi quante volte s' incontrano, rinnovano sorridendo il

(1) « Accanto alle quali intime pertinaci consonanze, rileva acutamente il Del Lungo, Rend. R. Accad. de' Lincei, 25 aprile 1915, la corrispondenza di mero significato del vocabolo francese che spesso è soggiunta [nel Vocab. del Falcucci], serve piuttosto ad accentuare quelle che a dare importanza a questa. La quale rimane, insomma corrispondenza da lingua a lingua, l' una estranea all' altra, salvo le affinità del comune germoglio latino; laddove nella lingua d' Italia il dialetto côrso si compenetra come ramo in tronco, e lingua italiana è da natura, se dal dialetto si astengono, la lingua dai Côrsi parlata ».

(2) Lo schizzo che dei dialetti còrsi è tracciato da me nell'*Archivio glott. it.* XIII 125-40 e XIV 131-200, 385-422, rimane ancora sufficiente guida nello studio della loro fonetica, onde mi dovrò di necessità richiamare spesso a quello con la nota sigla AGIt. Così con REW. mi riferisco agli otto fascicoli finora pubblicati del *Romanisches Etymologisches Wörterbuch* del Meyer Lübke e con Atl. rimando ai 3 fascicoli dell'*Atlas linguistique de la Corse* sopra ricordato. Per quel che è delle altre sigle mi attengo a quelle adottate dal Falcucci: cc. = capocorsino; cism. = cismontano; oltr. = oltremontano; int. = interno; sett. = settentrionale; com. = comune; sar. log. camp. gall. sass. = sardo logudorese, campidanese, gallurese, sassarese, e via dicendo. Ma i nomi di luogo, che talora susseguono alle suddette abbreviazioni, darò per esteso. Mi attengo pure al metodo di trascrizione del Falcucci molto semplice, v. Vocab. côrso p. XXIII, e quando sia il caso, darò la corrispondente grafia fonetica secondo il sistema dell'AGIt. Parimenti le forme attinte dall'Atl. darò, anche per ragioni tipografiche, secondo codesta grafia. Le altre abbreviazioni non mette conto di rilevare, essendo chiare per sè stesse, mentre altri fonti e rinvii saranno, ove occorra, indicati a tempo e luogo.

(3) Codesta specie di falò è detta com. *fucaraghju* e anche fm. *fucaraghja*, *-aglia*, come a dire 'focarario, o -acchio', e l' ultima forma mostra scambio di suff., come si vede pure in *furmagliu* sett. acc. a *furmaghju* com., *tumaglia* 'tomaja', ma di ciò altrove.

saluto gentile ». *Cumpà e cumà d'abruscju* viene dunque a dire ‘ compare e comare del fuoco della vigilia di S. Giovanni’. È evidente che *abruschju* non è che deverbale di *abruschjà* cc. e cism. Bolagna ‘abbrustolare, -ire, bruciare leggermente, strinare’ e sim., che corrisponde all'a. it. *abbrustiare* AGIt. XVI 599 con la nota sostituzione di *stį-* a *-skį-*, propria del tosc. e non ignota al côrso, come si vede per es. nel bast. *fristià* acc. a *frischjà*, *frischju*, *-ulu* (1).

2. *Accènnita* cism. Porta e Orezza ‘lampo’. — Gli sta accanto il sett. *accinnata* (2) ‘il bruciare del polverino nell'archibugio’, ‘lampo che precede la scarica d'un arma da fuoco’. Nell' oltr. Sartene occorre invece *accèndita* ‘lampo, baleno’, *accindità* ‘lampeggiare’ e *accenditata* ‘lampo d'un arme, il quale si vede prima che se n' oda il tuono’. Non sorge dubbio che si tratta di un frequentativo in -itare di accendere, donde i deverbali oltr. *accèndita*, *-itata*: ma la forma del Cismonte *accènnita*, *accinnata* con l'alterazione di -ND- in *-nn-*, ci attestano che il fenomeno rimasto ora come caratteristico dell' oltr. di Zicavo, AGIt. XIV 165 § 151, doveva un giorno avere una ben più ampia estensione nell' isola.

3. *Afru* com., talvolta *avru* ‘che ha sapore aspro, che ha in sè dell' acerbo, come la pera cotogna’: *ura afra;* ma anche (non nell' oltr.) ‘ruvido al tatto’: *pannu afru* (3). Tal quale il tosc. *afro* ‘aspro’, che il Fanfani registra insieme con *afrezza* ‘sapore aspro’, *afretto*, *afruzzo* ‘alquanto aspro’,

(1) Insieme con *abruschjà* c'è anche *abbuschjà*, *-ulà* int. cism. st. sign. acc. al semplice *uschjà* AGIt. XIV 155 § 111 e REW. 9097. Altra base ha il cc. e cism. Campile *abruscà* e con suff. dim. *-ulà* ‘abbronzare, abbrustolire’ e sim., che trova perfetta concordanza di forma e di senso con l'it. *abbruscare* AGIt. XVI 599, e cfr. log. *abbruscare*, sic. *-ari* ecc. REW. 7460. Vi si collega la locuzione mar. *dà la brusca* ‘far fuoco con *brisca* ossia stipe, sotto il piano ed opera viva della nave per bruciare le immondezze, onde visitare e applicare poi un nuovo spalmo’, cui corrisponde, è vero, il prov. *bruscar* ‘ripulire una nave con erica’, ma insieme anche l'a. it. *bruscare*, *dibruscare*; genov. *briscà*.

(2) Veramente nel Vocab. non è data la accentazione, ma presumo la voce sia parossitona d'accordo con *accenditata* e dovrà l'*i* all'atonia, come in *accindità*. In *accenditata* invece è mantenuto l'*e* originario di accendere.

(3) Nella locuzione di Bastia *u summere d'Afri* ‘un asino più asino degli altri’ al dire del Lucciana, è manifesto un giuoco di parole tra *afru* ‘aspro’ e *Afru* ‘d'Africa’.

africogno 'che ha dell'afro' ed. è agg. d'una sorta d'uva, e *afrore* 'odore forte, che viene dal vino recente, dall'aceto e anche dal carbone acceso'. È voce senese, dice il Fanfani, usata pure dagli Aretini, come il testimonia il Redi nel Vocab. aretino.

4. *Aggiugliá*, *ag-* com., *acciuddá* oltr. Zicavo 'assopire' sentirsi accapacciato, oppresso da languore per effetto del *gióglíu*'. — Così il Falcucci e a ragione. Corrisponde all'a. it. *aggiogliato*, ora *allogliato*, e come qui anche nel côrso ha luogo l'assimilazione palatale del *l-* iniziale, cioè *l—t* in *ģ—t*, onde *gióglíu*, tosc. arc. *gioglio*. Nell'int. e nell'oltr. occorre anche *cióglíu* con la sorda iniziale, e altresì *ghjóglíu* con la proferenza indigena della palatale iniziale, AGIt. XIV 172 § 174. L'oltr. *acciuddá* è da aggiungere alla serie di -LJ- in *-dd-* insieme con *ciddu* 'ciglio', *padd̦aghju* 'pagliaio' e sim. dell'AGIt. XIV 145 § 78 (1).

5. *Agrestu* agg. di 'luogo all'uggia e frigido'. — Non altro che a g r e s t i s, ma notevole pel significato, che torna nel sost. *agrura* cc. e cism. Moita 'uzza, aria fresca e pungente che sentiamo la sera e la mattina presto', 'freddo che provasi nei luoghi all'uggia'. La speciale accezione delle due voci côrse trova ragione nel fatto che 'i luoghi all'ombra' sono 'selvatici', che è appunto uno dei significati dell'it. *agresto*, e forse in *agrura* si avrà anche incontro con *friscura*. Da aggiungersi dunque al REW. 295 s. a g r e s t i s (2), mentre invece vanno coi derivati da a c e r, a c r u REW. 92 il sost. e agg. *agru* 'agro' e i sost. *agróre* 'agrezza, asprezza' dei frutti, *agrèzu* 'asprezza, acrimonia', *agrèstu* 'agrèsto' che ha acc. nel cc. e cism. Castagniccia il sinonimo *agrazzu*, che è tal quale nel log. 'vinuccio'.

6. *Álaba* int. 'imposta interna di finestra' e con ettlissi della vocale dello sdrucciolo *alba* (3), d'ordinario pl. *-e* cism.

---

(1) Estratto da *gióglíu* con suff. dim. è *glióglíulu* cc. 'frollo' di persona grassa e sfatta, dove incontra l'assimilazione di *ģ—t* in *t—t*; mentre in *cióllulu* cism. Castagniccia (almeno Campile) 'sollo, tenero' da *cióglíu* + *ulu*, è assimilazione di *t—l* in *ll—l*.

(2) Alla stessa base spetta il sett. *arrésticu* 'cavallo lunatico' e anche d'altri animali e talvolta dell'uomo stesso, come a dire *a g r e s t i c u s, ma con incrocio di *arru*, *afru* nel senso di 'ruvido, aspro, fiero', che ha anche l'it. *agresto*, per es. « La rea femina era più agresta che la morte ».

(3) Oltre gli es. di ettlissi in AGIt. XIV 143 § 62, si possono ricordare: *amerganetta* = **ameriganetta* 'specie di vestito all'ameri-

Campile ‘ imposta di finestra ’, e con *-lb-* in *-rv-*, *arva* ‘ imposta d’uscio ’. — Nulla osta che derivi direttamente da quell’*alapa* ‘ battente ’ supposto dal REW. 310, ma la scarsa vitalità di codesta base ristretta ad alcune regioni, esclusa l’ Italia, mi fa ritenere la voce come un pretto spagnolismo, e alla Spagna ci riporta anche il log. *alabare*, *-ares* pl. ‘ tavole del basto, parti laterali del petto ’ (1).

7. *Allèccitu -eccitá* cism. e oltr. Santa Maria e Sicchè ‘ dare a succhiare ai bambini appena nati zucchero, mele o sim.’. — Non da a l l i c e r e, come pensava il Falcucci, ma da un suo frequentativo a l l i c - i c a r e, REW. 352 e con scambio di suff. *a l l i c - i t a r e, ed è un pp. in funzione di sostantivo sulla foggia di *accènnita* v. Nr. 2, *giòlitu* ecc. Ne sono varietà sett. e oltr. Sartene *allucidá*, *-ucitá*, *-uccitá* st. signif. con sostituz. di *-ucit-* ad *-icit-*.

8. *Allirantatu* oltr. Sartene, *allev-* oltr. Ajaccio, aggettivo del ‘ frutto che per cagione del vento di levante non è giunto a maturità ’. *Chi tu sia allevantatu!* imprecaz. ajaccina, « perchè il levante è in Ajaccio un vento che brucia le piante ». — Una stessa cosa del log. *allevantare* ‘ sbalestrare ’, che il Salvioni RDR. IV 105 manda col mesolc. *leventá* ‘ allevare ’ REW. 359; e quindi coi verbi in - a n t - a r e, come l’ eng. *alventer*, lo sp. e port. *levantar* REW. 5000 e Rom. Gr. II. § 592. Però la significazione specifica delle voci côrse mostra come vi si senta il « levante » e dall’imprecaz. ajaccina al senso traslato del log. è breve il passo.

---

cana ’; *cermònia* ‘ cerimonia ’, *cermuniá*, *-iòsu* ‘ far complimenti, cerimonioso ’; *merzana* = *meranzana* ‘ melanzana ’; *ferla* = *ferula*; *fòlga* ‘ folaga ’, e via dicendo. — Notevole *alda* com. ‘ alito, spiro ’, deverbale da h a l i t a r e con la sonora mantenuta anche nell’ ettlissi.

(1) Dalla c. 379 dell’Atl. non risulta la forma *àlaba*. C’è invece *alba* a San Fiorenzo e Bastia, *albe* Canavaggio, *albe* e *albeta* Venzolasca, tutti luoghi del bastiese; poi per le altre parti dell’ isola è abbastanza diffusa (18 località su 44) la voce *alèta*, in cui il dim. *albèta* si è incrociato con quello di *ala*. Anche l’Atl. nota che le *albe* sono le imposte interne; e per contrapposto si diffonde ora nella maggior parte dei paesi *kontravèntu* per quelle esterne. C’è inoltre *skuru*, *skura*, *oskura* per quelle all’ interno, o altre voci secondo le nuove fogge in uso, quali *persiana* e *purtillinu* Calenzana, *ǵirujia* Bonifacio, senza dire di *paravèntu* Piana, Zicavo, Conca e Portovecchio, che è varietà di *kontravèntu*, e di cui la ragione è evidente. A Sartene *kaćafóra* pure facile a intendersi.

9. *Allopiu* com. 'oppio', coi derivati *allupiá*, *-biá* e con scambio di suff. *allupicassi* cism. Moita 'prender sonno, appisolarsi' ecc. — Vanno col tosc. pop. *alloppio*, *loppio* da opulus con l'articolo conglutinato, la prostesi di *a-* e il raddoppiamento della consonante iniziale, v. AGIt. XIV 187 § 198, come si ha pure in *alappiu* com., *appiu* cc. Centuri 'appio' (1). Altro derivato è *allappicassi* cc. e cism. Castagniccia 'appisolarsi, addormentarsi leggermente', *-icata* 'l'atto dell'appisolarsi'; non altro che il tosc. *alloppicarsi* con *o* atono in *a*, come talvolta incontra v. Nr. 31 (2).

10. *Altanaja*. — È nome di un monte. Vi si continua altanus 'vento del sud-ovest' col suff. di derivazione -aria in *-aja* forma letteraria per l'indigena *-achja*, *-aghja*; cfr. sp. *altano*, prov. *autan*, ed è fm. concordato con *punta* 'cima' o qualche cosa di sim.

11. *Alzu* com. 'alno'. — Postula di necessità *alciu con l'esito di *-çiu* in *-zu*, che non è quello ordinario, ma pure si incontra in *calza*, e derivati, tra cui *calzi* pl. oltr. Sartene 'pantaloni', in *calzu* 'ceppo', *-ólu* 'il basso del giunco' acc. a *calciu*, *calcigá*, come in it. *calcio* acc. a *calzuolo* e sim. Quanto alla base la giudicheremo alla stregua del calabr. *áuzinu* acc. a *ticinu* da *alnicetu per la via di *alnica *álcina, -u v. Salvioni AGIt. XV 451 n. (3).

---

(1) Frequenti, non meno che nel tosc., i casi di concrezione dell'articolo e agli esempi dell'AGIt. XIV 187 § 202 aggiungansi: *lèllera* cism. Balagna, tosc. id. e lucch. *lellora* 'edera'; *Lellèna* n. pr. 'Elena'; *lendiciu* 'endice, guardanidio'; *lumbrina* 'ombrina' pesce; *luciánu (mare)* 'l'oceano', *Lergali* nl. acc. a *Ergali*, che sembra *ar-*, *algali* luogo di alghe e cfr. *algachju*, *-óla*, *Lónda* nl., lucch. id.; *leğu* 'capretto' Evisa Atl. c. 233, e altri vedremo in seguito. Sono esemplari del fenomeno contrario, da agg. allo stesso § 202: *ciártula* oltr. Sartene 'lucertola', cfr. tosc. *certone*, *ciortone* REW. 4821, lucch. *ciortella*; *cifaru* 'lucifero' acc. a *arcifalu* metat. di *lucifaru*, *ulc-*, *alc-* con scambi di assimilazione e dissimilazione manifesti; *macone* oltr. Ajaccio 'lumacone'; *cinderi* che vedremo più innanzi al Nr. 68; e così altri. In *ugértula* int. acc. a *bucertula*, *vu-* vedremo la caduta del *b-* (di *buco* immesso nella voce) piuttosto che la distrazione dell'articolo.

(2) Da nomi di piante in accezioni consimili derivano pure: *insambuchitu*, *-cunitu* cc. 'caloscio, molle', cfr. *sambucònu* oltr. Sartene st. sign. da 'sambuco'; *insuari* cism. 'intorbidire' da *súara*, *-u*, *súvara*, *-u* 'sughero' e inoltre *aggiugliá* v. più indietro Nr. 4.

(3) Appare in parecchi nomi di luogo: *Alzi* n. di un Comune, di una villa di S. Damiano e di un luogo di Rogliano; *Alzia* villa di

12. *Àmbacu* cc. e cism. Campile ' quell' umore giallo che resta nelle caselle o buchi de' favi e dove muoiono i fuchi '. — Un deverbale dalla base *limicare, donde l'it. *lim-*, *lamicare* ' gocciolare, stillare ' REW. 5049, come a dire **làmicu*, **làmacu*, donde con epetensi di *b* dopo *m* e distrazione del supposto articolo *l'àmbacu* (1). Aggiungasi che è voce reale *límicu* sett. ' morbidezza prodotta dai liquidi ' e Porta ' limo del fiume ' e come aggettivo ' grasso, appiccicoso e che fa schifo '.

13. *Ambrechju* cc. Rogliano ' aborto, creatura nata avanti il termine ', Centuri ' cosa che fa impressione '. — A Rogliano usasi anche per *abreju* ' ebreo ' e ci dà la chiave dell' etimo; perocchè *ambrechju* non sia altro che *abreju* con *m* epetentico davanti a *b* (2) e *-j-* in *-č-*, come si vede in AGIt. XIV 144 § 77, dove si può aggiungere *abachju*, *-chjà* ' abbaio, -are ', *machjale* ' maiale ' ecc. Ed è degno di nota per la storia dei significati che ' ebreo ' sia passato a dire ' persona o cosa che fa impressione ', e quindi ' mostro, aborto '.

14. *Ànfiu* cc. e cism. Campile nella locuzione di minaccia: *Ti facciu l'ànfiu* ' ti sgozzo ', desunta dal fatto che sgozzato un animale, per lo più bestie ovine, si soffia da un' apertura praticata tra la pelle e la carne di una zampa, di guisa che l'aria penetrando fa gonfiare il corpo, e più facilmente si possa

S. Reparata di Balagna; *Alzètu* villa di Pietrabugna; *Alzipratu* luogo nelle vicinanze di Montemaggiore in Balagna, in alcuni dei quali già il Falcucci aveva ravvisato *alzi* ' alni '.

(1) Per la distrazione dell' articolo v. Nr. 9 n, e per l' epetensi di *b* dopo *m* ricordiamo oltre gli esempi in AGIt. XIV 187 § 200: *ghjòmbulu* ' pietra tonda di fiume ' cfr. *ghjumitulu*; *rumbu* ' rumme ' liquore; *aggrumbulatu* cc. e cism. Castagniccia ' aggrumato, aggrommato ' cfr. *grómbulu* ' granello ' AGIt. XIV 155 § 113 acc. a *grómmu*, *-ulu*, e sim.; e vien fatto di chiedere se non si tratti di geminaz. distratta, cfr. lucch. AGIt. XII 124, come parrebbe in *ambicci*, acc. ad *abbici*, *mansa* acc. a *massa*, però per questo v. Salvioni ASSard. V 216 e RILomb. XLII 827.

(2) Abbiamo veduto testé Nr. 12 n. *ambicci*, aggiungansi ora: *ambòlgu* acc. a *abòlgu* ' convolvolo ', cfr. *abòglie* e *imbòglie*; *columbrina* ' colubrina ' con avvicinamento a colomba; *ciambata* acc. a *ciabata* ' ciabatta '; *cómbidu* (*lòcu*) ' luogo comodo '; *lampazzu* acc. a *lapazzu*, anche it. *lampazio*, ' lapazio ', campid *lampazzu*; *scambèllu*, *sg-* ' sgabello del ciabattino ' con avvicinamento a *gamba*, e con *-mb-* in *-m-* *scamèllu*; *sèmbula* int. ' semola '; *trimbià* cc. Centuri ' che dicesi di una pianta che onusta di frutti inchinasi pel loro incarco ' ed è tremere + suff. di derivaz. *-iá-re* ' tremare ', e via dicendo.

staccare la pelle. — Un deverbale da **anfiare*, che è l'it. *enfiare* REW. 4406. Per la spiccata tendenza a ridurre ad *a-* l'iniziale atona del prefisso o presunto pref. *in-*, *im-*, oltre gli esempi in AGIt. XIV 142 § 61, si veggano: *ansaladina* 'insalatina', *anguinachja* 'inguinaia' e anche tosc. *anguinaglia*, *ancona* cc., *incona* sett. 'immagine sacra' ecc., *ambrunali* 'imbrunali' *fattu all' ambrustulata* cc. Rogl. 'fatto alla grossa' da *imbrustuli*, *ambustu* sett. 'busto'. *ambutu* com. 'imbuto', *amparà* 'imparare', *ampjì* acc. a *émpie* cism. implere, *ampiata* sin. di *anchjata* t. basso 'cacata' ecc.

15. *Annastu*, *-iu*, *nastu* cc. e cism. Castagniccia 'fiuto del bracco'. — È il genov. *anastu*, *-â* da nasitare REW. 5836 Il Vocab. côrso registra anche *innastru* col prefisso *in-* intatto, e dove è l'epentesi di *r* nel nesso cons.*t-* o *-t* di sillaba finale, fenomeno che ha nel côrso un'attività ben maggiore che non nel tosc. e it. lett. v. AGIt. XIV 187 § 200 e aggiungansi: *ghjestra* 'gesta' v. innanzi; *pudestra* 'podesta' forza, vigore. *lentru* cism. 'lento, tardo', *lentra* v. innanzi. *côltru* 'colto' luogo coltivato, *cicèlbitra* 'cicerbita', *bòlfitru* v. Nr. 44 e sim.

16. *Annéchju* oltr. Sartene 'rifugio, nascondiglio, nicchia' (1). — È facile vedervi appunto l'it. *nicchia* REW. 5910, con pref. *in-* (*an-*) così frequente v. Nr. 14, ma resta oscuro l'*e*, che potrebbe provenire dalle voci arizotoniche quali **annechjà*. Nell' oltr. Ajaccio e S. Maria e Sicchè c'è però *nicchju* st. sign.

17. *Annistà* oltr. Sartene 'aizzare'. — Fa pensare all'a. it. *adastare* 'stuzzicare, eccitare' REW. 148. La sostituzione del pref. *in-* e la metatesi reciproca della vocale *i-a* può spiegarci la forma *annistà*; ma il cism. Orezza ed Alesani dicono *intastà*, *-assi* 'aizzare, azzuffarsi', in cui il pref. *a-* è sostituito da *in-* e la sonora *d-* si è fatta sorda, come incontra in alcune zone, v. AGIt. XIV 176 § 183.

18. *Ansciá* sett. 'respirare', cism. 'sfiatare', *ansciu* com. 'respiro, fiato, alito', *-ata* 'fiatata', *-arólu* 'soffietto' ecc. — Li rilevo, perchè hanno accanto l'oltr. Sartene *anciu*, che va con l'aret. *anciare*, sen. *aciare*, e dànno occasione di avvertire che rispondono alla pronuncia *anšá*, *aču*, come appunto nel tosc., cfr. Nr. 38.

(1) Da non confondersi con *annéchju* oltr. Fozzano sinonimo di *annincu* 'annotino', *annòtina* cism. Campile 'capra o pecora che non figlia' ecc. Questo da annotinus come l'it. annotino, log. e camp. *annodinu*; e quello da anniculus, e l'altro con scambio del suff. -incu. Da agg. REW. 485 e 481.

19. *Antachju* cc., *-aju* sett. ‘callaja, valico, entratura libera d’un campo o apertura in un muro a secco pei campi’. Gli sta accanto *àntula* cc. ‘porta a due battenti’. — Entrambi derivati da anta, questo col suff. -ulu e quello con -ac’lu, donde *-č-* o *-j-* cfr. Nr. 10. Nell’aret. *anticchia* invece col suff. -ic’lu. Da agg. al REW. 492.

20. *Appachjà* sett. ‘piegare’. — Le locuzioni *appachjà una camicia, un taragliòlu* e sim. ‘piegare cotali oggetti in modo che d’uno se ne fa due, ugguagliandosi le parti, e così di mano in mano’, dimostrano che si tratta di un derivato di paria REW. 6219. Infatti all’it. *paio* il côrso risponde con *pachju* cc., *paghju* int. e Sartene (1); come ad *appaiare* con *appachjà*. E bene vi corrisponde anche la significazione specifica: *appachjà un mòrtu su la tòla*, che consiste nello stendere i morti vestiti di cappa e con le mani e i piedi giunti, cioè appaiati (*appachjati*) sopra una tavola (*tòla*), sostenuta da un desco o pure da due sedie; e i parenti e gli amici intorno li piangono.

21. *Appumèssu (All’)* cism. Balagna e oltr. Ajaccio ‘a ridosso, a riparo, a ricovero’. — È l’it. *appo*, a. log. *appus*, cui s’aggiunge il pp. *mèssu* da ‘mettere’. Da aggiung. al REW. 195 s. adpost, donde *appòssu* cism. e oltr. ‘dietro’.

22. *Aracanatu* ‘accanito’: *travagliu ar-* ‘lavoro indefesso’. — Entra in famiglia col gall. (Tempio) *arrinikatu* ‘arrabbiato’ e credo anch’io col Salvioni Rom. XLIII 372, che la base ne sia *ad-renegare e andrà dunque al n. 7208 del REW. con -egare sostituito da -icare (2). Ma nella voce côrsa, vi è, per via della metatesi, avvicinamento a *cane*: **arrikinatu, arrikanatu* e di più l’*i* antiprotonico assimilato con gli *a* successivi. Lo scempiamento poi del *-r-* della sillaba iniziale non è fuori dell’abito côrso, in cui *ar-* e *arr-* si alternano nella scrittura: *arabià, arrabià; arancà* ecc. e il Falcucci la chiama *r* media, per dire che pare raddoppiata.

23. *Arechjone* cc., *reghjone* cism. Castagniccia ‘posto da ricoverarsi’, un ricovero e può essere magari una stalla; inoltre

(1) Notevole pel significato: *lu pachju* cc., *-ghju* oltr. per dire ‘paio di remi’: *armà lu pachju* ‘armare i due remi’.

(2) Quanto al log. *arringare* ‘adirare’, sass. *arringa-arringa* ‘lima-lima’, che stanno certo per *arrinigare*, devono la ettlissi, non molto comune di solito nel sar., all’uso dell’esclamazione imperativale raddoppiata, che favoriva l’accorciamento del modo di dire.

rughjone cism. Balagna 'luogo che si dà ai pastori per pascervi la gregge': *dà a re-*, *dà a rughjone*, e con ulteriori significazioni: *righjònu* oltr. Sartene 'podere, tenuta, proprietà abbastanza vasta', *ruchjone* cc. Centuri 'casa cadente e meschina, casa in rovina'. — Sono qui in giuoco due basi che si sono incontrate nella forma e nel senso. A *rot'lu nel significato di 'branco, truppa' si riattacca *ruchjone* con lo svolgimento di *-t'l-* in *-č-* (*-ǧ-*), cfr. l'oltr. Sartene *rucchjà* 'raggruppare' cism. *rucchjata* 'banda, truppa'; e da regere deriva *règhje, arèghje, -si* con l'esito di -G av. *e*, *i-* in *-ǧ-* (*-č-*) v. AGIt. XIV 173 § 175, che come il log. *arrèere, -ghere* vale anche 'fermarsi, far sosta' (1), onde il sostant. *reghjone*, con significati che rispondono a codesta primitiva accezione. In *arechjone* è evidente che *a-* è dovuto all'aggiungimento caratteristico innanzi a *r-* e altre consonanti v. AGIt. XIV 186 § 198.

24. *Arèghju* cism., *-chju* cc. 'ombra (verso la sera), frigidezza sull'imbrunire': *Quandu l'arèghju sarà a tal lògu, mitterai la cena a lu fògu*, 'quando l'ombra sarà al tal punto ecc.'. — La ragione dei suoni ci porta all'it. *oreggio*, col significato di 'ombra' che possono assumere aura e i suoi derivati. Un deverbale dunque di *auridiare REW. 794 con *-dį-* in *-ǧ-* (*-č-*) e *or-* iniziale in *ar-* per la particolar tendenza, che vediamo nel Nr. seguente.

25. *Ariciale, riciale* 'limite d'una possessione', 'linea di confine', e nella Castagniccia *arigiale*, in Orezza *urigiale* 'striscia o estremità laterale d'una terra', donde il derivato *arighjinale* nel modo avv. *finu a l'a-* 'fino alla fine', cioè 'fino all'orlo'. — Infatti codeste voci non sono che derivazioni di *arice* cc. e Balagna, *urice* Orezza 'orlo, lembo, estremità laterale di un tessuto' foggiati come il tosc. *órice, orice* v. Salvioni, Rom. XLIII 561, su orum capostipite di ben numerosa famiglia, REW. 6086. Quanto alla sorda o alla sonora (*-ċ-*, *-ġ-*) siamo sempre nella vicenda propria delle varie zone isolane. Piuttosto è da notarsi il derivato *arighjinale*, ove il posto della sorda o sonora *-ċ-*, *-ġ-*, è stato preso da *-ghj-* (*-ǧ-*) succedaneo ordinario di *-c'l-*; dobbiamo dunque supporre una base *arighju* > *oriclu, donde col doppio suff. -inale la forma di cui si discorre. Un altro bel derivato è l'oltr. Sartene *innarigià* 'orlare' che va con *arigiale* di Castagniccia e il pref.

(1) Anche il pp. cc. *arèssu* concorda col log. *arressu*, acc. al cism. *arèttu*, log. *arrettu*. Salvioni, RILomb. XLII. 845 e 849.

in- (*inn-*). Il Vocab. registra altresì le forme aferetiche *rice* sett. e oltr. Ajaccio, *rige* 'estremità, orlo d' una stoffa' strisce di diverso colore del panno alle sue estremità, ecc.; e *ricèlla* cism. Campile 'specie di grano', come a dire **oricèlla*, cfr. tosc. *oriscello* che è appunto 'il grano venuto sul lembo del campo'. L' *o-* iniziale appare oscurato in *u-* solo nell'orezzinco *urice*, *-giale*, mentre è costantemente *a-* nelle altre voci della famiglia, ed è questa una delle alterazioni specifiche del côrso (1).

26. *Arièzza* com. propr. e fig., *rièzza* sett., *righèzza* cc., *arghè* oltr. 'mondiglia de' cereali' grano vano, non venuto perfetto, che si dà alle galline e ad altre bestie. — Il Falcucci ricorda l'a. it. *riezza* 'reità' da r e u s, e forse coglie nel segno. Allora *r e ĭ t i a < **reezza* e con *e-e* dissimilato in *i-e*: *rièzza* che è la forma sett., donde con l' aggiungimento di *a* avanti *r* v. Nr. 23: *arièzza*. Ma il cc. *righèzza* fa pensare piuttosto a un deriv. di r i g i d u. Nell'oltr. c'è inversione della sillaba iniziale *ri-*, *ra-*: *ar-*, e apocope della desinenza.

27. *Armègnulu* cc. Rogliano 'bimbo, fantoccio, creatura pargoletta'. — La spiegazione aggiunta, che l'ha udito dire per disprezzo da una madre contadina a proposito di un bastardello, mette fuori di dubbio che si tratta di un derivato di *ramingo* REW. 7035 con l' inversione di *ra-* iniziale, testè ricordata, e il suff. dim. *-ulu*. Notevole l'*e* tonico, ma cfr. aret. *ramengolo* 'bastone', che rincalza l' etimo r a m u s.

28. *Arucchjà* cc. e cism. Castagniccia 'tagliare un pezzo di legno in giro, un panno nel mezzo o pel largo invece che pel lungo', 'traversare un luogo per prender la via più corta' ecc. — L' idea predominante è quella di 'a traverso' e ben si uniforma con l'a. log. *ruclare* 'incrociare', od. log. *rujare* 'attraversare', da *r o t u l a r e, di cui continua i suoni col suo

(1) Sarebbe inutile l'esemplificazione dei casi di *o-*, *u-* atoni iniziali in *a-* cfr. Nr. 14 e v. AGlt. XIV 142 § 65; ciò non di meno eccone una serie: *aréffice* 'orefice', *arina -à* 'orina, -are', *arichjèlla*, *-cchjinu*, *-cchjone* ed altri derivati di *arecchja* 'orecchia'; *ardignu*, *ardegni* oltr. Sart. 'ordigno', *arlà* 'orlare', *Artali* e *Artalèlli* nnll. da *òrta* 'orto', *articula* cc. e cism. Orezza 'ortica', *Artinula* nl. per Ortinula, *armeghiu*, *armighià* 'ormeggio, -are'; *agliastra* cc. Rogliano 'oleastro', *alira* com. 'olivo'; *amilià*, *-azione* 'umiliare'; *ammòre* 'umore', *anore* 'onore', *anghjòle* cc., *onghj-* cism. pl. 'ugnoli', *anghjicula* oltr. 'briciolo', *anguentu* 'unguento'; *apprime* 'opprimere'; *asceri*, *osc-* 'usciere', ecc. ecc. V. anche Nr. 31.

-chj- (*-č*) da *-t'l-* (*-c'l-*). Da aggiungere adunque al REW. 7396. La Corsica conosce i continuatori di rotulus pur nel signif. dell'it. *rocchio* 'tronco, ceppo'; nella Castagniccia *rócchju* dice 'pezzo di legno, di ramo' e nell'oltr. Sartene *rucchjata*, Ajaccio *-atèlla* st. sign., mentre nel cc. *rócchju* vale 'gherone' e il derivato *rucchjone* parimenti 'pezzo di tela, perchè la camicia da donne riesca larga', e qui riviene con suff. dim. il cism. *rucchina* 'gonnella a *rócchji*' ossia a strisce lunghe, alla quale si sovrappone la sottana. Ma conosce altresì l'accezione di 'mucchio, branco', che è nel log. *rugru*, *ruju* Salvioni RILomb. XLIV 1101 e REW. 7397 e abbiamo ricordata or ora al Nr. 23.

29. *Arzilla* cc. Centuri e cism. Castagniccia, *anzirla* cc. Rogliano e oltr. Ajaccio 'argilla'. — Tal quale il livorn. ppsco., *arzilla* con *-rġ-* in *-rż-* risoluzione non indigena; e notevole ancora l'altra forma *anzirla*, che presuppone un **arzilla* con *-ll-* rotto in *-rl-*: *arzirla* e quindi per dissimilazione dei due *r-r* in *n-r*: *anzirla*, ajutando il pref. *an-* così frequente, v. Nr. 14.

30. *Àstiu* sett. e oltr. Ajaccio 'emulazione, brama di fare, di onorarsi tra gli altri'. — Già il Falcucci lo confronta con l'a. it. *asto* 'sollecitudine, cura'; *ad asto* 'sollecitamente, con gran cura', *adastare* 'stuzzicare, irritare' ecc. REW. 148 già ricordato a proposito di *annistà* Nr. 17. Però la voce côrsa ne è una nuova formazione per via del suff. *-'io*, come in *annástiu* acc. ad *annastu* Nr. 15, it. *accordio* acc. ad *accordo* e sim.

31. *Bacchipènzulu* 'sbadiglio'. — Va con l'int. *boccapanzulá*, cism. Orezza *bocchipenzulá* 'sbadigliare', nelle quali forme è manifesta l'intromissione di 'penzolo' REW. 6387, mentre l'oltr. Sartene *boccapandulá* è semplicemente da bucca + pandere col suff. -ul-are, AGIt. XIV 400 e REW. 6191. È da rilevarsi che nel deverbale *bacchipènzulu* l'*o* atono della sillaba iniziale si è fatto *a*, come incontra talvolta: *bacía* oltr. Sartene, *baciardu* 'bugia, -ardo', *cafanèlla* 'sp. di sporta tonda fatta di vimini' da 'cofano'; *manfarina* 'specie d'uva nera che trovasi nelle parti di Bastia, rende assai, ma fa un vino poco pregiato al confronto dei capocorsini', evidentemente per 'monferrina', *cantedu* 'contento' ASSard. 219 e sim.; certamente la sostituzione non è così estesa come per *o-*, *u-*, di cui si è detto al Nr. 25 n.

32. *Bagnasciuva* 'risucchio'. — Incontro di due imperativi 'bagna-asciuga'. Dello stesso genere: *cherca-verca*, 'giuoco nel quale uno salta sulle spalle dell'altro chino a terra, passandogli per la testa', che il Falcucci spiega 'carca-barca', ma

è di certo ' carca-varca ', perchè infatti nel giuoco si pesa sulla testa o spalle del compagno e si passa al di là; *a pone e leva* modo avv. ' a leva e metti ', e sim.

33. *Baja*, *v*- ' recipiente di legno cerchiato di ferro ' per le ulive. — Estrazione da *bájula* come ne fosse il primitivo, nel senso di vaso, REW. 886, 2 e mantiene il fm. della base.

34. *Bajnetta* 'bajonetta', cfr. lucch. id. — Rifà 'bajonetta' con contrazione vocalica di *-aio-* in *ai*, cfr. *ciàti* acc. a *ciàiti*, ' brighe ', *caghè* per *caighé*, genov. *caegâ*, *baina* per *bajina* ' lavagna ' ecc. Ricorre nella locuzione: *Esse a bajnette* 'essere ridotto al verde '. Ha accanto *guainette* ' nulla ', p. es. *Un c' è pesci, simmu a guainette* ' non c'è pesce, non c'è nulla da mangiare ', dove il B- originario è sostituito da *gu-*, come in *guaja* ' baja ', *agguachjà* da *abachjà* ' abbaiare '. Codesta alterazione di B- in *g-*, va con quella cui sussegue vocal labiale, come in *gugnu* ' bugno ' Nr. 50, *gudelle* ' budelle ' e sim. AGIt. XIV 179 § 190, e avviene certamente a traverso *v-*; si collega dunque con lo svolgimento onde da V + voc. labiale si viene a *b-* e poi a *g-* AGIt. XIV 162 § 131, come in *bòmmacu*, *bumacheghju* acc. a *gòmmitu* e *gummí*, *góce* ' voce ', *gômmera* ' vomere ', *gólpe* ' volpe ', *Gôlu* e *Vólu* il principal fiume dell'isola, *gòlu*, *bòlu*, *v-*, ' volo ' ecc. La fase intermedia *gu-* apparisce in alcuni esempi: *gueru* cc. acc. a *veru*, *varu* ' verro ', *guerla*, *aguerla* ' averla ' uccello, *sguèltru* int. acc. a *sgualtru* ' svelto ' + scaltro, ecc. La qual fase trova corrispondenza nello svolgimento di G- av. *o*, *u*, in *b-*, *v-*, AGIt. XIV 172 § 171[a]: *bunnélla* ' gonnella ', *busciu* ' guscio ' Nr. 49, *bugliata* ' gugliata ' e sim.; e in quello di GV- (W-) in g^u, *v-*, *b-*, AGIt. XIV 163 § 135, a cui aggiungansi *bastélla*: *guastélla* Alesani ' focaccia ' Nr. 36, *badagnu* int.: *guadagnu*, *bazza* ' guazza ', *berciu* int.: *guerciu*, *vatá*, *uatá*: *guatá* oltr. Sartene ' stendere un agguato ', coi quali passi *batta*, *v-*: *guatta* cism. Campile ' guaina dello stile, della sciabola ', e altri esempi vedremo più innanzi (1). Qui notiamo ancora come questo processo di labializzazione e velarizzazione reciproca intacchi perfino la sorda, come si vede nell' oltr. Sartene *guara* : *caru* ' carro '.

---

(1) Anche *Guagnu* ' Guagno ', villa del comune di Poggiolo nel distretto di Ajaccio, pieve di Loccia, celebre pei bagni di acque solforose, è un bell' esempio di *gua-* da *ba-*, non dicendo altro che ' bagno ' *baneum REW. 916.

35. *Banchigliacciu* o *bachigliacciu*, *-llacciu* nella locuzione cism. *fá lu b-* ‘ fare il chiasso ai vedovi che si riammogliano’ e consiste nel ‘ battere dei strumentacci, come paiuoli, padelle e magari pentole fesse e sonagli di cavalli, e nel fare uno strepito assordante di suoni discordi, misti con vociacce d'uomini e di femmine e un proverbiare e schernire insieme’. Questa usanza burlesca detta nel Capocorso *scatenacciu*, è originata dal concetto non bello nel quale si hanno anco dal volgo le seconde nozze, osserva il Falcucci ed è di tutta la Corsica, dove si suona anche il corno, ossia la conca marina e parimenti si percuotono con qualche ferro i badili e i paiuoli. -- In questa illustrazione ci si indica la base della nostra voce. E invero *bachigliacciu* nel vernacolo di Soveria vale ‘ campanaccio che si suona a colpi di badile’ e nella parlata comune *bachillate* (1) ‘ colpi di badile’, da *bachillu* ‘ badile’. Vi si continua dunque b a t i l l u m REW 992 con un'alterazione non comune di *-t-* in *-k-* dovuta a incrocio con un'altra voce. A Bastia il baccano burlesco che si fa o piuttosto si faceva sotto le finestre con padelle ecc. a due vedovi che si sposavano’ è detto *vaghigliacciu* da *vaghigliu* ‘ vanghiglio, vanga’, e *vanghigliu* è cc. per ‘ pala’ e *-inu* oltr. Sartene st. stign. È evidente dunque la contaminazione fra *vaghigliu* e *batillu*, dove è da notare che la sorda in luogo della sonora è propria di parecchie zone vernacolari dell'isola, come abbiamo già detto e v. AGIt. IXV 167. Inoltre nel derivato *banchigliacciu* si conserva intatto il nesso con la nasale. Inutile dire di *ba-* e *va-* che si avvicendano.

36. *Bastélla*, *va-* ‘ focaccia’ sin. di schiaccia. — Nel vern. di Alesani *guastélla*, che ha perfetta corrrispondenza nel sic. *guastedda*, *va-* ‘ specie di pan buffetto, pagnotta’, Salvioni, RILomb. XL 1052. Ma anzichè direttamente dalla base germanica o dall'a. fr. *gastel*, le voci côrse non fanno che ripetere tal quale il lucch. *guastella* nella forma alesaninca, e nelle altre due forme con *gu-* in *b-*, *v-*, di cui si discorre in AGIt. XIV 172 § 171 e si è visto al Nr. 34.

37. *Béfalu*, *vé-* ‘ animale immaginato dalla superstizione (che si va ora perdendo), per la quale si crede che il diavolo convertito in un somaro si attraversi per la strada al viandante

---

(1) Participio passato in funzione di sostantivo da un supposto. **bachillá*, come si può desumere da *sbachillá* cc. ‘ sbattere, scaraventare, gettare per terra’: *Lu mulu l'ha sbachillatu nantu 'ssa tózza* — sopra quel masso.

e presolo in groppa gli faccia fare una corsa furiosa per qualche tempo, anche per un giorno o due e sovente lo sbatta'. — Non può disgiungersi codesta voce da queste altre: sett. *béfulu* 'becco', cism. Bastia *béfaru*, *-one* 'agnello', cism. Castagniccia *bèraru* 'capretto', le quali mostrano la loro attinenza con l'a. it. *berero* REW. 1012. In *bèraru*, *béf-* non mette conto di rilevare l'*e* atono della seconda dello sdrucciolo in *a*, v. AGIt. XIV 141 § 57; piuttosto notiamo che in *béfulu* il suff. *-'ulu* prende il posto di *-'aru*, così come in *cucózzulu* 'farlalla': *cucúzzaru* 'cicala', (1).

38. *Bègiu* 'balordo, mezzo imbecille, goffo'. — Concorda col tosc. *bescio* REW. 1063, perchè il *-g-* intervocalico ha la nota pronuncia toscana, v. già AGIt. XIV 150 § 92 e qui Nr. 18.

---

(1) Frequenti gli scambi delle desinenze, dovuti d'ordinario ad azione analogica di assimilazione e dissimilazione, p. es.: *chèrciula* : *cìrciara* con *r-r* dissimilato in *r-l*, v. Nr. 58; int. *làmpera* per **lampara*, *lampana* con *m-n* dissim. in *m-r*; *mùcicu* 'mucido', int. *ràncicu* 'rancido', anche lucch. *rancico* con *c-d* assimil. in *c-c*, con cui passi int. *súggigu* 'sucido', cfr. sic. *suǵǵika* Salvioni, RILomb. LX 1121 e REW. 8414; cc. sett. e Alesani *mòtina*, int. Porta *mòdina* 'mutila' con *m-l* assimil. in *m-n*. Talvolta la spinta analogica non è apparente come per es. in *carciòfanu* cc. Centuri acc. a *cherciòfulu* Rogliano da *-'ulu -'uru* (*-'aru*) e *r-r* in *r-n*. In qualche caso è semplice sostituzione di desinenza così per es.: *-'ora* in *-'ina*; cism. *lèzina*, tosc. *lèzzora*, *-ola* v. più innanzi; *-'ula* in *-'ana -u*, cfr. lucch. *cotano*, **cotalo*; *rantana* 'rantolo', oltr. Sartene *sétanu*, *sètula* 'setula'; e anche *-'aru* (*-'eru*) in *-'anu* : cism. Balagna *pifana*, *-anu*, tosc. *pifara* 'piffero'; *scòtanu* e *scòtaru*, anche nel tosc. *scotano*; cism. Corte *tàbanu*, cc. *tàppanu* 'cappero'; *zòlfanu* 'zolfo' e sim. Similm. *-'ulu*, *-alu* in *-'uru*, *-aru* (*-eru*), cfr. lucch. *ciòttoro* 'ciottolo', *lègoro*, *lègolo* aret. l i g u l a, *pìppora*, *pìppola* e sim. e così nel còrso: *Mòrtura* nl. lucch. *mortora*, *mòrtula* cc. 'mortella'. *muferu* cc.: *mùfulu* 'muflone'; *sticaru* : **sticalu* 'stelo', *sùndaru* cc. Rogl. Cent. e oltr. 'lentischio', it. *sondro*, *-io* 'pistacia lentiscus' di Linneo, basso lat. s u n d u l u s, Pieri Supp. AGIt. V 105. Aggiungasi *parigna* acc. a *pariglia* come in it. *colmigno* e *colmiglio*, ma cfr. AGIt. XIV 145 § 80.

INTORNO ALL'ORIGINE DELL'ARROGAZIONE DELLE DONNE

Nota del dottor Guglielmo Castelli

(*Adunanza del 20 maggio 1915*)

L'origine dell'arrogazione delle donne non ha formato fin qui l'oggetto di una ricerca speciale, e i trattatisti si ripetono l'un l'altro, senza suffragare le loro asserzioni con l'esame accurato dei testi. L'opinione ancor oggi prevalente vuole che già nel diritto classico le donne si potessero arrogare *per rescriptum principis* (1), mentre qualche scrittore ritarda l'origine del nostro istituto fino all'epoca dioclezianea (2). Solo, ch'io mi sappia, il Bonfante — delle cui fini osservazioni esegetiche farò tesoro nel corso del mio scritto — ha creduto di scorgere nell'arrogazione delle donne un'innovazione di Giustiniano (3). In questo lavoro — che vuol essere un primo contributo alla storia dell'*adrogatio per rescriptum principis* — mi propongo di dimostrare che i frammenti classici e la costituzione di Diocleziano, in cui si accenna all'arrogazione delle donne, sono interpolati, e che noi possediamo elementi sicuri per collocare l'origine dell'istituto nell'ultima parte dell'epoca romano-ellenica.

---

(1) Cuiacii, *Opera*, 6, p. 220; Heineccii, *Antiquitatum Romanarum*, I, p. 173; Glück, *Pandette*, (trad. it.), I, p. 669; Maynz, *Cours de droit romain*, III, p. 92; Rein, *Das Privatrecht*, p. 475-6; Cuq, *Les Institutions juridiques des Romains*, II, p. 117; Costa, *Storia del diritto romano privato*, p. 64; Kniep, *Gai Commentarius*, I, p. 173; III, p. 110.

(2) Ferrini, *Pandette*, p. 890; Roby, *Roman Private Law*, p. 62; Girard, *Manuel*, p. 176; Perozzi, *Istituzioni*, I, p. 294.

(3) Bonfante, *Istituzioni*, p. 143, n. 1; *Lezioni*, 1907-8, p. I, 21-22, 32, n. 1.

Gellio, Gaio ed Ulpiano concordemente affermano che le donne sono escluse dall'*adoptio per populum*.

A. GELLIUS, *Noctes Atticae*, V, 19. 10.

„ Neque pupillus autem neque mulier, quae in parentis potestate non est, adrogari possunt: quoniam et cum feminis nulla comitiorum communio est et tutoribus in pupillos tantam esse auctoritatem potestatemque fas non est, ut caput liberum fidei suae commissum alienae dicioni subiciant „.

GAI, *Institut.*, I, 101.

Item per populum feminae non adoptantur, nam id magis placuit; apud praetorem vero vel in provinciis apud proconsulem legatumve etiam feminae solent adoptari „.

ULP., *Lib. sing. Reg.*, VIII, 5.

« Per praetorem vel praesidem provinciae adoptari tam masculi quam feminae, et tam puberes quam impuberes possunt: per populum vero Romanum feminae non adrogantur: pupilli antea quidem non poterant adrogari, nunc autem possunt ex constitutione divi Antonini „.

Sebbene Gaio non si sappia spiegare l'esclusione delle donne dall'arrogazione (*nam id magis placuit*), tale esclusione si giustifica per motivi formali e sostanziali. Dal punto di vista formale le donne non fruiscono della *comitiorum communio*, con che si vuol intendere che esse non solo sono prive di diritti politici, ma neppure possono comparire davanti all'assemblea delle curie (1) per ovvie ragioni di verecondia e di decoro (2). Dal punto di vista sostanziale le donne, essendo incapaci di impersonare in sè una famiglia (3), non garentiscono quella continuità di nome e di culto, che costituisce uno dei motivi essenziali dell'arrogazione (4).

---

(1) La partecipazione dei comizi curiati all'arrogazione si riduce già nell'epoca repubblicana a una mera formalità: le curie cioè sono rappresentate da 30 littori. Cfr. CIC., *de lege agraria*, II, 12, 31.

(2) CUIACII, *Opera*, 6, p. 1979; HOFMANN, *Zeitschrift für Rechtsgeschichte*, XII, p. 303.

(3) COSTA, *op. cit.*, p. 64, n. 3. Contro, ma a torto, PITZORNO, *L'adozione privata*, p. 18, n. 2.

(4) CIC., *de domo*, 13. 35: « quas adoptiones sicut alias innumerabiles *hereditates nominis, pecuniae, sacrorum* secutae sunt ». Alle parole di Cicerone fanno eco quelle, che Vopisco mette in bocca a Ulpio Crinito, nel periodo di transizione fra l'epoca classica e l'epoca romano-ellenica: « iube igitur, ut lege agatur, sitque Aurelianus *heres sacrorum nominis et bonorum* totiusque iuris Ulpio Crinito ». VOPISCI, *Aurelianus*, c. 14.

Di fronte alla concorde affermazione di Gellio, di Gaio e di Ulpiano stanno quattro frammenti del Digesto (ll. 20,21 D. 1, 7; l. 8 pr. D. 28, 3; l. 7 D. 38, 17), da cui sembra risultare la possibilità dell' arrogazione delle donne *per rescriptum principis*. Studiamoli ad uno ad uno.

l. 21 D. 1,7.

GAIUS *libro singulari regularum.*

« Nam et feminae ex rescripto principis adrogari possunt ».

L' interpolazione di questo frammento è già stata affermata in base al confronto col passo citato delle Istituzioni di Gaio (1). Il motivo, per quanto grave, non è definitivo, perchè, come osserva il Kniep — la cui parola nelle questioni gaiane ha molto peso —, può darsi che il giureconsulto non abbia giudicato necessario « auf diese Neuerung in seiner Institutionenvorlesung hinzuweisen » (2). Se non che l' interpolazione si impone per motivi d' altra natura. Il frammento di Gaio fa corpo con la l. 20 D. 1,7:

MARCELLUS *libro vicensimo sexto digestorum.*

« Haec autem satisdatio locum habet, si impubes decessit. sed etsi de pupillo loquitur, tamen hoc et in pupilla observandum est ».

Marcello, dopo di aver detto (l. 18 D. 1,7) che l' arrogatore deve garentire la restituzione del patrimonio pupillare, morendo l'arrogato, a coloro cui sarebbe pervenuto, se questi fosse rimasto *sui iuris*, soggiunge che non si fa differenza fra pupillo e pupilla. Dobbiamo dunque ritenere che anche Marcello conoscesse l' arrogazione delle donne? Non lo credo, giacchè il periodo *sed etsi.... observandum est* non può appartenere al giureconsulto. Il Bonfante vede nelle parole in questione un tribonianismo, specie per l' uso veramente straordinario di *loqui* al passivo (3). Secondo me si tratterebbe piuttosto di una glossa pregiustinianea, accolta dai compilatori, ciò che permetterebbe di spiegare perchè sia caduto il soggetto di *loquitur*. Supponiamo che un maestro bizantino abbia scritto in margine al testo di Marcello:

« Sed etsi Marcellus de pupillo loquitur, tamen hoc et in pupilla observandum est ».

(1) BONFANTE, *Lezioni*, p. 32, n. 1; LONGINESCU, *Caius der Rechtsgelehrte*, p. 50, n. 94; N. HERZEN, *Zeitschrift der Sav. Stiftung für Rechtsgeschichte*, XX, p. 224.

(2) KNIEP, *op. cit.*, I, p. 173.

(3) BONFANTE, *Lezioni*, p. 31, n. 1.

I compilatori avrebbero incorporato la glossa con la semplice soppressione di *Marcellus*. Non è però impossibile che l'aggiunta, anche in questa forma, sia fattura di Triboniano. L'interpolazione della l. 20 è argomento sicuro per negare la genuinità della l. 21, la quale altro non è che la motivazione della regola contenuta nella parte interpolata della l. 20: probabilmente di Gaio non è rimasta che la iscrizione.

La possibilità dell'arrogazione delle donne è pure presupposta da due frammenti, l'uno di Ulpiano (l. 8 D. 28,3) e l'altro di Paolo (l. 7 D. 38,17), che passarono inosservati alla generalità degli scrittori. Ad affermare l'alterazione di questi frammenti non basta il confronto col passo citato delle Regole di Ulpiano, e ciò per il motivo addotto nel caso precedente: di fatto il trattatello di Ulpiano è ancor più succinto delle Istituzioni di Gaio, così che a maggior ragione si può sospettare che il giureconsulto non abbia creduto di ricordare l'arrogazione delle donne *per rescriptum principis*. Ma anche in questo caso, come nel precedente, le interpolazioni si dimostrano per tutt'altra via, e in ciò sta la più sicura conferma della nostra tesi.

l. 8 D. 28,3.

ULPIANUS *libro undecimo ad Sabinum*.

« Verum est adoptione vel adrogatione filii filiaeve testamentum rumpi, quoniam sui heredis adgnatione solet rumpi. § 1 Filia cum emancipatur vel nepos, quia una mancipatione exeunt de potestate, testamentum non rumpunt ».

La notizia contenuta nel paragrafo 1, secondo la quale una sola *mancipatio* bastava a liberare dalla *patria potestas* la figlia e il nipote, è un anacronismo vero e proprio nella compilazione giustinianea, perchè, come è risaputo, Giustiniano abolì il vetusto procedimento per *mancipationes* e *manumissiones* e dispose che l'emancipazione dovesse avvenire o *per rescriptum principis* (emancipazione anastasiana) o per semplice dichiarazione dinanzi al magistrato (emancipazione giustinianea) (1).

Il paragrafo 1, sfuggito così per un puro capriccio del caso alle cesoie dei compilatori, sarebbe per noi un enigma, se le Istituzioni di Gaio, le regole di Ulpiano e la *Collatio* non ci avessero conservato il pensiero dei classici intorno agli effetti dell'emancipazione del figlio nei riguardi del testamento paterno.

GAI, *Institut.*, II, 141.

---

(1) l. 6 C. 8,48; l. 1, 12,6.

« Filius quoque, qui ex prima secundave mancipatione manumittur, quia revertitur in potestatem patriam, rumpit ante factum testamentum; nec prodest, si in eo testamento heres institutus vel exheredatus fuerit ».

III, 6.

« Quod etiam de eo filio, qui ex prima secundave mancipatione post mortem patris manumittur, intellegemus ».

ULPIANI, *Lib. sing. Reg.*, XXIII, 2-3.

« § 2 Rumpitur testamentum mutatione id est si postea aliud testamentum iure factum sit. Item agnatione, id est si suus heres agnascatur, qui neque heres institutus neque ut oportet exheredatus sit. § 3 Agnascitur suus heres aut agnascendo aut adoptando aut in manum conveniendo aut in locum sui heredis succedendo, velut nepos mortuo filio vel emancipato, aut manumissione, id est si filius ex prima secundave mancipatione manumissus reversus sit in patris potestatem ».

PAULUS *libro quarto sententiarum* (*Collatio*, XVI, 3,7).

« Post mortem patris natus vel ab hostibus reversus aut ex primo secundove mancipio manumissus cuiusve erroris causa probata est, licet non fuerint in potestate, sui tamen patri heredes efficiuntur ».

Questi testi ci permettono di ricostruire il frammento genuino di Ulpiano a un dipresso così:

« Verum est adoptione filii filiaeve testamentum rumpi, quoniam sui heredis adgnatione solet rumpi. Item manumissione, id est si filius ex prima secundave mancipatione manumissus reversus sit in patris potestatem: filia cum emancipatur vel nepos, quia una mancipatione exeunt de potestate, testamentum non rumpunt ».

Ulpiano contrappone gli effetti dell'adozione a quelli dell'emancipazione nei riguardi del testamento paterno. Nel caso dell'adozione poco importa che la scelta cada sopra un maschio o sopra una femmina: ambedue, in seguito alla rinuncia dell'antico *paterfamilias* alla sua *patria potestas*, entrano mediante la *in iure cessio* nella *patria potestas* del nuovo *paterfamilias*, diventandone *sui heredes* e annullandone il testamento. Invece nel caso dell'emancipazione bisogna distinguere se si tratta di un figlio o di un nipote, di un maschio o di una femmina. La figlia e il nipote, una volta manomessi da chi li ha ricevuti *in mancipium* dal padre o dall'avo, diventano *sui iuris* e cessano di essere *sui heredes* dell'emancipante; quindi la loro emancipazione non dà mai luogo, nel corso della sua procedura, a una *sui heredis adgnatio* e a una conseguente rot-

tura di testamento. Il figlio per contro, quando viene manomesso dopo la prima o la seconda *mancipatio*, ritorna *in patris patestatem*: questo ritorno costituisce una *sui heredis adgnatio* ed ha per conseguenza la rottura del testamento paterno (1). Se il frammento di Ulpiano, come credo di aver dimostrato, s'impernia sull'antitesi fra *adoptio* ed *emancipatio*, mi sembra che noi possiamo con fondatezza espungere l'aggiunta *vel adrogatio*, tanto più che il termine *adoptio*, nel linguaggio dei classici, comprende di regola anche l'arrogazione. Questa aggiunta è del resto spiegabilissima, quando si studi il nostro testo alla luce delle riforme giustinianee nel campo dell'adozione.

Secondo Giustiniano, solo l'*adoptio plena* ha l'efficacia di rompere il testamento dell'adottante, giacchè l'*adoptio minus plena*, non importando una *sui heredis adgnatio* (2), lascia intatto il testamento del *pater extraneus adoptivus* (3).

Ora, ricordando che l'*adoptio plena* va limitata al caso, in cui adottante sia l'avo paterno o materno, si capisce che nel diritto giustinianeo non doveva essere frequente la rottura di testamento per sopravvenienza di un adottato; anzi si può dire che, mentre nel diritto classico la rottura del testamento per adozione era la regola e la rottura per arrogazione l'eccezione, nel diritto giustinianeo la rottura di testamento per arrogazione divenne la regola e la rottura per adozione l'eccezione.

---

(1) Sorvolo sui lati oscuri della questione, intorno a cui vedi Kniep. *op. cit.*, III, p. 46-48.

(2) l. 10 §§ 1d, 1g C. 8,47.

(3) Si confronti I. II, 17,1 col paragrafo corrispondente delle Istituzioni di Gaio.

Gai. *Institut.*, II, 138: « Si quis post factum testamentum adoptaverit sibi filium aut per populum eum qui sui iuris est, aut per praetorem eum qui in potestate parentis fuerit, omni modo testamentum eius rumpitur quasi agnatione sui heredis ».

I. II, 17,1: « si quis [enim] post factum testamentum adoptaverit sibi filium [per imperatorem] eum, qui sui iuris est, aut per praetorem [secundum nostram consitutionem] eum, qui in potestate parentis fuerit, testamentum eius rumpitur quasi adgnatione sui heredis ».

Le parole « *secundum nostram constitutionem* » alludono alla diversa efficacia dell'*adoptio plena* e dell'*adoptio minus plena*, come risulta dal luogo corrispondente di Teofilo, II, 17,1: « *κατὰ τὰ εἰρημένα τῇ διατάξει τοῦ εὐσεβεστάτου ἡμῶν βασιλέως τουτέστιν ἡνίκα πάππος ἐστὶν ὁ λαμβάνων (τότε γὰρ ἡ θέσις ἐπιδείκνυται τὰ ἑαυτῆς)* ».

Ecco perchè i compilatori stimarono opportuno di menzionare l'*adrogatio* a fianco dell'*adoptio*, con cui essi volevano significare non l'adozione in senso proprio, ma solo l'*adoptio plena* del diritto giustinianeo (1).

Passiamo ora alla l. 7, D. 38,17.

PAULUS *libro singulari ad senatus consultum Tertullianum et Orphitianum*.

« Si quis intestatus decesserit relicta matre et fratre consanguineo vel sorore quamvis per adrogationem quaesitis, eadem iura in persona matris servantur, quae et naturalibus extantibus liberis ».

Il Bergman (2) ha acutamente dimostrato che i compilatori dovettero inserire *adrogatio* al posto di *adoptio*, perchè nel diritto giustinianeo l'*adoptio minus plena* non crea nessun rapporto fra l'adottato e i figli del *pater extraneus adoptivus*, e la stessa *adoptio plena* ben raramente può dar luogo alla fattispecie contemplata da Paolo. Di fatto i fratelli adottivi del *de cuius* o sono figli naturali del suo genitore adottivo o figli adottivi del suo genitore naturale. Nel primo caso la regola enunciata da Paolo troverebbe applicazione solo quando adottante fosse l'avo paterno, giacchè, se adottante fosse l'avo materno, la madre verrebbe chiamata alla successione come *consanguinea*. Nel secondo caso la scelta non potrebbe cadere che sulla prole dei fratelli o delle sorelle del *de cuius*, cioè sui suoi nipoti o sulle sue nipoti. Concludendo: Paolo dovette scrivere « *fratre consanguineo vel sorore quamvis per adoptionem quaesitis* ».

Eliminata l'arrogazione delle donne dal campo del diritto classico, esaminiamo l'opinione, che vede nel nostro istituto una innovazione dioclezianea. La tesi a prima vista seduce, perchè noi sappiamo che l'*adrogatio per rescriptum principis* esisteva già al tempo di Diocleziano (3) e che Diocleziano stesso permise alle donne di adottare *in solacium amissorum filiorum* (4). Eppure il rescritto dioclezianeo, che sembra am-

(1) BERGMAN, *op. cit.*, p. 113.

(2) BERGMAN, *op. cit.*, p. 114.

(3) l. 2 § 1, l. 6 C. 8,47. Per queste costituzioni, della cui genuinità dubita a ragione il Bonfante (*Istituzioni*, p. 143, n. 1; *Lezioni*, p. 22, n. 3), rimando al mio scritto d'imminente pubblicazione « *Intorno all'abrogazione dell'adoptio per populum* ».

(4) l. 5 C. 8,47. Nella l. 29 § 3 D. 5,2 (Ulpianus) sono interpolate le parole *sine iussu principis*. Cfr. BONFANTE, *Istituzioni*, p. 144, n. 2. La natura del tutto eccezionale di questo istituto è rilevata da Diocle-

mettere l'arrogazione delle donne, è per vari indizi interpolato.

l. 8 C. 8,47.

Impp. Diocletianus et Maximianus AA. et CC. Isioni.

« In adoptionem patre, in cuius est potestate, libertae filiam dante, matris patronus adoptare non prohibetur. nam sui iuris adrogatio feminae nisi ex nostro rescripto numquam procedit ». [*a.* 294]

Consideriamo la fattispecie proposta da un provinciale all'imperatore. Un padre ha dato in adozione la figlia, procreatagli in giuste nozze da una liberta, al patrono della moglie: è valida questa adozione? Diocleziano risponde che sì. Ora il periodo « *nam .... procedit* », che afferma in via generale la possibilità dell'arrogazione delle donne *per rescriptum principis*, non ha nulla a che fare col caso risolto nella prima parte del rescritto. L'attribuzione di questo periodo a Giustiniano s'impone anche per motivi stilistici. L'uso di *nam* in senso avversativo (greco *δὲ*) tradisce la mano dei compilatori (1) e l'espressione *sui iuris adrogatio feminae* è solo spiegabile nella bocca di un bizantino, che non avverte la differenza fra *adrogatio* e *adoptio* (ambedue = *υἱοθεσία*).

L'interpolazione della l. 8 C. 47,8 esclude l'arrogazione delle donne dalle riforme dioclezianee: dovremo dunque concludere col Bonfante che l'istituto è fattura di Giustiniano? Per parte mia non lo credo, poichè l'arrogazione delle donne è già nota all'*Epitome* di Gaio e all'imperatore Anastasio.

Gai, *Institut. Epitome*, I, 5,2.

« Nam et feminae adoptari possunt, ut loco filiarum adoptivis patribus habeantur: feminae vero adoptare non possunt, quia nec filios ex se natos in potestate habent ».

Confrontando questo passo dell'*Epitome* col paragrafo corrispondente delle Istituzione di Gaio (I, 101), si rileva che, mentre Gaio distingue fra *adoptio per populum* e *adoptio apud praetorem*, escludendo le donne dalla prima e ammettendole alla seconda, l'*Epitome* riconosce l'adozione delle donne in ge-

ziano e da Giustiniano stesso (I. I, 11,10), riaffermando il principio classico (Gai, *Institut.*, I, 104; Ulpiani, *Lib. sing. Reg.* VIII, 8ª) che le donne a rigore non possono adottare, « *quia nec naturales liberos in potestate sua habent* ».

(1) Bonfante, *Storia del diritto romano*, p. 685.

nerale, siano esse *sui iuris* o *in patria potestate* (1). La testimonianza dell'*Epitome* ha un valore storico e cronologico diverso, secondo che si abbraccia l'una o l'altra delle teorie in contrasto sulla formazione del Gaio Vigotico. Se l'*Epitome*, come vuole l'opinione più autorevole e diffusa (2), altro non è che un compendio post-classico di Gaio, elaborato sullo scorcio del quarto o nella prima metà del quinto secolo (3), la sua testimonianza è assai grave, perchè prova l'esistenza del nostro istituto un buon secolo prima di Giustiniano; ma quand'anche l'*Epitome* dovesse ascriversi ai compilatori del *Breviarium Alaricianum* (4), la sua testimonianza sarebbe pur sempre interessante, perchè mostrerebbe ancora una volta che l'evoluzione del diritto romano in Oriente e in Occidente seguiva le medesime tendenze e conduceva ai medesimi resultati.

A ogni modo gli immediati predecessori di Giustiniano conoscono l'arrogazione delle donne. Anastasio, nella celebre costituzione (l. 6 § 1 C. 5,27) che permette l'arrogazione dei figli naturali (5), scrive:

« Filios insuper vel filias iam per divinos adfatus a patribus suis in adrogationem susceptos vel susceptas huius providentissimae nostrae legis beneficio et iuvamine potiri censemus ». [*a.* 517]

Mi si potrebbe obbiettare che nulla vieta di espungere *vel filias* e *vel susceptas*. L'obbiezione cade di fronte a un'altra costituzione di Anastasio, conservataci da Giovanni Malalas, oscuro cronografo bizantino del secolo ottavo (6):

---

(1) HITZIG, *Beiträge zur Kenntniss und Würdigung des sogen. Westgothischen Gaius*, in *Zeitschrift der Sav. Stiftung für Rechtsgeschichte*, 14, 1893, p. 196-197; MAX CONRAT, *Die Entstehung des Westgothischen Gaius*, in *Verhandelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam, Afdeeling Letterkunde, Nieuwe Reeks*, Diel VI. N°. 4, 1905, p. 78.

(2) KRÜGER, *Geschichte der Quellen*², p. 355-6.

(3) Per una più precisa determinazione cronologica vedi FITTING. *Der sog. Westgothische Gaius*, in *Zeitschrift für Rechtsgeschichte*, 11, 1874, p. 325-339 e HITZIG, *op. cit.* Contro KRÜGER, *op. cit.*; p. 356, n. 40 e CONRAT, *op. cit.*

(4) È la vecchia teoria ringiovanita dal CONRAT, *op. cit.* Contro KRÜGER, *op. cit.*, p. 355, n. 37.

(5) Questa costituzione, abrogata da Giustino (l. 7 C. 5, 27), è a più riprese biasimata da Giustiniano. Cfr. Nov. 74,3; 89,7 e 11,2.

(6) IOANNES MALALAS, *Chronographia* (ed. Dindorf.). l. XVI. p. 401. Su Malalas vedi CROSET, *Histoire de la Littérature Grecque*, V, p. 1022.

« ὁ δὲ αὐτὸς βασιλεὺς ἕτερον ἐξέθετο θεῖον τύπον, ὥστε μηδένα δίχα σάκρας τινὰ τεκνοποιεῖσθαι, μήτε ἄῤῥεν μήτε θῆλυ, ἀλλὰ ἀπὸ θείας σάκρας, διὰ τὸ καὶ τὸ τεκνοποιούμενον ἔχειν δίκαιον υἱοῦ νομίμου καὶ θυγατρὸς εἰς τὸ καὶ ἐξ ἀδιαθέτου κληρονομεῖν τὴν οὐσίαν τοῦ τεκνοποιουμένου αὐτόν ».

Anastasio, riaffermando il principio che l' arrogazione avviene solo *per rescriptum principis*, non fa differenza fra maschi e femmine: siamo ormai alla vigilia della compilazione giustinianea, che come sappiamo, accolse l' arrogazione delle donne.

Le vicende del nostro istituto non sono prive di un profondo significato per lo storico e il filosofo del diritto: esse mostrano la tenacia, con la quale i popoli s' aggrappano a precetti e divieti arcaici, di cui più non intendono le intime ragioni — veri fossili sociali, che rimangono a testimoniare età tramontate per sempre.

PROGRAMMA

del Concorso al XIII° Premio Riberi di L. 20.000

La R. Accademia di Medicina di Torino apre il Concorso al *XIII° Premio Riberi di L. 20.000* (meno la tassa di manomorta) alle seguenti condizioni:

a) Possono concorrere tutti i lavori scientifici di argomento appartenente alle discipline mediche in genere pervenuti a quest' Accademia entro i termini stabiliti al comma *d* e tali che segnino un importante progresso nel ramo dello scibile cui si riferiscono.

b) Sono ammessi lavori stampati o scritti a macchina in lingua italiana, latina, francese, inglese e tedesca; se i lavori sono stampati, questi devono essere editi dopo il 1911.

c) I lavori saranno inviati in piego raccomandato in doppio esemplare all' Accademia, della quale rimarranno proprietà. Qualora l' Accademia aggiudichi il premio ad un lavoro scritto, questo dovrà essere stampato dall' autore prima che scadano due anni dal conferimento del premio; l' ammontare di questo sarà consegnato solo dopo l' invio all' Accademia di un doppio esemplare del lavoro stampato.

d) Sono accettati per il concorso i lavori che risultino spediti all' Accademia non oltre il giorno 31 dicembre 1916. In ogni caso, scorsi due mesi da questo termine, il concorso s' intende chiuso, ed i lavori giunti dopo, anche se spediti in tempo utile, non saranno presi in considerazione.

e) Gli autori, nella lettera di invio, accenneranno alle parti o agli argomenti più importanti dei loro scritti od opere che stimano dovere maggiormente fissare l' attenzione dell' Accademia giudicante.

APRILE 1915

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	+ 0.08	+ 0.64	+ 0.16	+ 0.21	+ 0.05	+ 0.16	+ 0.70
2	+ 0.09	+ 0.66	+ 0.16	+ 0.24	+ 0.07	+ 0.18	+ 0.71
3	+ 0.09	+ 0.66	+ 0.16	+ 0.24	+ 0.07	+ 0.19	+ 0.70
4	+ 0.09	+ 0.67	+ 0.15	+ 0.24	+ 0.07	+ 0.19	+ 0.69
5	+ 0.09	+ 0.67	+ 0.15	+ 0.23	+ 0.07	+ 0.21	+ 0.68
6	+ 0.09	+ 0.66	+ 0.16	+ 0.23	+ 0.06	+ 0.20	+ 0.69
7	+ 0.09	+ 0.66	+ 0.17	+ 0.24	+ 0.06	+ 0.19	+ 0.70
8	+ 0.11	+ 0.67	+ 0.17	+ 0.25	+ 0.08	+ 0.19	+ 0.71
9	+ 0.11	+ 0.67	+ 0.17	+ 0.25	+ 0.08	+ 0.17	+ 0.72
10	+ 0.10	+ 0.67	+ 0.17	+ 0.25	+ 0.08	+ 0.17	+ 0.72
11	+ 0.09	+ 0.66	+ 0.17	+ 0.25	+ 0.08	+ 0.18	+ 0.73
12	+ 0.07	+ 0.65	+ 0.16	+ 0.23	+ 0.07	+ 0.16	agitato
13	+ 0.05	+ 0.64	+ 0.15	+ 0.22	+ 0.06	+ 0.15	+ 0.73
14	+ 0.02	+ 0.62	+ 0.14	+ 0.20	+ 0.04	+ 0.15	+ 0.73
15	+ 0.00	+ 0.61	+ 0.13	+ 0.19	+ 0.03	+ 0.14	+ 0.72
16	— 0.01	+ 0.59	+ 0.11	+ 0.18	+ 0.03	+ 0.18	+ 0.72
17	— 0.01	+ 0.57	+ 0.09	+ 0.17	+ 0.02	+ 0.21	+ 0.72
18	— 0.02	+ 0.56	+ 0.08	+ 0.16	+ 0.01	+ 0.22	+ 0.71
19	— 0.02	+ 0.55	+ 0.08	+ 0.15	+ 0.00	+ 0.22	+ 0.71
20	— 0.03	+ 0.54	+ 0.08	+ 0.15	+ 0.00	+ 0.21	+ 0.71
21	+ 0.01	+ 0.56	+ 0.13	+ 0.20	+ 0.04	+ 0.19	+ 0.72
22	+ 0.02	+ 0.58	+ 0.16	+ 0.22	+ 0.06	+ 0.18	+ 0.74
23	+ 0.07	+ 0.62	+ 0.20	+ 0.26	+ 0.10	+ 0.18	+ 0.78
24	+ 0.11	+ 0.64	+ 0.24	+ 0.31	+ 0.14	+ 0.17	+ 0.79
25	+ 0.16	+ 0.65	+ 0.30	+ 0.34	+ 0.17	+ 0.16	+ 0.80
26	+ 0.17	+ 0.65	+ 0.30	+ 0.35	+ 0.18	+ 0.15	+ 0.80
27	+ 0.17	+ 0.66	+ 0.30	+ 0.35	+ 0.18	+ 0.15	+ 0.80
28	+ 0.20	+ 0.67	+ 0.30	+ 0.36	+ 0.19	+ 0.17	+ 0.80
29	+ 0.21	+ 0.66	+ 0.30	+ 0.37	+ 0.20	+ 0.17	+ 0.80
30	+ 0.25	+ 0.65	+ 0.30	+ 0.38	+ 0.21	+ 0.26	+ 0.81

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare

Adunanza del 27 Maggio 1915

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. P. DEL GIUDICE

VICE-PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE: ARTINI, BERZOLARI, BONFANTE, BRIOSI, BRUGNATELLI, BUZZATI, CERUTI, DEL GIUDICE, DE MARCHI A., GABBA B., GOBBI, GORRA, JORINI, JUNG, MANGIAGALLI, MENOZZI, MINGUZZI, MURANI, PALADINI, PASCAL C., SALVIONI C., SCHERILLO, TARAMELLI, VIVANTI, ZUCCANTE.

E i SS. CC.: BONARDI, BORDONI-UFFREDUZI, DE MARCHI M., GABBA L. jun., GUARNERIO, MONTI, SOMIGLIANA, SORMANI, SUPINO C., SUPINO F., TANSINI.

Giustificano la loro assenza i MM. EE. CELORIA, GABBA L., GOLGI, KÖRNER, LATTES.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Zuccante, segretario, legge il verbale della precedente adunanza del 20 maggio, il quale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto. Esse, per la Classe di scienze matematiche e naturali, sono le seguenti:

AGAMENNONE G. Velocità di propagazione del terremoto marsicano del 31 gennaio 1915. Roma, 1915.

BOLLETTINO del Comitato glaciologico italiano (sotto gli auspicî del C. A. I. e della S. I. P. S.). N. 1... Roma, 1914....

ELENCO delle pubblicazioni periodiche straniere acquistate dalle biblioteche pubbliche governative del Regno d'Italia. Anno 1913. Roma 1915.

RONCHETTI V. Piastrinopenia da benzolo. Genova, 1915.

E, per la Classe di lettere, scienze morali e storiche:

MARZI G. B. Mare nostrum! — Alla nave « San Giorgio » — Alla nave « San Marco ». Genova, 1915.

Il M. E. prof. GOBBI presenta l'omaggio che fa all'Istituto il

sig. MICHELANGELO BILLIA della sua pubblicazione: Le Ceneri di Lovanio e la filosofia di Tamerlano, Milano, 1915.

Il presidente legge il seguente telegramma di S. E. l'On. Salandra in risposta a quello inviatogli dall'Istituto: « Sentitamente ringrazio patriottica manifestazione — Salandra ».

Prima di passare alle letture, il presidente prof. Del Giudice pronuncia le seguenti parole:

Signori Colleghi,

In questa aula dedicata alle severe fatiche della scienza vibra pur sempre l'anima italiana. Al nostro pensiero, che di solito spazia in un campo che non conosce confini di stato, si unisce il fremito dell'ora solenne, ed auguriamo con tutto il fervore dell'animo la vittoria delle armi nostre pel compimento dell'unità italiana. Il Re ha promesso che il vessillo italiano sarà piantato sui termini sacri della patria nostra, e noi abbiamo fede sicura che la promessa sarà adempita. In questa ora erompe irresistibile dai nostri petti il grido: Viva l'Italia, Viva il Re.

Tutti gli accademici sorgendo in piedi, acclamano e applaudiscono il patriottico discorso.

Dopo di che il M. E. prof. Gorra, chiesta ed ottenuta la parola, pone la questione, se in caso di incompetenza specifica di alcuni dei Membri di una Sezione intorno a qualche lavoro presentato, non sia il caso di apportare una modificazione al Regolamento interno, di permettere cioè alla Sezione stessa di interrogare sull'argomento anche persone estranee di notoria competenza in materia. Il presidente fa osservare che la quistione non è all'ordine del giorno; ad ogni modo se ne terrà conto, quando si tratterà di compilare il Regolamento interno.

Si passa indi alle letture.

Il S. C. prof. Edoardo Bonardi riassume la sua nota: *Contributo alla conoscenza dell'anafilassi idatidea. Acutissima pleurite essudativa anafilattica recidivante.*

Il S. C. prof. Giuseppe Sormani legge la sua nota: *Nuove ricerche sperimentali sulla prevenzione e cura del tetano.*

Segue la nota del dott. Camillo Pelizzola: *L'altezza del cranio nel Tirolo;* la nota era ammessa dalla Sezione di scienze naturali.

Sulla nota del dott. Giuseppe Usai assente perchè sotto le armi, avente per titolo: *Sul calcolo delle variazioni per il caso di un integrale doppio*, dice poche parole il M. E. prof. Vivanti.

Da ultimo, il dott. Guglielmo Castelli riassume in brevi parole la sua nota: *L'arrogazione di Aureliano*; la nota era ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze giuridiche e politiche.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in seduta privata.

Sono all'ordine del giorno le votazioni per la nomina di un Membro effettivo nella Sezione di scienze mediche, in sostituzione del compianto prof. Marcacci, e per la nomina di un Membro effettivo nella Sezione di letteratura e filosofia in sostituzione del compianto prof. Canna. Si procede alla prima votazione; funzionano da scrutatori i MM. EE. Minguzzi e Taramelli.

Dalle spoglie delle schede risulta che nessuno dei candidati proposti ha raccolto il numero dei voti necessari, secondo il Regolamento, per essere eletto; e perciò nella prossima adunanza del 10 giugno si procederà per tale nomina a una seconda votazione.

Si procede indi alla votazione per la nomina di un Membro effettivo nella Sezione di letteratura e filosofia (Classe di lettere, scienze morali e storiche). Funzionano da scrutatori i MM. EE. Pascal e Vivanti; risulta eletto come Membro effettivo il S. C. prof. Guido Villa.

Segue, infine, nell' ordine del giorno la discussione sulle proposte per la nomina di Soci corrispondenti nella Sezione di scienze politiche e giuridiche. Nessuno chiede la parola, e la votazione relativa sarà fatta nell' adunanza seguente del 10 giugno.

Dopo di che l'adunanza è sciolta alle ore 14.50.

Il Presidente
P. DEL GIUDICE

Il Segretario
O. MURANI

L' ARROGAZIONE DI AURELIANO

Nota del dottor GUGLIELMO CASTELLI

(Adunanza del 27 maggio 1915)

Prescindendo dalle adozioni imperiali, la cui importanza per la storia del diritto privato è assai scarsa (1), solo due esempî di arrogazione ci sono offerti dalle fonti letterarie latine: l'arrogazione di Clodio nel periodo repubblicano e l'arrogazione di Aureliano nel periodo imperiale. Se non che, mentre l'arrogazione di Clodio è nota anche nei suoi particolari al più modesto trattatista, l'arrogazione di Aureliano è stata fin qui trascurata, per quello strano disprezzo, che i romanisti hanno, o per meglio dire avevano, per le fonti letterarie della bassa latinità. Certo, lo stile di Vopisco è gonfio e scorretto, ma questa non è una ragione per negar fede alle notizie, che egli fornisce, specialmente quando, come nel caso nostro, sono attinte a un'ottima fonte. In questo scritto mi propongo appunto di illustrare il testo, in cui Vopisco riferisce l'arrogazione di Aureliano, testo che ci permetterà di fissare un punto importante e sicuro nello svolgimento dell'*adrogatio per rescriptum principis*.

---

(1) Come è noto, Augusto e Claudio arrogarono rispettivamente Tiberio e Nerone con le forme ordinarie del diritto privato; ma, a cominciare da Galba, gli imperatori, stimandosi al di sopra del *ius commune*, preferirono adottare il successore con una semplice dichiarazione di volontà. Cfr. MOMMSEN, *Droit public*, V, p. 450-451 e GIRARD, *Manuel*, p. 170[1]. Il BRASSLOFF in un lavoro recente (*Die Rechtsfrage bei der Adoption Hadrians* in *Hermes*, XLIX, p. 590-601) ha cercato di dimostrare la regolarità dell'arrogazione di Pisone e di Adriano: nell'arrogazione di Pisone Galba avrebbe consultato i pontefici, l'arrogazione di Adriano altro non sarebbe che un'*adoptio testamento*. Ma gli argomenti addotti dal Brassloff non riescono a scuotere la teoria del Mommsen, che ha per sè l'esplicita testimonianza delle fonti.

Flavii Vopisci, *Aurelianus*, c. 12-15.

« .... ex libris Acholi, qui magister admissionum Valeriani principis fuit, libro actorum eius nono :

Cum consedisset Valerianus Augustus in thermis apud Byzantium, praesente exercitu, praesente etiam officio Palatino .... Ulpius Crinitus surrexit atque hac oratione usus est: Apud maiores nostros, Valeriane Auguste, quod et familiae meae amicum ac proprium fuit, ab optimis quibusque in filiorum locum fortissimi viri semper electi sunt, ut vel senescentes familias vel fetus matrimoniis iam caducos substitutae fecunditas prolis ornaret. hoc igitur, quod Cocceius Nerva in Traiano adoptando, quod Ulpius Traianus in Hadriano, quod Hadrianus in Antonino et ceteri deinceps proposita suggestione fecerunt, in adrogando Aureliano, quem mihi vicarium iudicii tui auctoritate fecisti, censui esse referendum. iube igitur, ut lege agatur, sitque Aurelianus heres sacrorum nominis et bonorum totiusque iuris Ulpio Crinito iam consulari viro, ipse actutum te iudice consularis.

Longum est cuncta pertexere. nam et actae sunt Crinito a Valeriano gratiae, et adoptio, ut solebat, impleta ».

Sebbene la relazione del maestro delle cerimonie sia redatta in un gergo burocratico, dove abbondano i termini tecnici, a prima vista non appare chiara la forma dell'arrogazione di Aureliano. Gioverà quindi procedere per esclusione. L'osservazione di Acolio, che l'*adoptio* si compì *ut solebat*, potrebbe farci pensare a un'*adoptio per populum*; ma questa congettura cade, quando si consideri che l'atto ebbe luogo a Bisanzio, mentre noi sappiamo, per la concorde affermazione di Gaio e di Ulpiano, che l'*adoptio per populum* avveniva solo a Roma.

Gai, *Institut.*, I, 100.

« Et quidem illa adoptio, quae per populum fit, nusquam nisi Romae fit ».

Ulp., *Lib. sing. Reg.*, VIII, 4.

« Adrogatio Romae dumtaxat fit ».

Parimenti la menzione dell'*hereditas sacrorum nominis et bonorum* potrebbe suggerire l'ipotesi di un'adozione testamentaria; ma anche quest'ipotesi deve essere esclusa, perchè non si spiegherebbe l'intervento di Valeriano al testamento di Ulpio Crinito. La partecipazione dell'imperatore all'atto costituisce l'elemento più caratteristico dell'arrogazione di Aureliano. Peccato che Acolio, così prodigo di particolari inutili, non abbia creduto di dirci in che propriamente consistesse la partecipazione del principe. Il silenzio del *magister admissio-*

num a questo riguardo è del resto naturale, perchè egli scriveva non per i posteri, ma per i contemporanei, a cui bastava un semplice cenno o un termine tecnico per cogliere la procedura dell'atto. Secondo me, il nodo della questione sta nell'esegesi della frase « *iube igitur, ut lege agatur* », il cui tecnicismo non può non stuzzicare la curiosità dell'interprete.

Lege agere nelle fonti giuridiche (1) si riferisce sempre alla vetusta procedura delle *legis actiones*. Tale procedura, come è noto, fu abolita dalla *lex Aebutia* e delle due *leges Juliae*, dopo di che le *legis actiones* rimasero soltanto per le controversie, che si agitavano davanti al tribunale dei Centumviri. Ora, siccome nel nostro testo nulla v'è che alluda a una controversia di questo genere, l'espressione *lege agere* deve avere un altro significato.

Senza uscire dalle fonti giuridiche, noi possediamo cinque testi classici, in cui *legis actio* denota la facoltà di compiere un *actus legitimus*, segnatamente l'*emancipatio* e l'*adoptio*.

L. 3 D. 1, 16.

ULPIANUS *libro vicensimo sexto ad Sabinum*.

« (Legatus proconsulis) nec adoptare potest: omnino enim *non est apud eum legis actio* ».

L. 1 D. 1, 20.

ULPIANUS *libro vicensimo sexto ad Sabinum*.

« Adoptare quis apud iuridicum potest, *quia data est ei legis actio* ».

PAUL., *Sentent.*, II, 25, 4.

« Apud magistratus municipales, *si habeant legis actionem*, emancipari et manumitti potest ».

L. 4 D. 1, 7.

MODESTINUS *libro secundo regularum*.

« Magistratum, *apud quem legis actio est*, et emancipare filios suos et in adoptionem dare apud se posse Neratii sententia est ».

L. 1 C. 8, 47.

Imp. Gordianus A. Marciae.

« Hi, qui in aliena sunt potestate, iuxta ius civile non nisi apud eum, *apud quem plena legis actio est*, adoptari possunt ». [*a.* 239]

Non credo di peccare d'audacia avvicinando questi testi

---

(1) GAI, *Institut.*, I, 184; IV, 12, 21, 24, 26, 29, 31[3], 94. ULP., *Lib. sing. Reg.* XI, 24 et 27; l. 123 D. 50, 17.

al passo di Vopisco: Ulpio Crinito invita Valeriano a ordinare *ut lege agatur*, perchè *apud eum legis actio est.*

Come i magistrati intervengono a certi atti di giurisdizione volontaria (*manumissio*, *emancipatio*, *adoptio*), così il magistrato supremo, l'imperatore, partecipa all'*adrogatio*, che in questa forma, è pure un atto di giurisdizione volontaria. Appurato questo punto, non è difficile ricostruire l'arrogazione di Aureliano.

L'imperatore, come il *pontifex maximus* nell'*adoptio per populum*, domanda a Ulpio Crinito « *an velit eum, quem adoptaturus sit, iustum sibi filium esse* » e, ricevuta una risposta affermativa, domanda ad Aureliano « *an id fieri patiatur* » (1). La *lex curiata* è sostituita dal *rescriptum principis.*

Se l'interpretazione, che io propongo, è sicura, il testo di Vopisco ci consente di formulare questi due resultati:

1° L'origine dell'*adrogatio per rescriptum principis* cade nel periodo, che va dal tramonto della giurisprudenza classica (2) alla legislazione di Diocleziano.

2° Il nostro istituto in questa prima fase presenta un carattere eccezionale, esso permette cioè di arrogare nelle provincie, dove non può aver luogo l'*adoptio per populum.*

L'intervento dell'imperatore in questa materia si spiega facilmente, perchè noi sappiamo che egli, nella sua qualità di *pontifex maximus*, esercitava un'influenza decisiva sulle deliberazioni del collegio dei pontefici, divenuto ormai arbitro dell'arrogazione. Non si creda però che l'istituto sia sorto d'un tratto, senza precedenti, verso la metà del terzo secolo: esso per contro ha le sue radici nel diritto classico, come risulta da due testi, poco studiati, di Gaio e di Ulpiano.

GAI, *Institut.*, I, 93.

« Si peregrinus sibi liberisque suis civitatem Romanam petierit, non aliter filii in potestate eius fient, quam si imperator eos in potestatem redegerit; quod ita demum is facit, si causa cognita aestimaverit hoc filiis expedire. Diligentius autem exactiusque causam cognoscit de impuberibus absentibusque; et haec ita edicto divi Hadriani significantur. »

---

(1) GAI *Institut.*, I, 99.

(2) L'*adrogatio per rescriptum principis* è ignota ai giureconsulti classici: i testi, che vi alludono, sono interpolati. Vedi il mio scritto *Intorno all'origine dell'arrogazione delle donne* in *Rend. Ist. Lomb.*, Vol. XLVIII, p. 533-542.

Gaio ci insegna che la concessione della cittadinanza romana a un peregrino e alla sua prole non genera l'assoggettamento dei figli alla *patria potestas* del genitore naturale, perchè il matrimonio, da cui sono nati, non è valido di fronte al *ius civile*. Ne consegue che la concessione della cittadinanza distrugge una famiglia peregrina, senza creare una *familia* nel senso romano della parola. Per ovviare a conseguenze così dannose dal punto di vista giuridico e sociale, Adriano introdusse un procedimento più semplice dell' *adoptio per populum*, ma che dell'*adoptio* stessa riproduce un tratto caratteristico. Il neo - cittadino può chiedere all'imperatore la concessione della *patria potestas*: tale concessione è subordinata a un'inchiesta, in cui si vaglia la convenienza dell'atto nei riguardi dei figli. Orbene la *cognitio* imperiale ha un singolare riscontro nella *cognitio* pontificale, che costituisce la fase preparatoria dell'*adoptio per populum* (1). Nè il parallelismo si ferma a questo punto: chè le speciali indagini, prescritte da Adriano per i figli impuberi, sembrano quasi preludere alle cautele, onde Antonino circonderà l'arrogazione dei pupilli (2).

Passiamo ora alla l. 46 D. 1,7.

ULPIANUS *libro quarto ad legem Iuliam et Papiam.*

« In servitute mea quaesitus mihi filius in potestatem meam redigi beneficio principis potest: libertinum tamen eum manere non dubitatur. »

La fattispecie, su cui Ulpiano ragiona, è abbastanza complicata. Stico viene manomesso, dopo di aver procreato un figlio in contubernio; più tardi anche il figlio riceve la libertà o dal manomissore paterno o da un terzo o dallo stesso genitore, che nel frattempo sia riuscito ad acquistarne la proprietà a titolo oneroso o gratuito (3). Stico vorrebbe avere la *patria potestas* sul figlio, che, secondo i principii del *ius civile*, è un estraneo per il genitore naturale: c'è modo di soddisfare il suo desiderio? Nel caso nostro l'*adoptio per populum* è teo-

---

(1) CIC., *de domo*, c. 13 - 14; A. GELLIUS, V, 19, 5 - 6; l. 15 § 2 D. 1, 7 (ULPIANUS *libro XXVI ad Sabinum*).

(2) GAI, *Institut.*, 1, 102; l. 17 § 2 D. 1, 7 (ULPIANUS *libro XXVI ad Sabinum*).

(3) SCHLESINGER, *Zur Geschichte der Adoption*, in *Zeitschrift für Rechtsgeschichte*, VI, p. 125.

ricamente possibile, ma in pratica assai malagevole, non perchè il diritto classico vieti l'arrogazione dei figli naturali (1), ma perchè l'arrogazione del liberto, sebbene lecita, è osteggiata dalla pubblica opinione (2). Ulpiano gira la difficoltà ammettendo un ricorso diretto all'imperatore (3).

O io m'inganno, o i due casi studiati fin qui hanno fra loro una parentela assai stretta, giacchè in ambedue l'imperatore crea *ex novo* un rapporto potestativo. Ora se noi riflettiamo che ancora nel diritto classico l'adozione non è « un conforto per i padri o le madri orbe di figli », bensì « l'aggregazione di un nuovo membro a un consorzio politico - religioso (4) », dovremo concludere che il *beneficium principis* è in fondo un'*adrogatio per rescriptum principis*.

Questo resultato conferma la mia interpretazione del passo di Vopisco. È ben naturale che gli imperatori dell'epoca post - classica, per render possibile l'arrogazione nelle provincie, abbiano fatto ricorso a una prerogativa, di cui i loro predecessori già s'erano valsi per ovviare alle lungaggini e alle lacune di un sistema giuridico troppo rigido e formalistico.

Giova però osservare che il mutamento della forma non ha finora alterato la funzione dell'arrogazione. Essa al tempo di Valeriano, come al tempo di Cicerone, ha per iscopo di procurare al *paterfamilias* vecchio e orbo di figli un successore oltre che nei beni, nel nome e nel culto degli avi (5).

---

(1) MEYER, *Der römische Konkubinat*, p. 124.

(2) HOFMANN, *Zur Beerbung und Arrogation des libertus*, in *Zeitschrift für Rechtsgeschichte*, XII, p. 304.

(3) DESSERTEAUX, *Effets de l'Adrogation*, p 15 - 16.

(4) BONFANTE, *Lezioni* , 1907 - 1908, parte I, p. 7.

(5) La formula *heres sacrorum nominis et bonorum* ricorre con lievi varianti in LIVIO, 45, 40, 7 [« *quos (filios) duobus datis in adoptionem solos nominis sacrorum familiaeque heredes retinuerat domi* »] e in CICERONE, *de domo*, 13, 35 [« *quas adoptiones sicut alias innumerabiles hereditates nominis pecuniae, sacrorum, secutae sunt* »].

La menzione dell'*hereditas sacrorum* nel testo di Vopisco è assai importante sotto il duplice punto di vista dell'epoca e della fonte, a cui l'autore attinge. Alle testimonianze degli *antiqui pontifices*, di Scevola (in CIC., *de legibus*, II, c. 19-21) e di Gaio (*Institut*. II, 55) si può dunque aggiungere anche quella del *magister admissionum* dell'imperatore Valeriano. Abbiamo così un nuovo argomento per ribattere l'opinione del Perozzi, a detta del quale « i giuristi che pensano e scrivono giuridicamente una *hereditas sacrorum* la ignorano ». Cfr.

Nè questo perdurare della funzione politico - religiosa dell'arrogazione ci deve sorprendere, perchè noi sappiamo che nel periodo di transizione fra l'epoca classica e l'epoca romano - ellenica la *familia* non ha ancora perduto il suo carattere di consorzio politico - religioso.

Istituzioni, II, p. 352[2]. Se la connessione dell' *hereditas* coi *sacra* è ancor viva al tempo di Valeriano, come non supporre che i giuristi classici ne parlassero nelle loro opere? Naturalmente tutti gli accenni in proposito furono nelle Pandette cancellati da Giustiniano. Cfr. BONFANTE, *Istituzioni*, p. 509[1].

L'ALTEZZA DEL CRANIO NEL TIROLO (*)

NOTA DI GEOGRAFIA ANTROPOLOGICA

del Dott. CAMILLO PELIZZOLA

(*Adunanza del 27 maggio 1915*)

Dato l'abbondante materiale craniologico e il grande numero di misurazioni esistenti nella letteratura, sono assai misera cosa gli studi riguardanti la distribuzione dell'altezza relativa del cranio in Europa (1). Tale lacuna negli studi antropologici è veramente da lamentarsi, poichè l'altezza relativa del cranio si è dimostrata in recenti ricerche un così notevole elemento d'analisi etnica (ricordo i risultati ottenuti dal *Sera* (2) per l'America) che anche per l'Europa, da tali indagini, luce sarebbe gettata nelle intricate questioni riguardanti i moti etnici e in tutto quello ad essi correlativo, come ad esempio gli scambi delle innovazioni tecniche e morali, in una parola, gli scambi di cultura.

Il presente studio si riferisce ad una regione della massima importanza antropogeografica.

(*) La presente nota di antropogeografia è una piccola parte della mia tesi di laurea in scienze naturali riguardante: *l'altezza del cranio in Italia* e che sarà pubblicata tra breve. Essa è stata composta nella: *Scuola d'antropologia della Università di Pavia* diretta dal chiarissimo prof. G. L. SERA, al quale, per i consigli e gli insegnamenti esprimo tutta la mia riconoscenza.

(1) Tutto si riduce ai sondaggi fatti nelle popolazioni balcaniche e tirolesi dal U. GIOVANNOZZI, *Brachi platicefali e brachi ipsicefali in Europa*, Archivio per l'antrop. e l'etnol. Firenze, 1913, e alla cartina sintetica del R. BIASUTTI, *Studi di antropologia generale*, Memorie geografiche pubblicate come supp. alla Riv. geog. ital. Firenze, 1912.

(2) G. L. SERA, *L'altezza del cranio in America*, Archivio per l'antrop. e l'etnol. Firenze, 1912-13.

Il Tirolo, infatti, possiede i centri vitali delle comunicazioni tra il nord ed il sud d'Europa; da esso si dipartono l'Inn e la

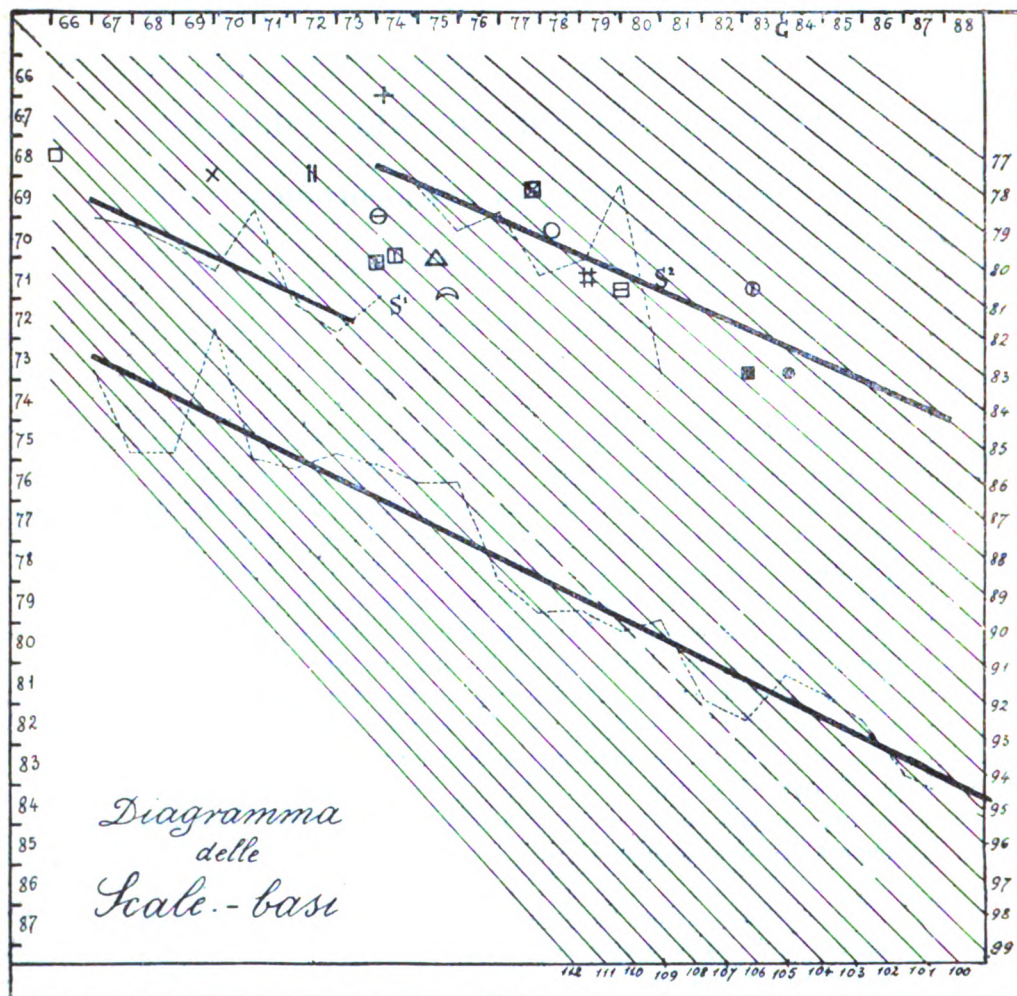



Fig. 1.

Drava per il Danubio, l'Adige per l'Adriatico. Questi grandi fiumi hanno scavato tra gli alti massicci delle Alpi delle profonde breccie: le valli dell'Inn e dell'Adige sono unite da una depressione che conduce al valico del Brennero (m. 1370) il meno elevato di quanti varcano le Alpi. A questa grande depressione si ricongiunge un'altra ancora più profonda che si

prolunga da ovest ad est fra la Rienza affluente dell'Isargo e la Drava, uno dei maggiori affluenti del Danubio.

Lo spartiacque tra i due bacini dell'Adige e del Danubio è così debolmente segnato che appena si scorge ed i pendii opposti vengono considerati bene a ragione come formanti una valle unica — il Pusterthal o Posteria —. Dice il *Reclus* (1) che la Rienza esita prima di discendere verso l'Adriatico, una semplice frana di ciottoli che attraversasse il suo letto le farebbe prendere la strada del mar Nero.

Infine, un altro valico che mette in comunicazione la valle dell'Adige con quella dell'Inn è la Reschen-Scheidek (m. 1490) ai confini orientali della Svizzera. Sono queste profonde breccie che danno al Tirolo una grande importanza storica e che hanno fatto sì che le valli dell'Inn, dell'Adige, della Drava segnassero le linee delle migrazioni umane.

Per le cose dette il Tirolo ci presenterà ad un tempo un duplice ordine di fatti contrastanti: per le sue valli secondarie poste in luoghi spesso inaccessibili ci dimostrerà la potenza isolatrice dell'alta montagna; per le sue valli principali adducenti ai valichi, gli urti e le mescolanze degli etni moventesi in vario senso.

Il disegno della localizzazione spaziale dei vari tipi cranici nelle valli tirolesi, risultante da questo lavoro, dato il considerevole materiale (circa 700 crani) sul quale si basa, non potrà, crediamo, essere profondamente modificato da nuove misurazioni. Lo stesso può dirsi per quello che riguarda la cronologia relativa delle diverse stratificazioni etniche. Ma se da una parte qui si mettono in luce fatti nuovi e si risolvono problemi, dall' altra nuovi problemi, nuove domande vengono poste, come sempre avviene quando si applicano metodi nuovi. La soluzione di questi problemi, la risposta a queste domande già si profilano nella nostra mente, ma richiedendosi nuove osservazioni saranno date in un prossimo lavoro.

Materiale e sue fonti. — Come ho già detto, io ho potuto raccogliere i dati di circa 700 crani, accompagnati dalla indicazione della precisa provenienza. Una cinquantina è tolta dai lavori del *Giovannozzi* (2), del *Tedeschi* (3), del *Moschen* (4),

(1) E. RECLUS, *Nouvelle géographie universelle*, Paris 1886-87.

(2) U. GIOVANNOZZI, *Op. citata.*

(3) E. TEDESCHI, *Le forme del cranio trentino*, Padova 1898.

(4) L. MOSCHEN, *Note di craniologia trentina*, Atti soc. rom. d'antr. Roma 1897-98.

i rimanenti li ho avuti dalla cortesia del *Frizzi* (1) che aveva pubblicato nel suo lavoro non i dati individuali ma soltanto delle medie.

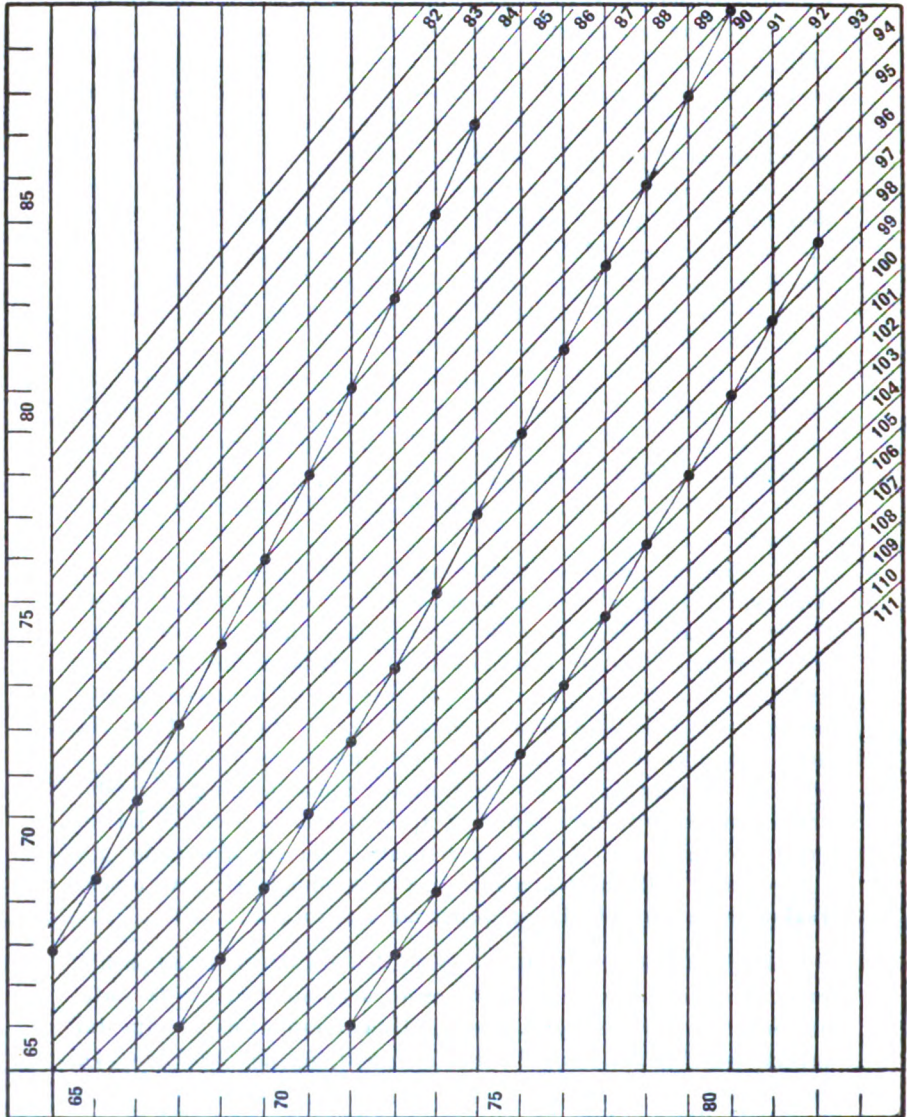



Fig. 2.

(1) E. Frizzi, *Ein beitrag zur anthropologie des Homo Alpinus tirolensis*, Mitt. d. Anthr. Gesell, in Wien 1909. I lavori del Tappeiner non si poterono utilizzare.

Brevi indicazioni sul metodo seguito. — Il metodo seguito è quello ideato dal *Sera* (1) e adottato nel suo lavoro sull'altezza del cranio in America e modificato dal *Giardina* (2). Chi desiderasse avere cognizioni specificate in proposito, può rivolgersi alle opere su citate nelle quali trovasi un'esauriente esposizione del metodo. Io mi limito a dire in proposito, ciò che è necessario per comprendere questo breve saggio.

Dato che i tre diametri del cranio sono tra di loro correlativi, il problema di porre dei limiti tra i crani alti e bassi è legato alla forma del cranio nel piano orizzontale. Di due crani aventi la stessa altezza assoluta, ma l'uno fortemente dolicocefalo, l'altro brachicefalo, l'indice vertico-longitudinale del primo è inferiore allo stesso indice del secondo. Per l'indice vertico trasverso avviene il contrario. Dividere i crani in alti e bassi senza tener conto dell'indice cefalico orizzontale è dunque un errore. Il *Sera* per arrivare a una divisione razionale dei crani in alti e bassi tenendo conto dell'indice cefalico, si valse del fatto, che ordinando per valori crescenti di unità in unità dell'indice orizzontale una serie craniense, l'indice di altezza - larghezza decresce col crescere dell'orizzontale mentre quello altezza - lunghezza cresce. Scelse allora delle serie il più possibile pure ed omogenee appartenenti a tipi diversi e cioè ad alte, intermedie e basse. Per le prime servirono i Polinesiani del *Volz*, per le seconde la serie papuana del *Mantegazza* e per la terza la serie dei Guanchi del *von Behr*. Riportando sul piano delle coordinate, i valori medi dell'indice di altezza per ogni classe di indice cefalico, in ciascuna di queste serie, e tirando una linea che passasse ad eguale distanza dalle oscillazioni estreme di queste serie, egli ebbe tre linee principali che rappresentarono in certa guisa il decorso normale e tipico di ogni serie (fig. 1). Queste *linee* o *scale basi* vennero sostituite da linee teoriche di facile costruzione e di decorso simile (fig. 2). Ultimamente il *Giardina* ha risolto il problema dell'altezza relativa con procedimento matematico. Dice questo autore che: « allorchè si ha da fare con un corpo (quale il cranio) le cui tre dimensioni principali abbiano qualche grado di correlazione reciproca, la vera misura dell'altezza (o della

---

(1) G. L. SERA, *Op. citata.*

(2) A. GIARDINA, *Gli indici di altezza, di larghezza e di lunghezza in corpi aventi diametri tra loro correlativi.* Archivio per l'antrop. e l'etnol., Firenze, 1914.

larghezza) relativa non può essere data che dal confronto con entrambe le altre due dimensioni, che cioè deve essere una funzione oltrechè dell'altezza assoluta, di entrambe le altre due dimensioni, o in altri termini, una funzione dei due indici verticali $\frac{\text{altezza}}{\text{lunghezza}}$ e $\frac{\text{altezza}}{\text{larghezza}}$. Ma quale dev'essere precisamente questa funzione? » Secondo il *Giardina* chiamando con L la lunghezza, B la larghezza, H l'altezza, l'indice di altezza Y è espresso della formola

$$Y = \frac{H}{\sqrt{LB}}.$$

Forme alte o forme basse saranno quelle rispettivamente con indice alto e quelle con basso indice di altezza Y. Le curve di eguale indice di altezza sono delle parabole che nei limiti del quadrante cranico equivalgono alle linee del *Sera*.

Nel presente lavoro sono adoperate come linee basi, rami di parabole corrispondenti agli indici di altezza $Y = 80$ per le serie *platicefaliche*; $Y = 85$ per quelle *ortocefaliche*; $Y = 90$ per le serie *ipsicefaliche*. Con delle parabole sussidiarie corrispondenti ai valori di $Y = 77{,}5$; $Y = 82{,}5$; $Y = 87{,}5$; $Y = 92{,}5$ sono rimaste limitate tre fascie nelle quali si stabiliscono le oscillazioni attorno alle linee fondamentali. Infine con una perpendicolare alla linea base dell'ortocefalia passante per il valore di 79 dell'indice cefalico sono rimaste limitate due zone: dei *dolicoidi* a sinistra di tale linea, dei *brachioidi* a destra.

I crani sono stati proiettati in diversi grafici seguendo criteri geografici. In un primo grafico riuniamo i crani che provengono da luoghi che da Mori al sud, si trovano sulla valle dell'Adige e dell' Isargo e conducono verso il nord al Brennero. Segue un grafico con i crani della valle di Fassa. Un terzo comprende i casi della Rienza.

I crani della valle Venosta a causa del loro numero sono stati divisi in due grafici. In un sesto grafico diamo i crani del tratto superiore dell'Inn sino ad Innsbruck escluso. In un settimo i crani della stessa valle da Innsbruck a Strass. Seguono i grafici della Lecht e del fiume Ache.

Valle dell'Adige e dell'Isargo da Mori a Sterzing (fig. 3).

Il *Moschen* ha sette crani di *Mori* (m. 174) (1), otto ne dà il *Tedeschi*. Di questi quindici crani, quattro cadono nella zona

(1) Le altimetrie sono tolte da VON DALLA TORRE, *Tirol*, Berlin, 1913.

dei do: i., (1), cinque in quella dei br: o.. Tre sono do: p., e tre br : p.. In ognuno dei due ultimi gruppi, un cranio si dispone sulla linea di confine tra plati e ortocefali.

Il *Tedeschi* ha quattro crani di *Verrò* (m. 898) in valle di Non (così chiamasi il tratto inferiore della valle del Noce, affluente dell'Adige). Due sono do: p., due br: p..

Il *Frizzi* (2) mi fornisce due casi provenienti da *Vill* presso *Neumarkt* (m. 217), uno è br: o., l'altro do: p.. Tutti e due situati vicino alla linea di separazione tra dolicoidi e brachioidi.

Da *Villanders* (m. 900) in val dell'Isargo sulla via che mena al Brennero provengono trentun crani. Tre sono do: o., di essi uno è distanziato ed è abbastanza lungo. Sette sono do: p., ed infine i restanti diciasette sono br: p.. I br: p. di Villanders raggiungono con alcuni dei loro casi forti valori di brachi e di platicefalia.

Di *Sterzing* (m. 948) a due passi dal Brennero ho un cranio br: p..

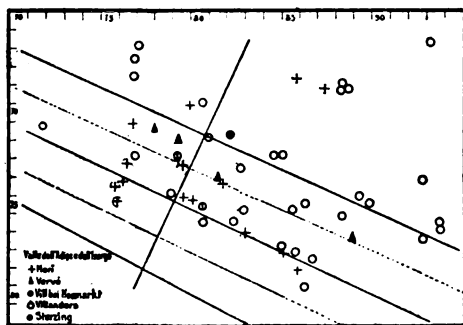



Fig. 3.

Confronti e conclusioni. — Nel campo di proiezione si distinguono orto e platicefali. Consideriamo questi ultimi. L'ampiezza d'oscillazione nel senso dell'indice cefalico orizzontale è molto grande; essa raggiunge il valore di sedici unità. I casi sono sparsi irregolarmente, distanziati tra loro. Sui do: p. pre-

(1) Per comodità grafica sostituiamo i segni do : i., do: o., do: p., alle parole dolico ipsicefali, dolico ortocefali, dolico platicefali; ed i segni br: i., br: o., br: p., alle parole brachi ipsicefali, brachi ortocefali, brachi platicefali, ovvero agli aggettivi ad essi corrispondenti.

(2) I crani che seguono, salvo indicazioni contrarie sono tutti del Frizzi.

dominano e di gran lunga i br: p.. La brachicefalia raggiunge il massimo a Villanders.

Gli ortocefali presentano un'oscillazione dell'indice orizzontale meno ampia, tanto più se si esclude il caso do : o. di Villanders che giace distaccato dal gruppo principale e sembra non appartenere alla serie. Anche tra gli ortocefali prevalgono notevolmente sui do : o (tutti situati vicino alla linea di confine tra dolicoidi e brachioidi) i br : o.. A differenza dei plati, gli ortocefali si dispongono con continuità dando l'impressione di una serie omogenea che con passaggio graduale si svolga principalmente nella zona brachioide e spinga l'estremo della sua oscillazione sino al principio di quella dei dolicoidi.

Molto interessante riesce il confronto tra i casi di Mori e quelli di Villanders, se si rivolge l'attenzione sui rapporti numerici che passano tra i platicefali e gli ortocefali nelle due località. A Mori, nella valle Lagarina, il paese più meridionale della nostra ricerca, gli ortocefali predominano sui platicefali; a Villanders in val dell'Isargo sono questi ultimi i più numerosi. Notiamo dunque che la concentrazione degli ortocefali che è forte a Mori, va diminuendo col risalire la valle.

Val di Fiemme e val di Fassa (Fig. 4).

Di *Trodena* (m. 1127) abbiamo otto crani; uno è br : i., due sono br : o., i restanti br : p.. Un cranio do : p.. che cade lontano dal gruppo principale proviene da *Predazzo* (m. 1018).

Vigo di Fassa (m. 1391) ci dà trentasei crani, numero veramente ragguardevole. Sette sono br : i., dieci sono br : o., tre do : o. e cadono vicini al gruppo dei br : o.. Sedici sono br : p., ed è bene notare che sopra sedici, nove cadono nella fascia platicefalica volta verso l'ortocefalia.

Di *Campitello* (m. 1442) tengo undici crani. Uno è br : i., tre sono br : o., uno do : o., e sei br : p..

Tre crani provengono da *Alba* (m. 1460); due sono br : p., il terzo è un br : o., che si dispone vicino alla linea di separazione tra ortocefali e platicefali.

Confronti e conclusioni. — Come è noto, la valle di Fassa è la parte superiore della valle dell'Avisio affluente di sinistra dell'Adige. Scavata tra i porfidi e le dolomiti, questa stretta valle è una delle più isolate e di più difficile accesso. Per l'isolamento e la protezione che essa presenta, i fatti antro-

pologici che essa ci rivelerà debbono essere presi in seria considerazione. Le conclusioni che noi trarremo dall'esame del grafico, eccedono i limiti della loro applicabilità alla valle stessa.

Sono assenti praticamente parlando le forme dolicoidi. Il do: p. di Predazzo è distaccato dal gruppo principale ed è evidentemente un intruso.

I casi si dispongono nella zona dei brachioidi e raggiungono con taluni estremi, valori forti di brachicefalia (95 d'ind. cef. oriz.). Vogliamo però insistere sopra un particolare che ha la sua importanza come si vedrà nella discussione metodica che sarà data nelle conclusioni generali.

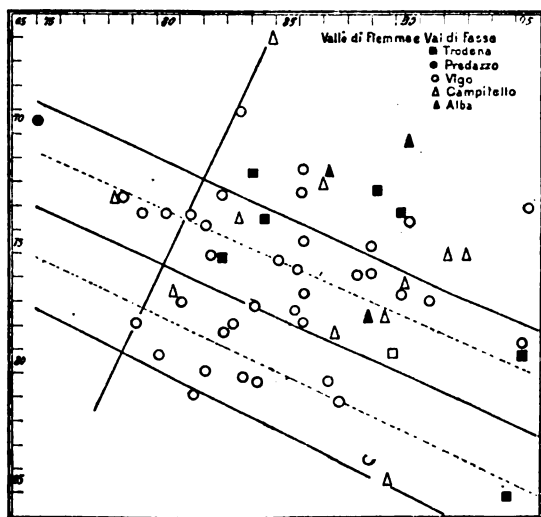



Fig. 4.

Il particolare è questo: mentre che i platicefali oscillano *tutti* nella zona dei brachioidi, i pochi casi che invadono la prima regione della zona dei dolicoidi appartengono alle forme ortocefaliche.

Proseguiamo. Degna di nota è la grande oscillazione nel senso dell'altezza: dalla linea base della ipsicefalia, essa si estende (non tenendo conto dei casi limiti) molto al di sopra della linea base platicefalica abbracciando più di sedici unità d'indice vertico-longitudinale.

E veniamo allo studio della localizzazione dei diversi tipi cranici. Confrontiamo i crani di Vigo di Fassa con quelli di Campitello, di Alba, di Trodena presi complessivamente. Ci

colpisce un fatto evidente. I crani di Vigo si raggruppano in una zona di frequenza che non coincide con quella in cui si radunano i dati di Campitello, di Alba, di Trodena. E precisamente i crani di Vigo formano una serie marcatamente orto-ipsicefalica mentre i crani delle altre tre località si dispongono a formare una serie platicefalica. Lo studio dei dati delle singole località (guardi il lettore quanto è detto in principio di questo paragrafo) rende ancor più evidente la differenza notata in blocco.

In questa valle rivediamo ma in modo molto più chiaro, gli stessi rappporti tra orto e platicefali che abbiamo notato nella valle dell'Adige e dell'Isargo. Abbiamo un caso di stratificazione. Gli ortocefali occupano il tratto inferiore della valle (Vigo) mentre i platicefali occupano la parte superiore, terminale (Campitello e Alba) e i paesi posti alla sommità dei versanti (Trodena) (1).

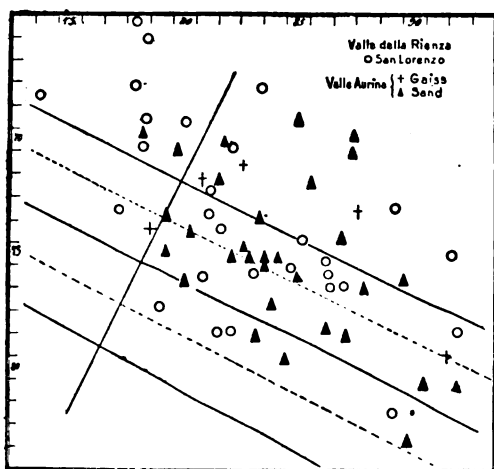



Fig. 5.

A Vigo il carattere orto e ipsicefalico è più spiccato che in tutto il resto del Tirolo e ciò in conseguenza alla persi-

(1) Avvertiamo che Trodena è situata quasi sullo spartiacque tra l'Adige e l'Avisio. Abbiamo creduto di ricongiungerla alla valle di Fiemme, a somiglianza di quanto fa il Torre nella sua guida già citata, perchè comunica facilmente con questa valle mediante il passo di S. Lugano.

stenza di forme, assai protette dall' isolamento che questa valle offre e di cui abbiamo fatto menzione.

Valle della Rienza (fig. 5).

Sulla Rienza abbiamo trenta casi di *San Lorenzo* (m. 813). Sette cadono nella zona dei do : p.. Diciasette sono br : p., ma quattro di essi si trovano vicini alla linea di separazione tra dolicoidi e brachioidi e vanno uniti ai precedenti. Cinque sono br: o.; un altro ortocefalo è situato tra i dolicoidi, ma per la sua posizione va insieme ai cinque casi precedenti.

Di fronte a San Lorenzo, verso il nord, si apre la valle Aurina, della quale abbiamo cinque casi provenienti da *Gaiss* (m. 847); uno do: o.; uno br : o. orientati verso i bassi; tre br: p., e trentun casi di *Sand* (m. 870), due sono do : p., dodici br : o.; i restanti sono br: p..

Confronti e conclusioni. — Anche per questa valle l' ampiezza di oscillazione dell' indice orizzontale dei platicefali è maggiore di quella degli ortocefali. Il grafico ci permette alcune considerazioni particolari :

I°. Nella valle principale (S. Lorenzo) sono presenti in numero notevole i do: p.; di queste forme abbiamo un semplice accenno (2 su 36) nella valle laterale, la valle Aurina. L' assenza dei dolicoidi venne già da noi segnalata nella valle di Fassa in confronto con la valle dell' Adige.

II°. A San Lorenzo troviamo forme ortocefaliche: la frequenza di tali forme è maggiore però nella valle secondaria a Sand. In ambedue i luoghi gli ortocefali sono sempre dominati dai br : p..

Val Venosta (fig. 6-7).

Da *Mais* (m. 350) provengono sessantadue crani. Due sono br: i., undici br: o., tre sono do: o. ma cadono vicini al gruppo br: o., sedici sono do: p. e trenta br: p.. Notiamo l'ampia oscillazione dell' indice orizzontale dei platicefali che quasi totalmente si radunano in gruppo compatto oscillante attorno all'asse di confine tra dolicoidi e brachioidi con tendenza verso forme lunghette. Le forme marcatamente brachiplaticefaliche sono scarse e disperse.

Quarantatrè casi sono di *Tisens* (m. 635). Tre sono br: i., undici br: o., cinque do: o., diciotto br: p., sei do: p.. La brachicefalia e la platicefalia raggiungono forti valori.

Seguono sedici crani di *St. Peter* presso Merano. Due sono

br: o., gli altri quattordici si ripartiscono in numero eguale tra i do: p. e i br: p..

Della valle Passiria abbiamo ventinove crani di *Schönna* (m. 590). Tre sono br: o. volti verso i bassi, due do: o. di cui uno cade vicino alla linea di separazione tra dolicoidi e brachioidi, venti sono br: p., e quattro do: p.; uno di essi per la sua posizione deve essere unito ai br: p..

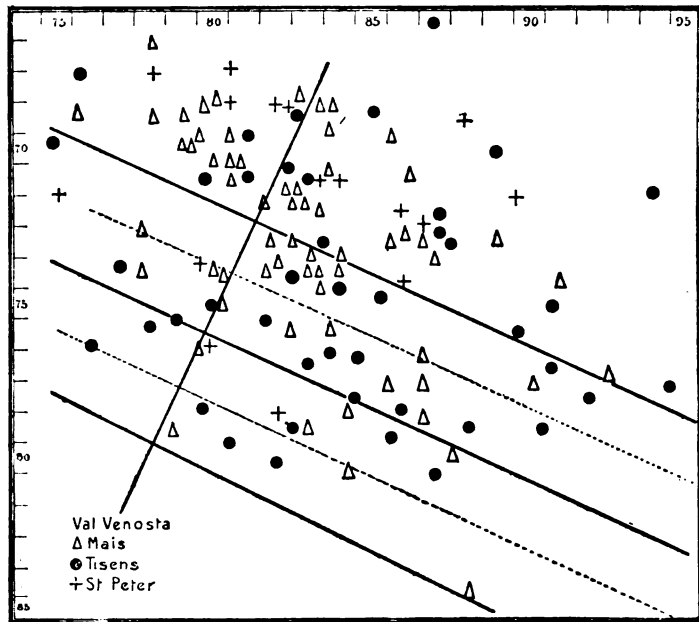



Fig. 6.

Partschins (m. 626) ci dà undici crani. Due sono br: o. orientati verso i bassi, uno è do: o. volto pure verso i bassi, cinque sono br: p. e tre do: p..

Da *Naturns* (m. 566) provengono otto crani. Uno br: o., uno do: p., sei br: p..

Thschars (m. 817) ha dieci crani. Due br: o., uno do: o. vicino alle forme basse, cinque br: p. e due do: p..

Della valle Martello, secondaria all' Adige, ho diciotto casi di *Martell*. Uno è br; i., sei br: o., dieci br: p., uno do: p..

Da *Agums* presso *Prad* (m. 929) provengono dodici casi. Sei sono br: o., cinque br: p., uno do: p., ma per la sua posizione va unito ai cinque precedenti.

Da *Matsch* in valle della Salurn ho un solo cranio. È un do: p..

Dei diciannove casi di *Taufers* (m. 1255) in val Monastero, altra valle laterale dell' Adige, tre sono do: p., cinque sono br: o. di cui quattro fortemente brachicefali. I restanti sono br: p..

Da *Mals* (m. 998) provengono dodici casi. Quattro sono ortocefali fortemente brachi, i rimanenti otto sono br: p..

I sei crani di *St. Valentino* (m. 1470) sono tutti br: p..

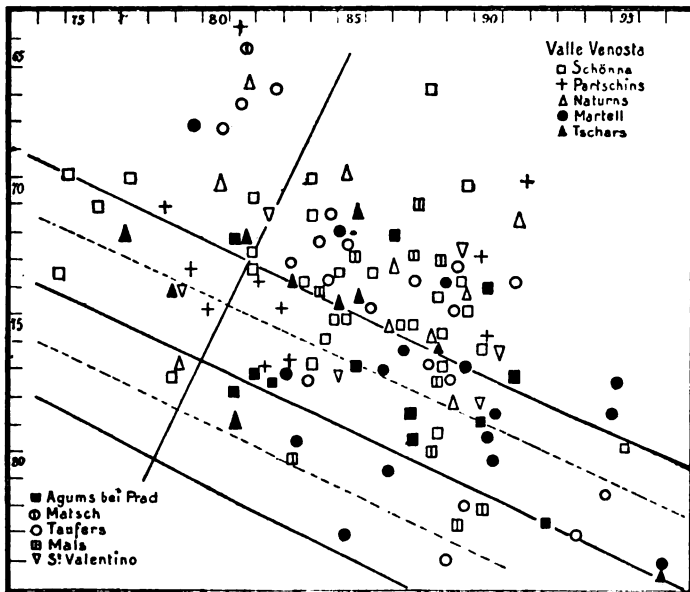



Fig. 7.

Confronti e conclusioni. — I grafici della valle Venosta sono assai importanti, sia per il numero totale dei casi, sia per la frequenza degli assaggi lungo il percorso della valle. L' esame di essi ci mostra che in questa valle le due forme craniche do: p., br: p., e quella ortocefalica sono mescolate in modo più o meno intimo. È possibile, grazie all' abbondanza delle località esaminate, rivelare i particolari di questa miscela e le differenze qualitative e quantitative che essa presenta nei diversi punti della valle.

Interessante riesce il confronto tra i dati di *Mais* posto sul fondo della valle (m. 350) e quelli di *Tisens* posto superiormente sul fianco della valle (m. 635). In ambedue le lo-

calità abbiamo miscela delle tre forme sopra ricordate, ma varia la composizione quantitativa.

A Mais il gruppo predominante è formato da un elemento platicefalico dolicoide, mentre a Tisens i platicefali sono fortemente brachioidi e molto più frequenti sono rispetto a Mais le forme br: o.. Questo fatto troverà la sua spiegazione nell' ordine secondo cui noi crediamo siano avvenute le invasioni delle varie forme craniche. Osserviamo « *en passant* » la scarsità dei do: p., (tre su ventinove) nei crani di Schönna nella valle Passiria. Molto eloquente riesce il confronto d' insieme tra il grafico N. 6 e quello N. 7, che significa confronto tra i crani del primissimo tratto della valle Venosta. con quelli di tutto il restante. Risulta per i due grafici una differenza nelle forme platicefaliche che consiste in ciò. Nel grafico N. 7 il grosso dei platicefali è fortemente brachioide. i dolicoidi non formano che un alone attorno ad esso. Nel grafico N. 6 avviene il contrario, i platicefali si addensano verso le forme lunghette e sono scarsi nella zona di grande frequenza dei br: p. del grafico N. 7. In sostanza i do: p. si sono diffusi lungo la valle Venosta, li troviamo concentrati in modo ragguardevole lungo il primissimo tratto della valle preferibilmente nei paesi posti sul letto dell' alveo, la loro frequenza diminuisce bruscamente man mano che si monta la valle e i crani di Mals e di San Valentino dimostrano la loro assenza all' estremo superiore della valle. Il confronto tra i due grafici dimostra una diminuzione degli ortocefali nel tratto superiore della valle, specialmente se si considerano i casi che cadono sotto la linea base dell' ortocefalia. I crani poco numerosi di S. Valentino sarebbero indizio della mancanza di tale forma alle sorgenti dell' Adige.

Notiamo senza commento la comparsa nelle località poste all' ultimo tratto superiore della valle di un elemento *ortoiperbrachicefalico*.

I casi della valle Martello meritano particolare attenzione. In essa mancano le forme do: p. mentre troviamo mescolati i br: p. e i br: o.. L' importanza dei fatti risultanti dallo studio delle valli laterali apparirà nelle conclusioni generali.

Valle superiore dell' Inn *sino ad Innsbruck escluso* (fig. 8).

Da *Tösens* (m. 931) provengono cinque crani. Uno è br: i., uno do: o., tre sono br: p..

Undici crani sono di *Ried* (m. 877). Tre sono do: p., uno è br: o. volto verso i bassi, sette sono br: p..

Prutz (m. 866) ha ventun casi. Nove cadono tra i do: p. ma mentre sei di essi sono addossati ai confini tra dolicoidi e brachioidi, tre raggiungono un più forte valore di dolicocefalia e di platicefalia restando così isolati. Tre sono br: o. situati sulla linea base dell' ortocefalia. Nove sono br: p..

Imst (m. 716) ha cinque casi. Uno è do: p., quattro br: p..

Con Imst terminano i casi di località poste nella valle principale. Abbiamo ora i dati di due valli laterali. Nella *Gurgler-thal* abbiamo cinque casi di *Tarrenz* (m. 833). Uno è do: o. situato vicino alle linee separanti i dolicoidi dai brachioidi e gli orto dai platicefali. Gli altri quattro sono fortemente br: p..

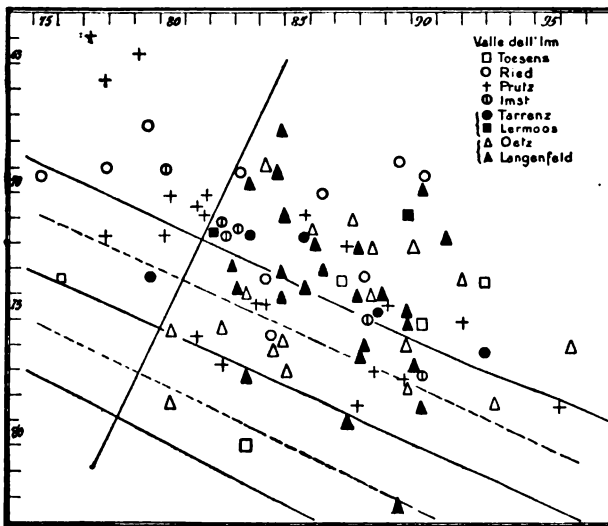



Fig. 8.

Nella stessa valle, *Lermoos* (m. 995) ci dà due br: p..

Nell' Oetz-thal abbiamo diciasette casi provenienti da *Oetz* (m. 820). Un gruppetto di sei è br: o. i rimanenti sono br: p.. Nella stessa valle *Langenfeld* (m. 1179) ci fornisce ventisei casi. Uno è br: i. e cade vicino alla linea che separa gli ipsi dagli ortocefali. Tre sono br: o. i rimanenti tutti br: p..

Confronti e conclusioni. — Esaminiamo dapprima i casi posti nella valle principale. Gli ortocefali sono divenuti rarissimi. Inoltre le forme do: p. sono rappresentate quantitativamente in modo pressochè eguale a quella br: p.. Molto significativa è la disposizione assunta dai casi delle valli laterali.

Innanzitutto i casi cadono senza eccezioni nella zona dei brachioidi. Mancano cioè nelle valli laterali i do: p. Ma quello che è ancor più interessante nell' Oetz-thal abbiamo mescolato assieme i br: o. con i br: p., e i dati dimostrano che a Oetz (m. 820) gli ortocefali sono più frequenti che a Langelfeld (m. 1179).

Ricordiamo che un comportamento analogo, in modo più evidente era presentato dalla valle di Fassa.

Valle dell' Inn da Innsbruck a Strass (fig. 9).

Da *Thaur* (m. 633) presso Innsbruck provengono due crani. Uno è do: p., l' altro br: p. .

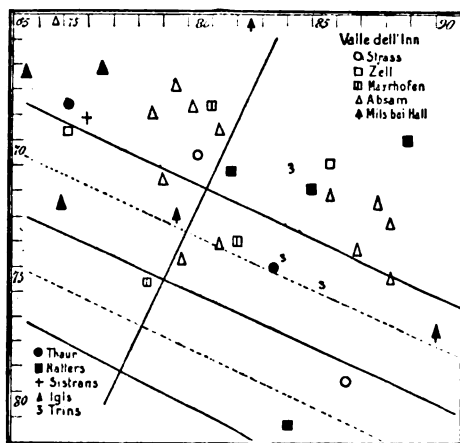



Fig. 9.

Nella *Stubaithal* valletta affluente abbiamo quattro casi di *Natters* (m. 783) uno è br: i; tre sono br: p. .

La *Wippthal* valle laterale che mena al passo del Brennero ci dà tre casi provenienti da *Igls* (m. 860); sono bassi e nettamente dolicoidi. Di una sua valletta affluente, la *Gshnitsthal*, ci dà il *Giovannozzi* tre casi provenienti da *Trins* (m. 1210) tutti br: p. .

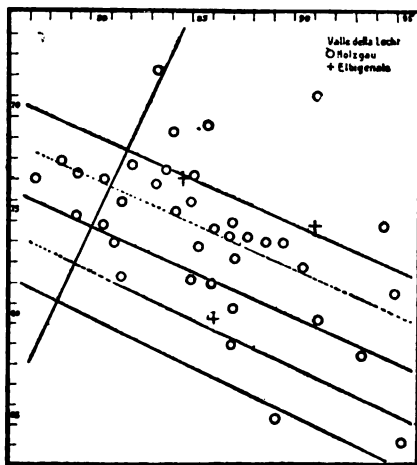
Mils presso Hall (m. 578) ci dà tre crani. Due sono do: p., il terzo è br: p. .

Di *Absam* (m. 632) abbiamo tredici casi. Sei sono do: p. . Uno è br: o. ma cade nella parte della fascia ortocefalica volta verso la platicefalia, di modo che va unito ai rimanenti sei br: p. .

Sistrans (m. 919) ci dà un do: p..

Vengono infine i casi delle località poste nella *Ziller-thal* altra valle laterale dell' Inn. Da *Strass* m. 522) provengono due crani. Uno do: p. situato vicino alla linea di confine tra dolicoidi e brachioidi, l' altro è un br: p.. Più in alto *Zell* (m. 575) ci dà due casi, uno do: p., l' altro br: p.. *Mayrhofen* (m. 630) ci dà tre casi, uno do: o., gli altri due sono platicefali situati vicino alla solita linea di separazione tra dolicoidi e brachioidi.

Confronti e conclusioni. — Dobbiamo lamentare per questo tratto dell' Inn, così importante per la nostra ricerca, la scarsità dei dati.

Fig. 16.

Una prima osservazione riguarda i platicefali. Tra di essi le forme predominanti sono quelle dolicoidi. Queste sono dunque andate aumentando man mano che si discendeva la valle dell' Inn, e mentre nel primo tratto esse non avevano invaso le valli laterali, qui l' invasione è generale, testimoniando una pressione etnica violenta.

Da notarsi è la mancanza nella valle principale dell' ortocefalia. Infatti i tre ortocefali che compaiono nel grafico provengono da valli laterali (Ziller-thal; Stubai-thal). Finalmente assai caratteristica è la disposizione assunta dai casi della Wipp-thal e della sua valletta laterale la Gshnits-thal. I crani di Igls nella prima valle adducente al Brennero sono do: p., quelli di Trins nella seconda sono br: p..

Valle della Lecht (fig. 10).

Da *Holzgau* (m. 1103) provengono trentotto crani. Tre sono br: i., undici sono br: o., due sono do: o e vanno uniti ai precedenti, quattro sono do: p. ma cadono vicino alla linea di confine coi brachioidi e li riuniamo ai rimanenti diciotto br: p..

Elbigenals (m. 1040) fornisce tre casi: uno br: o. due br: p..

Confronti e conclusioni. — Notiamo quanto differente sia il comportamento di questa valle in confronto di quella dell'Inn. Sono assenti le forme dolicoidi basse che là predominavano. Per contro sono largamente rappresentati gli ortocefali ed inoltre il grado di platicefalia è di molto diminuito. Infatti

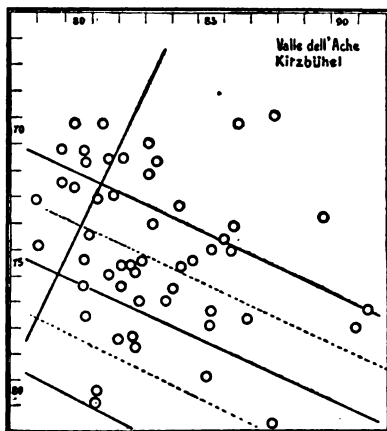



Fig. 11.

i platicefali che nei grafici antecedenti si disponevano al disopra della linea base platicefalica, ora sono in grande maggioranza posti sotto alla stessa linea.

Valle dell' Ache (fig. 11).

Da *Kitzbühel* (m. 763) provengono cinquantadue casi: due sono br: i., ventuno sono br: o., venti sono br: p., nove sono do: p., situati vicino alla zona dei brachioidi.

Confronti e conclusioni. — Il comportamento di questa valle è pure assai diverso da quello della valle dell' Inn. Di-

verse dunque debbono essere state le vicende antropologiche di queste tre ultime valli. Sono presenti sempre in quantità notevole i br: o.. I platicefali formano un gruppo compatto verso le forme dolicoidi e non raggiungono forte grado di brachicefalia.

Ricapitolazione dei fatti bruti di distribuzione e conclusioni generali.

Nel Tirolo abbiamo riconosciuto tre forme craniche principali; una forma br: p., una seconda do: p. e una terza br: o.. Di ognuna di esse passiamo a dare la distribuzione geografica; la loro posizione relativa ci illuminerà sulla loro antichità locale, con la stessa certezza che la sovrapposizione degli strati del globo, fa conoscere al geologo la loro età rispettiva. Incominciamo con i br: p..

Nel versante meridionale del gruppo montuoso studiato, i br: p., da un minimo di frequenza nel tratto inferiore della valle Lagarina (Mori) vanno aumentando di numero col risalire la valle, colla maggior altitudine; ciò abbiamo dimostrato sia spingendoci nella valle dell' Isargo (Villanders), sia nella valle Venosta (a suo tempo abbiamo insistito nel confronto tra il primo e l' ultimo tratto) all' estremo della quale (S. Valentino) i br: p. sembrano allo stato puro; sia infine nella valle della Rienza.

Nel versante nord noi constatiamo lo stesso fatto rimontando la valle dell' Inn.

I br: p. sono inoltre presenti in *tutte le valli laterali*, in alcune (Gurgler-thal, Gshnits-thal) allo stato puro, in altre (ciò abbiamo visto molto chiaramente nella valle di Fassa, meno nell' Oetz-thal) occupano le zone terminali, caratterizzate dalla maggior altitudine e dalle peggiori condizioni d' abitato.

La distribuzione geografica dei br: o. è assai diversa di quella dei br: p.. Si potrebbe dire che le due forme presentano andamento inverso. I br: o. sono addirittura predominanti nel tratto inferiore della valle dell' Adige (Mori); la loro frequenza é diminuita a Villanders. Questo elemento invade la valle della Rienza ad est, la valle Venosta ad ovest ed è numeroso nel primo tratto di essa (Tisens) mentre si rarefà sino a mancare nell' ultimo tratto.

Nel versante settentrionale troviamo gli ortocefali abbondanti nella parte periferica del gruppo montuoso, nella valle

della Lecht (Holzgau) e dell'Ache (Kitzbühel). Nella valle dell'Inn che è compresa in mezzo alle precedenti le cose vanno diversamente. Il tratto più basso studiato, almeno per quello che risulta dai nostri dati è completamente privo di ortocefali, che sono presenti, ma sempre rarissimi nel tratto superiore.

Per l'isolamento che offrono sono assai interessanti le vallette laterali.

In valle di Fassa i br: o. occupano la parte inferiore (Vigo) mentre nell'estremo superiore (Campitello, Alba) sono localizzati i br: p.. Nella valle Aurina (Gaiss) gli ortocefali sono più frequenti che a San Lorenzo nella valle principale (Rienza). Sempre commisti con i br: p. li troviamo anche nella valle Martello laterale della Venosta. Nel versante dell'Inn gli ortocefali si trovano nell'Oetz-thal. Rivediamo qui sebbene in modo meno evidente la stessa stratificazione notata in valle di Fassa. I br: o. sono più frequenti a Oetz (m. 820) che a Langenfeld (m. 1179). È importante ritenere che come già nella valle Aurina, gli ortocefali sono più concentrati nella valle laterale che non in quella principale.

E veniamo alla distribuzione dei do: p..

Contrariamente a quello che abbiamo fatto per le due forme precedenti, partiremo dalle località poste nel versante nord. I do: p. sono assenti nella valle della Lecht, li troviamo sull'Ache. Predominano sulle altre forme nel tratto più basso della valle dell'Inn e si attenuano lievemente rimontando la stessa valle. I do: p. sono nella Wipp-thal, che conduce al Brennero dal nord, si espandono nella Rienza (San Lorenzo), sono a Villanders nell'Isargo e innondano la valle Venosta dove li troviamo concentrati in modo ragguardevole nel primissimo tratto (Mais), mentre la loro frequenza diminuisce bruscamente nella parte superiore e i crani di Mals e S. Valentino dimostrano la loro assenza alle sorgenti dell'Adige. Qualcuno si trova a Mori.

Per regola quasi generale i do: p., mancano nelle vallette laterali; ciò si verifica nella valle di Fassa, nella valle Aurina, nella valle Martello, nell'Oetz-thal. Le eccezioni sono rappresentate dalla Valle Passiria (1) (a Schönna 3 do: p. su 29 casi) e dalla valle Monastero (a Taufers 3 do: p. su 19 casi).

Prima di passare a far parlare i dati bruti della distribu-

(1) Ricordiamoci che la valle Passiria confluisce con la valle dell'Adige nei pressi di Merano, centro relativamente grosso.

zione geografica è bene affrontare e risolvere alcuni quesiti d'indole metodica, per liberare il campo da dubbi od incertezze sulle conclusioni generali. Nel corso del nostro lavoro noi abbiamo tenute separate *tre forme craniche principali*. Una do: p., una br: p.. e quella che convenzionalmente avevamo indicato con br: o..

Queste distinzioni sono legittime? e quale è il loro valore? Sono opera della nostra mente per inquadrare, per scindere in categorie, quello che è continuo, indiviso, sono in una parola artificiali?

Oppure, corrispondono alla realtà dei fatti, rappresentano forme indipendenti, aventi ognuna una propria storia e qui convenute da centri diversi ad urtarsi ed assumendo nel rimbalzo posizioni che ci svelano la successione nel tempo, l'ordine del loro arrivo? Una discussione s'impone poichè con diversi metodi, per diverse vie. gli antropologi modernissimi (mi basti citare tra gli italiani il *Biasutti* (1), il *Giuffrida Ruggeri* (2), il *Sera* (3), sono venuti a conclusioni che tolgono ogni valore alle divisioni tradizionali basate sull' indice cefalico. Questi autori sono concordi nel ritenere che esiste uno svolgimento naturale del cranio dalle forme dolicocefaliche alle brachicefaliche, svolgimento che è possibile sia per le forme dolicocefaliche alte, come per le basse e le intermedie. Appare quindi ingiustificato dice il Biasutti l' eliminazioni dei dolicocefali da una serie brachicefalica, o viceversa, con lo scopo di ottenere « serie pure »; se altre ragioni non la confortano, tale selezione può essere decisamente arbitraria.

Ultimamente il *Giuffrida Ruggeri* (4) ha sostenuto la derivazione di una parte dei brachicefali alpini, per uno sviluppo locale e in situ dai mesocefali mediterranei. Se si ammettono tali teorie potrebbero ad esempio i do : p. essere della stessa serie di svolgimento dei br : p.. La discussione che segue, dimostrerà che le tre forme craniche sono distinte, giunte cioè nel Tirolo in tempi diversi e successivi. I criteri che io adopero in tale indagine sono di due sorta: criteri che risultano

---

(1) R. Biasutti, *Op. citata*.

(2) Giuffrida Ruggeri, Vedi riassunto in « L' uomo attuale » Roma, 1913.

(3) G. L. Sera, *Sul Significato della platicefalia*. Arch. per l'antrop. e l'etnol. Firenze 1910.

(4) Giuffrida Ruggeri, *Contributo all' antrop. fisica delle regioni dinariche e danubiane*. Arch. per l'antrop. e l'etnol. Firenze, 1908.

da quanto si conosce sull'estensione della variabilità degli indici cefalico e vertico-longitudinale nelle serie il più possibile pure ed omogenee, e criteri che nascono dalla distribuzione geografica delle forme.

Consideriamo dapprima la serie platicefalica. Il Sera ha studiato come si comporta l'oscillazione dell'indice cefalico orizzontale negli Eschimesi del *Bessel* che fra tutte le serie craniensi attualmente conosciute è quella che dà maggior affidamento circa la purezza e la omogeneità; orbene in tale serie l'oscillazione dell'ind. cef. è compresa in 10 - 12 unità. Osserviamo l'ampiezza d'oscillazione dello stesso indice nei nostri platicefali; essa supera abbondantemente tali limiti e raggiunge 16, 18 e persino 20 unità.

Ma i critici potrebbero obbiettare che l'indice cefalico dei crani tirolesi può aver una variabilità propria, diversa da quella degli Eschimesi e appunto una variabilità maggiore. Tante serie di crani, tante variabilità. Rispondiamo anche a costoro. Vediamo allora come si comportano i platicefali tirolesi nelle località che per la loro situazione geografica ci permettono di presumere la maggior purezza. Consideriamo i crani di quelle valli secondarie poste lontano dalle vie maestre e dai valichi.

Queste valli sono la valle di Fassa, la valle Martello, l'Oetz - thal, la valle Aurina. Dall' esame dei crani di queste valli risulta che i platicefali cadono tutti nella zona dei brachioidi (vedi i commenti ai grafici delle singole valli) e presentano un'oscillazione nel senso dell'indice cefalico notevolmente inferiore a quella dei crani platicefali delle valli principali.

Della non omogeneità della serie dei platicefali io me ne accorsi sin dal principio nella costruzione dei grafici. I crani delle varie località, anche se numerosi, non si disponevano attorno ad un unico centro di frequenza, ma tra le forme dolicoidi e quelle brachioidi rimanevano dei vuoti che separavano nettamente le due forme craniche.

La seconda specie di argomenti in appoggio alla tesi da me sostenuta deriva dallo studio della localizzazione geografica delle due forme. Veda il lettore la ricapitolazione generale che abbiamo fatto. Se i do : p. fossero della stessa serie di svolgimento dei br : p. non so come si potrebbero spiegare i fatti di distribuzione che noi abbiamo messo in evidenza. Chi volesse sostenere simile tesi troverebbe nella distribuzione geografica delle due forme, un ostacolo veramente insuperabile.

E per gli ortocefali perchè non si opera una simile divisione e non si tengono distinti i do : o. dai br : o ?

Nessun fatto ci autorizza a scinderne la compagine.

Abbiamo già fatto notare come gli ortocefali formino una serie omogenea che si svolge prevalentemente nella zona dei brachioidi e che soltanto con l'estremo dell'oscillazione si spinge al principio di quella dei dolicoidi. L'ampiezza d'oscillazione nel senso dell'indice orizzontale si mantiene sempre inferiore a quella dai platicefali: forme ortocefaliche e dolicoidi le troviamo anche nelle valli meglio isolate (per es. val di Fassa) e sopratutto non si osserva nella distribuzione geografica un comportamento diverso tra do : o. e br : o. di maniera che essi vanno considerate come formanti una serie di svolgimento: lo svilupparsi di essa quasi totalmente nella zona brachioide giustifica le denominazioni di br : o. con la quale noi l'abbiamo designata.

Finalmente un ultimo dubbio potrebbe sorgere sulla distinzione da noi fatta tra br o. e br : p.. Si passa gradualmente da forme alte a forme basse o gli ortocefali rappresentano uno strato etnico, tutt'affatto diverso dai platicefali? Saremo brevi nella discussione poichè essa va condotta sulla trama di quelle precedenti. Sappiamo, sempre in base agli studi del *Sera* che è raro che una serie pura nella sua zona di massima frequenza abbia un'oscillazione maggiore dello spazio compreso tra la linea rappresentante la serie bassa e quella della alta, qualunque sia la detta zona nel piano delle coordinate. Nei nostri grafici osserviamo oscillazioni che raggiungono il doppio dei limiti sù accennati. Questa grande variazione non ci parla certo nel senso di omogeneità della serie. La prova principale ci è fornita come sempre dalla distribuzione geografica e dall'aver riscontrato in punti di forte isolamento gli ortocefali in istato di grande purezza.

La popolazione del Tirolo è dunque tutt'altro che omogenea; l'altezza del cranio la scinde nelle sue componenti. Vediamo se è possibile ricostruire nella loro successione i moti etnici che hanno portato le tre forme craniche a contatto.

Quale è lo strato più antico? Dei do : p. non se ne deve neppur parlare. Basta la loro assenza nelle valli laterali per escluderli. Rimangono i br : p. e i br : o.. Anche tra questi la scelta non può essere dubbia. Se pensiamo che gli ortocefali

dalla periferia del gruppo montuoso si sfumano verso il centro, e che i brachiplati si attenuano invece dal centro verso la periferia, venendo a contatto più o meno intimo a secondo dei luoghi; se pensiamo alla disposizione assunta dalle due forme in certe valli, (val di Fassa) non si potrà a meno di concludere che i br : p. sono forme *refoulées* da un più vasto abitato, che:

I brachi platicefali formano lo strato etnico localmente più antico. Per i soli fatti di distribuzione dell'altezza cefalica noi siamo dunque arrivati alla conclusione che i brachi platicefali dovevano essere localizzati nelle valli tirolesi in un'epoca più remota delle altre forme. Con questo ci siamo solo avvicinati alla spiegazione dell'origine dei platicefali, ma non siamo entrati necessariamente in essa.

Osserviamo che il fatto da noi affermato conferma le idee del *Sera* sulla genesi della platicefalia. Secondo questo autore, la distribuzione geografica della platicefalia da un lato, ricerche eseguite in campo morfologico dall'altro, rendono plausibile l'ipotesi che attribuisce l'origine della platicefalia all'influenza del clima glaciale. Anche per il Tirolo i br : p. si trovano in corrispondenza ad una zona di glaciazione (1). nell'Europa la presenza di platicefali oltre che nelle Alpi è già accertata nel Massif central francese e nei Pirenei; gruppi montagnosi in cui esistettero forti fenomeni glaciali.

Essa è assente nei gruppi montuosi dei Balcani in cui questi fenomeni non si verificarono; vi troviamo invece l'ipsicefalia, laddove, se la platicefalia fosse solo una forma arcaica, noi dovremmo trovarla anche nei Balcani nelle condizioni di isolamento che essi realizzano. Le stesse cose valgono per altri gruppi montuosi extra europei ove non si sono riscontrati fenomeni glaciali e in cui non si trova platicefalia.

Nelle catene montuose sù nominate, i platicefali sono al pari di isolotti in contrapposizione con il mare orto e ipsicefalico circostante. Ammettere che i platicefali siano giunti in tali luoghi montuosi, solo per i primi, senza pensare ad un legame genetico della platicefalia con il clima glaciale, vuol dire ammettere che questa antica immigrazione platicefalica si sia ripetuta un considerevole numero di volte. L'ipotesi dell' ar-

(1) Il Sera avverte che non intende parlare di coincidenza fra zone di glaciazione e zone di platicefalia, ma soltanto della stretta dipendenza delle zone dei due fenomeni.

caicità locale dei platicefali urta dunque contro parecchi fatti. Togliamo dal *Sera* un brano che ricostruisce gli avvenimenti· « Nei massicci montuosi isolati infatti, come sono quegli del centro dell'Europa, ove il declivio è grande e conseguentemente la produzione della platicefalia secondo la nostra ipotesi avrebbe dovuto verificarsi con forme spaziali *ad anello* intorno ai gruppi montuosi stessi e con scarso sviluppo numerico, gli spostamenti degli etni circostanti che si verificarono al chiudersi del glaciale verso la montagna, dovettero far sì che i platicefali a poco a poco si ritirano nelle regioni più elevate, nelle vallate più alte. Ed in tali luoghi infatti noi li troviamo attualmente allo stato di purezza massima ed in stretto rapporto spaziale colle regioni della loro origine, avendo soltanto seguito il ritirarsi dei ghiacciai nella cui vicinanza furono durante il glaciale ».

Lo strato etnico che ha risospinto i br : p. é, secondo noi, quello dei brachi ortocefali. In un'epoca che ammettendo le idee del Sera deve essere dopo il glaciale, gli ortocefali risalgono le valli: a nord dello spartiacque le valli dell'Ache, dell'Inn (1) e della Lecht, a sud le valli del bacino dell'Adige. Ne consegue che gli ortocefali arrivano nel Tirolo seguendo almeno due direzioni diverse. Non qui si deve trattare dei loro rapporti di parentela, certo è che gli ortocefali del versante dell'Adriatico si sono dipartiti da un centro che non è lo stesso degli ortocefali che troviamo al di là dello spartiacque.

Soffermiamoci sugli ortocefali del nostro versante. Se le nostre induzioni non sono errate, essi rappresentano dunque uno strato che ha delle radici « *italiche* »; residui di un'onda di popolo italico distesasi sulle Alpi. Per dare di questo interessantissimo fatto una dimostrazione il più possibile precisa io stò raccogliendo materiale. Per intanto più fatti parlano in favore di questa ipotesi. Oltre alla maggior frequenza degli ortocefali nella valle Lagarina che tenderebbe a dimostrare che il focolaio di tali forme è l'Italia, riesce interessante la distribuzione della statura. Nel versante meridionale l'ortocefalia si accompagna con la piccola statura. La statura è bassa nel tratto inferiore della valle dell'Adige, e va aumentando man mano che ci si porta verso il nord. Una coincidenza perfetta

---

(1) Nella valle dell'Inn gli ortocefali, abbiamo detto non si trovano o sono rari. Li troviamo però nelle valli laterali e non vi possono essere giunti se non dalla valle principale.

d'andamento presentano l'altezza del cranio e la statura nella valle di Fassa; Vigo a popolazione orto - ipsicefalica cade in una macchia di piccole stature; nell'estremo superiore della valle la statura aumenta. Questa coincidenza si può osservare nella cartina fornita dal *Ripley* (1) e non può certo essere causale. Studi miei di prossima pubblicazione dimostrano la presenza dell'elemento orto ipsicefalico nell'Appenino settentrionale, ove pure l'ortocefalia si accompagna con la piccola statura; degli ortocefali possiamo seguire le traccie in vari punti della Lombardia sino ai piedi dell'alpe dove abbiamo incominciato la nostra ricerca.

La nostra ipotesi si presenta dunque assai verosimile e plausibile. I nostri risultati, crediamo, potranno illuminare molti problemi che esulano dal nostro campo (linguistici, scambi di cultura ecc.) e speriamo sia riconosciuto come nostro modesto merito l'aver contribuito alla dimostrazione dell'esistenza nel Tirolo d'un elemento italico, dimostrazione che sino ad ora lasciava molto a desiderare.

Replicatamente noi abbiamo notato come l'elemento ortocefalico manifesti segni di avere a sua volta subito una pressione. Esso è respinto assieme ai br : p. nelle valli laterali; lungo l' Inn si può dire sia assente nella valle principale, mentre si trova rifugiato nelle valli secondarie (Oetz - thal). Quale è la nuova invasione che ha esercitato questa pressione?

É l'invasione dei dolico platicefali. — Corrente nordica questa come mostra la distribuzione geografica. Delle valli al di là dello spartiacque studiate, quella della Lecht, dell'Ache e dell'Inn, è la terza che essa infila con maggior veemenza È questa la valle che mena al Brennero. La violenza dell'invasione è appunto confermata dall'accennata assenza di forme ortocefaliche; la fiumana nordica lava il suo canale d'emigrazione e travolge questo elemento che distaccato dal suo ceppo d'origine non potè più ripopolare la valle. I do : p. valicano il Brennero, s'infiltrano nella Rienza, penetrano nella valle Venosta ove costringono al pari di acqua che sale, la popolazione preesistente a rifugiarsi in alto (vedi il confronto tra Mais e Tisens) qualcuno si trova anche a Mori ove si ferma l'indagine nostra.

Per quello che si conosce sui moti storici dei popoli nordici è probabile che i do : p. siano i teutoni.

Questa idea ha un sostenitore nel *Ripley* (2).

---

(1) RIPLEY, *The races of Europe*. London 1900, pag. 101.

(2) W. RIPLEY, *Op. citata*.

***

La grande varietà nella distribuzione delle forme che noi abbiamo riscontrato in una regione d'estensione assai limitata, ci rende diffidenti per tutte quelle determinazioni basate sopra assaggi fatti quà e là, alla cieca, e sulle quali si generalizza con grande facilità. Ricerche minute, dettagliate si impongono specialmente per quei luoghi, che come il Tirolo, la Svizzera (1) l'Italia settentrionale sono dei fuochi nei quali convergono le competizioni di razza. In tali regioni, gli accidenti topografici, la direzione delle valli, l'orientazione dei versanti, in una parola: *il quadro naturale,* può essere il substrato di diversità nella composizione etnica. È da augurarsi che ricerche simili siano condotte in altri punti delle Alpi; esse ci porteranno senza dubbio delle sorprese che però ci illumineranno sui moti etnici europei e sulla loro intensità.

(1) È presumibile che nella Svizzera si debbano riscontrare fatti analoghi a quelli visti per il Tirolo.

SISTEMA DI GENERAZIONE DI OSCILLAZIONI ELETTROMAGNETICHE ESSENZIALMENTE ADATTO PER SCOPI DI RADIOTELEGRAFIA E RADIOTELEFONIA [1]

Nota del S. C. Riccardo Arnò

(*Adunanza del 20 maggio 1915*)

Qualora si riuscisse a costruire praticamente una macchina a corrente alternata, semplice o polifase, di grande potenza ed atta a fornire le elevate frequenze che si utilizzano in radiotelegrafia e radiotelefonia, si verrebbe a risolvere un problema tecnico della massima importanza per l'eccitazione diretta di un'antenna con oscillazioni persistenti.

Un tale problema non ha però avuto finora una soluzione veramente pratica — e forse non ne potrà definitivamente mai avere —, tanto in rapporto alle potenze, quanto alle frequenze, necessarie per trasmissioni a grandi distanze. Quantunque l'industria elettrotecnica abbia fatto recentemente sensibili progressi nella costruzione dei generatori a frequenza elevata, e valentissimi inventori, quali il Béthénod e il Goldschmidt, abbiano ideate ingegnose disposizioni aventi per iscopo la moltiplicazione di una frequenza fondamentale, si tratta in generale di macchine a rendimento scarso, di difficile regolazione, di bassa potenza e di velocità periferiche sempre notevoli, il che è un ostacolo, data la loro incerta costanza, alla realizzazione di buoni accordi radiotelegrafici.

Allo scopo di ottenere frequenze dell'ordine di quelle utilizzate in radiotelegrafia e radiotelefonia e nello stesso tempo

---

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Elettrotecnica del R. Istituto Tecnico Superiore di Milano.

di arricchire la pratica di un metodo di generazione di grande potenza. il quale permetta l'applicazione di tutti quei mezzi di cui si valgono le attuali stazioni radiotelegrafiche, ho ideato un metodo fondato sul seguente principio:

« *Ad una corrente alternata polifase* (*di N fasi e di frequenza n*) *corrispondono 2 n N massimi al minuto secondo, metà di un segno, metà dell'altro, equabilmente distribuiti nel tempo. È possibile, partendo da un ordinario sistema trifase, ricavare 2 n N = 6 n impulsi elettromagnetici per secondo, non solo, ma portare tal numero, mediante un fattore di moltiplica K grande quanto si vuole, ad un valore dell'ordine delle elevate frequenze necessarie per un irraggiamento elettromagnetico adatto a scopi radiotelegrafici* » E precisamente col seguente procedimento:

Un trasformatore statico polifase, alimentato nel circuito primario da una corrente alternata a N fasi, permette, oltre

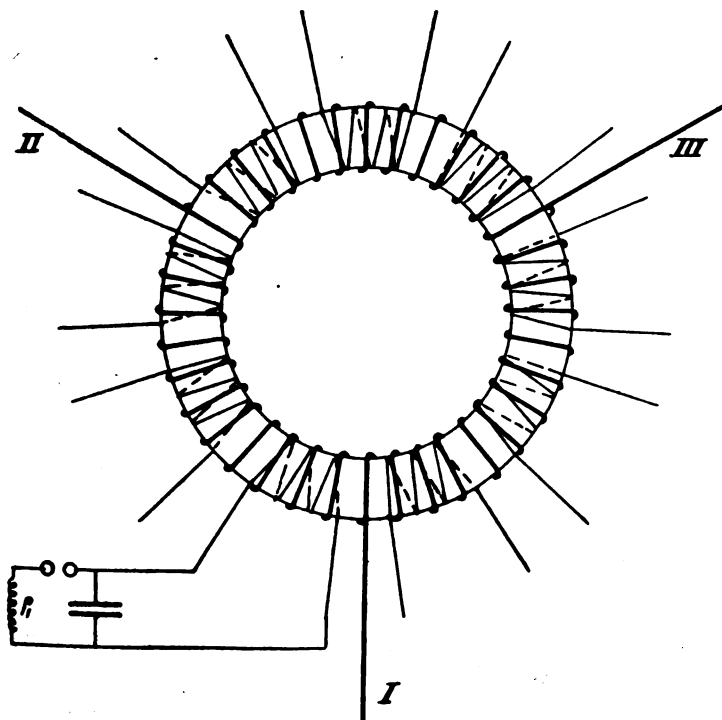



Fig. 1.

che elevare la tensione secondaria in un dato rapporto sulla primaria, anche di ricavare per ciascuna delle N fasi del secondario un numero K—1 di fasi intermedie.

Il tipo di trasformatore di fasi da me adoperato nelle prime esperienze relative a detto principio, consiste in un toro di ferro laminato come di solito e portante un primo avvolgimento continuo ad anello, alimentato in tre punti equidistanti da una corrente trifase. Il campo magnetico rotante genera in un complesso di avvolgimenti secondari, al primo sovrapposti, una corrente polifase.

E precisamente, sull'avvolgimento continuo primario sono disposti tanti gruppi di spire o rocchetti, regolarmente distribuiti sull'intera circonferenza, in numero multiplo di tre.

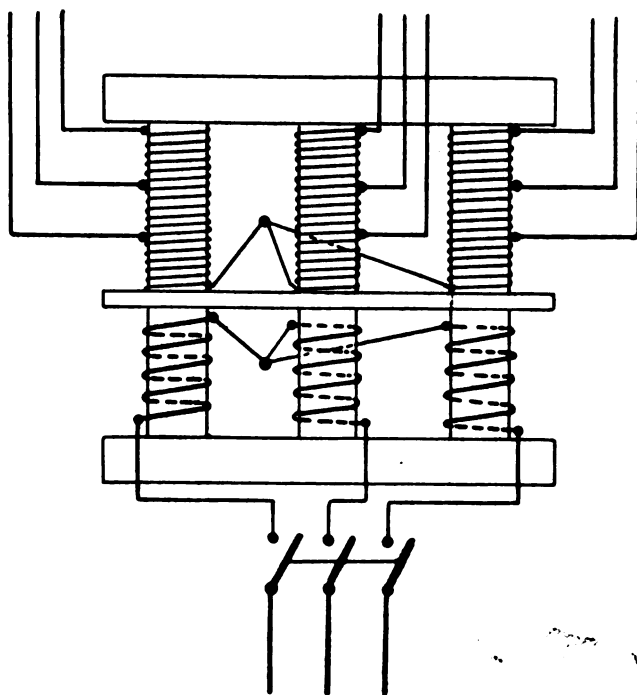



Fig. 2.

Questo sistema secondario funziona dapprima come elevatore di tensione, con un opportuno rapporto di trasformazione, e fornisce un numero di fasi secondarie multiplo di tre e che converrà sia inoltre dispari; vale a dire sarà dato da uno dei termini della progressione aritmetica 3, 9, 15, 21, 27.....

In fig. 1 è rappresentato un tale trasformatore di fasi ad anello, alimentato nel primario da un trifase ed atto a fornire per ogni fase primaria tre fasi secondarie. Nella stessa figura si vede uno dei nove rocchetti secondari facente parte

di un particolare circuito a capacità, di cui si parlerà in seguito.

La disposizione ad anello ha certamente il vantaggio di realizzare condizioni di perfetta simmetria; richiede però una costruzione speciale, diversa da quella cui si uniformano gli ordinari trasformatori statici della pratica odierna.

Ma per lo stesso scopo si può anche utilizzare il noto tipo industriale a tre colonne, ricorrendo a una speciale disposizione di avvolgimenti secondari da me ideata (fig. 2). Tale disposizione, rispondendo alle stesse norme costruttive degli ordinari trasformatori statici trifasi, non offre alla fabbricazione per grandi potenze difficoltà speciali e permette di realizzare ottimi rendimenti.

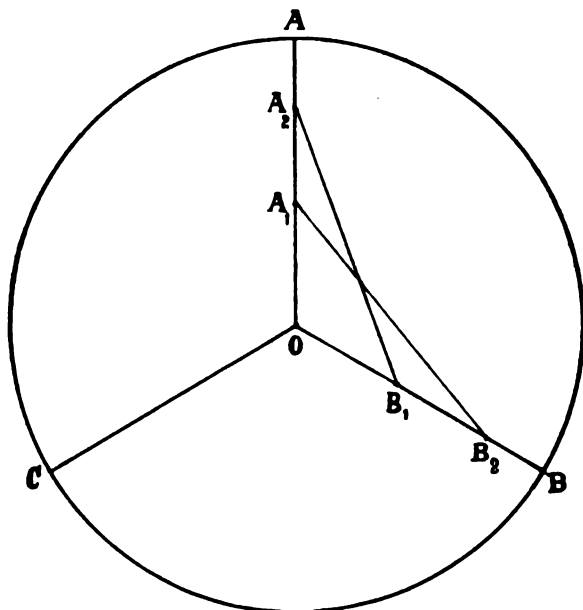



Fig. 3.

Si abbia ad esempio un ordinario trasformatore trifase a stella. Nel diagramma topografico (fig. 3) delle tensioni secondarie, O. ABC, i segmenti $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ rappresentano le tensioni. Per le note proprietà del diagramma topografico, un qualunque segmento $\overline{A_i B_{k-i}}$ che congiuga due punti qualunque presi rispettivamente su OA ed OB (oppure su OA e OC, oppure su OB e OC), rappresenta una tensione in grandezza a fase,

Se quindi, come a noi interessa, si prenda il segmento $\overline{A_1 B_2} = \overline{A_2 B_1} = \ldots = OA$, potremo derivare da una serie continua di coppie di punti $A_i\ B_{k-i}$ una serie di tensioni, uguali in grandezza alla tensione di fase del trifase, ma sfasate fra loro con continuità a partire dalla fase di OA fino alla fase di OB. In particolare, potremo inserire fra la fase OA e la fase OB una serie K—1 di fasi comunque numerose ed equidifferenti fra loro; e analogamente, fra OB e OC, come fra OC e OA; in modo da ottenere finalmente un sistema polifase simmetrico di 3 K fasi, partendo da un trifase (v. Nota in fine).

Se ad esempio facciamo $K = 5$, cioè vogliamo ricavare un sistema di 15 fasi da un trifase, data la frequenza di alimentazione $n = 50$ periodi a sec. si avrebbe per ogni sec. in questo caso un *numero di massimi:*

$$2\ n\,N\,K = 100 \times 15 = 1500$$

Se con ciascuno di questi massimi si costituisce *un impulso elettromagnetico*, alimentando con la tensione di fase corrispondente un particolare circuito a capacità e intervallo di scarica, in maniera che si ecciti la scintilla a oscillazione rapidamente smorzata per ogni mezzo periodo della tensione di carica, si otterranno $2\ n\ N\ K$ *impulsi elettromagnetici* per secondo, adatti, già con il numero 1000-1500, ad una buona eccitazione radiotelegrafica musicale.

Quando poi si utilizzasse una tensione primaria di alimentazione a *frequenza elevata*, per es. con $n = 3000$ e facendo nel secondario del trasformatore trifase $K = 60$, si avrebbe:

$$2\ n\ N\ K = 2 \times 3000 \times 3 \times 60 = 1.080.000,$$

circa 10^6 impulsi per secondo.

Se la frequenza si limitasse a $n = 600$ o si facesse $K = 30$, si avrebbe:

$$2\ n\,N\,K = 2 \times 600 \times 3 \times 30 = 108.000,$$

circa 10^5 impulsi al secondo.

Abbiamo dunque con questo procedimento la possibilità di realizzare una successione di impulsi elettromagnetici: con una frequenza già abbastanza elevata, se si parte da un sistema trifase alle ordinarie frequenze di 42 o 50, da ottenere una *trasmissione per impulsi* adatta per radiotelegrafia a nota musicale. Partendo da frequenze più elevate, dell'ordine di 10^3, fornite da alternatori polifasi speciali, e sempre supposto di far uso di circuiti oscillanti a scarica smorzata, con una scin-

tilla per semiperiodo, la frequenza di oscillazione finale può portarsi ad essere dell'ordine di 10^5-10^6, la quale direttamente si sottrae alla sensibilità auricolare, e quindi le onde elettromagnetiche corrispondenti possono servire di sostegno ad una trasmissione radiotelefonica.

Il sistema però è chiamato essenzialmente a realizzare una *eccitazione per impulsi* del circuito d'antenna.

Accennato così al principio fondamentale cui si informa il mio sistema, non mi resta che a descrivere le disposizioni da me ideate per utilizzare praticamente tale principio.

Nella sua applicazione il sistema comporta:

a) - una macchina, polifase, di potenza e frequenza opportunamente scelta; e si potrà trarre partito ovviamente, in ogni caso di *trasmissione radiotelegrafica*, dalla tensione di una qualunque rete trifase delle ordinarie frequenze di 40-50;

b) - un trasformatore di fasi statico, destinato a moltiplicare col fattore K il numero delle fasi originarie del primario e contemporaneamente ad elevare la tensione;

c) - una serie di circuiti particolari a scarica oscillante, identici in capacità induttanza e smorzamento, rispettivamente alimentati dalle tensioni fornite dalle dette NK fasi.

d) - un *jigger collettore*, costituito da NK spirali primarie, ciascuna facente parte di uno degli NK circuiti oscillanti, e da una spirale secondaria comune, accoppiata più o meno strettamente, ma uniformemente, al sisitema delle NK spirali primarie, in maniera da raccogliere l'effetto complessivo prodotto dai treni d'oscillazioni generati successivamente nella serie dei circuiti oscillanti primarii.

e) - questo secondario forma finalmente la parte principale di un ultimo circuito a capacità, destinato a costituire la sede di oscillazioni poco smorzate eccitate dagli impulsi primari, e dal quale si diparte l'antenna.

Supponendo che gli spinterometri impiegati per l'attivazione dei circuiti oscillanti primari sieno tali da assicurare una scarica per ogni mezzo periodo della tensione alimentatrice, cioè 2 n treni d'oscillazioni al secondo, il sistema delle spirali primarie del *jigger* fornirà al secondario di esso 2 n NK impulsi. Se le scintille siano opportunamente smorzate o troncate a tempo, e il circuito secondario del jigger sia poco smorzato, in esso potranno nascere treni di oscillazioni tanto persistenti da riempire più o meno completamente le pause fra un impulso e il successivo,

In tal maniera si realizza un numero di treni di vibrazioni elettromagnetiche uniformemente ripartiti nel tempo, di intensità e smorzamenti uguali se gli spinterometri sieno opportunamente regolati. L'oscillazione elettromagnetica risultante nel circuito secondario del jigger collettore fornisce allora nell'antenna le condizioni per un irraggiamento, che raccolto da una stazione radiotelegrafica ricevente produce nel telefono ricevitore una *nota pura*, caratteristica dei sistemi moderni a segnali musicali.

Così per es. con la frequenza di $n = 42$ e facendo $NK = 3 \times 3 = 9$, la frequenza d'impulso $2\, n\, NK$ risulta uguale a 756, una tonalità per la quale l'orecchio armato di telefono monotonico può essere sensibilissimo.

Quando poi il numero dei treni d'onda uniformemente ripartiti nel tempo e rigorosamente uguali come intensità e smorzamento, sia tale che la frequenza della successione risulti superiore al limite di udibilità per l'orecchio umano (intorno a 30.000 al 1″) allora la corrente sull'antenna sarà un opportuno sostegno per la modulazione microfonica necessaria alla **telefonia senza filo,** poichè, data la notevole frequenza che ad essa corrente corrisponde, l'orecchio applicato al telefono della stazione ricevente non ne rimarrà influenzato.

Così per esempio, impiegando un alternatore di frequenza 1200 e per $NK = 3 \times 5 = 15$, la frequenza $2\, n\, NK$ risulta uguale a 36.000, frequenza per la quale la maggior parte degli orecchi rimane insensibile.

Può ancora aversi una buona telefonia senza filo con un numero limitato di fasi ricorrendo in tal caso a *dispositivi speciali* pure da me ideati allo scopo di fare scoccare molte scintille per ogni semiperiodo.

In tal caso però alla corrente sull'antenna corrisponde nel telefono della stazione ricevente un'impressione auditiva paragonabile ad un soffio.

È sulla corrente corrispondente al soffio che si opera la modulazione microfonica.

Per quanto riguarda il trasformatore di fasi, che sarà della forma ordinaria a tre colonne con i secondari ad alta tensione suddivisi come fu sopra spiegato, rimane a notarsi che converrà adottare una disposizione (figura 2) adatta a produrvi una opportuna dispersione di flusso e, in sostanza, a introdurre una autoinduzione nel primario.

È noto che per effetto delle fughe magnetiche si ha il vantaggio che le brusche variazioni della corrente secondaria

prodotte dallo scoccare delle scintille non reagiscono sensibilmente sul circuito della corrente primaria. Il secondario può così essere accidentalmente messo in corto circuito dalla for-

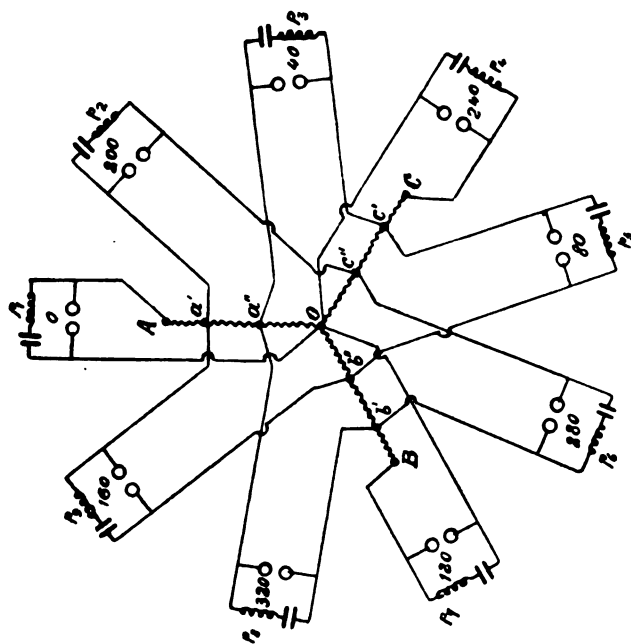
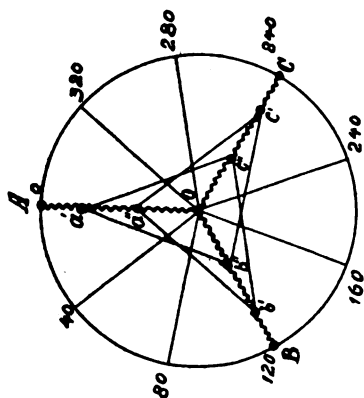



Fig. 4

mazione di un arco senza che la intensità primaria raggiunga quel valore anormale che assumerebbe in un ordinario trasformatore senza fughe.

Però essendo un trasformatore a fughe un apparecchio a caratteristica discendente, pel modo stesso con cui funziona risulta ostacolata la formazione di archi permanenti durante il funzionamento dei scintillatori.

Una tale proprietà risulta notevolmente vantaggiosa quando il scintillatore applicato al circuito oscillante si vuole far funzionare in modo da fornire molte scintille per ogni semiperiodo, poichè in tal caso bisogna adottare piccole distanze distruttive. Tale condizione si richiede appunto applicando il mio metodo di generazione a scopo di telefonia senza filo, con l'uso fondamentale di un numero limitato da fasi. Per questo scopo ho anche ideato una disposizione speciale di trasformatore, consistente in un nucleo composto di due parti distinte, di cui l'una porta gli avvolgimenti primari, l'altra quegli secondari, le due parti essendo separate da una lastra di mica o d'altro materiale ad alto isolamento. Con una consimile disposizione, che permette anche di regolare il traferro in riguardo alla caratteristica dipendente, si evita in modo assoluto la possibilità di contatti eventuali fra primario e secondario, ciò che aggiunge sicurezza contro influenze dannose del funzionamento di circuiti d'alta frequenza su gli ordinari circuiti d'utilizzazione lavoranti sulla rete trifase a bassa frequenza.

La (fig. 4) indica finalmente come avviene l'alimentazione di un circuito a scarica oscillante, derivandolo direttamente sulle coppie di prese corrispondenti alle varie fasi. Le spirali p_1 p_2 ..... p_9 rappresentano gli avvolgimenti primari del jigger collettore.

Quest'ultimo consiste finalmente in un ordinario trasformatore per alte frequenze, senza ferro, con tante spirali primarie per quanti sono circuiti di oscillazione, cioè per quante sono le fasi del sistema (N K), e in un'unica spirale secondaria che si concatena, più o meno strettamente, ma uniformemente, con tutte le spirali primarie (fig. 5).

Questo secondario collettore riceve quindi l'energia elettromagnetica messa in moto dalla serie di scariche consecutive che hanno luogo nei varii circuiti a capacità alimentate dalle tensioni prese sul secondario del trasformatore di fasi, e tale serie equabile di impulsi elettromagnetici eccita l'oscillazione propria del circuito a capacità chiuso sul secondario collettore del jigger. Su questo circuito finale, a oscillazioni elettroma-

gnetiche più o meno persistenti, agisce eventualmente il microfono adatto alla trasmissione radiotelefonica, e si applica il collegamento elettromagnetico con la base dell'antenna.

Mi rimane a descrivere un *scintillatore speciale* che ho adoperato nelle esperienze fatte con questo mio sistema. Il quale sistema, essendo riservato a utilizzare l'eccitazione a scintilla per passare da una eccitazione smorzata ad una oscillazione persistente, potrà servirsi con vantaggio di tutti i sistemi d'eccitazione a scintilla interrotta o troncata per sopprimere in tempo le ultime oscillazioni più smorzate. Il sistema

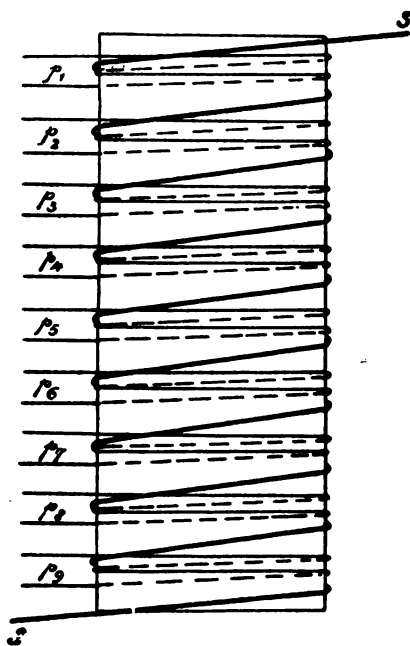



Fig. 5.

può però anche, come ebbi occasione di osservare, prestarsi alla realizzazione di una buona telefonia senza filo con un numero limitato di fasi, purchè il scintillatore applicato a ciascun circuito di scarica sia adatto a fornire molte scintille per ogni semiperiodo. A questo scopo ho ideato un tipo speciale di scintillatore che favorisce le condizioni per la produzione di un gran numero di scintille per semiperiodo

Questo scintillatore consta di due o più elettrodi a tronco di cono e ad assi paralleli. La distanza esplosiva fra gli elet-

trodi può regolarsi agendo sugli elettrodi stessi in direzione assiale, mediante viti micrometriche. E per favorire il raffreddamento delle superfici scintillanti e il rinnovarsi frequente delle scintille, ad uno degli elettrodi, o a più di uno, si conferisce un moto rotatorio continuo intorno al proprio asse.

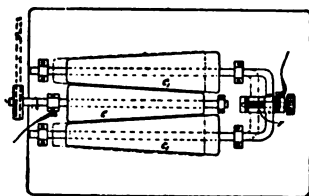



Fig. 6.

La (fig. 6) rappresenta un tipo di tale apparecchio, costituito da tre elettrodi a tronco di cono, dei quali quello centrale C è girevole intorno al proprio asse, e gli estremi C_1, C_2 sono spostabili solidalmente nel senso assiale per variare la distanza disruttiva.

La rappresentazione schematica della disposizione adoperata per le esperienze finora eseguite col metodo da me ideato, è indicata nella Tav. I^a (1).

A rappresenta un alternatore trifase destinato all'alimentazione del trasformatore di fasi T. – I tre punti di alimentazione sono indicati in I, II, III. La frequenza della corrente impiegata è di circa 42 periodi al secondo.

Come mostra la figura, il trasformatore ha nove avvolgimenti secondarii, i quali alimentano altrettanti circuiti oscillanti attraverso le resistenze di regolazione r_1, r_2..... r_9. La tensione utilizzata per ogni circuito è compresa tra 1000 e 2000 volt ed è applicata ad un gruppo di due piccoli condensatori a mica, collegati in serie ed aventi una capacità di circa 0,04 microfarad ciascuno. Completano ogni circuito oscillante un scintillatore a elettrodo girevole ed uno dei nove avvolgimenti primarii del jigger collettore (J). La rotazione agli elettrodi viene trasmessa con pulegge da un motorino elettrico regolabile.

(1) Negli esperimenti in questione mi fu di valido e potente aiuto l'egregio mio assistente sig. Giulio Giulietti, al quale mi compiaccio rendere pubbliche vivissime grazie.

Capacità, induttanza, scintillatore, sono indicati colle lettere C, *p*, *s*, contrassegnando gli elementi di ciascun circuito cogli indici 1, 2, ... 9.

Nelle esperienze si cercò di ottenere un grande numero di scintille per ogni semiperiodo, uno medesimo per ciascun scintillatore, e ciò regolando opportunamente la distanza distruttiva e la velocità di rotazione degli elettrodi.

Il secondario del jigger collettore fa parte di un circuito intermediario a capacità C e induttanza regolabili; un tale circuito, completato dal primario P di un secondo jigger (J) è per le ragioni esposte nella trattazione teorica, a piccolo smorzamento. Il secondario S del jigger (J,) è connesso all'antenna.

Nelle disposizioni sperimentali adottate si cercò di realizzare la massima simmetria delle parti costituenti il sistema, le quali furono disposte precisamente in circolo come indica la figura schematica.

In tal modo si sono realizzate nel circuito intermediario delle oscillazioni quasi persistenti, il che risulta dimostrato dalle seguenti esperienze.

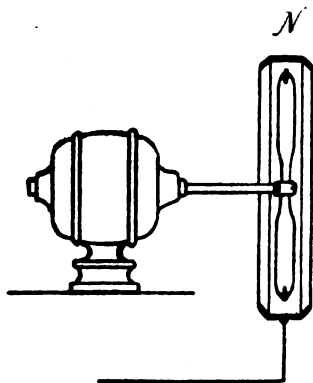



Fig. 7.

Facendo ruotare, (fig. 7) entro un largo nastro metallico N ripiegato secondo una circonferenza chiusa e collegato a un punto del circuito collettore, un tubo a *néon* disposto secondo un diametro del cerchio in posizione simmetrica e sostenuto nel centro della parte capillare da un alberetto metallico posto

in rotazione da un motorino elettrico (con che il tubo viene a trovarsi in un campo elettrico radiale), si osserva che durante il funzionamento di un solo dei nove circuiti oscillanti le immagini luminose del tubo compaiono in serie di gruppi di linee brillanti, separati da larghi spazi oscuri. Per certe velocità di rotazione, questi gruppi appaiono fissarsi nello spazio. Gli spazi o settori oscuri evidentemente rappresentano intervalli di inattività dell'oscillatore. Ma quando invece funzionino insieme tutti i nove circuiti oscillanti, le zone oscure si riempiono dei corrispondenti gruppi di immagini brillanti, i quali tendono a serrarsi sempre più in un continuo, regolando gli spinterometri per ottenere in ciascun gruppo un numero sempre più grande di singole scintille.

La quasi persistenza delle oscillazioni può ancora dimostrarsi verificando che alla corrente sull'antenna collegata al circuito intermediario, corrisponde nel telefono di una stazione radiotelegrafica ricevente una impressione auditiva paragonabile a quella corrispondente al funzionamento di un arco Poulsen.

La potenzialità del sistema si ripartisce finalmente in modo equabile tra i vari circuiti oscillanti, o, in altri termini, nel secondario del jigger si ritrova la somma integrale di tutte le energie fornite dai singoli oscillatori.

Se di fatti si chiude questo secondario sopra un gruppo di nove lampadine a incandescenza identiche in parallelo, quando funzionino tutti gli oscillatori (9), esse si accendono normalmente, mentre non possono accendersene con la stessa intensità che una sola, o due soltanto, o tre,.... quando rispettivamente non si facciano funzionare che un solo, o due, o tre,... oscillatori. Esperienze amperometriche analoghe eseguite nel circuito secondario del jigger, conducono ai risultati medesimi.

Avendo apportata la mia modesta pietruzza al grande edificio della radiotelegrafia — che in quest'ora storica (1) assume importanza grandiosa e novella — mi compiaccio ed onoro apportare nell'ora stessa il mio rispettoso saluto ed omaggio al grande artefice inventore italiano.

(1) Adunanza del 29 maggio 1915 nella quale il Presidente auspicò con fervido animo alla grandezza della patria italiana.

NOTA

I segmenti come $\overline{OA_1}\ \overline{OB_2}$ oppure $\overline{OA_2}\ \overline{OB_1}$ (vedi fig. 2) possono rappresentare i numeri di spire ai termini dei quali si facciano le prese delle tensioni corrispondenti. E precisamente: se x sia il numero totale di spire (secondarie) su ciascuna delle fasi del sistema trifase originario, bisognerà costituirlo con un numero K di gruppi di spire in numero di x_i ciascuno (rappresentanti altrettanti rocchetti infilati sul primario e collegati in serie) nell'ordine:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_K = X,$$

ove sia K—1 il numero di fasi equidifferenti da inserire fra ogni coppia a 120°. Ed è facile dimostrare che il numero di spire x di ciascun gruppo o rocchetto è dato dall'espressione

$$x_i = \frac{2 \operatorname{sen} \frac{30^\circ}{K} \cos \frac{2i-1}{K} 30^\circ}{\operatorname{sen} 60^\circ} X, \quad (*)$$

ove i è numero d'ordine del rocchetto a partire dal centro.

Allora da ogni coppia di punti come A, B si ricava una tensione uguale a quella su $OA = OB = OC$, ma avanzata di un angolo uguale a $\frac{120^\circ}{K}(K-i)$ su la fase della tensione OA.

Se ad es. facciamo $K = 5$, cioè vogliamo ricavare un sistema di 15 fasi avremo:

$$\overline{OA_1} = x_1 = x \frac{2 \operatorname{sen} 6^\circ \cos 6^\circ}{\operatorname{sen} 60^\circ} = X \frac{\operatorname{sen} 12^\circ}{\operatorname{sen} 60^\circ}$$

$$\overline{A_1 A_2} = x_2 = x \frac{2 \operatorname{sen} 6^\circ \cos 18^\circ}{\operatorname{sen} 60^\circ} = X \frac{\operatorname{sen} 24^\circ - \operatorname{sen} 12^\circ}{\operatorname{sen} 60^\circ}$$

$$\overline{A_2 A_3} = x_3 = x \frac{2 \operatorname{sen} 6^\circ \cos 30^\circ}{\operatorname{sen} 60^\circ} = X \frac{\operatorname{sen} 36^\circ - \operatorname{sen} 24^\circ}{\operatorname{sen} 60^\circ}$$

---

(1) *Infatti i segmenti* $\overline{OA_1}, \overline{OA_2}, \overline{OA_3}, \dots \overline{OA_i}$ *sono dati da*

$$\overline{OA_i} = X \frac{\operatorname{sen} \frac{i}{K} 60^\circ}{\operatorname{sen} 60^\circ}$$

ove sia $X = \overline{OA_K}$.

$$\overline{A_3 A_4} = x_4 = x \frac{2 \text{ sen } 6^\circ \cos 42^\circ}{\text{sen } 60^\circ} = X \frac{\text{sen } 48^\circ - \text{sen } 36^\circ}{\text{sen } 60^\circ}$$

$$\overline{A_4 A_5} = x_5 = x \frac{2 \text{ sen } 6^\circ \cos 54^\circ}{\text{sen } 60^\circ} = X \frac{\text{sen } 60^\circ - \text{sen } 48^\circ}{\text{sen } 60^\circ}$$

Con $X = 1000$ spire sarà:

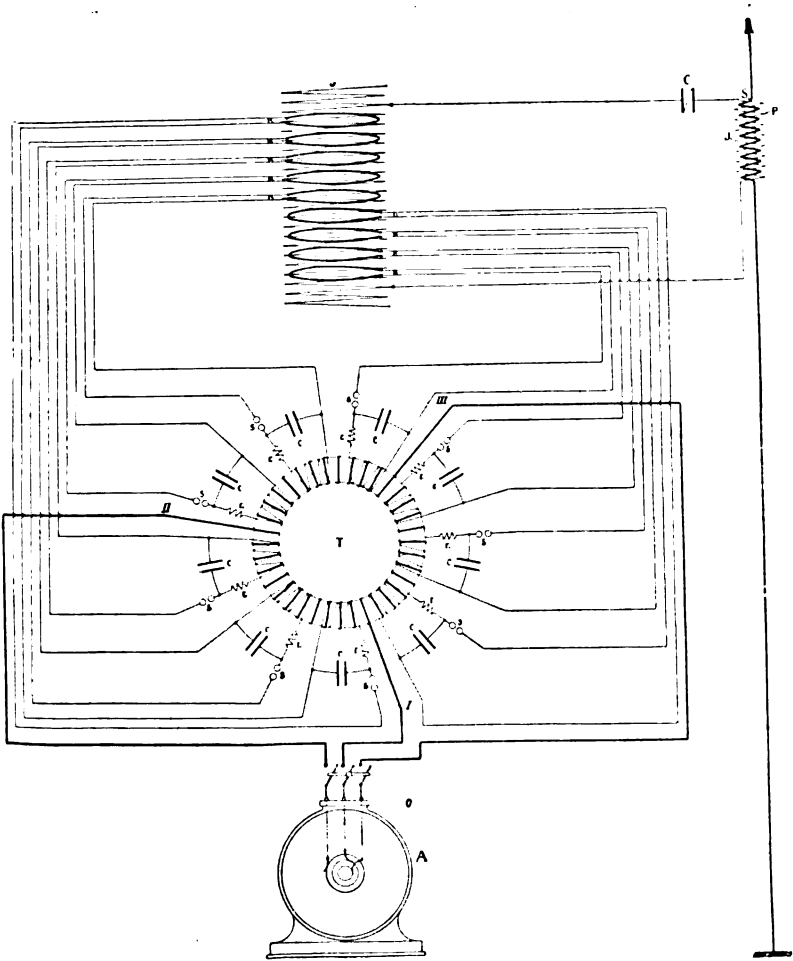
$$x_1 = 2400,\ x_2 = 2294,\ x_3 = 2092,\ x_4 = 1795,\ x_5 = 1419.$$

Le cinque tensioni

$$\overline{A_4 B_1} \quad \overline{A_3 B_2} \quad \overline{A_2 B_3} \quad \overline{A_1 B_4} \quad \overline{O B_5}$$

avrenno, rispetto ad $\overline{OA_5}$ di fase zero, le fasi

$$\frac{120^\circ}{K} (K - i) \ldots \quad 24^\circ \quad 48^\circ \quad 72^\circ \quad 96^\circ \quad 120^\circ.$$

C
T
A
o

RICERCHE SPERIMENTALI
SULLA CURA PREVENTIVA DEL TETANO
NEI FERITI IN GUERRA

Nota del S. C. prof. GIUSEPPE SORMANI

(*Adunanza del 27 maggio 1915*)

In questa guerra di rinnovata barbarie, i mezzi per la distruzione delle vite umane furono così crudelmente moltiplicati, che anche i casi di tetano fra i feriti, ricomparvero assai più numerosi.

Gli schrapnels, le bombe, le mine, producono lacerazioni vaste dei tessuti; e le ferite sono spesso inquinate dal terriccio, che si solleva per lo scoppio ed il rimbalzo dei proiettili.

In queste condizioni i germi tetanici del terreno concimato, disseminati nelle ferite, dopo vario periodo d'incubazione elaborano quelle tossine, che aggrediscono, più ferocemente che la stessa stricnina, gli elementi nervosi, causando la morte nelle sue forme più crudeli.

Gli studi sperimentali sul tetano hanno apportato alla fine del secolo scorso molta luce sulla eziologia di questa malattia fino allora enigmatica; e posso qui modestamente asserire, che a questi progressi contribuirono onorevolmente le *ricerche originali* eseguite circa 25 anni or sono nell'Istituto d'igiene dell'Università di Pavia, studi da me comunicati in quest'aula medesima, durante gli anni dal 1889 al '93, come può facilmente desumersi consultando gli Atti accademici (1).

Queste mie comunicazioni hanno trovata una eco favorevole nel Congresso dei Medici Italiani in Padova del 1889 (2),

---

(1) Rendiconti dell'Istituto Lombardo per gli anni 1889 - 1890 - 1891 - 1892 - 1893.

(2) Congresso medico tenutosi in Padova, Rendiconto pubblicato nel 1891 a Padova. Vedi a p. 34,

presieduto dal senatore Bassini; nell'Accademia Medica di Roma, ove ne riferì il mio disgraziato amico, il prof. Celli (1); nel Congresso internazionale medico di Berlino alla seduta dell'8 agosto 1890, ove ne riferii io medesimo (2); ed all'*Académie de Médecine* di Parigi, ove il venerando Verneuil ha potuto avere la soddisfazione di apprendere, che *io* aveva risolta l'*incognita* della sua *Teoria equina sul tetano* (3).

I progressi fatti sulla eziologia e patogenesi del tetano, non contribuirono pur troppo fin' ora a rendere efficace, come si sarebbe potuto sperare, la sua profilassi.

La stessa immunoterapia, che ha data tanta virtù al siero antidifterico, ne ha data ben poca al siero antitetanico.

I chirurghi tedeschi, in questi ultimi mesi, nelle loro copiosissime pubblicazioni sulla cura delle centinaia di casi di tetano fra i feriti in guerra, sono evidentemente preoccupati su questo argomento. Essi approfittano della *favorevole occasione*, che la guerra loro ammannisce per approfondire la loro *Kultur* sulla chirurgia di guerra e sulla *Starr krampfs therapie*.

Ed avendo perduta la fiducia nel siero antitetanico, si gettano sulla terapia suggerita dagli americani Meltzer e Auer.

Ma non è della terapia dell'accesso tetanico, che io voglio occuparmi. È della *prevenzione di questo accesso*.

Qui ci troviamo di fronte ad un caso alquanto simile a quello della cura Pasteur per la rabbia, ma non identico. Nel periodo prodromico o dell'incubazione — *uccidere il germe*. E dico bene — uccidere il germe e non *immunizzare* attivamente, perchè il tetano non dà l'immunità (4).

Nella ferita probabilmente cosparsa di spore tetaniche, uccidere queste spore, prima che germoglino; fortunati noi se il periodo d'incubazione sarà abbastanza lungo; più fortunati se potremo agire presto, entro poche ore dal momento dell'avvenuta ferita.

Pur troppo tale fortuna non toccò ai 20 soldati prussiani,

(1) Annali d'Igiene sperimentale pubblicati per cura di A. Celli. Anno 1891, pag. 355.

(2) Verhandlungen der X internationalen medicinischen Congresses. Berlin, Band V. Sur la Etiologie et la Prophylaxie du Tétanos. Pag. 150-158. Sezione d'Igiene.

(3) Gazette hebdomadaire. Déc. 1890. Le cheval thétanifère.

(4) Vi sono rare storie di individui, che ebbero nella loro vita due volte il tetano. Nei miei esperimenti sugli animali ebbi topi, cavie e conigli che, superarono il tetano, ed inoculati pochi giorni dopo, contrassero altro tetano, per cui soccombettero. Col siero antitetanico si può però conferire l'immunità passiva.

trasportati a Parigi dopo esser rimasti sul terreno per tre giorni e tre notti, senza cibo e senza medicazione. Essi erano già tutti tetanizzati (1).

Ma supponiamo di giungere in tempo. Quale è la medicatura locale che dobbiamo fare, per raggiungere lo scopo di *distruggere*, od almeno di *attenuare* il virus locale?

In primo luogo urge una scrupolosa detersione meccanica della ferita — esportazione di tutti i corpi estranei, dei grumi, delle parti staccate, dei frantumi d'ossa, dei brandelli d'abito e sopratutto delle traccie di terra.

E in questo siamo tutti d'accordo.

Ma ora si presenta il caso in cui l'igienista prende la parola, per suggerire al chirurgo di eseguire una medicazione preventiva dell'accesso tetanico.

Quale dev'essere questa medicazione?

I trattati di Patologia chirurgica e le monografie sul tetano registrano a tal uopo vari e numerosi mezzi.

Le soluzioni di sublimato, di acido fenico, di lisolo, di permanganato di potassa..... ecc.

Le soluzioni di acqua ossigenata, la tintura di jodio, il liquido di Lugol..... ecc.

La spolverizzazione con jodoformio, xeroformio, airol-traub, ed altre specialità.

Lo zaffamento con garza intrisa in siero antitetanico, o con polvere di Dunsting..... e così via.

L'accordo non è ancora avvenuto tra i diversi cultori della pratica chirurgica.

Qui però il momento è grave — perchè ogni dubbiezza, ogni perdita di tempo, ogni scelta sbagliata, può costare la vita.

Ritengo pertanto che sia indispensabile studiare sperimentalmente l'argomento sugli animali, rendendo poi noti i risultati ai chirurghi degli ospedali da campo, perchè vogliano applicarli.

A tale scopo ho intrapresi esperimenti sulle cavie e sui topi.

Dapprima mi sono assicurato di possedere una coltura tetanica pura e virulentissima, inoculando animali, che morirono coi sintomi classici in brevissimo tempo.

Indi medicai ogni ansata di coltura che innestava nelle cavie, mescolandone il materiale con diversi disinfettanti.

Tralascio i particolari della tecnica.

I risultati furono questi.

L'olio di garofani, l'ariol-traub, il jodoformio, il magnesium perhydrol e lo xeroformio, non esercitarono che una leggiera

---

(1) Comptes-rendus des séances de l'Académie de médecine, 1914.

azione attenuante della coltura tetanica. Gli animali morirono soltanto poche ore più tardi che i controlli.

Una attività un poco maggiore la dimostrarono:

il vioformio (la cavia morì 11 ore dopo il controllo).

il jodovasogeno (la cavia morì 20 ore dopo).

l'acqua ossigenata (la cavia morì 35 ore dopo).

Ma il reagente che riuscì completamente vittorioso della coltura tetanica fu la tintura di jodio al 10 %. La cavia non si ammalò di tetano.

Ho ripetute, per alcuni reagenti, le prove sui topolini.

Il jodovasogeno mostrò azione attenuante notevole, perchè i due topolini inoculati sopravvissero ambedue, dopo aver superato un tetano leggiero.

Coll'acqua ossigenata, un topo superò il tetano e sopravvisse e l'altro morì di tetano.

E così col vioformio.

La tintura di jodio di nuovo trionfò; ambedue i topolini sono vivi e non hanno avuto alcun sintoma tetanico.

Altre ricerche mi propongo di fare per altri reagenti. Ma per intanto noi possiamo già essere convinti, che questa via sperimentale sia la più logica e la più concreta.

Perchè sperimentare sull'uomo, quando in queste malattie comuni all'uomo ed agli animali abbiamo il gran vantaggio di eseguire sugli animali di laboratorio le ricerche preliminari?

Possiamo dunque concludere, che da quanto risulta dai nostri esperimenti il reagente, che si dovrebbe adoperare subito sulle ferite sospette d'inquinamento tetanico, dev'essere la *tintura di jodio.*

So benissimo, che nei mesi precedenti i chirurghi dell'esercito russo fecero queste applicazioni, e che non se ne sono trovati così bene, come essi speravano.

So pure che il grande chirurgo francese, il Delorme, nel suo trattato sulla Chirurgia di guerra, dà la preferenza all'acqua ossigenata.

So che alcuni inglesi preferiscono la polvere di Dunsting; e che i germanici insistono sempre sul loro siero di Behring.

Ma io continuerò nelle mie ricerche. E senza farmi l'illusione di superare tutti gli ostacoli, avrei fiducia di portare un qualche contributo sperimentale a vantaggio del soldato italiano, che si prepara a difendere la terra natìa col sacrificio della sua vita.

NOTE ETIMOLOGICHE E LESSICALI CÔRSE

Nota IIª del S. C. prof. PIER ENEA GUARNERIO (1)

(*Adunanza del 20 maggio 1915*)

39. *Bichjerchja* Bastia 'cicerchia', *cuchjerchja* cc. e cism. — Che si accordi con l'it. *cicerchia* da cicercula REW. 1902 non può esservi dubbio. Soltanto è da vedere nella base côrsa una duplice assimilazione, per la quale il *-chj-* (*-č-*) della desinenza si è esteso alla prima e alla seconda sillaba, *ć-ć-č* in *č-č-č*; **čičerča*, **čičerča*. Da qui il bastiese *bichjerchja* per quella via che si vede anche in *bieghja* Nr. 40 e in *bièghju* Nr. 41. Ma per la propensione all'*u* come vocale attigua a *v-*, *b-*, (cfr. *vuscica* (2), *bu-* acc. a *vescica*, *be-*, *bi-*, e sim. poteva aversi pure **buchjerchja*, e dall'incontro di **cichjerchja* e **buchjerchja* la forma di Capocorso e del Cismonte: *cuchjerchja*.

40. *Bieghja* 'sasso tondo dei calzolai'. — È detto anche *ghjeghja* e questa forma ci addita che l'etimo non è altro che glarea. Non deve far specie l'*á* in *é* in un territorio come la Corsica, v. AGIt. XIII 132 § 2, e qui per di più l'*á* si trovava tra due suoni palatali; e nemmeno fare specie che *ghjeghja* si risolva in *bieghja*, per quel che si vedrà qui sotto. Ad avvalorare l'etimo si aggiunga *biaghjóla*, *via-* 'piccola ghjaia', che mostra la stessa dissimilazione nella voce pure viva *ghjaghjóla*, quasi 'ghiaiuola'.

41. *Biegiu*, *-ghju* 'agghiaccio, ghiaccio', barra o manovella del timone. — È voce marinaresca e ben conviene, per quanto si presenti notevolmente sfigurata dalla fonetica indigena, con l'it. *ghjaccio*, sic. *jaciu*, Salvioni RILomb. XL 1150. Moveremo da **ǧaču* o *ǧaǧu* con *J-* iniziale in *ǧ-* e *-CJ-* in *-č-* (*ǧ*) e anche *-ǵ-* v. Nr. 74 n. Per l'*á* in *é* v. qui sopra *bieghja*,

(1) V. la Serie Prima in questi Rendiconti XLVIII 517-32.

(2) E *bussica* è pure del Logudoro, v. Salvioni RILomb. XLII 684,

e come in questo esemplare e in *bichjerchja*, anche in *bièghju* ha luogo la dissimilazione di *ğ-ğ* in *b-ğ*. Potrebbe però pensarsi che in questi casi: *bichjerchja*, *bieghja* (*biaghjòla*), *bièghiu* si tratti invece dell'assottigliamento di *č-*, *ğ-* iniziale in *j-* *i-*, per fonetica sintattica nella posizione debole, onde **-ichjerchja*, **-ieghja*, **-ièghju* e con *b-* prostetico le forme: *bichjerchja*, *bieghja*, *bièghju*, con un procedimento che s'accorderebbe con quello che è nel log.: *b-essire*, *b-occhire* e sim. Campus, Fon. log. § 70 e 188.

42. *Bimma* cc. 'porcastra che non ha figliato o che non sia pregna'. — Tal quale l'a. it. *bima* nella forma, tranne la consueta reduplicazione del *-m-* AGIt. XIV 166 § 153, e nel significato, v. Ascoli St. rom. III e Salvioni RDR. IV 207. Il REW. allega già *vimma* 'agnello', voce contadinesca bastiese, con cui s'accompagna codesta altra voce registrata dal Falcucci e anch'essa con *B-* in *v-*: *vime* 'capre di sette o otto mesi ed anche di un anno, che si sono lasciate vive, dopo che dalla *banda* si sono ammazzati i capretti o le caprette lattonzole di poche settimane'.

43. *Bisestu* 'calamità', e i composti *abbisestatu* cism., *-itu* oltr. 'affamato'. — In perfetta consonanza con l'it. *bisesto* da bissextus REW. 1131, e la significazione metaforica dei derivati proviene dall'idea dell'anno bisestile, che si reputa malaugurato.

44. *Bòlfidu* cism. Orezza e Coggia, *bôlfitru* oltr. Sartene, *gôlfidu* cc. 'bolso, gonfio'. Anche ad Isola d'Elba *bòlfido* 'bolso' (Caix). — La forma *gôlfidu* e il significato 'gonfio' fanno pensare ad un incontro di *bòlzu* con *gònfiu* col suff. di derivazione così frequente in aggettivi *-'idu*, e oltr. *-'itu* (1) con la sorda + l'epentensi di *r*, v. Nr. 15.

45. *Bòmmacu* com. 'vomito', col derivato *bumacheghju* 'cosa da far recere', anche di persona. — Già il Falcucci lo confrontava con l'it. *bomicare* per *vomitare* con scambio di suff Infatti *bòmmacu* ha accanto nel Vocab. *gòmmitu* e *gummì*, a cui corrisponde l'a. it. *gomire* (2), ne' quali ci si mostra V- in *b-*, *g-* alterazione di ben esteso dominio anche nell'isola, come dicemmo al Nr. 34.

46. *Brìlluli* pl. 'minestra di farina di castagne, di piselli e di fave, cotta nell'olio e il sale e sempre mestata al fuoco,

(1) Anche il -D- in *-t-* nello sdrucciolo è fenomeno lucchese, cfr. *tiebbito* e sim. AGIt. XII 123.

(2) E nel lucch. *gomitare*, *gomb-* AGIt. XII 119.

perchè non faccia pallottole'. Altrimenti *rilluli* con la caduta del B- del nesso iniziale BR- (1). Evidentemente è un nuovo diminutivo di *brin'lus, *brillus v. REW. 1305 e Salvioni RDR. IV 216.

47. *Bróncu* specie di bridone: 'ritegno di fune che si mette al muso dei somari e d'altre bestie da soma o da sella per tenerli meglio in freno, quando son troppo recalcitranti ed estrosi'. — Già il Falcucci, ben a ragione, lo riconnette col log. *brunchile*, un derivato col suff. *-ile* dalla base d'origine greca bruncus 'muso', che è di tutta la Sardegna, e possiamo aggiungere anche della Corsica. Il REW. 1336 s. bruncus allega il camp. *bruncili* 'camo, frenello' e ne esclude il log. *brunchile*, che manda al 1337 s. un supposto *bruncus (*broccus* + *truncus ?*); ma non c'è ragione per separarlo dal camp. *bruncili*. C'è anche la forma *runkile* col dileguo del B- 'cavagnolo, musale' Spano e 'corda con un nodo scorsoio che si passa al cavallo' Wagner RDR. IV 133.

48. *Brugiu* cc. Centuri 'specie di verme che divora il cavolo o altre piante d'orto'. — Qualche varietà ci offre *rugiu* con la riduzione di BR- in *r-*, testè veduta Nr. 46 n. Le Ottave giocose del Guglielmi di Orezza hanno il pl. *ruci* 'bruchi, vermi che guastano il cavolo', il qual plurale ci dà ragione del sing. *rugiu*, *brugiu*, allo stesso modo che l'it. *bruci* pl. ci spiega l'it. *brucio* sing., v. Salvioni RDR. IV 217. Un derivato per via del suff. *-'inu* è *brúcinu* cc. st. signif.

49. *Bucchja*, *v-* cism. 'buccia' anche dell'aglio, *búcchjula* cism. Orezza 'buccia sottile della castagna'; *bucchju*, *v-* 'crosta, pelle' (2). C'è inoltre la serie: *busciu* cc. 'guscio' e il dim. *búsciula* cc. 'guscio della castagna e d'altre frutta, che hanno

---

(1) Nell'AGIt. XIV 179 § 191-2 la riduzione di BR- in *r-* é scarsamente documentata, mentre invece apparisce molto più diffusa. Aggiungansi: *racciu* 'braccio', *racu* 'bracco', *rancunata* « branconata » 'brancata', *rusta* int. per *brusta*, *-agia* 'bragia', *rúciulu* cc. 'briciolo' acc. a *brúciulu* int. 'granello, briciolo' e *rúgiula* int. 'briciola' dove s'incontreranno *briciula* e *trúciulu*, *rigiólu* int. acc. a *briciólu* cc. e *brisciólu* Bastia 'bolla, frignolo', e altri esempi vedremo innanzi. Notisi inoltre per FR- in *r* int. *rigélla* 'padella per friggere'.

(2) Nell'Atl. c. 393 è largamente rappresentata *buča*, *wuča*, e *wúčula* per 'buccia dei fagiuoli' nel Cismonte; invece l'Oltremonte é incerto tra *búšula* e *búčula* a Levie, Propriano e Pianottoli. Abbastanza diffuso anche *kurnúčulu*, *-účulu* e con -RN- in *-r-* *kurúčulu* nella zona dov'è proprio codesto esito, AGIt. XIV 161 § 126.

il guscio non duro come quello della noce, che è detto *chjóp-pulu*', v. Nr. 61. — Le forme *bucchja*, *-u* vanno col tosc. fam. *bucchia* per 'buccia' e ne è un dim. in *-'ula* l'orezz. *búc-chjula*, per *-cchj-* acc. a *-čč-* cfr. *spacchju*, *-cciu* e AGIt. XIV 148 § 89. All'incontro il cc. *busciu*, *-ula* ripete l'it. *guscio* con G^u^ in *b*^u^, onde entra nella serie di cui si è detto al Nr. 34.

50. *Bugnu* cc. e cism. Orezza. — Tal quale l'it. *bugno* 'arnia, sciame', che ha accanto *gugnu* per quella alterazione, di cui dicemmo al Nr. 34. Notevole il traslato pl. *-i* 'nuvoli' e *celu imbugnatu* 'cielo ingombro di nuvoli, coperto' (1).

51. *Bulèghju* cism. e raramente cc. 'un insieme, uno stormo', e insieme il verbo *abulighjà* cism. 'mescolare'. — Trova riscontro nel lucch. *buleggh jo* 'guazzabuglio' e si vede bene codesto senso nel prov.: *Bulèghju, vul-, si una è male, l'altra è pèghju*. C'è anche *bubèghju* 'un miscuglio di persone e di cose', che spiegasi con l'assimilazione di *b-l* in *b-b*. Insieme col gall. *buliğğu* 'fango, torbidezza' aggiungi al REW. 1388, e v. Salvioni RDR. IV 221.

52. *Busciònu* oltr. Sartene 'capretto di sette o otto mesi'. — Va col sen. *bucino*, lucch. *bucina*, genov. *buccio*, mil. *būšī* e sim. con scambio di suff. e passaggio ad altro animale più piccolo. Il *š* dice la pronuncia toscana del *ç* intervocalico, di cui si è detto ai Nr. 18, 38, ecc. Cfr. REW. 1225 e 1378 e le critiche che vi move il Salvioni RDR. IV 212 e 220.

53. *Cabágnulu* int. 'rotolo di cenci che le donne mettono sulla testa per portare fardelli'. — Un derivato diminutivo, con -P- in sonora, di *capagnu* 'cercine da mettere in capo per portare pesi o l'anfora' (2), d'accordo col lucch. *capagnata* AGIt. XII 170 e XIV 147 § 83.

(1) Un bel derivato di *bugnu* é nell'Atl. c. I *buňeču* per 'ape'.

(2) Frequenti i derivati sost. e agg. con -ániu, -óniu p. es.: *filagna* oltr. e Balagna 'conocchia', *filagnu* 'filaro', *alivògnu* sett. e oltr. Ajaccio 'un pò sordo' e con aferesi *livògnu* cism. Bastia 'duro d'orecchio', *anticògnu* cism. 'semplice, ingenuo' e con scambio di suff. *anticònu* oltr. S. Maria Sicchè, e sim. È pur frequente l'aggiungimento a questi suff. del dim. *-ulu* p. es.: *piettágnula* 'nascondiglio', da *piattá*, *pie-* 'appiattare'; *bigògnulu* oltr. Ajaccio, *burgògnulu* cism. Orezza 'legnetto che si mette in bocca ai capretti, perchè non suggano', cfr. *bighe* 'travicelli' pel primo, e *vorga*, *b-* 'gola' pel secondo; *bitrò-gnulu* oltr. Sartene 'grumo di farina, di zucchero e sim.', da *bitru* 'vetro', *caspògnu*, *-ulu* 'aspretto' del vino v. Nr. 56, *cagarògnulu* oltr. Sartene 'sterco delle bestie ovine', ecc. Per simili derivazioni in it. v. Meyer-Lübke Rom. Gr. II § 460 e pel lucch. Pieri, AGIt. XII 170.

54. *Càlaru* 'cancello'. Gli sta accanto *càtaru, -eru, càderu* (1). — È dunque un altro esempio dell' alterazione di *-d-* intervocalico in *-l-*, da mandare con *còllice* 'codice', alterazione che s' incontra anche all' iniziale, v. *liccia* Nr. 125 (2).

55. *Caragnattu, -ulu* 'ragno' e anche 'ragnatelo'. — Va col log. *kariñatula* da caries + aranea e il suff. -at-ulu. L' incrocio con caries sarà pure in *baracáttula* 'specie di lombrico di mare' e *baragáttula* 'specie di rospo che si raggomitola in verme', dove avremo nella seconda parte un derivato di cattus nel significato di 'bruco', come nel genov. lomb. piem. ecc. *gata, gatina*, ecc., e nella prima caries con *c-* in *b-* per dissimilazione (3).

56. *Caspa* 'pigna'. — Il Falcucci lo ragguaglia con l'identico tosc. rust. 'grappolo d' uva ben carico', che però manca al Fanfani, e aggiunge *caspágliule* agg. e sost. diminut. di *caspa* 'quelle uve che hanno gli acini mal andati, guasti e quasi appassiti sulla pianta'. Registra inoltre *caspu* 'agro, piccante', comparandolo con l'it. *graspo, raspo* e antiq. *guaspo*, che non trovo nel Fanfani, donde gli agg. *caspôgnu, -ulu* testè addotti Nr. 53 n. Che si abbia a che fare con una sola famiglia di voci non parmi dubbio, e di certo vanno insieme col mil. *càspi* lo stesso che *torciàdegh* 'vino di torchio, vinello, acquerello' e *caspià* 'torchiare'. Se il significato primitivo è quello di *caspa, -ágliule* 'pigna e grappoli guasti', donde l' accezione di 'vinello' e quindi di 'agro, aspretto' e sim., che è proprio dei 'grappoli malandati', la base ben potrebbe essere *graspo* o *raspo* REW. 7077, ma non è chiara la via per cui il *gr-* riesce a *c-*, nè il tosc. *guaspo* offrendoci la stessa difficoltà ci dà maggior luce.

57. *Catagnu* 'angolo, cantone'. — Lo trovo nell'Antologia annuale *A Cispra*, 1914, p. 51 in una recente poesia di X. Paoli di S. Martino di Letie. Il Vocab. ne allega i derivati: *catagnone* cism. Bastia, *cad-* int., *catagnònu* oltr. Sartene tutti per 'cantone', *catanghjone* cc. 'luogo oscuro e stretto'. E inoltre

(1) Ne è un derivato *caderazza* int. 'trappola', e il trapasso semasiologico è evidente, perchè la trappola chiude con un cancello il sorcio.

(2) Un altro esempio potrebbe essere *adderdanassi* cism. int. e oltr. 'indugiare' che ha acc. *allerdanassi*, ma l' etimo è incerto; perchè se abbiamo a che fare con un composto di tardu, come a dire **adtardanare, *attardinare*, non è chiara la riduzione di *d-t-* in *-dd-*.

(3) Il Falcucci pensa ad una metatesi di *carabattula*, ma non vedo che la voce esista nel côrso, oltre che non conviene pel senso.

ci dà *anghjone* cism. 'angolo, canto', che s'accorda col gall. *añata*, sic. *añuni* st. signif., da a n g u l u s (1), REW. 465. Si tratterà dunque di c a t a + a n g u l u + il suff. di derivazione *-one* (*-ònu* oltr.), e *cata-* non avrà qui che funzione intensiva, v. Salvioni RDR. V 180 le aggiunte al Nr. 1755 del REW. (2).

58. *Chèrciula* cc. Rogliano, *-ila* Centuri 'stalla per le bestie equine, pel bestiame minuto'; nel cism. anche 'cantina'. — Già il Falcucci vi vedeva il lat. c a r c e r 'luogo donde muovono alla corsa i barberi, le bighe o le quadrighe', e l'etimo è messo fuor di dubbio dalla forma oltr. di Sartene *càrciara*, che vale anche 'stanza a terreno'. Da aggiungere dunque al REW. 1679, e si noti che nella forma d'Oltremonti l'*-e-* atono della penultima dello sdrucciolo si è fatto *-a-*, come d'ordinario nell'oltr. e cism. v. AGIt. XIV 141 § 57, e che nelle forme capocorsine e cism. l'*á* tonica seguita da *r*cons. si è volto in *ę*, v. qui sopra Nr. 40, e Salvioni ASSard. V 237. Quanto poi allo scambio del suff. *-'ara* in *-'ula* v. Nr. 37 n.

59. *Chjàvidi* pl. int. 'pettegolezzi'. — Da p l a c i t u m come l'it. *piato*, che si considera come rifatto sul fr. e prov. *plait* REW. 6561. La speciale riduzione di PL- in *č-* farebbe pensare che la voce côrsa sia accattata dal genov. come altre che vedremo tantosto; ma il Falcucci richiama, a ragione, l'a. tosc. *chiàito* 'impaccio, briga o piuttosto lite' (3), da cui non

---

(1) Un semplice continuatore di a n g u l u s potrebbe essere nei nnll. *Acqua-all'-Anghju* di Centuri, come a dire 'acqua all'angolo', *Po-d'-Anghju* 'ponte all'angolo'; ma foneticamente rispondono bene altresì ad a g n u s, cfr. *ànghjulu*, *-ellu* int. 'agnello', da collocare al Nr. 290 del REW., essendo inutile il 288, che va riunito a quello; così anche il Salvioni RDR. IV 163.

(2) L'Ascoli St. rom. III, parlando di *catagnone* che toglie dal Lucciana e dal Tommaseo, dice che ben s'accompagna col log. *catanzu*, che lo Spano rende per 'bisogno, privazione'; ma aggiunge che « non è facile conciliare le significazioni diverse ». Infatti il log. *katanžu* è un derivato di c a p t a r e per via di - a n i u e va aggiunto al REW. 1661; così anche il Salvioni RDR. IV 239. — In Atl. c. 364 (canto del fuoco) v. *katañu* Corte, Nesa, Evisa, *katañònu* Zicavo, Propriano, *gadaǧòne* S. Pietro di Venaco, *anǧu* Pietra Serena, *kantanǧòlu* Vezzani, fusione di *kantu* e *anǧu* + *ǫlu*.

(3) Veramente il Falcucci scrive *chiaito*, ma i Vocabolari ital., cfr. Pieri AGlt. Supp. V 227 n, hanno *chiàito* e così io ho riportato qui nel testo. Per questa voce e per altre insieme il Pieri l. cit. e p. 161 sospetta di un filone di *chi* da PL- nel toscano. Il còrso non lo con-

si può staccare il nostro *chjàvidi* con epetensi di *-v-* e la sonora *-d-* nella desinenza *-ịtu* come d'ordinario nell'int. Di aperta influenza genovese sono all'incontro le altre voci côrse: *ciàiti* 'brighe, piati', *ciaità* 'far pettegolezzi' e con contrazione vocalica *ciati*, *-ósu*, 'pettegolezzi, pettegolo'.

60. *Chjelza* cism. fm. 'gelso', *chjelza* m. 'frutto del gelso, mora', cui stanno accanto rispettiv. *chjalza*, *-u*. — Da [moru]celsa, donde l'a. log. *murikersa*, campid. *murugessa* REW. 5696. La forma *chjalza*, *-u* ci mostra l'*-é-* tonica in *-á-*, come incontra nell'oltremontano e nel balagnino, p. es.: *sarpi*, *arba* e sim. AGIt. XIII 138 § 16 e il C- originario in *č-* av. *-á-* (*-é-*) come in *čaraja*„ *čanuja* ibid. XIV 169 § 162.

61. *Chjóppulu* 'guscio duro della noce' (1). — Un altro caratteristico incontro col tosc., perchè bisogna riconoscervi un diminutivo in *-'ulu* di quel *chiọppo* pisano o montalese, che vale 'pezzo di legno grosso e corto', passato poi nei Vocabolari italiani, cfr. Pieri AGIt. Supp. V 161. La ragione dei suoni non fa difficoltà, essendo un altro esempio di *chj-* da PL-, di cui è parola a. Nr. 59 n.: e quanto al senso è da considerare che il guscio duro della noce è la parte legnosa di essa e si spezza come pezzetto di legno.

62. *Chjóra* oltr. Sartene 'spazio tra due pietre tanto angusto che a fatica vi si passa' e ivi anche *ghj-* 'apertura fra due grosse pietre'; cism. 'buca interna del pane per effetto del soverchio calore del forno', sin. di *cámmara*. — Non hanno a che fare con l'it. *chiovo*, *-are*, ma sono la stessa voce int.

---

traddice, mostrando in luogo del tosc. *chi-* il suo speciale *chj-* (*č-*). Delle voci allegate dal Pieri, oltre a *chiủito*, trovano corrispondenza nell'isola *chiöppulu* che qui segue, e *chiantare*, nella locuzione *in chjanta* Ersa 'in pianta, in asso'. Credo però che alla stessa famiglia spetti il côrso *chjattu* 'panciuto e piccoletto' in perfetta consonanza con l'it. *chiatto* 'schiacciato, piatto', senza dire del comune *chjatta*: *chiatta* 'barca piatta'. Invece il lucchese dice *ciatto* di schietta fisonomia ligure, AGIt. XII 118 e III 358.

(1) Pel 'guscio legnoso della noce' cfr. Atl. c. 383, dove *čópulu* e *čópula* (anche *ǧ-*) occupano il Capocorso, il Cismonte e arrivano nell'Oltremonte a Pietrapola e Solenzara, dove si estende *ǧarabọkulu* in parecchie località (Bastelica, Zicavo, Coti-Chiavari, Bicchisano, Levie, Propriano, Portovecchio, Sotta, Pianottoli), che non si disgiungerà da *čerupulu* Corte e *čarupulu* Vezzani, ne' quali sarà incrocio con *gariglio* REW. 1726, e in *ǧarabókulu* metat. di *čópulu*. La voce *čópulu*, *a-* ritorna a c. 387 dell'Atl. per 'guscio di lumaca'.

chjóva 'zolla' corrispondente all'it. *ghiova* 'zolla, gleba' da glēba + glomus AGIt. XIII 139 § 9 e REW. 3702, con significati specifici nel sartenese e nel cismontano, che trovano concordanza con quelli dei derivati: *chjurèllu* cism. Castagniccia 'luogo stretto, anche meschino', fig. 'casuccia', Bastia 'cameretta'; *chjuvone* cc. e cism. 'buca, apertura fonda nel terreno, cavità', e *acchjurà, -assi* cism. Campile 'atterrarsi, accasciarsi', mettersi come in una buca; pei quali significati può essersi sentito dal parlante un'avvicinamento a *chjósu, ghj-* 'chiuso, podere, campo'.

63. *Ciaba* cc. Centuri 'discorso, ciarle di bravazzone'. — È il tosc. *ciaba, -are* che si usa a Siena e Firenze per 'persona che ciarla molto e da intrigante', 'chiacchierare uggiosamente e senza proposito'. Infatti c'è nell'oltr. Sartene *ciavònu, -unà* 'chiacchierone, -rare', e vi andrà insieme *ciafaglione* 'sudicio, cencioso, sfiaccolato e sim.' con *-b-* in *-f-* per via di *-v-* e la desinenza del sinonimo *bracaglione*. Siamo sempre nella famiglia dei derivati di *ciabata, ciav-, ciamb-* 'ciabatta', e notevole, per la significazione nello stesso ordine di idea, la locuzione cc. *alla ciambata* 'alla carlona', raffrontata dal Falcucci con *fare ciabata* usata da Pasquale Paoli in una sua lettera.

64. *Cilente* (*A lu*) 'a cielo scoperto, al sereno', int. 'apertura, spaziosità di cielo, ampiezza di spazio all'aperto, o d'orizzonte'. — Si pensa subito a caelu, ma questa voce avrà a che fare solo indirettamente nella locuzione avverbiale, che io non esito a spiegare, come « a cielo lucente », cioè *a lu* [*celu*] *lucente*, donde, tacendosi il sostantivo, si aveva *a lu lucente* e per dissimilazione vocalica di *lu-lu* in *lu-li*: *a lu licente*, e ancora per spinta dissimilativa la metatesi reciproca da sillaba a sillaba: *a lu cilente*. L'atttività metatetica è assai operosa nel côrso, e ai pochi esempi addotti nell'AGIt. XIV 188 § 204 ne aggiungo qui un buon manipolo, suddividendolo in due gruppi principali: I°) Metatesi reciproca da lettera e lettera: *arali* cism. per *alari*; *baliri* oltr. Sartene per *barili* 'barile', *barí* Bastia 'speciale recipiente per le sardine'; *curtalinu* cism., *-ina* cc. per 'coltanile' 'colto', ajutando il suff. *-inu, -a*; *lustincu* cc. Canari, *list-* oltr. Frasseto, *rust-* per 'lentisco' AGIt. XIV 141 § 56 (1); *repice* per *recipe* v. scherz. per 'busse'; *stintinu* (*istin-*) per 'intestino' e altre che vedremo.

---

(1) Molto probabilmente l'alterazione di L- in *r-* è dovuta a dissimilazione, *lu lustincu* : *lu rust-*, ma cfr. Salvioni RILomb. XLII 834. Certo, l'azione dissimilativa è manifesta in *rágnulu, -a* : *lagnulu, -a*

Da sillaba a sillaba: *stínculu* da *lustineu* testè addotto; *tramàngula* 'trama, cabala' da *mandragola* con *dr-* in *tr-* per avvicinamento a *trama; sagramassà* cism. Balagna per 'massacrare' e altre. II°) Metatesi semplice di *r: aberbiditu* cc. Balagna e Castagniccia per *abrebiditu* 'abbrividito' (1), *arcifalu*, *ercivalu* già addotto al Nr. 9 n; *Prucinella* 'Pulcinella'; *Purnetu* nl. 'Pruneto'; *prubbèticu* Bastia da **pubreticu*, *apubleticu* 'apopletico'; *strinèllu* 'stornello' di colore bianco e nero, e per l'*i* protonico cfr. *strineru* 'straniero'; — di *l: Luméta* per *Olmeta* Comune di Capocorso, *Lumetese* ab. di Olmeta; *Lùmiu* attuale Com. nel distretto di Calvi, forse lo stesso che *Òlmia* nome di un'antica pieve della provincia di Calvi. Transultoria di *r: Brancaziu* per 'Pancrazio' e per P- in *b-* v. Nr. 166; *crupocchju* cc. Centuri sinonimo di *ambrechju* 'mostro' v. Nr. 13 da *corpoclu; *mintrastu* int. per *mentastru* com.; *stelmu*, *stermu* 'stretto, fatto per l'appunto' di un abito, e anche di persona cui manca qualche membro, per *stremu* pp. abbreviato 'stremo, -ato'; *strombu* per *stombru* 'scombro' con SC- in *st-*, cfr. Nr. 70 n; *sturzà*, *-ulà* 'strozzare', *sturzale* 'strozza', *sturza* suff. *-ale* (2).

'piagnulone, piagnucolare'. E parimente nel fenomeno inverso di *R-* in *l-*: *Liparata* (*Santa*) cc. 'S. Reparata'; e a formola mediana: *buciulatu* cc. accanto a *vuciaratu*, *voceratu* cism. 'vocero', oltre che in *arcifalu*, *ercivalu* Nr. 9 n ecc. Non appare alcuna spinta dissimilativa in *intilitu* 'intirizzito', ma semplicem. *-R-* in *-l-* v. Nr. 117.

(1) Ha accanto nel cism. di Balagna *agerciditu*, che é dato quale suo sinonimo, ma poco usato, riduzione metat. di **agreciditu*, **agrer-*, **agrenciditu*, v. *agrancidì* cc. e cism. Campile.

(2) L'attività di codesto suff. di derivazione nominale é abbastanza documentata in AGIt. XIV 190 § 212, e cfr. per la concordanza col lucchese ibid. XII 170. Ciò non di meno ecco qualche altro esempio: oltre *ariciale* e der. Nr. 25, *ascheghjale* 'sudicione, schifoso per mali della pelle ecc.' da *aschèghju*, *asce-* 'schifo' AGIt. XIV 388 e REW. 700; *catinale* 'lucchetto' da *catena*, *cimali* cc. Rogliano pl. sin. di *vernerecci* Centuri 'l'uva che nasce in cima alla vite' v. Nr. 75 n; *lucignale* 'luminello della lucerna' *-i* 'occhi'; *perticale* 'grossa pertica per pescare pesci grossi'; *pacciali* (l. *paçali*) oltr. Sartene sinon. di *stazzu* cism., lo stesso che l'it. *pasciale; pasturecciale* cism. 'una o più capanne'; *Pughjale* 'poggiale' anche nl.; *suvale* cism. Moita 'campo chiuso che si concima prima di seminarlo', da *suvu*, *suu* 'sugo, concime'. Attratto nella analogia di codesta serie è *cursale* 'corsaro' per dissimilazione di *r-r* in *r-l;* e parimente l'aggett. *suale* 'soave, dolce'.

65. *Cilòma* ' canto di marinai quando tirano le funi '. — Ben avvisò il Falcucci nel riconoscervi l' it. *ciloma* o *sciloma*, voce d'origine greca, che è pure nel port. *celeuma* ' canto dei marinai al lavoro ', *celeumar*, *salomear*, sp. *salomar* ' cantare dei marinai quando tirano una gomena ', v. REW. 1801.

66. *Cinciafrí* Bast. ' cinciallegra , cingallegra '. — La prima parte è l'it. *cincia-*, formazione onomatopeica (cfr. mil. *ci-cí*), che significa anche da sola il vivace uccelletto. Essa ritorna nell'aret. *cincianella* ' fringuello ' e si sente nel fior. *cincimpòtola* Fanfani U. T. e lucch. *cincinpotora* Pieri AGIt. XII 128, come altresì nel campid. *cincirri* ' zigolo ', donde il log. *çincirrosu* ' capriccioso ' come l'uccelletto (1). La seconda parte mi pare debba ritenersi un accorciamento di *frisciu*, *-á* ' fischio, -are ', in quanto *fri-* rendeva pure una onomatopeia. La stessa base *cincia-* si ha anche in *cinciágliuli* Bastia ' sonagli '. Inoltre il Vocab. côrso registra il vrb. *cinciá* com., *cincè* oltr. Sartene ' dir frottole ' : *Cincè, burlè, ma cu le mani nun tucchè ;* che è sempre la stessa base in funzione verbale, come a dire ' sfringuellare '; e forma e senso s'accordano col genov. *cinciáse* ' gongolare, giubilare '.

67. *Cinciná* cism. ' rotolare d'un gomitolo ', anche di una persona, ' ballottare , scuotere '; *cinciniólu* cism. ' cerchio di legno, ruota '. — L'oltr. Sartene ha *circiná* ' tagliare in tondo ' in perfetta congruenza col log. *chirchinare* ' attondare ', donde il sign. ' tagliare in tondo ' p. es. i capelli, da circinare REW. 1941. Anche il campid. ha *circinai* ' accorciare '; ma conosce pure *cincinái* st. sign. v. Wagner, SüdS. Mund. § 191, in bella concordanza col cism., dalla stessa base e con la stessa assimilazione di *r-n* in *n-n*. Nè la ragione del significato fa difficoltà, perchè l' idea fondamentale di ' arrotondare ' comporta quella del ' rotolare ', come quella del ' cerchio, ruota ' che è in *cinciniólu* , un dimin. da un verbo in *-iare* , quasi **circin -iare* (2).

68. *Cindèri* ' tondino che regge il lucignolo ' ; *cendèri*, *lecenderi*, *luc-* ' piattino o coppa sulla quale è situata la lampada di vetro ' (*la fióla* v. Nr. 90) ; e il derivato *cinderinu* cism. Lento ' lucignolo '. — Conferma la base *cicinderiu

(1) Altra denominazione onomatopeica d' uccello è il cc. *chiruli*, appellativo della lodola pel suo canto.

(2) Il camp. acc. al pp. *cincináu* = *segau a curtu* ' tagliato corto ', ha pure *cincinu* usato nel modo avv. *a cincinu*, p. e. *segái a cincinu* espr. rust. = *cincinái* (Porru).

AGIt. XVI 111, donde con la soppressione della reduplicazione (*ci-*) la forma *cindèri*, o *cendèri* con la protonica assimilata alla tonica, *i-e* in *e-e*; infine con l'agglutinazione dell'articolo *lu-cendèri* o *le-cendèri*, secondo che fosse inteso per fm. pl. o m. sng. Potrebbe anche spiegarsi *cindèri* per altra via, e cioè ricorrendo ad una duplice azione assimilativa e dissimilativa insieme combinata, onde si avesse con l'articolo *lu cicinderi*, *lu* [*lu*]*c-*, *lu cenderi*. Ma è via alquanto artificiosa e preferisco l'altra spiegazione. Comunque, da aggiungersi al REW. 1904.

69. *Ciòcciu* cism. Orezza 'gufo'. — Cfr. genov. *čüču*, marchig. *šušo* REW. 2452 s. la base onomatopeica *čoč-*, *čuč-*; ma la voce côrsa col suo *ó* appare di formazione indigena, piuttosto che un accatto genovese.

70. *Ciômpacu* 'che cammina quasi dondolandosi per istanchezza', e il deriv. *inciompichitu* 'sfiaccolato per istanchezza'. — Sono in bell'accordo col lucch. *ciómpico* 'zoppicante, disadatto', *ciompicare* 'zoppicare', fig. 'lavorare alla peggio' AGIt. XII 128. Ma parallele alle forme con *ọ́* s'incontrano quelle con *a*, e come nell'it. occorre *ciampicare*, così nel côrso sono di maggior uso *ciampacone*, *ciamb-* 'che corre malamente per essere mal piantato, mal fatto di gamba o di piedi' (1). Si tratta del fenomeno per cui nella formola *á* + nas. + cons. si ha nel tosc. la vicenda *a*/*o*, onde *ciọmpu* andrebbe con *ciampa*, come *mọnco* con *manco* e sim. AGIt. XVI 203.

71. *Ciòttula*, *-ola* sett. 'buca per terra', 'terreno scavato così naturalmente, oppure per qualche ceppo sradicato', 'piccola cavità aperta o chiusa nella quale l'acqua è circoscritta o quasi fra gli scogli o fra la terra'. E accanto c'è *ciòttula* cc. 'boccia', *-lina* Rogliano 'boccino' nel giuoco delle bocce. — Sono qui in giuoco *ciotola* 'specie di piccolo vaso da bere, senza piede' REW. 4794, e *ciotto* 'piccolo sasso che è rotolato dalla corrente' REW, 2454. Nella accezione della prima voce rientra il significato di 'buca, terreno scavato, piccola cavità', che trova con-

---

(1) Non si disgiungono da codesta famiglia: *strambacá* cism. Bastia 'inciampare, sdrucciolare', *-ata* 'sdrucciolone', dove c'è sostituzione di prefisso. E parimente *tambacòne* che il Falcucci registra come corruzione di *ciampacone* e incrocio con *tàmbara* 'pancia', e dove noi vedremo una dissimilazione di *č-c* in *t-c*, del genere di quella che si ha in *tronaca* Centuri e Bastia per 'cronaca', *tròsciu*: *cròsciu* 'fradicio; e per converso *screttu* sett.: *strettu*, *scrisciata* 'strisciata'. Cfr. lucch. *troaca* 'cloaca' e v. Salvioni ASSard. 217, però pel log. *crimizone*: *triminzone* cfr. Jud, Rom. XLIII 456 n.

forto nello stesso senso che può assumere 'conca'; spetta alla seconda voce l'accezione di 'boccia', che può essere anche un ciottolo arrotondato (1).

72. *Cispra* com. 'specie di fucile lungo e stretto che porta lontano e di cui l'uso venne dagli Arabi' (2). È lo sp. *chispa* 'scintilla' e anche 'fucile', con epentesi di *r* v. Nr. 15, la quale s'incontra anche appresso consonante che non sia *-t*, come in questo caso e cfr. lucch. *scepre* 'siepe' *vespre* 'vespa' AGIt. XII 118.

73. *Ciuttà*. — Il Falcucci non ne dà significato, ma comparandolo con l'a. tosc. *ciottare* viene a dire che vale come questo 'flagellare, frustare', e vorrebbe mandarlo con *ciotto, -olo*. Ma invece il tosc. *ciottare* va insieme con lo sp. *azotar* REW. 7628 e cfr. log. e sass. *azzotta*, temp. *aċċotta*, *-à*, campid. *aċċottu*, *-ai*, AGIt. XIV 389. Nè diversa cosa può essere il côrso *ciuttà*, quantunque *ciuttassi* nella Castagniccia e nel Sartenese valga 'tuffarsi' e fig. 'tramontare' del sole: *Lu sòle si ciòtte*, cioè viene a battere nelle acque del mare, vi si tuffa e scompare. Infatti *ciutti-mergone* è detto un uccello marino simile all'anitra, che nuota sott'acqua per pigliare i pesci e ricomparisce a grandi distanze; è il tuffetto e l'appellativo côrso corrispondente a un imperativo e ad un vocativo, viene a dire: 'tuffati, o smergo'. Occorre altresì *cuittassi* 'tuffarsi', che se è forma reale, mostra una metatesi vocalica da mandare con *biọtu* e sim. AGIt. XIV 188 § 205.

74. *Còciulu* cism. 'pasticcio di *bròcciu*, di farina ed uova, che si cuoce in forno come il pane, facendolo levitare'; nell'int. *còcciuli* pl. 'specie di pasticcini', donde *paracòcciulu* 'bavaglino'. — Corrispondono al sass. *kòzzuli*, registrato dal REW. 2011, 3 da ***c o c i a**, una delle forme a cui si riduce la

(1) *Ciuttulaju* 'sciattone' non spetta qui. Sta per *ciattulaju* con *a-u* assimilati in *u-u* e va con l'it. *sciatto*, offrendo un altro esempio di *ċ-* per *š-*, cfr. *cilumbrina: scilumbrina* 'donnina di meschina corporatura ed anche di poco proposito'; *ciaridulu* cism. int. 'staccio di fil di ferro' acc. a *sciaridulu* oltr. AGIt. XIV 161 § 126; *giòcca*: *sciocca* int. 'capra o pecora o mansa' che vedremo al Nr. 103; e il fenomeno ritorna nel lucch. AGIt. XII 122. Il Vocab. allega pure il sinon. *ciacculaju*, che è promosso dall'incontro di *ciattulaju* con *ciàcciula* (= *chjaccula*) 'cosa leggera e vana'.

(2) Nelle schede il Falcucci dà come corrispondente italiano '*cispa*', che non trovo nei lessici. Deve essere errore di trascrizione, e forse sarà da intendere *cispa* come una forma isolana collaterale di *cispra*.

base cochlea; e sta bene con -CJ- in -*zz*- sass. e -*ċċ*- (-*ċ*-) côrso, AGIt. XIV 148 § 87 (1). Altra cosa è il *cóculu* cc. 'specie di ciambella di fior di farina biscottata, dopo essere stata molto lavorata, condita con un poco d'olio e di zucchero'. Hanno un pò la forma di cuore, ma si fanno anche tondi, meno qualche angolo. Si ragguaglia al tosc. *coccoli* 'sgonfiotti di pasta dolce, fritti' e come questo risalirà a *cocco* 'uovo' REW. 2009; infatti hanno la figura dell'uovo, o l'uovo vi è posto in mezzo.

75. Códule int. pl. 'ghiaia' e *cudicci* int. pl. 'ciottoli' (2). — La prima forma evidentemente da cotulus REW. 2288 insieme col log. *kódulu* 'ciottolo', e con scambio di suff. il lucch. *cotano*, milan. *köden* ecc. C'è pure sostituzione di suff. nell'altra forma *cudicci*, pl. di *-icciu* (3).

---

(1) Dalla stessa base è *cóchja* 'cucchiaio di legno per raccogliere il latte che si mette nelle *fattóchje* per fare il *brócciu*', già addotto in AGlt. ibid. § 89, dove il *-ċ-ċ- (-ċ-)* da -CJ- é sostituito dal particolar suono côrso *-chj-* (*-č-* o *-ǧ-*), sostituzione che spesso incontra, e trova ragione nel fatto che come il *-č-* e *-ǧ-* assottigliandosi nella pronuncia riescono a *-ċ-*, *-ġ-*, così per converso il *-ċ-*, *-ġ-* si ingrossano talora a *-č-*, *-ǧ-*.

(2) Altra base ha *códulu* 'particella di terreno, stretta' *códulu di vigna, di macchja*, che si connette a *códa*, come già vide il Falcucci.

(3) Codesto suff. -icius, -a gode particolar favore nell'isola per derivare nomi e aggettivi dal radicale del part. pass. Meyer-Lübke Rom. Gr. II § 415: *abitaticciu* com. 'quegli che abita in paese ove non è nato', che a Centuri è detto *beniticciu* 'avveniticcio, avventiccio, -izio'; *arubaticciu, arru-* cc., *ru-* 'furtivo',; *bucaticciu* 'concone pel bucato, ceneracciolo'; *bugliadiccia* int. 'frittella con *brócciu*', dalla base donde il log. *buliare* REW. 1388; *calaticciu* 'rimessiticcio della vite' ecc. E qualche esempio anche di -īcius aggiunto a sostantivi, Rom. Gr. II § 416: *rimiccia* 'bene di piccol conto, piccolo pezzo di terra' da rima in senso fig. REW. 7319. Ma ancora maggiore applicazione ha in funzione collettiva di nomi di piante: *Castagniccia* 'luogo piantato da castagni' la regione dei castagni per eccellenza tra Vescovato, Morosaglia, Cervione e la costa orientale; *elbetriccia* luogo piantato a *èlbatri* 'albatri, corbezzoli'; *filetticcia* terreno pieno di *filetti* 'felci', v. più innanzi Nr. 89; *mucchjiccia* l. piant. di *mucchji* 'mucchi', da mutulus REW. 5796 a. e v. Salvioni ASSard. V 240; *murtuliccia* l. piant. di *mórtule* 'mortelle' v. Nr. 37 n.; *Olmiccia* nl. villaggio del sartenese; *scupiccia* 'scoperto'; *sundariccia* oltr. Sartene 'bosco di lentischi', da *sùndaru* v. Nr. 190; *Tamariccia* nl. di una palude, cfr. log. *tamarittu*, Salvioni RILomb. XLII 857; *tanghiccia* cism. coi

76. *Comma* ' parrucca '. — D'accordo col prov., port., a. sp. e fr. di sud-ovest nel conservare il lat. coma, il côrso se ne stacca nella significazione particolare. Anche il campid. conosce codesta base, ma con altro significato speciale, infatti *koma* vi dice ' vetta, chioma degli alberi ', dondo il verbo *skomài* ' tagliare le punte degli alberi ' Wagner, Beih. 57° p. 59; e il verbo ritorna nelle Alpi orientali, dove il friul. *skomà* vale ' scuotere gli alberi per farne cadere i frutti '. Da aggiungere al REW. 2071.

77. *Cúcculu, -a.* — Ha diversi significati e vengono a confluirvi due basi. In quanto dice ' vetta, punta d'un colle, d'un poggio' corrisponde al log. *kùkkuru* ' punta ' v. le mie Postille in Misc. Ascoli 236 e REW. 2359, con scambio di suff., *-'uru* in *-ulu;* ma in quanto dice ' bozzolo o coccola di qualche albero o semente ', s'incontra con l'it. *coccola* da coccum REW. 2009, con *u* tonico dovuto a qualche forma in cui era fuor d'accento, p. es. *cucculà* ' cocollare '. Infine in quanto vale ' bigatto, filugello, baco ' pure da coccum, è da confrontarsi col log. *kokketta*, genov. *kuketu* ' bozzolo ' con altro suff. diminutivo (1),

derivati *tanghiniccia, -etu* ' pruneto ', da *tangu* ' pruno ' v. carat. cór. Talora il senso collettivo sembra oscurato, p. es.: *feniccia* ' fieno '; *femminiccia* oltr. Bastelica sin. di *scòpa* ' erica arborea '. Con questo suff. s'accompagna anche -ĭcius, -a, assai frequente pure in it. nella forma allungata *-ereccio*, come derivatore di aggettivi che si usano anche sostantivamente, cfr. *campereccio, casereccio, acquereccio*, e sim. Rom. Gr. § 417, e così in còrso: *camparécciu, casarécciu* ' casalingo ', *canterécciu* ' canterino ', *aceltu c.* ' uccello canoro, che canta molto ', *caprécce* pl. ' bestie caprine ', *callarécciu* cism. Orezza ' callaia, valico, passo ', *murtalécciu* ' mortale ', *natalécciu* ' grosso ceppo che si arde al *fucone* la notte del Santo Natale ', *spusarécciu* ' nuziale, *stanza sp.*; *trasalécciu* ' strage, scempio ' cfr. trasalire; *Albitréccia* n. di un Comune del distretto di Ajaccio, da *àlbitru*: *bandaréccia* ' la lana più rozza delle pecore isolane per lo più nera ' da *banda* ' mandra, branco '; *seccaréccia* ' seccatoio ' luogo per seccarvi le castagne; *vernerécci* pl. Centuri ' uva che nasce in cima alla vite '. e per l'etimo cfr. *vernaccia*, a. lig. *invernenga* REW. 4126; *Saltarécciu* n. di un torrente.

(1) Il Vocab. registra, v. Nr. 37, *cucòzzulu* ' sp. di farfalla ' detta anche *bone-nove*, e ' pipistrello '. Gli sta accanto *cucùzzaru* ' sp. di cicala grossa che sa di muschio e si ode la sera ', con scambio di suff. *-'ulu* in *-'aru* (*-'alu*), cfr. Nr. 37 n. a tacere della tonica oscuratasi da *ǫ* a *u*. Sembrano ripetere l'it. *cucuzzolo* REW. 2369; ma il significato ci porta indubbiamente a un derivato di cochlea + coccum, che con una varietà stragrande di desinenza dà vita alla maggior parte delle forme fornite dal Forsyth Major per ' pipistrello ', v. nell'App. al Vocab. s. *cucòzzolu* e REW. 2011.

e anche qui *ú* dalle arizotoniche. Significa pure nella Castagniccia 'occhio dell'accetta, ossia la parte opposta al taglio', che per la forma sua rientra nell'accezione di 'bozzolo o coccola'.

78. *Cugnólu* cism. Porta d'Ampugnani 'mallo delle noci'. — Va con *cúgnulu* di Moita st. signif., che già il REW. 2375 accoglie s. culliola con *ŧ-l* dissimilato in *ñ-l* giusta l'AGIt. XIV 145 § 80. Ma mentre la forma di Morita mostra scambio di suff. e rimozione d'accento, *-'ulu* invece di *-ólu*, quella di Porta continua la base diminut. latina, ma al sing.

79. *Cunfórtu* 'banchetto funebre, fatto fra tutti i parenti ed amici che son venuti nella casa del morto'. — È curioso che la stessa accezione di 'ristoro', dello stomaco soltanto, abbia oggi il tosc. *confortino*, mentre nella voce côrsa è di certo prevalente il valore morale, come si vede anche nel sinonimo *rimédiu*.

80. *Cuscôgliulu* cc. e cism., d'ord. fm. *-a*, pl. *-e* 'avanzi o gusci delle castagne, delle noci e sim., dopo che si son tolti i frutti'; fig. *-a* 'cosa o persona piccola, meschina e misera'. — Corrisponde al gall. *kuskuǵa* 'brusaglia', log. *kuskużu* 'cigliatura, mondiglia' e col caratteristico svolgimento sardo di *-sk-* in *-rk-*, log. *kirkużu*, *kerkużu*, *-olu* 'sterpo, fruscolo, legna minuta' v. le mie Postille in Misc. Ascoli 237 e Wagner RDR. II 99. Da cuscŭlium + suff. di dim. *-'ulu*, come accoglie anche il REW. 2424.

81. *Cutrógliulu* cism. Campile 'verme d'acqua dolce, lungo un palmo e più, sottile che pare un filo bianco, che dà i dolori di corpo all'uomo e alle bestie'. Ne deriva *accutrogliulatu* 'che ha mangiato il *c*'. — Si tratta, a mio avviso, di un derivato di curtus per via di -oniu-lu, v. Nr. 53 n, come a dire *curt-oniulu, donde con la metatesi di *r*, cfr. Nr. 64, *cutroniulu, che appare nel sost. *cutrógnulu* 'sasso tondeggiante' (1), a cui corrisponde la nostra voce con *ñ-l* assimilato in *ŧ-l*. Quanto al significato di 'verme' lungo come una sottil biscia, è da tener presente quei derivati di *curtio* REW. 2420 che dicono appunto 'serpe, biscia'; e va ricordato altresì che il lucch., che ha tante convenienze col côrso, dice *corso boddaglio* per 'verme d'acqua', che può essere ragguagliato a cursor, ma che io non disgiungerei dalla serie dell'it. *scorzone*, log. *iskurtone*, canav., berg. *skürs*, a. pav. *scurço* e sim., ritenendolo un'estrazione di *scorzone*.

(1) Alla stessa base riverrà con scambio di suff. il lucch. *cotrọzzolo*, *-ssọlo* 'ciottolo', cosa o persona di forme tozze, AGIt. XII 129.

82. *Dèspa* cc. 'caffo, dispari' — Puro genovesismo, cfr. *dęspa* dispar REW. 2673, ma a Centuri *dispu* con incrocio del genov. *dęspa* e dell'it. *dispari*, a cui dovrà il genere maschile.

83. *Diccéppu* com. 'effetto del dissodamento di un terreno, che perciò d'incolto o coperto di macchie diviene colto'. — Deverbale di **dicceppare*, dove *di-* ha ufficio di *dis-*, come in *diboscare, dibruscare, dibramare, dicervellare* e sim. (1), e dice 'levar le macchie' in quanto che *céppu* corrisponde all'it. *ceppa* 'gruppo di radici' da *cĭppus* REW. 1935. Sinonimo di *fá un diccéppu* è *adebbiá*, tal quale il tosc. *addebbiare, debbiare* 'abbruciare sul terreno legni e sterpi per ingrassarlo', sost. *debbio* 'abbruciamento ecc.', v. Pieri, Supp. AGIt. V 146. Altro sinonimo è *affuciná* 'bruciare in qua e là della legna e dei ceppi nelle stoppie e nei *diccéppi* per fertilizzare la terra spargendo le ceneri', bel derivato d'impronta nostrana da *fucina*.

84. *Diddóra* oltr. Sartene 'alloro'. — Nelle altre parti dell'isola *alóru, all-*, e anche *arifógliu, or-*, cfr. a. gen. *orofoeuggiu*, od. *ofögu* REW. 4943. La forma sartenese proviene da una formazione con l'agglutinazione della preposizione *di*, come a dire *bacca di alloro, bacca di'llora* cfr. it. *orbacca*, che ci dà ragione della desinenza fm. *-a*, e poi come di norma in questa zona col doppio *-ll-* in *-ḍḍ-*, *diddòra*.

85. *Èscitu* 'piccola dissenteria', cc. Ersa 'sterco della beccaccia', e accanto: *àscita, ùscitu* st. signif. — Illusoria la derivazione da exire, che v'entra solo indirettamente. Si tratta infatti di un derivato di *vescia* 'loffa' con la caduta del V- ed avvicinamento ad *uscí, ascí* 'uscire', a cui deve l'*u-* o l'*a-* iniziale. La desinenza *-'itu* è nell'analogia dei part. pass. in -'itu, suff. che nel côrso come nel sardo ha particolare vitalità quale derivatore di sostantivi. Cfr. fra gli altri *cáschita* nel modo avv. *di c-* 'alla caduta', *cáschite* pl. fm. 'occasioni' da *cascá* 'cadere', *chèrsita* 'richiesta' dal part. pass. *chérsu* da *chère* 'chiedere', da agg. al REW. 6923 s. quaerere.

(1) Formazioni analoghe ci offre il Vocab. côrso: *diccimá* Centuri 'tagliare la cima di un albero, svettare, potare', che è l'a. tosc. *dicimare* 'levar la cima, spuntare'; *dicceŕbá* 'cogliere le frutta acerbe'.

OSPEDALE MAGGIORE DI MILANO
SEZIONE DI MEDICINA INTERNA DIRETTA DAL DOTT. PROF. EDOARDO BONARDI

CONTRIBUTO ALLA CONOSCENZA DELL'ANAFILASSI IDATIDEA

Nota del dott. prof. EDOARDO BONARDI

(Adunanza del 27 maggio 1915)

In una comunicazione del 13 dicembre 1907 della Soc. med. des Hôpitaux i sigg. dottori *Chauffard* e *Boidin* avevano sostenuto che gli incidenti gravi, talora gravissimi e perfino mortali che sopravvengono all'incisione od alla semplice puntura capillare di cisti da echinococco, *sono fenomeni di natura anafilattica*. Il paziente sensibilizzato reagisce violentemente, con fenomeni locali e generali, che possono giungere fino all'esito letale, per la penetrazione di minime quantità di liquido idatideo nel cavo peritoneale. E ciò anche quando lo stesso liquido idatideo è privo di ogni potere tossico iniettato in animali non sensibilizzati.

Gli stessi autori riuscirono a dare una base sperimentale alla loro ipotesi, con una serie di ricerche comunicate in ristretto alla *Societé de Biologie* di Parigi (1).

Gli autori operarono con liquido idatideo umano, di tossicità nulla, che ridussero, nel vuoto pneumatico a 1/10 del suo volume e che fu dimostrato sterile. Ridotto a simile concentrazione il liquido si mostrò tossico per le cavie, che morivano in un tempo variabile da 1 a 5 giorni per iniezione intraperitoneale di 10 cc.^{3} del concentrato.

Una serie di cavie furono sensibilizzate con dosi non mortali di concentrato idatideo umano, variabile da 2 a 3 cc.^{3}. Tredici giorni dopo la iniezione le cavie furono provate per via intracerebrale, con cc.^{3} 0,4 dello stesso liquido, e mentre i controlli rimanevano pressochè indifferenti, le cavie sensibilizzate

---

(1) CHAUFFARD, BOIDIN et LAROCHE, *Anaphylaxie hydatique expérimentale*, Comp. rend. heb. de la Soc. de Biologie, 13 novembre 1909, p. 499 e seg.

furono, dopo 3 minuti, assalite da brividi intensi, da convulsioni generali, da accessi di tosse. Dopo sei minuti gli animali erano paraplegici, inerti, senza alcuna reazione agli stimoli, con perdita delle orine e delle feci.

Il giorno susseguente una nuova inoculazione intracerebrale rinnovò gli stessi fenomeni nei soggetti sensibilizzati, mentre una terza prova, dopo una settimana, rimase inattiva.

***

È oggi ben noto che i vermi intestinali, tanto nematelminti che platielminti (ascaridi, anchilostomi, tenie), secernono sostanze tossiche a cui l'*organismo oppone degli anticorpi, la ricerca dei quali viene ad avere un notevole valore diagnostico*, specialmente per quei casi, come le cisti da echinococco, che non sono sempre diagnosticabili in base alla comune semiologia.

E fu primo il nostro *Guedini* (1) che seguendo il metodo di *Bordet* e *Gengou*, col sangue di ammalati di echinococco del fegato, operati, ottenne *risultati nettamente positivi.*

Le ricerche di *Guedini* furono controllate su larga scala, in svariati casi di elmintiasi, e seguendo sempre il metodo della deviazione del complemento secondo *Bordet* e *Gengou* dagli osservatori francesi *Weinberg* e *Parvu* (2), i quali ottennero risultati positivi in circa il 50 °/₀ dei casi studiati.

Più tardi il *Weinberg* inseriva negli Annali dell'Istituto Pasteur un esauriente studio sulla siero-diagnosi dell'echinococco (3), adoperando come antigeno il liquido idatideo umano, o meglio, della pecora, il siero di sangue del paziente in cui si sospetta l'idatide, il complemento di cavia, i globuli rossi di pecora ed un siero emolitico. Si procede rapidamente nel seguente modo: in un primo tubetto cc.³ 1,7 di soluzione fisiologica, cc.³ 0,2 di siero umano non riscaldato, cc.³ 0,1 di liquido idatigeno, cc.³ 1 di globuli rossi pecora. In altri tre tubetti, mantenendo costanti gli altri reagenti, si aumenta il liquido idatigeno rispettivamente a cc.³ 2, cc.³ 3 e cc.³ 4 mentre si diminuisce la soluzione fisiologica a cc.³ 1,6 cc.³ 1,5 cc.³ 1,4.

(1) *Ricerche sul siero di sangue di malati di echinococco del fegato.* Gazzetta degli Ospedali e delle Cliniche, 1906 N. 153, 1907 N. 6 e 45.

(2) *Réation de Bordet et Gengou dans les helminthiases.* C. R. Soc. Biologie, 17 ottobre 1908, p. 798.

(3) *Séro-diagnostic de l'echinococcose.* Ann. de l'Institut Pasteur, T. XXIII, N. 6, 25 giugno 1909, p. 472 e seg.

Il miscuglio di soluzione fisiologica, siero umano e liquido idatideo si mantiene un'ora nel termostato a 37, poi lo si addiziona dei globuli rossi di montone.

Nello stesso modo si trattano i tubetti di controllo con siero indifferente, nei quali si verifica l'emolisi, mentre essa manca nei casi in cui si tratta di un paziente, fornitore del siero, affetto da cisti da echinococco.

In un altro importante studio dello stesso *Weinberg* è indagato l'*indice antitriptico* del siero di sangue di malato in cui già sia confermata la diagnosi generica di echinococco. Perocchè, secondo Weinberg, l'*alto indice antitriptico* significherebbe, con sufficiente sicurezza, *echinococco suppurato* (1).

Passiamo allo studio del nostro importantissimo caso.

Zani Luigi, di anni 40, meccanico, coniugato con prole, nato a Rosato, domiciliato a Milano.

Nel gentilizio si nota: padre cardiopatico, ma vivente; madre morta di emorragia cerebrale. Di dieci tra fratelli e sorelle, sette sono morti al disotto dei due anni per forme mal definite dal paziente; sono viventi e sani un fratello e due sorelle, minori. Il paziente fu allevato con allattamento misto. Ebbe però discreta l'infanzia, la fanciullezza e l'adolescenza. La gioventù fu invece, avventurosa e strapazzata. Passò quattro anni nel nostro esercito e partecipò, come volontario, alla guerra ispano-americana e greco-turca del 1896. Viaggiò fra stenti e privazioni, l'America, l'India e il Giappone.

Ammogliatosi a 30 anni la moglie ebbe due parti prematuri e quattro bambini viventi e sani.

Forme morbose pregresse: la *malaria* a 19 anni, durata un anno e mezzo in più riprese; la *sifilide* a 34 anni. In quest'ultimo anno, disimpegnando le mansioni di *chaffeur*, il paziente conduceva spesso in vettura due grossi cani danesi, coi quali aveva molta confidenza.

Nel 1914 il paziente fu accolto per alcuni giorni in sala Biffi, ove fu diagnosticata una pleurite essudativa destra. Pare che di quella forma non sia guarito completamente perchè il paziente afferma di essere, da parecchi mesi, affetto da un *dolore profondo* che gli trafigge il torace destro dall'ipocondrio alla spalla, dolore che si esacerba nei movimenti, nelle inspirazioni profonde, che è associato ad ambascia di respiro, qualche colpo di tosse, senso di oppressione, di occupazione al lato destro del petto, scarso espettorato mucoso, biancastro.

(1) *Recherche des substances antitriptiques dans le sang des porteurs de kiste hydatique.* C. R. Soc. de Biologie 23 ottobre 1909.

Per l'insistenza di codesta sindrome il paziente fu accolto in sala S. Fedele il 2 marzo 1915 ed assegnato al letto N. 2, ove rimase fino al 14 aprile quando fu trasportato al padiglione chirurgico Litta per un intervento.

Stato presente del 3 marzo.

Paziente di bassa statura (m. 1,59), del peso di 62 chilogr., sviluppo scheletrico e muscolare regolare, alquanto deperito, decubito sul fianco sinistro, apiretico (36,6), polso piccolo, alquanto raro (58); 30 respiri al minuto, obbliqui, brevi, con senso di oppressione profonda al torace destro e dolore muto. Nulla di importante al *capo* ed al *collo*.

Il *torace* destro appare alquanto sfiancato in basso; la semicirconferenza toracica basilare destra supera di cent. 2 $^1/_2$ la semicirconferenza sinistra. Escursioni respiratorie ampie a sinistra, oblique e scarse a destra in alto, abolite a destra in basso.

Il fremito toraco vocale è conservato anteriormente bilateralmente, e nella parte alta del cavo ascellare destro e posteriormente fino a metà della scapola. *In tutto il resto dell'aia respiratoria destra il fremito è abolito.*

Percussione con suono alto, chiaro, a sinistra ed a destra anteriormente, mentre posteriormente il suono chiaro, breve, si ha soltanto in alto fino alla spina della scapola.

In basso, lateralmente, posteriormente tutto il torace destro dà suono ottuso, con marcato senso di resistenza. Però *nessuna variazione della linea di demarcazione dell'ottusità si verifica colle mutazioni di decubito.* Non v'è traccia di triangolo paravertebrale opposto o sintoma di Grocco. L'esame palpatorio e percussorio della regione degli apici polmonari bilateralmente nulla fa rilevare di importante all'infuori di una leggera iperfonesi nelle fosse sotto e sopraclaveari. Il livello ed il contorno degli apici non appaiono sensibilmente modificati.

L'ascoltazione, *a sinistra,* non fa rilevare che una certa asprezza in tutto l'ambito, con qualche sibilo e ronco e colle scosse della tosse, qualche rantolo a medie e piccole bolle. A destra, dalla metà della scapola in basso, silenzio assoluto, quanto a murmure respiratorio; si percepisce un lontano soffio a tipo anforico, più che broncofonico. Nessuna traccia di soffio dolce, nè di fenomeno del Baccelli. In alto il respiro è aspro e scarso, non interciso, con qualche scarso rantolo bollare umido, emergente colla tosse; ma non gruppi di rantoletti crepitanti.

Il cuore è spostato in toto e leggermente ruotato, con

sensibile conseguente aumento del diametro trasversale. Rinforzato il 2° tono sulla polmonare. Null' altro di importante.

L' esame dell' addome dimostra una *sensibile ipermegalia epatica*, con bordo epatico debordante di due dita trasverse sulla mammillare, piuttosto duro, liscio, uniforme. La linea di ottusità epatica superiore così assoluta che relativa, non è determinabile e, lateralmente e posteriormente, l' ottusità epatica si continua colla soprastante ottusità polmonare.

Gli altri organi addominali non presentano alterazioni apprezzabili. *Estremità, colonna vertebrale, sistema nervoso*, nulla di anormale. *Orine* piuttosto abbondanti, variabili da 2000 a 2500 cc.[3], tenuto conto di due litri di latte nella dieta. Pallide, limpide, acide, densità 1019, assente l' albumina, lo zucchero, i pigmenti biliari e del sangue; sensibile urobilinuria; urea gr. 11.90 ‰. *Feci* formate, alcaline, con molti cristalli di fosfato triplo, globetti di grasso, fibre carnee a strie trasversali conservate. *Nessun uovo di elminti.*

Furono eseguiti *tre esami emometrici e citometrici del sangue.*

Il primo, del 4 marzo, diede il seguente referto:

Emoglobina	87 %
Globuli rossi	4.600.000
Globuli bianchi	12.000

Formula leucocitaria.

Polinucleati neutrofili	43
Mononucleati	20
Linfociti	19
Eosinofili	16
Mast-zellen	0
Forme di passaggio	2

Un secondo esame, del 10 marzo, riguardante la sola formula leucocitaria. diede:

Polinucleati neutrofili	49
Mononucleati	19
Linfociti	14
Eosinofili	14
Mast-zellen	1
Forme di passaggio	3

Non furono riscontrati globuli embrionali, o nucleati, o colorabili a fresco; non policromatofilia; non globuli sudanofili.

Questo ultimo referto negativo ha notevole importanza in quanto ottenuto dopo la prima puntura capillare della cisti del polmone destro, durante l'alta temperatura che poteva interpretarsi anche come indice di suppurazione idatidea.

Il *basso indice antitriplico*, secondo l'accennata indicazione del *Weinberg*, veniva così a confortare il significato dell'assenza di *sudanofilia*, significato di esclusione di una intervenuta suppurazione della cisti da echinococco. Aggiungo subito che l'insorgenza, come stiamo per dire, di una violenta pleurite essudativa destra, iniziatasi poche ore dopo la puntura della cisti, spiegava la febbre, con quella speciale linea termica, a modeste remissioni, assai meglio dell'ipotesi di un intercorrente suppurazione idatidea.

Riferiamo, per ultimo, il *referto radioscopico* quale ci è stato trasmesso dal valente radiologo dell'Ospedale maggiore dott. L. Parola.

I due terzi inferiori del torace destro sono occupati da un'ombra intensa, uniforme, che si continua in basso coll'ombra del fegato e che è limitata superiormente da un margine lievemente ascendente dall'interno all'esterno, sfumato, irregolare.

Il mediastino è sensibilmente spostato verso sinistra.

Le escursioni respiratorie, normali a sinistra, sono completamente abolite a destra.

In base agli esami fatti e brevemente riassunti nelle pagine precedenti, abbiamo emesso il giudizio che l'ottusità toracica destra non potesse dipendere, nè da un versamento pleurico libero, nè da una epatizzazione od altro processo di addensamento del parenchima polmonare, ma dovesse ascriversi ad una raccolta saccata, piuttosto ampia, comprimente il polmone e con tutta probabilità ad una *ciste di echinococco del polmone*, primitiva di quest'organo, mentre nulla autorizzava una provenienza epatica dell'idatide. Guidati da codesto concetto diagnostico abbiamo praticato una prima puntura esplorativa alla base destra, nel 9° spazio intercostale, sulla ascellare posteriore. Senza alcuna aspirazione la siringa si riempì di *un liquido di aspetto di acqua limpida*, privo di albumina, a Rivalta negativo e nel quale, malgrado lunga centrifugazione, non si riuscì a scoprire *nè piccole cisti figlie*, *nè uncini*, nè tavole di colesterina ecc. Però l'aspetto del liquido, decisa-

mente acquoso, di una limpidezza, di una trasparenza assoluta, aveva, per chi ha una lunga esperienza di fronte ad un fatto morboso non raro, *un valore diagnostico sicuro.* E dopo l'esame di quel liquido, la conferma del nostro giudizio precedente di *ciste da echinococco del polmone destro la ritenemmo sicura.*

Pleurite anafilattica. — Dopo circa tre ore dalla puntura esplorativa il paziente fu assalito da un intenso brivido che si ripetè, meno forte, varie volte, a cui tenne dietro rapido innalzamento di temperatura fino a 39°.6, con vivo dolore al costato destro, dispnea, ortopnea accessionale, polso frequente e piccolo (104), cianosi, scosse di tosse secca.

Alla visita del mattino susseguente, (10 marzo) i fenomeni palpatorii, percussorii ed ascoltatorii a destra apparvero profondamente modificati per la *formazione di un abbondante essudato pleurico che ricopriva la più profonda ottusità idatidea,* spingendosi in alto fino alla spina della scapola, con aumento dell'emicirconferenza toracica basilare destra di ben 6 centimetri in confronto della corrispondente emicirconferenza di sinistra.

La puntura esplorativa, ripetuta nel 9° spazio, sull'ascellare posteriore, estrasse un liquido bianco - rossiccio, torbidiccio, semitrasparente, con Rivalta positivo, fortemente albuminoso e che, centrifugato, si mostrò ricco di polinucleati, di emazie fresche, con qualche cellula endoteliale vacuolizzata. Poichè la rapidissima formazione dell'essudato, la pressione, lo spostamento del cuore, minacciavano la vita del paziente, si dovette procedere all'estrazione parziale di circa un litro di liquido. Con soddisfazione nostra e sollievo del paziente, la porzione rimasta si riassorbì spontaneamente tantochè, due giorni dopo, alla visita del 12 marzo, il *cavo pleurico destro era pressochè libero ed il torace destro riprese le condizioni anteriori alla violenta e fugace pleurite essudativa.* E colla scomparsa dell'essudato cessò anche la febbre che era andata gradatamente scemando.

Avendo noi ventilato la opportunità di un trattamento medico dell'idatide col metodo, ben noto, del Baccelli, volemmo vedere se la sensibilizzazione del paziente al liquido idatideo fosse diminuita. Ed avendo, nel mese di degenza del paziente in sala S. Fedele, dopo il primo incidente anafilattico, *tentato*

due altre volte la puntura esplorativa della ciste, ottenendone sempre lo stesso limpidissimo liquido acquoso, a tutte e due le punture sussegui la sindrome sopradescritta, forse un po' meno violenta nei fenomeni generali, ma con *rapida formazione di nuovo essudato pleurico abbondantissimo* che si dovette parzialmente evacuare, mentre la parte rimasta si riassorbiva rapidamente. Di fronte a codesta triplice violenta reazione anafilattica, per una semplice puntura capillare, prevedendo che l'evacuazione di una ciste ampia e profonda con un grosso traquarti avrebbe determinato fatti reattivi più gravi, consegnammo il paziente al primario chirurgico dirigente il padiglione Litta, con cui le nostre sale mediche sono in rapporti regolamentari di reciproca dipendenza. Ciò avvenne il 14 aprile u. s.

L'intervento chirurgico confermò pienamente la nostra diagnosi di natura e di sede della cisti da echinococco. Negli ultimi giorni di degenza nel nostro servizio fu eseguito un terzo esame globulimetrico del sangue, ottenendo la seguente formula leucocitaria:

Polinucleati neutrofili	50
Eosinofili	11
Mononucleati	21
Linfociti	16
Mast-zellen	0
Forme di passaggio	2

La *cutireazione* alla tubercolina, eseguita due volte, produsse *una debole reazione tardiva*.

La reazione del Wassermann, ancorchè il paziente abbia detto e confermato di aver contratto, sei anni addietro, un' *ulcera dura*, diede risultato negativo.

Adunanza del 10 Giugno 1915

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. DEL GIUDICE

VICE PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Briosi, Brugnatelli, Del Giudice, Gabba B., Gobbi, Jorini, Jung, Mangiagalli, Menozzi, Minguzzi, Murani, Novati, Paladini, Pascal C., Sala, Salvioni C., Taramelli, Villa, Vivanti, Zuccante.

E i SS. CC.: Brizi, Carrara, Coletti, Gabba L. jun., Grassi, Guarnerio, Jona, Supino C., Supino F., Volpe, Volta.

Giustificano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE.: Celoria, presidente, Forlanini, Gabba L. senior, Lattes, Sajno, Vidari E. e, per ragioni d'ufficio, Golgi.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Dietro invito del presidente, il segretario della Classe di scienze matematiche e naturali, prof. Murani, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto. Esse sono, per la Classe di lettere e scienze morali e storiche, le seguenti:

Documenti diplomatici presentati al Parlamento italiano dal Ministro degli affari esteri (Sonnino) nella seduta del 20 maggio 1915. Austria-Ungheria. Roma. 1915.

Lombardia (La) nel risorgimento italiano. Bollettino trimestrale del Comitato regionale lombardo della Società naz. per la storia del risorgimento italiano. Anno 1, 1914, N. 1... Milano, 1914...

Codice diplomatico dell'Università di Pavia, raccolto ed ordinato dal sac. dott. Rodolfo Maiocchi. Vol. 1 (1361-1400). Pavia, 1905, omaggio della tipogr. succ. F.lli Fusi.

E per la Classe di scienze matematiche e naturali:

Pascal A. A. Maire. L'oeuvre scientifique de Blaise Pascal. Bibliographie critique et analyse de tous les travaux qui s'y rapportent. Pavia, 1915.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Ulisse Gobbi discorre *Sulla misura del vantaggio che il consumatore ritrae da uno scambio.*

Il M. E. prof. Livio Minguzzi prende ad argomento d'una sua nota: *L'* animus *nei trattati internazionali.*

Il S. C. prof. Pier Enea Guarnerio riassume brevemente la serie IIIª delle sue *Note etimologiche córse.*

Il prof. Giovanni Rotondi, non essendo potuto intervenire all'adunanza, ha inviato un breve sunto della sua nota, che vien letta dal segretario. La nota, dal titolo: *La* derelictio servi *nel diritto giustinianeo ultimo*, era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze politiche e giuridiche.

Il dott. A. M. Pizzagalli riassume brevemente un suo scritto *Sulla mitologia del Pañcatantra*: anche questo scritto era stato ammesso alla lettura dalla Sezione di storia e filologia.

Nuova dimostrazione del teorema di Poincaré sulle caratteristiche topologiche di una superficie, è il titolo di una nota di Giulio Andreoli, ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche. Di questa nota — poichè non è potuto l'Andreoli intervenire all'adunanza — discorre brevemente il M. E. prof. Vivanti.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata.

Il presidente ricorda all'Istituto che, a mente dell'articolo 10 del Regolamento organico, conviene procedere alla designazione del Membro effettivo, che terrà il discorso inaugurale nell'adunanza solenne del prossimo venturo gennaio. Il discorso inaugurale nell'adunanza solenne del passato gennaio fu tenuto da un Membro effettivo della Classe di lettere e scienze morali e storiche; sicchè tocca ora a un Membro della Classe di scienze matematiche e naturali l'onore della designazione. Se l'Istituto, come ha mostrato di volere altra volta, anche questa volta crede di affidare alla presidenza la proposta, il presidente è lieto di annunciare che la presidenza, unanime, propone che sia designato il M. E. senatore prof. Giuseppe Colombo, il quale, interpellato, ha dichiarato che accetterebbe volentieri. L'Istituto approva a unanimità.

È all'ordine del giorno la seconda votazione per la nomina di un Membro effettivo nella Sezione di scienze mediche. Fatto lo spoglio delle schede, scrutatori i MM. EE. Gabba Bassano e Taramelli, risulta che nessuno dei candidati ha ottenuto il numero di voti richiesto dal Regolamento per essere eletto.

Onde a norma dello stesso Regolamento (art. 15, penultimo comma), l'elezione è rimandata a sei mesi.

Segue, nell'ordine del giorno, la votazione per la nomina di Soci corrispondenti nella Sezione di scienze politiche e giuridiche. Fatto lo spoglio delle schede, scrutatori i MM. EE. Pascal e Villa, risultano eletti i professori Lodovico Barassi della r. Università di Genova, Carlo Longo della r. Università di Pavia, Arrigo Solmi della r. Università di Pavia.

L'adunanza è sciolta alle ore 15.30.

Il Presidente
P. DEL GIUDICE

Il Segretario
G. ZUCCANTE

SUL CALCOLO DELLE VARIAZIONI
PER IL CASO DI UN INTEGRALE DOPPIO

Nota del Prof. GIUSEPPE USAI

(*Adunanza del 27 maggio 1915*)

In una recente comunicazione al Reale Istituto Lombardo [1] io trattai delle condizioni necessarie e sufficienti per l'indipendenza dal parametro ν dell'espressione $\int \Phi \, d\nu$ ove Φ contenga due funzioni $x \, y$ della ν con le derivate di qualunque ordine k estendendo al riguardo dei procedimenti già usati dal Kobb, Kneser, Radon e Vivanti [2] per il caso di una funzione contenente le derivate non superiori alle seconde. Le condizioni di indipendenza da me poi trovate costituivano un sistema speciale di equazioni alle derivate parziali alle quali avevo già dedicato degli studi anteriori [3].

---

[1] G. USAI, *Sulle condizioni di indipendenza di un'integrale semplice dal parametro*; R. Istituto Lombardo, Milano, Adunanza 14 Gennaio 1915 Rend. Vol. 48, pag. 77.

[2] G. KOBB, *Sur les maxima et les minima des integrales doubles*. Acta Mathematica t. XVI (1892-93) pp. 65-140; t. XVII (1893) pp. 321-43.

A. KNESER, *Lehrbuch der Variationsrechnung* (Braunschweig, Vieweg 1900).

J. RADON, *Ueber einige Fragen betreffend die Theorie der maxima und minima mehrfächer Integrale* Monatshefte für Mathematik und Physik. t. XXII 1911 pp. 53-63.

G. VIVANTI, *Sull'equazione di Eulero per gli integrali multipli*. Rendiconti Circolo Matem. di Palermo 1912, t. XXXIII, pp. 268-274.

G. VIVANTI, *Sul calcolo delle variazioni degli integrali multipli*. Annali di Matematica pura ed applicata (1913). Tomo XX, Serie III pag. 49 e seguenti.

[3] G. USAI, *Sopra un tipo speciale di equaz. a derivate parziali*. Giornale di Battaglini (1914) Vol. 53.

G. USAI, *Sull'integrazione di un sistema completo di equazioni a derivate parziali e omogeneo*. Giornale di Battaglini (1915).

Al momento attuale io tratto il caso di un integrale doppio in cui l'espressione integranda Φ venga a contenere tre funzioni x_1, x_2, x_3 di due parametri ν_1, ν_2 con le derivate sino alle terze e con tale studio ho speranza di poter agevolare il compito a chi voglia fare il passaggio (che però non è immediato) al caso generale di $n+1$ funzioni con n variabili.

2. — L'integrale da considerarsi è ora:

$$I = \iint \Phi\,(x_i, x_{ih}, x_{ihk}, x_{ihkl})\, d\nu_1\, d\nu_2$$

ove:

$$x_{ih} = \frac{\partial x_i}{\partial \nu_h} \qquad x_{ihk} = \frac{\partial^2 x_i}{\partial \nu_h\, \partial \nu_k} \qquad x_{ihkl} = \frac{\partial^3 x_i}{\partial \nu_h\, \partial \nu_k\, \partial \nu_l} \qquad \begin{matrix} i = 1.2.3 \\ h, k, l = 1.2. \end{matrix}$$

Il procedimento per determinare le condizioni alle quali deve soddisfare la Φ è perfettamente analogo a quello usato dal Vivanti [1] pel caso delle derivate seconde, onde io non credo opportuno fare una trattazione dettagliata ma darò i risultati essenziali.

Ricavo quindi facilmente la:

$$(1) \quad \Phi\left(f_i\,(\nu), \frac{\partial f_i\,(\nu)}{\partial \nu_h}, \frac{\partial^2 f_i\,(\nu)}{\partial \nu_h\, \partial \nu_k}, \frac{\partial^3 f_i\,(\nu)}{\partial \nu_h\, \partial \nu_k\, \partial \nu_l}\right) =$$

$$= \Phi\left(g_i\,(w), \frac{\partial g_i\,(w)}{\partial w_h}, \frac{\partial^2 g_i\,(w)}{\partial w_h\, \partial w_k}, \frac{\partial^3 g_i\,(w)}{\partial w_h\, \partial w_k\, \partial w_l}\right) \frac{d\,(w_1\, w_2)}{d\,(\nu_1\, \nu_2)}$$

dalla quale con i soliti calcoli:

$$\Phi + \Sigma \sum_{ihkl} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \gamma_i + \frac{\partial \Phi}{\partial x_{ih}} \frac{\partial \gamma_i}{\partial \nu_h} + \frac{\partial \Phi}{\partial x_{ihk}} \frac{\partial^2 \gamma_i}{\partial \nu_h\, \partial \nu_k} + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial \Phi}{\partial x_{ihkl}} \frac{\partial^3 \gamma_i}{\partial \nu_h\, \partial \nu_k\, \partial \nu_l}\right] = \left[\Phi + \varepsilon \sum_{r=1}^{2} \sigma_r \frac{\partial \psi}{\partial \nu_r}\right] \left[1 + \varepsilon \sum_r \frac{\partial \sigma_r}{\partial \nu_r}\right]$$

$$h \leq k \leq l$$

ed in queste rappresentanti un'immediata generalizzazione di due espressioni del Vivanti le $f_i, g_i, \gamma_i, \sigma_r$ hanno i significati stabiliti da tale autore.

Successivamente si ricava la:

$$\sum_{rihkl} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \sigma_r\, x_{ir} + \frac{\partial \Phi}{\partial x_{ih}} \left(\sigma_r\, x_{irh} + \frac{\partial \sigma_r}{\partial \nu_h}\, x_{ir}\right) + \right.$$

[1] D'ora avanti mi riferirò sempre alla Nota « *Sulle variazioni degli integrali doppi* ».

$$+ \frac{\partial \Phi}{\partial x_{ihk}} \left(\sigma_r \, x_{irhk} + \frac{\partial \sigma_r}{\partial \nu_h} x_{irk} + \frac{\partial \sigma_r}{\partial \nu_k} x_{irh} + \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial \nu_h \, \partial \nu_k} x_{ir} \right) +$$

$h \leq k \leq l$ (2)

$$+ \frac{\partial \Phi}{\partial x_{ihkl}} \left(\sigma_r \, x_{irhkl} + \frac{\partial \sigma_r}{\partial \nu_l} x_{irhk} + \frac{\partial \sigma_r}{\partial \nu_h} x_{irkl} + \frac{\partial \sigma_r}{\partial \nu_k} x_{irhl} + \right.$$

$$+ \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial \nu_h \, \partial \nu_l} x_{irk} + \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial \nu_k \, \partial \nu_l} x_{irh} + \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial \nu_h \, \partial \nu_k} x_{irl} +$$

$$\left. + \frac{\partial^3 \sigma_r}{\partial \nu_h \, \partial \nu_k \, \partial \nu_l} x_{ir} \right] = \Phi \sum_r \frac{\partial \sigma_r}{\partial \nu_r} + \sum_r \sigma_r \frac{\partial \psi}{\partial \nu_r} \quad i = 1, 2, 3 \; r, h, k, l = 1, 2 \quad h \leq k \leq l.$$

Identificando ora rispetto alle σ e alle loro derivate abbiamo in riguardo ai coefficienti di σ_r:

$$\sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} x_{ir} + \sum_{ih} \frac{\partial \Phi}{\partial x_{ih}} x_{ihr} + \sum_{\substack{ihk \\ h \leq k}} \frac{\partial \Phi}{\partial x_{ihk}} x_{ihkr} +$$

$$+ \sum_{\substack{ihkl \\ h \leq k \leq l}} \frac{\partial \Phi}{\partial x_{ihkl}} x_{ihklr} = \frac{\partial \psi}{\partial \nu_r} \qquad r = 1, 2$$

e queste rappresentano identità.

In riguardo poi alle derivate delle σ, se indichiamo con X_{rr} i coefficienti della $\frac{\partial \sigma_r}{\partial \nu_r}$ nel primo membro della (2), con X_{rs} i coefficienti della $\frac{\partial \sigma_r}{\partial \nu_s}$, X_{rst}, X_{rstu} quelli relativi alle $\frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial \nu_s \, \partial \nu_t}$, $\frac{\partial^3 \sigma_r}{\partial \nu_s \, \partial \nu_t \, \partial \nu_u}$, troviamo le seguenti relazioni:

$$X_{11} \Phi = \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i1}} x_{i1} + 2 \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i11}} x_{i11} + \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i12}} x_{i12} +$$

$$+ 3 \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i111}} x_{i111} + 2 \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i112}} x_{i112} + \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i122}} x_{i122} = \Phi$$

(3)

$$X_{22} \Phi = \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i2}} x_{i2} + 2 \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i22}} x_{i22} + \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i12}} x_{i21} +$$

$$+ 3 \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i222}} x_{i222} + 2 \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i122}} x_{i212} + \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i112}} x_{i211} = \Phi$$

$$X_{12}\,\Phi = \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i2}} x_{i1} + 2\sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i22}} x_{i12} + \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i12}} x_{i11} +$$

$$+ 3\sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i222}} x_{i122} + 2\sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i122}} x_{i112} + \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i112}} x_{i111} = 0$$

$$(4)$$

$$X_{21}\,\Phi = \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i1}} x_{i2} + 2\sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i11}} x_{i21} + \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i12}} x_{i22} +$$

$$+ 3\sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i111}} x_{i211} + 2\sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i112}} x_{i212} + \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i122}} x_{i222} = 0$$

$$X_{111}\,\Phi = \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i11}} x_{i1} + 3\sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i111}} x_{i11} + \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i112}} x_{i12} = 0$$

$$X_{112}\,\Phi = \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i12}} x_{i1} + 2\sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i112}} x_{i11} + 2\sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i122}} x_{i12} = 0$$

$$X_{122}\,\Phi = \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i22}} x_{i1} + \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i122}} x_{i11} + 3\sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i222}} x_{i12} = 0 \quad (5)$$

$$X_{211}\,\Phi = \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i11}} x_{i2} + 2\sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i111}} x_{i21} + \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i112}} x_{i22} = 0$$

$$X_{212}\,\Phi = \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i12}} x_{i2} + 2\sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i112}} x_{i21} + \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i122}} x_{i22} = 0$$

$$X_{222}\,\Phi = \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i22}} x_{i2} + \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i122}} x_{i21} + 3\sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i222}} x_{i22} = 0$$

$$X_{1111}\,\Phi = \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i111}} x_{i1} = 0 \qquad X_{2111} = \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i111}} x_{i2} = 0$$

$$X_{1112}\,\Phi = \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i112}} x_{i1} = 0 \qquad X_{2112} = \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i112}} x_{i2} = 0$$

$$(6)$$

$$X_{1122}\,\Phi = \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i122}} x_{i1} = 0 \qquad X_{2122} = \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i122}} x_{i2} = 0$$

$$X_{1222}\,\Phi = \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i222}} x_{i1} = 0 \qquad X_{2222} = \sum_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_{i222}} x_{i2} = 0$$

e la funzione:

$$\Phi = \Phi\,(x_i\,,\ x_{ih},\ x_{ihk}\,,\ x_{ihkl})$$

contiene variabili in numero di:

$$3 + 6 + 9 + 12 = 30.$$

Dovendo ora integrare tale sistema, incominciamo prima di tutto coll'integrare le (6).

A tal uopo teniamo presenti che le notazioni del Vivanti nel caso nostro particolare:

$$(n = 2, i = 3) \qquad \xi_1 = (-1)^{2+1-1} \frac{\partial (x_2, x_3)}{\partial (\nu_1, \nu_2)}$$

$$\xi_2 = (-1)^{2+1-2} \frac{\partial (x_1, x_3)}{\partial (\nu_1, \nu_2)} \qquad \xi_3 = (-1)^{2+1-3} \frac{\partial (x_1, x_2)}{\partial (\nu_1, \nu_2)}$$

si riducono alle:

$$(a) \qquad \xi_1 = x_{21}\, x_{32} - x_{22}\, x_{31} \qquad \xi_2 = x_{31}\, x_{12} - x_{32}\, x_{11}$$

$$\xi_3 = x_{11}\, x_{22} - x_{12}\, x_{21}$$

mentre le Ω_{ih} diventano:

$$\Omega_{11} = \xi_1\, x_{111} + \xi_2\, x_{211} + \xi_3\, x_{311} \quad \Omega_{12} = \xi_1\, x_{112} + \xi_2\, x_{212} + \xi_3\, x_{312}$$

$$\Omega_{22} = \xi_1\, x_{122} + \xi_2\, x_{222} + \xi_3\, x_{322}$$

ed introduciamo inoltre le nuove espressioni:

$$\Omega_{111} = \xi_1\, x_{1111} + \xi_2\, x_{2111} + \xi_3\, x_{3111}$$

$$\Omega_{112} = \xi_1\, x_{1112} + \xi_2\, x_{2112} + \xi_3\, x_{3112}$$

$$\Omega_{122} = \xi_1\, x_{1122} + \xi_2\, x_{2122} + \xi_3\, x_{3122}$$

$$\Omega_{222} = \xi_1\, x_{1222} + \xi_2\, x_{2222} + \xi_3\, x_{3222}.$$

Dopo di ciò non è difficile vedere che i: $3 + 6 + 9 + 4 = 22 = 30 - 8$ integrali:

$$x_i, x_{ih}, x_{ihk}, \quad \Omega_{111}, \Omega_{112}, \Omega_{122}, \Omega_{222} \quad i = 1.2.3 \quad h, k = 1.2$$

formano un sistema indipendente per le (6) le quali avranno così per integrale generale la funzione arbitraria:

$$\Phi = F(x_i, x_{ih}, x_{ihk}, \Omega_{111}, \Omega_{112}, \Omega_{122}, \Omega_{222}).$$

Vediamo allora come in virtù di quest' ultima si trasformano le (3) (4) (5). Segue:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} = \frac{\partial F}{\partial x_i} \qquad \frac{\partial \Phi}{\partial x_{ih}} = \frac{\partial F}{\partial x_{ih}} + \sum_{lmn} \frac{\partial F}{\partial \Omega_{lmn}} \frac{\partial \Omega_{lmn}}{\partial x_{ih}}$$

$$l \leq m \leq n$$

onde:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_{ih}} = \frac{\partial F}{\partial x_{ih}} + \sum_{jlmn} \frac{\partial F}{\partial \Omega_{lmn}} \frac{\partial \xi_j}{\partial x_{ih}}\, x_{jlmn}$$

Inoltre:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_{ihk}} = \frac{\partial F}{\partial x_{ihk}} \qquad \frac{\partial \Phi}{\partial x_{ilmn}} = \frac{\partial F}{\partial \Omega_{lmn}} \xi_i$$

e quindi la $X_{11} \Phi$ diventa (indicando con Y_{11} la nuova espressione):

$$Y_{11} F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i1}} x_{i1} + \sum_{\substack{ijlmn \\ l \leq m \leq n}} \frac{\partial F}{\partial \Omega_{lmn}} \frac{\partial \xi_j}{\partial x_{i1}} x_{jlmn} x_{i1} + 2 \sum \frac{\partial F}{\partial x_{i11}} x_{i11} +$$

$$+ \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i12}} x_{i12} + 3 \sum_i \frac{\partial F}{\partial \Omega_{111}} \xi_i \, x_{i111} + 2 \sum_i \frac{\partial F}{\partial \Omega_{112}} \xi_i \, x_{i112} +$$

$$+ \sum_i \frac{\partial F}{\partial \Omega_{122}} \xi_i \, x_{i122} = F$$

ossia, essendo: $\sum_i \frac{\partial \xi_j}{\partial x_{i1}} x_{i1} = \xi_j \qquad \sum_i \xi_j \, x_{jlmn} = \Omega_{lmn}$

$$Y_{11} \mathrm{F} = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i1}} x_{i1} + \sum_{lmn} \frac{\partial F}{\partial \Omega_{lmn}} \Omega_{lmn} + 2 \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i11}} x_{i11} +$$

$$+ \sum \frac{\partial F}{\partial x_{i12}} x_{i12} + 3 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{111}} \Omega_{111} + 2 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{112}} \Omega_{112} + \frac{\partial F}{\partial \Omega_{122}} \Omega_{122} = F$$

che potremo anche scrivere:

$$Y_{11} F = \sum \frac{\partial F}{\partial x_{i1}} x_{i1} + 2 \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i11}} x_{i11} + \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i12}} x_{i12} +$$

$$+ 4 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{111}} \Omega_{111} + 3 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{112}} \Omega_{112} + 2 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{122}} \Omega_{122} + \frac{\partial F}{\partial \Omega_{222}} \Omega_{222} = F$$

e con calcolo analogo troviamo che la X_{22} si riduce alla:

$$Y_{22} F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i2}} x_{i2} + 2 \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i22}} x_{i22} + \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i21}} x_{i21} +$$

$$+ 4 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{222}} \Omega_{222} + 3 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{122}} \Omega_{122} + 2 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{112}} \Omega_{112} + \frac{\partial F}{\partial \Omega_{111}} \Omega_{111} = F$$

la quale come si vede, si ha dalla precedente con lo scambio degli indici 1 e 2 notando che evidentemente $x_{ihk} = x_{ikh}$ $\Omega_{lmn} = \Omega_{lnm} = \Omega_{mln}$ etc....

La stessa sostituzione fatta sulla $X_{12}\,\Phi$ dà:

$$Y_{12}\,F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i2}} x_{i1} + \sum_{\substack{ijlmn \\ l \leq m \leq n}} + \frac{\partial F}{\partial \Omega_{lmn}} \frac{\partial \xi_j}{\partial x_{i2}} x_{jlmn}\, x_{i1} +$$

$$+ 2 \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i22}} x_{i12} + \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i12}} x_{i11} + 3 \sum_i \frac{\partial F}{\partial \Omega_{222}} \xi_i\, x_{i122} +$$

$$+ 2 \sum_i \frac{\partial F}{\partial \Omega_{122}} \xi_i\, x_{i112} + \sum_i \frac{\partial F}{\partial \Omega_{112}} \xi_i\, x_{i111} = 0.$$

Ma per proprietà note sui determinanti si ha:

$$\sum_i \frac{\partial \xi_j}{\partial x_{i2}} x_{i1} = 0$$

e resta quindi:

$$Y_{12}\,F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i2}} x_{i1} + 2 \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i22}} x_{i12} + \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i12}} x_{i11} +$$

$$+ 3 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{222}} \Omega_{122} + 2 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{122}} \Omega_{112} + \frac{\partial F}{\partial \Omega_{112}} \Omega_{111} = 0$$

e con lo scambio di 1 e 2 si ha l'altra delle (4):

$$Y_{21}\,F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i2}} x_{i2} + 2 \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i11}} x_{i21} + \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i21}} x_{i22} +$$

$$+ 3 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{111}} \Omega_{112} + 2 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{112}} \Omega_{122} + \frac{\partial F}{\partial \Omega_{122}} \Omega_{222} = 0$$

La prima delle (5) dà:

$$Y_{111}\,F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i11}} x_{i1} + 3 \sum_i \frac{\partial F}{\partial \Omega_{111}} \xi_i\, x_{i11} + \sum_i \frac{\partial F}{\partial \Omega_{112}} \xi_i\, x_{i12} = 0$$

pari alla:

$$Y_{111}\,F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i11}} x_{i2} + 3 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{111}} \Omega_{11} + \frac{\partial F}{\partial \Omega_{112}} \Omega_{12} = 0$$

e similmente per le altre:

$$Y_{112}\,F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i12}} x_{i1} + 2 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{112}} \Omega_{11} + 2 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{122}} \Omega_{12} = 0$$

$$Y_{122}\,F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i22}} x_{i1} + \frac{\partial F}{\partial \Omega_{122}} \Omega_{11} + 3 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{222}} \Omega_{12} = 0$$

$$Y_{211} F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i11}} x_{i2} + 3 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{111}} \Omega_{12} + \frac{\partial F}{\partial \Omega_{112}} \Omega_{22} = 0$$

$$Y_{212} F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i12}} x_{i2} + 2 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{112}} \Omega_{12} + 2 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{122}} \Omega_{22} = 0$$

$$Y_{222} F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i22}} x_{i2} + \frac{\partial F}{\partial_{122} \Omega} \Omega_{12} + 3 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{222}} \Omega_{22} = 0$$

li riduciamo ora quindi ad integrare il sistema:

$$Y_{11} F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i1}} x_{i1} + 2 \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i11}} x_{i11} + \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i12}} x_{i12} +$$

$$+ 4 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{111}} \Omega_{111} + 3 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{112}} \Omega_{112} + 2 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{122}} \Omega_{122} + \frac{\partial F}{\partial \Omega_{222}} \Omega_{222} = F$$

(7)

$$Y_{22} F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i2}} x_{i2} + 2 \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i22}} x_{i22} + \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i21}} x_{i21} +$$

$$+ 4 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{222}} \Omega_{222} + 3 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{122}} \Omega_{122} + 2 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{112}} \Omega_{112} + \frac{\partial F}{\partial \Omega_{111}} \Omega_{111} = F$$

$$Y_{12} F = \sum \frac{\partial F}{\partial x_{i2}} x_{i1} + 2 \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i22}} x_{i12} + \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i12}} x_{i11} +$$

$$+ 3 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{222}} \Omega_{122} + 2 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{122}} \Omega_{112} + \frac{\partial F}{\partial \Omega_{112}} \Omega_{111} = 0$$

(8)

$$Y_{21} F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i1}} x_{i2} + 2 \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i11}} x_{i21} + \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i21}} x_{i22} +$$

$$+ 3 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{111}} \Omega_{112} + 2 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{112}} \Omega_{122} + \frac{\partial F}{\partial \Omega_{122}} \Omega_{122} = 0$$

$$Y_{111} F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i11}} x_{i1} + 3 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{111}} \Omega_{11} + \frac{\partial F}{\partial \Omega_{112}} \Omega_{12} = 0$$

$$Y_{112} F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i12}} x_{i1} + 2 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{112}} \Omega_{11} + 2 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{122}} \Omega_{12} = 0$$

$$Y_{122} F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i22}} x_{i1} + \frac{\partial F}{\partial \Omega_{122}} \Omega_{11} + 3 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{222}} \Omega_{12} = 0$$

(9)

$$Y_{211} F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i11}} x_{i2} + 3 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{111}} \Omega_{12} + \frac{\partial F}{\partial \Omega_{112}} \Omega_{22} = 0$$

$$Y_{212} F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i12}} x_{i2} + 2 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{112}} \Omega_{12} + 2 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{122}} \Omega_{22} = 0$$

$$Y_{222} F = \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_{i22}} x_{i2} + \frac{\partial F}{\partial \Omega_{122}} \Omega_{12} + 3 \frac{\partial F}{\partial \Omega_{222}} \Omega_{22} = 0$$

e la funzione $F(x_i, x_{ih}, x_{ihk}, \Omega_{111}, \Omega_{112}, \Omega_{122}, \Omega_{222})$ contiene 22 variabili.

Tale sistema (7) (8) (9) coincide nel numero perfettamente colle equazioni (3) (4) (5) date dal Vivanti pel caso ben inteso di $n = 2$, $i = 3$; e di più tale accordo sussiste anche per la forma delle nostre equazioni che sono più generali: basta infatti supporre che nella funzione vengano a sparire le derivate terze (e quindi le $\Omega_{111} \ldots$) perchè le Y_{11}, Y_{22} coincidano colle due X_{rr} (Vivanti), le Y_{12}, Y_{21} colle due X_{rs} e le Y_{111}, $Y_{112} \ldots\ldots$ colle U_{rst}.

Queste considerazioni portano di conseguenza che (come può verificarsi direttamente) le equazioni omogenee (8) e (9) e inoltre la $Y_{11} F - Y_{22} F = 0$ ammettano fra i loro integrali indipendenti le soluzioni già trovate da Vivanti cioè le x_i ξ_i S_{ij} essendo:

$$S_{ij} = \sum_h \Omega_{hh} M^2_{ijh} + 2 \sum_{\substack{hk \\ h<k}} \Omega_{hk} M_{ijh} M_{ijk} \qquad M_{ijl} = (-1)^{i+j-1} \frac{\partial \xi_i}{\partial x_{jl}}$$

e quindi nel caso nostro particolare:

$$S_{12} = \Omega_{11} x_{32}^2 + \Omega_{22} x_{31}^2 - 2 \Omega_{12} x_{32} x_{31}$$
$$S_{13} = \Omega_{11} x_{22}^2 + \Omega_{22} x_{21}^2 - 2 \Omega_{12} x_{22} x_{21}$$
$$S_{23} = \Omega_{11} x_{12}^2 + \Omega_{22} x_{11}^2 - 2 \Omega_{12} x_{12} x_{11}$$

Posto ciò incominciamo coll'integrare il sistema delle equazioni (9).

Abbiamo bisogno di $22 - 6 = 16$ integrali indipendenti dei quali 12 sono immediati cioè le x_i, x_{ih}, S_{12}, S_{13}, S_{23}: abbiamo quindi ancora da cercare 4 integrali i quali troveremo mediante le Ω_{111}, Ω_{112}, Ω_{122}, Ω_{222} col procedimento seguente [1].

Si osservi che la Ω_{111} è integrale per le Y_{112}, Y_{122}, Y_{212}, F_{222} mentre non lo è per le altre delle (9) giacchè si ha:

$$Y_{111} \Omega_{111} = 3 \Omega_{11} \qquad\qquad Y_{211} \Omega_{111} = 3 \Omega_{12}$$

e poichè le Ω_{ih} sono da ritenersi costanti perchè soluzioni delle (9) (come si vede subito) ci basterà considerare come in-

---

[1] È questo un'estensione del procedimento a coefficienti indeterminati già da me usato nella Nota del Giornale di Battaglini (II.ª delle menzionate) e nella Nota dell'Istituto Lombardo.

tegrale cercato l'espressione:

$$\Omega_{111} - 3\,A\,\Omega_{11} - 3\,B\,\Omega_{12}$$

purchè sia: $Y_{111}\,A = 1$ $\qquad Y_{211}\,B = 1$

e inoltre le A, B sieno tali da annullarsi per l'applicazione su di esse rispettivamente di tutte le Y diverse dalla Y_{111} e di tutte le Y diverse dalla Y_{211}.

Basterà allora prendere:

$$A = \frac{x_{211}\,x_{32} - x_{311}\,x_{22}}{\xi_1}\,, \quad \frac{x_{311}\,x_{12} - x_{111}\,x_{32}}{\xi_2}\,, \quad \frac{x_{111}\,x_{22} - x_{211}\,x_{12}}{\xi_3}$$

$$B = \frac{x_{311}\,x_{21} - x_{211}\,x_{31}}{\xi_1}\,, \quad \frac{x_{111}\,x_{31} - x_{311}\,x_{11}}{\xi_2}\,, \quad \frac{x_{211}\,x_{11} - x_{111}\,x_{21}}{\xi_3}$$

Ci serviremo della notazione: $[x_{rst}\,x_{uv}] = x_{rst}\,x_{uv} - x_{ust}\,x_{rv}$ e prenderemo inoltre per valori di A, B le frazioni con denominatore ξ_2. Si ricava quindi l'integrale (1):

$$T_{111} = \Omega_{111} - 3\,\frac{\Omega_{11}}{\xi_2}\,[x_{311}\,x_{12}] - 3\,\frac{\Omega_{12}}{\xi_2}\,[x_{111}\,x_{31}]$$

ottenuto così mediante la Ω_{111}. Similmente per la Ω_{112} si osservi che essa soddisfa tutte le Y a tre indici meno che alle

---

(1) Si sono scelte le frazioni con denominatore ξ_2 per comodità in quantochè nel passaggio al caso particolare dall'integrale semplice la ξ_2 si riduce alla $x_1 = \dfrac{dx}{dv}$ e l'espressione T_{111} viene, come si vedrà in seguito, ad esser sostituita dalla φ_1. (Vedi Nota Ist. Lombardo). Per le frazioni suddette si osservi poi che fissati i denominatori i numeratori sono determinati di conseguenza e ciò mediante le:

$$A = \frac{[x_{i+1,11}\;x_{i+2,2}]}{\xi_i} \qquad B = \frac{[x_{i+2,11}\;x_{i+4,1}]}{\xi_i}$$

con la convenzione:
che gli indici prendano i valori della permutazione circolare 1, 2, 3 ossia per esempio se $i = 3$ $\;i + 1 = 4 = 1$; se $i = 2$ $\;i + 4 = 6 = 3$ e così via.

Le espressioni di C, D, E che seguono possono porsi nella forma:

$$C = 2\,\frac{[x_{i+1,12}\;x_{i+2,2}]}{\xi_i} \quad D = \frac{[x_{i+1,11}\;x_{i+2,2}]}{\xi_i} + $$
$$+ 2\,\frac{[x_{i+2,12}\;x_{i+4,1}]}{\xi_i} \quad E = \frac{[x_{i+2,11}\;x_{i+4,1}]}{\xi_i}\,.$$

Y_{111}, Y_{112}, Y_{211}, Y_{212} per cui si ha:

$Y_{111}\Omega_{112}=\Omega_{12}$ $\quad Y_{112}\Omega_{112}=2\Omega_{11}$ $\quad Y_{211}\Omega_{112}=\Omega_{22}$ $\quad Y_{212}\Omega_{112}=2\Omega_{12}$

onde dovremo stabilire un'espressione:

$$\Omega_{112}-C\,\Omega_{11}-D\,\Omega_{12}-E\,\Omega_{22}$$

in modo che:

$Y_{112}\,C=2$ e per le altre Y sia $YC=0$

$Y_{111}\,D=1$ $\quad U_{212}\,D=2$ " " $YD=0$

$Y_{211}\,E=1$ " " $YE=0$

Non è difficile allora riscontrare che si può prendere:

$$C=2\frac{[x_{212}\,x_{32}]}{\xi_1},\ 2\frac{[x_{312}\,x_{12}]}{\xi_2},\ 2\frac{[x_{112}\,x_{22}]}{\xi_3}$$

$$D=\frac{[x_{211}\,x_{32}]}{\xi_1}+2\frac{[x_{312}\,x_{21}]}{\xi_1},\ \frac{[x_{311}\,x_{12}]}{\xi_2}+$$

$$+\ 2\frac{[x_{112}\,x_{31}]}{\xi_2},\ \frac{[x_{111}\,x_{22}]}{\xi_3}+2\frac{[x_{212}\,x_{11}]}{\xi_3}$$

$$E=\frac{[x_{311}\,x_{21}]}{\xi_1},\ \frac{[x_{111}\,x_{31}]}{\xi_2},\ \frac{[x_{211}\,x_{11}]}{\xi_3}.$$

onde, avremo un secondo integrale nell'espressione:

$$T_{112}=\Omega_{112}-2\frac{[x_{312}\,x_{12}]}{\xi_2}\,\Omega_{11}-\frac{\Omega_{12}}{\xi_2}\,\{[x_{311}\,x_{12}]+$$

$$+\ 2\,[x_{112}\,x_{31}]\}-\frac{\Omega_{22}}{\xi_2}\,[x_{111}\,x_{31}]\,.$$

Altri due integrali si possono avere con un procedimento analogo sulle espressioni Ω_{122}, Ω_{222} ma noi possiamo ricavarli immediatamente dai due già trovati mediante lo scambio degli indici 1 e 2 e lasciando fissi gli indici 3 [1].

---

[1] Ciò appunto avviene nel passaggio dall' una all'altra delle due espressioni (generatrici degli integrali):

$$\Omega_{112}=\xi_1\,x_{1112}+\xi_2\,x_{2112}+\xi_3\,x_{3112}$$
$$\Omega_{122}=\xi_1\,x_{1122}+\xi_2\,x_{2122}+\xi_3\,x_{3122}$$

tenendo presente che con lo scambio degli indici 1 e 2, ξ_1 si muta in ξ_2, la ξ_2 in ξ_1 e la ξ_3 resta inalterata come si vede dalle *(a)*.

Così dalla T_{112} ricaviamo:

$$\Omega_{122} - 2\frac{[x_{321}\,x_{21}]}{\xi_1}\,\Omega_{22} - \frac{\Omega_{12}}{\xi_1}\{[x_{322}\,x_{21}] +$$

$$+ 2[x_{221}\,x_{32}]\} - \frac{\Omega_{11}}{\xi_1}[x_{222}\,x_{32}] \qquad (b)$$

e similmente dalla T_{111}:

$$\Omega_{222} - 3\frac{\Omega_{22}}{\xi_1}[x_{322}\,x_{21}] - 3\frac{\Omega_{12}}{\xi_1}[x_{222}\,x_{32}] \qquad (c)$$

Se vogliamo però che in tali integrali compaia al denominatore la ξ_2 in luogo della ξ_1 basta osservare che poichè le (9) applicate sulle frazioni:

$$\frac{[x_{321}\,x_{21}]}{\xi_1},\quad \frac{[x_{322}\,x_{21}]}{\xi_1},\quad \frac{[x_{221}\,x_{32}]}{\xi_1},\quad \frac{[x_{222}\,x_{32}]}{\xi_1}$$

rendono i numeratori o nulli o uguali al denominatore verranno a dare lo stesso risultato che applicate rispettivamente sulle:

$$\frac{[x_{121}\,x_{31}]}{\xi_2},\quad \frac{[x_{122}\,x_{31}]}{\xi_2},\quad \frac{[x_{321}\,x_{12}]}{\xi_2},\quad \frac{[x_{322}\,x_{12}]}{\xi_2}$$

le quali si hanno dalle precedenti oltre che collo scambio del denominatore anche colla permutazione circolare dei soli primi indici nelle x del numeratore.

Avremo quindi che in luogo degli integrali *(b)* e *(c)* potremo prendere le espressioni:

$$T_{122} = \Omega_{122} - 2\frac{[x_{121}\,x_{31}]}{\xi_2}\,\Omega_{22} -$$

$$- \frac{\Omega_{12}}{\xi_2}\{[x_{122}\,x_{31}] + 2[x_{321}\,x_{12}]\} - \frac{\Omega_{11}}{\xi_2}[x_{322}\,x_{12}]$$

$$T_{222} = \Omega_{222} - 3\frac{\Omega_{22}}{\xi_2}[x_{122}\,x_{31}] - 3\frac{\Omega_{12}}{\xi_2}[x_{322}\,x_{12}].$$

Le 4 espressioni T_{111}, T_{112}, T_{122}, T_{222} sono indipendenti sia dagli integrali precedenti come fra loro in quantochè esse contengono una Ω_{ijh} (e quindi tre derivate terze) non contenute nelle precedenti.

Abbiamo quindi trovato il sistema di soluzioni indipendenti per le (9) le quali avranno così per integrale generale la funzione arbitraria:

$$F = G(x_i,\, x_{ih},\, S_{12},\, S_{13},\, S_{23},\, T_{111},\, T_{112},\, T_{122},\, T_{222})$$

in cui:

$$S_{12} = \Omega_{11}\, x_{32}^{2} + \Omega_{22}\, x_{31}^{2} - 2\, \Omega_{12}\, x_{32}\, x_{31}$$
$$S_{13} = \Omega_{11}\, x_{22}^{2} + \Omega_{22}\, x_{21}^{2} - 2\, \Omega_{12}\, x_{22}\, x_{21}$$
$$S_{23} = \Omega_{11}\, x_{12}^{2} + \Omega_{22}\, x_{11}^{2} - 2\, \Omega_{12}\, x_{12}\, x_{11}$$

$$T_{111} = \Omega_{111} - 3\, \frac{\Omega_{11}}{\xi_2}\, [x_{311}\, x_{12}] - 3\, \frac{\Omega_{12}}{\xi_2}\, [x_{111}\, x_{31}] \tag{10}$$

$$T_{112} = \Omega_{112} - 2\, \frac{\Omega_{11}}{\xi_2}\, [x_{312}\, x_{12}] -$$
$$- \frac{\Omega_{12}}{\xi_2}\, \{[x_{311}\, x_{12}] + 2\, [x_{112}\, x_{31}]\} - \frac{\Omega_{22}}{\xi_2}\, [x_{111}\, x_{31}]$$

$$T_{122} = \Omega_{122} - 2\, \frac{\Omega_{22}}{\xi_2}\, [x_{121}\, x_{31}] -$$
$$- \frac{\Omega_{12}}{\xi_2}\, \{[x_{122}\, x_{31}] + 2\, [x_{321}\, x_{12}]\} - \frac{\Omega_{11}}{\xi_2}\, [x_{322}\, x_{12}]$$

$$T_{222} = \Omega_{222} - 3\, \frac{\Omega_{22}}{\xi_2}\, [x_{122}\, x_{31}] - 3\, \frac{\Omega_{12}}{\xi_2}\, [x_{322}\, x_{12}].$$

Vediamo ora di determinare la funzione arbitraria G in modo che siano soddisfatte le (7) e (8).

Dovrà essere per la prima di esse:

$$Y_{11}\, F = \sum_{i} \frac{\partial G}{\partial x_i}\, Y_{11}(x_i) + \sum_{ih} \frac{\partial G}{\partial x_{ih}}\, Y_{11}(x_{ih}) + \sum_{lm} \frac{\partial G}{\partial S_{lm}}\, Y_{11}(S_{lm}) +$$
$$+ \sum_{\alpha\beta\gamma} \frac{\partial G}{\partial T_{\alpha\beta\gamma}}\, Y_{11}(T_{\alpha\beta\gamma}) = G.$$

Ma si ha subito:

$$Y_{11}(x_i) = 0 \qquad Y_{11}(x_{i1}) = x_{i1} \qquad Y_{11}(x_{i2}) = 0 \qquad Y_{11}(\xi_i) = \xi_i$$
$$Y_{11}(\Omega_{11}) = 3\,\Omega_{11} \qquad Y_{11}(\Omega_{12}) = 2\,\Omega_{12} \qquad Y_{11}(\Omega_{22}) = \Omega_{22}$$

e quindi facilmente:

$$Y_{11}(S_{12}) = 3\, S_{12} \qquad Y_{11}(S_{13}) = 3\, S_{13} \qquad Y_{11}(S_{23}) = 3\, S_{23}.$$

Inoltre si ha pure:

$$Y_{11}(\Omega_{111}) = 4\,\Omega_{111} \qquad Y_{11}(\Omega_{112}) = 3\,\Omega_{112} \qquad Y_{11}(\Omega_{122}) = 2\,\Omega_{122} \qquad Y_{11}(\Omega_{222}) = \Omega_{222}$$

$$Y_{11}\left(\frac{1}{\xi_2}\right) = -\frac{1}{\xi_2} \qquad Y_{11}[x_{311}\, x_{12}] = 2\,[x_{311}\, x_{12}] \qquad Y_{11}[x_{111}\, x_{31}] = 3\,[x_{111}\, x_{31}]$$

$$Y_{11}[x_{312}\, x_{12}] = [x_{312}\, x_{12}] \qquad Y_{11}[x_{112}\, x_{31}] = 2\,[x_{112}\, x_{31}]$$

$$Y_{11}[x_{112}\, x_{31}] = 2\,[x_{112}\, x_{31}] \qquad Y_{11}[x_{122}\, x_{31}] = [x_{122}\, x_{31}] \qquad Y_{11}[x_{322}\, x_{12}] = 0$$

ed allora con facili calcoli e semplificazioni immediate risulta:

$$Y_{11}(T_{111}) = 4\,\Omega_{111} - 12\,\frac{\Omega_{11}}{\xi_2}\,[x_{311}\,x_{12}] - 12\,\frac{\Omega_{12}}{\xi_2}\,[x_{111}\,x_{31}]$$

ossia:

$$Y_{11}(T_{111}) = 4\,T_{111}$$

ed in modo simile si ricava:

$$Y_{11}(T_{112}) = 3\,T_{112} \qquad Y_{11}(T_{122}) = 2\,T_{122} \qquad Y_{11}(T_{222}) = T_{222}\,.$$

Avremo quindi che la Y_{11} diventa: (chiamando Z le trasformazioni delle Y):

$$Z_{11}\,G = \sum_i \frac{\partial G}{\partial x_{i1}}\,x_{i1} + 3\,\frac{\partial G}{\partial S_{12}}\,S_{12} + 3\,\frac{\partial G}{\partial S_{13}}\,S_{13} + 3\,\frac{\partial G}{\partial S_{23}}\,S_{23} + 4\,\frac{\partial G}{\partial T_{111}}\,T_{111} +$$
$$+ 3\,\frac{\partial G}{\partial T_{112}}\,T_{112} + 2\,\frac{\partial G}{\partial T_{122}}\,T_{122} + \frac{\partial G}{\partial T_{222}}\,T_{222} = G.$$

Collo scambio poi degli indici 1 e 2 lasciando fissi gli indici 3 si perverrà alla trasformata dalla Y_{22} cioè: [1]

$$Z_{22}\,G = \sum_i \frac{\partial G}{\partial x_{i2}}\,x_{i2} + 3\,\frac{\partial G}{\partial S_{12}}\,S_{12} + 3\,\frac{\partial G}{\partial S_{13}}\,S_{13} + 3\,\frac{\partial G}{\partial S_{23}}\,S_{23} + 4\,\frac{\partial G}{\partial T_{222}}\,T_{222} +$$
$$+ 3\,\frac{\partial G}{\partial T_{122}}\,T_{122} + 2\,\frac{\partial G}{\partial T_{112}}\,T_{112} + \frac{\partial G}{\partial T_{111}}\,T_{111} = G.$$

Vediamo ora la trasformazione della Y_{12}.

Si ha:

$$Y_{12}(x_i) = 0 \qquad Y_{12}(x_{i2}) = x_{i1} \qquad Y_{12}(x_{i1}) = 0 \qquad Y_{12}(\xi_i) = 0$$
$$Y_{12}(\Omega_{11}) = 0 \qquad Y_{12}(\Omega_{12}) = \Omega_{11} \qquad Y_{12}(\Omega_{22}) = 2\,\Omega_{12}$$

e quindi facilmente si trova;

$$Y_{12}(S_{12}) = Y_{12}(S_{13}) = Y_{12}(S_{23}) = 0$$

come già si sapeva.

Inoltre:

$$Y_{11}\left(\frac{1}{\xi_2}\right) = 0 \quad Y_{12}(\Omega_{111}) = 0 \quad Y_{12}(\Omega_{112}) = \Omega_{111} \quad Y_{12}(\Omega_{122}) = 2\,\Omega_{112}$$
$$Y_{12}(\Omega_{222}) = 3\,\Omega_{122} \qquad Y_{12}[x_{311}\,x_{12}] = [x_{311}\,x_{11}] \qquad Y_{12}[x_{111}\,x_{31}] = 0$$

[1] Osserva che con tali scambi la S_{12} è trasformata in sè stessa, la S_{13}, S_{23} sono trasformate l'una nell'altra come risulta dalle (10).

$$Y_{12}[x_{312}x_{12}] = [x_{311}x_{12}] + [x_{312}x_{11}] \quad Y_{12}[x_{112}x_{31}] = [x_{111}x_{31}]$$
$$Y_{12}[x_{112}x_{31}] = [x_{111}x_{31}]$$
$$Y_{12}[x_{122}x_{31}] = 2[x_{112}x_{31}] \quad Y_{12}[x_{322}x_{12}] = 2[x_{312}x_{12}] + [x_{322}x_{11}]$$

onde, sostituendo e riducendo: [1]

$$Y_{12}T_{111} = 0$$

e similmente con facili calcoli si perviene alle:

$$Y_{12}T_{112} = T_{111} \qquad Y_{12}T_{122} = 2T_{112} \qquad Y_{12}T_{222} = 3T_{122}$$

onde la $Y_{12}F$ si trasformerà nella:

$$Z_{12}G = \sum_i \frac{\partial G}{\partial x_{i2}} x_{i1} + \frac{\partial G}{\partial T_{112}} T_{111} + 2\frac{\partial G}{\partial T_{122}} T_{112} + 3\frac{\partial G}{\partial T_{222}} T_{122} = 0$$

e scambiando gli indici 1 e 2 avremo l'altra:

$$Z_{21}G = \sum_i \frac{\partial G}{\partial x_{i1}} x_{i2} + \frac{\partial G}{\partial T_{122}} T_{222} + 2\frac{\partial G}{\partial T_{112}} T_{122} + 3\frac{\partial G}{\partial T_{111}} T_{112} = 0.$$

Ci siamo quindi ora ridotti ad un sistema di 4 equazioni, due non omogenee e due omogenee, ossia:

$$\left.\begin{aligned} Z_{11}G = \sum_i \frac{\partial G}{\partial x_{i1}} x_{i1} + 3\frac{\partial G}{\partial S_{12}} S_{12} + 3\frac{\partial G}{\partial S_{13}} S_{13} + 3\frac{\partial G}{\partial S_{23}} S_{23} + 4\frac{\partial G}{\partial T_{111}} T_{111} + \\ + 3\frac{\partial G}{\partial T_{112}} T_{112} + 2\frac{\partial G}{\partial T_{122}} T_{122} + \frac{\partial G}{\partial T_{222}} T_{222} = G \\ Z_{22}G = \sum_i \frac{\partial G}{\partial x_{i2}} x_{i2} + 3\frac{\partial G}{\partial S_{12}} S_{12} + 3\frac{\partial G}{\partial S_{13}} S_{13} + 3\frac{\partial G}{\partial S_{23}} S_{23} + \frac{\partial G}{\partial T_{111}} T_{111} + \\ + 2\frac{\partial G}{\partial T_{112}} T_{112} + 3\frac{\partial G}{\partial T_{122}} T_{122} + 4\frac{\partial G}{\partial T_{222}} T_{222} = G \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

$$\left.\begin{aligned} Z_{12}G = \sum_i \frac{\partial G}{\partial x_{i2}} x_{i1} + \frac{\partial G}{\partial T_{112}} T_{111} + 2\frac{\partial G}{\partial T_{122}} T_{112} + 3\frac{\partial G}{\partial T_{222}} T_{122} = 0 \\ Z_{21}G = \sum_i \frac{\partial G}{\partial x_{i1}} x_{i2} + 3\frac{\partial G}{\partial T_{111}} T_{112} + 2\frac{\partial G}{\partial T_{112}} T_{122} + \frac{\partial G}{\partial T_{122}} T_{222} = 0 \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

e la funzione:

$$G = G(x_i, x_{ih}, S_{12}, S_{13}, S_{23}, T_{111}, T_{112}, T_{122}, T_{222})$$

contiene 16 variabili.

[1] Si tenga presente la: $[x_{rst}\, x_{uv}] + [x_{ust}\, x_{rv}] = 0.$

Per integrare questo sistema incominciamo a considerare, in luogo della seconda delle (11), la:

$$Z_{11}G - Z_{22}G = \sum_i \frac{\partial G}{\partial x_{i1}} x_{i1} - \sum_i \frac{\partial G}{\partial x_{i2}} x_{i2} + 3\frac{\partial G}{\partial T_{111}} T_{111} + \frac{\partial G}{\partial T_{112}} T_{112} - \\ - \frac{\partial G}{\partial T_{122}} T_{122} - 3\frac{\partial G}{\partial T_{222}} T_{222} = 0 \tag{13}$$

avente per sistema ausiliario:

$$\frac{dx_{l1}}{x_{l1}} = \frac{dx_{m2}}{-x_{m2}} = \frac{dT_{111}}{3\,T_{111}} = \frac{dT_{112}}{T_{112}} = \frac{dT_{122}}{-T_{122}} = \frac{dT_{222}}{-3T_{222}}$$
$$l, m = 1.2.$$

Si ricavano quindi subito i 9 integrali $x_i\ \xi_i\ S_{12}\ S_{13}\ S_{23}$ i quali tutti oltre che verificare la (13) dovranno evidentemente soddisfare anche le equazioni (12).

Consideriamo ora le espressioni:

$$(d)\qquad \begin{array}{l} T_{111}\, x_{r_2 2}\, x_{s_2 2}\, x_{t_2 2} \\ T_{112}\, x_{r_2 2}\, x_{s_2 2}\, x_{t_1 1} \\ T_{122}\, x_{r_2 2}\, x_{s_1 1}\, x_{t_1 1} \\ T_{222}\, x_{r_1 1}\, x_{s_1 1}\, x_{t_1 1}. \end{array}$$

Esse sono per qualunque valore degli indici $r_1\ r_2\ s_1\ s_2\ t_1\ t_2$ integrali indipendenti per la (13) ed in particolare facendo tali indici uguali ad 1 si trova:

$$T_{111}x_{12}^3 \qquad T_{112}x_{12}^2 x_{11} \qquad T_{122}x_{12}x_{11}^2 \qquad T_{222}x_{11}^3.$$

Vediamo ora che risultato dà la sostituzione di tali espressioni nelle $Z_{12}\ Z_{21}$. Abbiamo:

$$Z_{12}(T_{111}x_{12}^3) = 3\,T_{111}x_{12}^2 x_{11}$$
$$Z_{12}(T_{111}x_{12}^2 x_{11}) = T_{111}x_{12}^2 x_{11} + 2\,T_{112}x_{12}x_{11}^2$$
$$Z_{12}(T_{111}x_{12}x_{11}^2) = 2\,T_{112}x_{12}x_{11}^2 + T_{122}x_{11}^3$$
$$Z_{12}(T_{222}x_{11}^3) = 3\,T_{122}x_{11}^3$$
$$Z_{21}(T_{111}x_{12}^3) = 3\,T_{112}x_{12}^3$$
$$Z_{21}(T_{112}x_{12}^2 x_{11}) = 2\,T_{122}x_{12}^2 x_{11} + T_{112}x_{12}^3$$
$$Z_{21}(T_{122}x_{12}x_{11}^2) = T_{222}x_{12}x_{11}^2 + 2\,T_{122}x_{12}^2 x_{11}$$
$$Z_{21}(T_{222}x_{11}^3) = 3\,T_{222}x_{11}^2 x_{12}$$

ed allora è subito visto che la combinazione

$$T_{111}x_{12}^3 - 3\,T_{112}x_{12}^2 x_{11} + 3\,T_{122}x_{12}x_{11}^2 - T_{222}x_{11}^3$$

è integrale sia per la (13) che per la (12).

Similmente sono integrali le combinazioni:

$$T_{111}x_{22}^3 - 3\,T_{112}x_{22}^2x_{21} + 3\,T_{122}x_{22}x_{21}^2 - T_{222}x_{21}^3$$
$$T_{111}x_{32}^3 - 3\,T_{112}x_{32}^2x_{31} + 3\,T_{122}x_{32}x_{31}^2 - T_{222}x_{31}^3\,.$$

Questi ultimi tre integrali insieme coi 9 precedenti formano un sistema di 12 integrali per le equazioni (12) e (13) ma poichè $16 - 3 = 13$ occore ancora un ultimo integrale al quale però non mi fu possibile arrivare mediante combinazione delle (d) con scelta opportuna degli indici.

Mi son servito perciò anche qui di un procedimento indiretto a coefficienti indeterminati nel seguente modo.

Se l'espressione:

$$I = A\,T_{111} + B\,T_{112} + C\,T_{122} + D\,T_{222}$$

deve verificare le equazioni:

$$Z = Z_{11} - Z_{22} = 0 \qquad Z_{12} = 0 \qquad Z_{21} = 0$$

dal momento che:

$$Z(I) = 3A\,T_{111} + T_{111}Z(A) + B\,T_{112} + T_{112}Z(B) - C\,T_{122} + T_{122}Z(C) - \\ -3\,D\,T_{222} + T_{222}Z(D)$$

$$Z_{12}(I) = T_{111}Z_{12}(A) + B\,T_{111} + T_{112}Z_{12}(B) + 2\,C\,T_{112} + T_{122}Z_{12}(C) + \\ +3\,D\,T_{122} + T_{222}Z_{12}(D)$$

$$Z_{21}(I) = 3A\,T_{112} + T_{111}Z_{21}(A) + 2\,B\,T_{122} + T_{112}Z_{21}(B) + C\,T_{222} + \\ + T_{122}Z_{21}(C) + T_{222}Z_{21}(D) \quad (^1)$$

dovranno anche esser verificate le:

$$\begin{array}{llll} Z(A) = -3A & Z(B) = -B & Z(C) = C & Z(D) = 3D \\ Z_{12}(A) = -B & Z_{12}(B) = -2C & Z_{12}(C) = -3D & Z_{12}(D) = 0 \qquad (e) \\ Z_{21}(A) = 0 & Z_{21}(B) = -3A & Z_{21}(C) = -2B & Z_{21}(D) = -C\,. \end{array}$$

Posto ciò se prendiamo:

$A = x_{12}^3$ si trova $Z(A) = -3x_{12}^3 = -3A \quad Z_{21}(A) = 0$

$Z_{12}(A) = 3\,x_{12}^2x_{11}$ e quindi per le (e):

$B = -3\,x_{12}^2x_{11}$

---

(1) Osserva che la $Z_{21}(I)$ si ha dalla $Z_{12}(I)$ collo scambio degli indici 1 e 2 e delle A, B, C, D rispettivamente nelle D, C, B, A; osserva inoltre la simmetria della I rispetto a questi scambi.

e così continuando abbiamo in fine:

$$A = x_{12}^3 \quad B = -3x_{12}^2 x_{11} \quad C = 3x_{12}x_{11}^2 \quad D = -x_{11}^3$$

cioè per $i = 1.2.3$ ritroviamo i tre integrali di prima.

Un altro sistema di valori per le A, B, C, D verificanti le (e) può ricavarsi col prendere:

$$A = x_{12}^2 x_{22} \quad \text{da cui} \quad Z(A) = -3x_{12}^2 x_{22} = -3A \quad Z_{21}(A) = 0 \quad c.d.e$$

e poichè:

$$Z_{12}(A) = 2x_{12}x_{11}x_{22} + x_{12}^2 x_{21}$$

ne viene che:

$$B = -2x_{12}x_{11}x_{22} - x_{12}^2 x_{21}$$

da cui calcolando e riducendo:

$$Z(B) = 2x_{12}x_{11}x_{22} + x_{12}^2 x_{21} = -B \quad Z_{21}(B) = -3x_{12}^2 x_{22} = -3A \quad c.d.e$$

e poichè

$$Z_{12}(B) = -2x_{11}^2 x_{22} - 4x_{12}x_{11}x_{21}$$

dovrà essere:

$$C = x_{11}^2 x_{22} + 2x_{12}x_{11}x_{21}$$

la quale ci dà:

$$Z(C) = x_{11}^2 x_{22} + 2x_{12}x_{11}x_{21} = C$$
$$Z_{21}(C) = 4x_{11}x_{12}x_{22} + 2x_{12}^2 x_{21} = -2B \qquad c.d.e$$

e inoltre:

$$Z_{12}(C) = 3x_{11}^2 x_{21}$$

e perciò per ultimo dovrà essere:

$$D = -x_{11}^2 x_{21}$$

verificante le ultime delle (e) ossia:

$$Z(D) = -3x_{11}^2 x_{21} = 3D \quad Z_{12}(D) = 0$$
$$Z_{21}(D) = -2x_{11}x_{12}x_{21} - x_{11}^2 x_{22} = -C.$$

Abbiamo quindi trovati i valori per le A, B, C, D:

$$A = x_{12}^2 x_{22} \quad B = -2x_{12}x_{11}x_{22} - x_{12}^2 x_{21}$$
$$C = x_{11}^2 x_{22} + 2x_{12}x_{11}x_{21} \quad D = -x_{11}^2 x_{21}$$

ed avremo quindi l'integrale:

$$x_{12}^2 x_{22} T_{111} - x_{12}(2x_{11}x_{22} + x_{12}x_{21}) T_{112} + x_{11}(x_{11}x_{22} + 2x_{12}x_{21}) T_{122}$$
$$- x_{11}^2 x_{21} T_{222}$$

Riscriviamo ora i 4 integrali ultimi trovati ossia:

$$
\begin{aligned}
S_{124} &= T_{111} x_{32}^3 - 3\, T_{112} x_{32}^2 x_{31} + 3\, T_{122} x_{32} x_{31}^2 - T_{222} x_{31}^3 \\
S_{134} &= T_{111} x_{22}^3 - 3\, T_{112} x_{22}^2 x_{21} + 3\, T_{122} x_{22} x_{21}^2 - T_{222} x_{21}^3 \\
S_{234} &= T_{111} x_{12}^3 - 3\, T_{112} x_{12}^2 x_{11} + 3\, T_{122} x_{12} x_{11}^2 - T_{222} x_{11}^3 \\
S_{123} &= T_{111} x_{12}^2 x_{22} - T_{112} x_{12} (2\, x_{11} x_{22} + x_{12} x_{21}) + \\
&\quad + T_{122} x_{11} (x_{11} x_{22} + 2 x_{12} x_{21}) - T_{222} x_{11}^2 x_{21}
\end{aligned}
$$

ed osserva che i primi tre analoghi (¹) alle espressioni S_{12}, S_{13} S_{23} li ho chiamati S_{124}, S_{134}, S_{234} mentre per l'ultimo che non ha il suo corrispondente nei S_{ij} ho usata la denominazione S_{123}. Essi sono indipendenti dagli integrali precedenti e sono pure indipendenti fra loro come funzioni delle $T_{\alpha\beta\gamma}$ in quantochè il determinante:

$$
\begin{vmatrix}
x_{32}^3 & 3\, x_{32}^2 x_{31} & 3\, x_{32} x_{31}^2 & x_{31}^3 \\
x_{22}^3 & 3\, x_{22}^2 x_{21} & 3\, x_{22} x_{21}^2 & x_{21}^3 \\
x_{12}^3 & 3\, x_{12}^2 x_{11} & 3\, x_{12} x_{11}^2 & x_{11}^3 \\
x_{12}^2 x_{22} & x_{12}(2x_{11}x_{22}+x_{12}x_{21}) & x_{11}(x_{11}x_{22}+2x_{12}x_{21}) & x_{11}^2 x_{21}
\end{vmatrix}
$$

è diverso da zero. Infatti nello sviluppo, i termini contenenti la x_{32}^3 sono dati esclusivamente da:

$$
x_{32}^3
\begin{vmatrix}
3\, x_{22}^2 x_{21} & 3\, x_{22} x_{21}^2 & x_{21}^3 \\
3\, x_{12}^2 x_{11} & 3\, x_{12} x_{11}^2 & x_{11}^3 \\
x_{12}(2x_{11}x_{22}+x_{12}x_{21}) & x_{11}(x_{11}x_{22}+2x_{12}x_{21}) & x_{11}^2 x_{21}
\end{vmatrix}
$$

espressione riducibile con facili calcoli alla: $-\, 3\, x_{32}^3\, x_{21}\, x_{11}^2\, \xi_3^3$.

Siamo pervenuti in tal modo all'integrale generale delle (12) e (13) ed abbiamo:

$$
G = H(x_i, \xi_i, S_{12}, S_{13}, S_{23}, S_{124}, S_{134}, S_{234}, S_{123}).
$$

Ci resta per ultimo da determinare la funzione arbitraria H in modo che sia verificata la $Z_{11}(H) = H$ cioè:

(¹) Tale analogia è data da:

$$
S_{12} = \Omega_{11} M^2_{121} + \Omega_{22} M^2_{122} + 2\, \Omega_{12} M_{121} M_{122}
$$

$$
S_{124} = T_{111} M^3_{121} + T_{222} M^3_{122} + 3\, T_{112} M^2_{121} M_{122} + 3\, T_{122} M_{121} M^2_{122}
$$

essendo

$$
M_{121} = + \frac{\partial \xi_1}{\partial x_{21}} = x_{32} \qquad M_{122} = + \frac{\partial \xi_1}{\partial x_{22}} = - x_{31}
$$

e così per le altre.

$$\sum_{i} \frac{\partial H}{\partial x_i} Z_{11}(x_i) + \sum_{i} \frac{\partial H}{\partial \xi_i} Z_{11}(\xi_i) + \sum_{\alpha\beta} \frac{\partial H}{\partial S_{\alpha\beta}} Z_{11}(S_{\alpha\beta}) +$$

$$+ \sum_{lmn} \frac{\partial H}{\partial S_{lmn}} Z_{11}(S_{lmn}) = H$$

Eseguendo i calcoli si ha:

$$Z_{11}(x_i) = 0 \quad Z_{11}(x_{i1}) = x_{i1} \quad Z_{11}(x_{12}) = 0$$

$$Z_{11}(\xi_i) = \xi_i \quad Z_{11}(S_{\alpha\beta}) = 3\, S_{\alpha\beta}$$

$$Z_{11}(T_{111}) = 4\, T_{111} \quad Z_{11}(T_{112}) = 3\, T_{112} \quad Z_{11}(T_{122}) = 2\, T_{122} \quad Z_{11}(T_{222}) = T_{222}$$

sicchè con facili riduzioni:

$$Z_{11}(S_{124}) = 4\, S_{124}$$

e così pure

$$Z_{11}(S_{134}) = 4\, S_{134} \quad Z_{11}(S_{234}) = 4\, S_{234}$$

e con calcolo pure molto semplice·

$$Z_{11}(S_{123}) = 4\, S_{123};$$

onde avremo:

$$Z_{11}(H) = \sum_{i} \frac{\partial H}{\partial \xi_i} \xi_i + 3 \sum_{\alpha\beta} \frac{\partial H}{\partial S_{\alpha\beta}} S_{\alpha\beta} + 4 \sum_{lmn} \frac{\partial H}{\partial S_{lmn}} S_{lmn} = H$$

e tale relazione dice che la funzione deve essere omogenea e di primo grado rispettto alle ξ_a ed alle $\sqrt[3]{S_{\alpha\beta}}$ $\sqrt[4]{S_{lmn}}$ e con ciò abbiamo un risultato più generale di quello dato dal Vivanti.

3. Dimostriamo ora che la condizione dianzi trovata quale necessaria è anche sufficiente cioè se la Φ è una funzione delle x_i ξ_i $S_{\alpha\beta}$ S_{lmn} omogenea positiva di primo grado rispetto alle ξ_i $\sqrt[3]{S_{\alpha\beta}}$ $\sqrt[4]{S_{lmn}}$ il valore dell'integrale è indipendente dalla scelta dei parametri.

Introduciamo due nuovi parametri e siano essi $\bar{\nu}_1, \bar{\nu}_2$ e tali che:

$$\frac{d(\bar{\nu}_1\, \bar{\nu}_2)}{d(\nu_1\, \nu_2)} = \Delta.$$

sia positiva in tutto il campo considerato.

Poniamo:

$$\frac{\partial \bar{\nu}_r}{\partial \nu_h} = u_{rh}$$

ed indichiamo con U_{rh} il complemento algebrico di u_{rh} nel determinante Δ delle u.

Utilizzando i risultati già dati da Vivanti e soprassegnando tutti gli elementi relativi al nuovo sistema di parametri abbiamo in riguardo alle espressioni che non contengono oltre le derivate seconde:

$$x_{ih} = \sum_{r=1}^{2} \overline{x_{ir}}\, u_{rh} \qquad i = 1,2,3 \qquad h = 1,2$$

$$\xi_i = \Delta\, \overline{\xi_i} \qquad i = 1.2.3$$

$$x_{ihk} = \sum_{r=1}^{2} \overline{x_{ir}} \frac{\partial u_{rh}}{\partial v_k} + \sum_{r,s=1}^{2} \overline{x_{irs}}\, u_{rh}\, u_{sk} \qquad h,k = 1.2 \tag{f}$$

e da queste facilmente si hanno le:

$$\Omega_{hk} = \Delta \sum_{r,s=1}^{2} \overline{\Omega_{rs}}\, u_{rh}\, u_{sk} \qquad S_{ij} = \Delta^3\, \overline{S_{ij}}\,.$$

Vediamo ora i calcoli per le derivate terze e per le espressioni nuove da noi usate. Per le derivate terze:

$$x_{ihkl} = \sum_r \overline{x_{ir}} \frac{\partial^2 u_{rh}}{\partial v_k\, \partial v_l} + \sum_{r,s} \overline{x_{irs}} \left\{ \frac{\partial u_{rh}}{\partial v_k} u_{sl} + \frac{\partial u_{rh}}{\partial v_l} u_{sk} + \frac{\partial u_{sk}}{\partial v_l} u_{rh} \right\} +$$
$$+ \sum_{r,s,t} \overline{x_{irst}}\, u_{rh}\, u_{sk}\, u_{tl}$$

e quindi:

$$\Omega_{hkl} = \sum_i \xi_i\, x_{ihkl} = \Delta \left[\sum_r \frac{\partial^2 u_{rh}}{\partial v_k\, \partial v_l} \sum_i \overline{\xi_i}\, \overline{x_{ir}} + \right.$$
$$+ \sum_{r,s} \left\{ \frac{\partial u_{rh}}{\partial v_k} u_{sl} + \frac{\partial u_{rh}}{\partial v_l} u_{sk} + \frac{\partial u_{sk}}{\partial v_l} u_{rh} \right\} \sum_i \overline{\xi_i}\, \overline{x_{irs}} +$$
$$\left. + \sum_{r,s,t} u_{rh}\, u_{sk}\, u_{tl} \sum_i \overline{\xi_i}\, \overline{x_{irst}} \right]$$

e poichè:

$$\sum_i \overline{\xi_i}\, \overline{x_{ir}} = 0 \qquad \sum_i \overline{\xi_i}\, \overline{x_{irs}} = \overline{\Omega_{rs}} \qquad \sum_i \overline{\xi_i}\, \overline{x_{irst}} = \overline{\Omega_{rst}}$$

avremo:

$$\Omega_{hkl} = \Delta \sum_{r,s} \overline{\Omega_{rs}} \left\{ \frac{\partial u_{rh}}{\partial v_k} u_{sl} + \frac{\partial u_{rh}}{\partial v_l} u_{sk} + \frac{\partial u_{rh}}{\partial v_l} u_{rh} \right\}$$
$$+ \Delta \sum_{r,s,t} \overline{\Omega_{rst}}\, u_{rh}\, u_{sk}\, u_{tl} \tag{g}$$

Per la trasformazione delle $T_{111}\ T_{112}\ T_{122}\ T_{222}$ date dalle (10) si incominci ad osservare che le prime due svolgendo le parentesi [ ] si posson porre sotto la forma:

$$T_{111} = \Omega_{111} - 3\,\frac{x_{311}}{\xi_2}\,(\Omega_{11}\,x_{12} - \Omega_{12}\,x_{11}) + 3\,\frac{x_{111}}{\xi_2}\,(\Omega_{11}\,x_{32} - \Omega_{12}\,x_{31})$$

$$T_{112} = \Omega_{112} - 2\,\frac{x_{312}}{\xi_2}\,(\Omega_{11}\,x_{12} - \Omega_{12}\,x_{11}) + 2\,\frac{x_{112}}{\xi_2}\,(\Omega_{11}\,x_{32} - \Omega_{12}\,x_{31})$$
$$- \frac{x_{311}}{\xi_2}\,(\Omega_{12}\,x_{12} - \Omega_{22}\,x_{11}) + \frac{x_{111}}{\xi_2}\,(\Omega_{12}\,x_{32} - \Omega_{22}\,x_{31})$$

Ma facilmente si ricava:

$$\Omega_{11}\,x_{12} - \Omega_{12}\,x_{11} = \Delta^2 u_{11}\,(\overline{\Omega_{11}}\,\overline{x_{12}} - \overline{\Omega_{12}}\,\overline{x_{11}}) + \Delta^2 u_{21}\,(\overline{\Omega_{12}}\,\overline{x_{12}} - \overline{\Omega_{22}}\,\overline{x_{11}})$$

e similmente

$$\Omega_{11}\,x_{32} - \Omega_{12}\,x_{31} = \Delta^2 u_{11}\,(\overline{\Omega_{11}}\,\overline{x_{32}} - \overline{\Omega_{12}}\,\overline{x_{31}}) + \Delta^2 u_{21}\,(\overline{\Omega_{12}}\,\overline{x_{32}} - \overline{\Omega_{22}}\,\overline{x_{31}})$$

la quale differisce dalla precedente per lo scambio 1 e 3 dei primi indici nelle x. Così pure si ha:

$$\Omega_{12}\,x_{12} - \Omega_{22}\,x_{11} = \Delta^2 u_{12}\,(\overline{\Omega_{11}}\,\overline{x_{12}} - \overline{\Omega_{12}}\,\overline{x_{11}}) + \Delta^2 u_{22}\,(\overline{\Omega_{12}}\,\overline{x_{12}} - \overline{\Omega_{22}}\,\overline{x_{11}})$$

e col solito scambio:

$$\Omega_{12}\,x_{32} - \Omega_{22}\,x_{31} = \Delta^2 u_{12}\,(\overline{\Omega_{11}}\,\overline{x_{32}} - \overline{\Omega_{12}}\,\overline{x_{31}}) + \Delta^2 u_{22}\,(\overline{\Omega_{12}}\,\overline{x_{32}} - \overline{\Omega_{22}}\,\overline{x_{31}}).$$

Inoltre mediante le (f) e (g) abbiamo:

$$x_{111} = \overline{x_{11}}\,\frac{\partial u_{11}}{\partial v_1} + \overline{x_{12}}\,\frac{\partial u_{21}}{\partial v_1} + \overline{x_{111}}\,u_{11}^2 + 2\,\overline{x_{112}}\,u_{11}\,u_{21} + \overline{x_{122}}\,u_{21}^2$$

$$x_{112} = \overline{x_{11}}\,\frac{\partial u_{11}}{\partial v_2} + \overline{x_{12}}\,\frac{\partial u_{21}}{\partial v_2} + \overline{x_{111}}\,u_{11}\,u_{12} + \overline{x_{112}}\,u_{11}\,u_{22} +$$
$$+ \overline{x_{121}}\,u_{21}\,u_{12} + \overline{x_{122}}\,u_{21}\,u_{22}$$

$$\Omega_{111} = 3\,\Delta\,\overline{\Omega_{11}}\,\frac{\partial u_{11}}{\partial v_1}\,u_{11} + 3\,\Delta\,\overline{\Omega_{12}}\left(\frac{\partial u_{11}}{\partial v_1}\,u_{21} + \frac{\partial u_{21}}{\partial v_1}\,u_{11}\right) +$$
$$+ 3\,\Delta\,\overline{\Omega_{22}}\,\frac{\partial u_{21}}{\partial v_1}\,u_{21} + \Delta\,\overline{\Omega_{111}}\,u_{11}^3 + 3\,\Delta\,\overline{\Omega_{112}}\,u_{11}^2\,u_{21} +$$
$$+ 3\,\Delta\,\overline{\Omega_{122}}\,u_{11}\,u_{21}^2 + \Delta\,\overline{\Omega_{222}}\,u_{21}^3$$

$$\Omega_{112} = \Delta\,\overline{\Omega_{11}}\left(\frac{\partial u_{11}}{\partial v_1}\,u_{12} + 2\,\frac{\partial u_{11}}{\partial v_2}\,u_{11}\right) + \Delta\,\overline{\Omega_{12}}\left(\frac{\partial u_{11}}{\partial v_1}\,u_{22} + \frac{\partial u_{21}}{\partial v_1}\,u_{12} +\right.$$
$$\left. + 2\,\frac{\partial u_{11}}{\partial v_2}\,u_{21} + 2\,\frac{\partial u_{21}}{\partial v_2}\,u_{11}\right) + \Delta\,\overline{\Omega_{22}}\left(\frac{\partial u_{21}}{\partial v_1}\,u_{22} + 2\,\frac{\partial u_{21}}{\partial v_2}\,u_{11}\right) +$$
$$+ \Delta\,\overline{\Omega_{111}}\,u_{11}^2\,u_{12} + \Delta\,\overline{\Omega_{112}}\,(u_{11}^2\,u_{22} + 2\,u_{21}\,u_{11}\,u_{12}) +$$
$$+ \Delta\,\overline{\Omega_{122}}\,(2\,u_{11}\,u_{21}\,u_{22} + u_{21}^2\,u_{12}) + \Delta\,\overline{\Omega_{222}}\,u_{21}^2\,u_{22}$$

onde sostituendo e dopo lunghe ma semplici riduzioni si trova:

$$T_{111} = \Delta \{ u_{11}^3 \overline{T_{111}} + 3 u_{11}^2 u_{21} \overline{T_{112}} + 3 u_{11} u_{21}^2 \overline{T_{122}} + u_{21}^3 \overline{T_{222}} \} \quad (g)$$

$$T_{112} = \Delta \{ u_{11}^2 u_{12} \overline{T_{111}} + (u_{11}^2 u_{22} + 2 u_{21} u_{11} u_{12}) \overline{T_{112}} + $$
$$+ (2 u_{11} u_{21} u_{22} + u_{21}^2 u_{12}) \overline{T_{122}} + u_{21}^2 u_{22} \overline{T_{222}} \} \quad (k)$$

Nella stessa guisa si ricavano le trasformazioni delle T_{122}, T_{222}: le espressioni alle quali si perviene differiscono rispettivamente dalle (k) e (h) per lo scambio degli indici 1 e 2.

Abbiamo quindi: (1)

$$T_{122} = \Delta \{ u_{12}^2 u_{11} \overline{T_{111}} + (2 u_{11} u_{12} u_{22} + u_{12}^2 u_{21}) \overline{T_{112}} + $$
$$+ (u_{11} u_{22}^2 + 2 u_{12} u_{22} u_{21}) \overline{T_{122}} + u_{22}^2 u_{21} \overline{T_{222}} \}$$

$$T_{222} = \Delta \{ u_{12}^3 \overline{T_{111}} + 3 u_{22} u_{12}^2 \overline{T_{112}} + 3 u_{22}^2 u_{12} \overline{T_{122}} + u_{22}^3 \overline{T_{222}} \}.$$

In riguardo poi alla trasformazione delle $S_{\alpha\beta\gamma}$ si può osservare che le prime tre sono dello stesso tipo onde procedendo al calcolo della prima e tenendo conto che:

$$x_{32}^3 = \overline{x_{31}}^3 u_{12} + 3 \overline{x_{31}}^2 \overline{x_{32}} u_{12}^2 u_{22} + 3 \overline{x_{31}} \overline{x_{32}}^2 u_{12} u_{22}^2 + \overline{x_{32}}^3 u_{22}^3$$

$$x_{32}^2 x_{31} = \overline{x_{31}}^3 u_{12}^2 u_{11} + 2 \overline{x_{31}}^2 \overline{x_{32}} u_{11} u_{12} u_{22} + \overline{x_{31}} \overline{x_{32}}^2 u_{11} u_{22}^2 + $$
$$+ \overline{x_{31}}^2 \overline{x_{32}} u_{12}^2 u_{21} + 2 \overline{x_{31}} \overline{x_{32}}^2 u_{12} u_{21} u_{22} + \overline{x_{32}}^3 u_{22}^2 u_{21}$$

e che da queste collo scambio degli indici 1 e 2 si ricavano le espressioni $x_{31}^3, x_{32} x_{31}^2$ avremo infine sostituendo nella S_{124} dopo lunghi ma semplici calcoli: (2)

$$S_{124} = \Delta^4 \overline{S_{124}}$$

e similmente:

$$S_{134} = \Delta^4 \overline{S_{134}} \qquad S_{234} = \Delta^4 \overline{S_{234}}$$

Con lo stesso procedimento calcolando prima le trasformate delle espressioni;

$$x_{12}^2 x_{22} \quad x_{12} (2 x_{11} x_{22} + x_{12} x_{21}) \quad x_{11} (x_{11} x_{22} + 2 x_{12} x_{21}) \quad x_{11}^2 x_{21}$$

---

(1) Osserva l'ordine: il primo termine della T_{122} cioè $u_{12}^2 u_{11} \overline{T_{111}}$ proviene dal suddetto scambio nell'ultimo termine della T_{112} e così via. La stessa cosa in riguardo alle T_{222} e T_{111}.

(2) Nel procedere a queste sostituzioni conviene per semplicità calcolare separatamente i coefficienti delle $\overline{T_{111}}$ $\overline{T_{112}}$ $\overline{T_{122}}$ $\overline{T_{222}}$. Troviamo per esempio nel caso della S_{124} rispettivamente:

$$\Delta^4 \overline{x_{32}}^3, \; - 3 \Delta^4 \overline{x_{32}}^2 \overline{x_{31}}, \; 3 \Delta^4 \overline{x_{32}} \overline{x_{31}}^2, \; - \Delta^4 \overline{x_{31}}^3$$

e così per le altre. Nel caso poi dell'ultima S_{123} troviamo:

$$\Delta^4 \overline{x_{12}}^2 \overline{x_{22}}, \; - \Delta^4 \overline{x_{12}} (2 \overline{x_{11}} \overline{x_{22}} + \overline{x_{12}} \overline{x_{21}}),$$
$$\Delta^4 \overline{x_{11}} (\overline{x_{11}} \overline{x_{22}} + 2 \overline{x_{12}} \overline{x_{21}}), \; - \Delta^4 \overline{x_{11}}^2 \overline{x_{21}}.$$

abbiamo dopo riduzioni e semplificazioni sempre lunghe ma pur sempre facili:

$$S_{123} = \Delta^4 \overline{S_{123}}$$

Posto ciò avremo:

$$\Phi = \Phi (\xi_i, \sqrt[3]{S_{\alpha\beta}} \; \sqrt[4]{S_{lmn}}) = \Phi (\Delta \, \xi_i \, , \Delta \sqrt[3]{S_{\alpha\beta}} \, , \Delta \sqrt[4]{S_{lmn}})$$

e per l'omogeneità supposta:

$$\Phi = \Delta \; \Phi (\xi_i \sqrt[3]{S_{\alpha\beta}} \, , \sqrt[4]{S_{lmn}})$$

e per ultimo:

$$\int \Phi (\xi_i \, , \sqrt[3]{S_{\alpha\beta}} \, , \sqrt[4]{S_{lmn}}) \, dv_1 \, dv_2 = \int \Phi (\xi_i \sqrt[3]{S_{\alpha\beta}} \, , \sqrt[4]{S_{lmn}}) \, \Delta \, dv_1 \, dv_2 =$$
$$= \int \Phi (\overline{\xi_i} \sqrt[3]{\overline{S_{\alpha\beta}}} \sqrt[4]{\overline{S_{lmn}}}) \, d\overline{v_1} \, d\overline{v_2}$$

e quindi la condizione è anche sufficiente.

4. Mi propongo ora per ultimo esaminare le relazioni tra i risultati attuali e quelli ai quali io sono pervenuto nella mia Nota precedente (Istituto lombardo). Perciò basta osservare prima di tutto che in tal caso in luogo di 3 funzioni x_1 x_2 x_3 di due parametri v_1 e v_2 se ne hanno soltanto due x e y ($i = 2$) e di un solo parametro v ($n = 1$). Inoltre le attuali notazioni per le prime derivate x_{11} x_{21} vengono ad esser sostituite dalle x_1 y_1, le seconde derivate x_{111}, x_{211} sono sostituite rispettivamente dalle x_2 y_2 e le terze x_{1111} x_{2111} dalle x_3 y_3 e tutte le altre prime, seconde e terze derivate spariscono (cioè si riducono a zero o all'unità). Per le ξ calcolandole come caso particolare dei determinanti funzionali del Vivanti abbiamo che di esse non compaiono che le prime due, cioè:

$$\xi_1 = (-1)^{1+1-1} \frac{dy}{dv} = - y_1 \qquad \xi_2 = (-1)^{1+1-2} \frac{dx}{dv} = x_1$$

e tali espressioni si possono ricavare anche come caso particolare dalle prime due delle (a) della nota attuale facendo in esse come si è detto:

$$x_{21} = y_1 \quad x_{11} = x_1$$

ed inoltre:

$$x_{32} = -1 \quad x_{31} = 0$$

le quali ultime posizioni sono confermate pure dal fatto che colle notazioni attuali si ha:

$$M_{121} = (-1)^{1+2-1} \frac{\partial \xi_1}{\partial x_{21}} = x_{32} \qquad M_{122} = (-1)^{1+2-1} \frac{\partial \xi_1}{\partial x_{22}} = - x_{31}$$

mentre colle notazioni vecchie si aveva:

$$M_{121} = (-1)^{1+2-1} \frac{\partial \xi_1}{\partial y_1} = -1 \qquad M_{122} = 0$$

Le altre M_{ijh} poi inoltre vengono a sparire e delle $\Omega_{\alpha\beta}$ non resta che la prima riducentesi alla:

$$\Omega_{11} = \xi_1 \, x_{111} + \xi_2 \, x_{211} = - y_1 \, x_2 + x_1 \, y_2$$

Ne viene che delle S si ha la sola:

$$S_{12} = \Omega_{11} \, M^2_{121} = x_1 \, y_2 - x_2 \, y_1$$

e delle Ω_{lmn} resta soltanto:

$$\Omega_{111} = \xi_1 \, x_{1111} + \xi_2 \, x_{2111} = - y_1 \, x_3 + y_3 \, x_1$$

In quanto poi alle T osserva che nella T_{111} l'espressione attuale:

$$[x_{311} \, x_{12}] = x_{311} \, x_{12} - x_{111} \, x_{32}$$

si riduce colle notazioni vecchie alla sola x_2 giacchè:

$$x_{311} = 0 \quad x_{111} = x_2 \quad x_{32} = -1$$

e quindi sostituendo la T_{111} si riduce alla

$$x_1 \, y_3 - x_3 \, y_1 - 3 \frac{x_1 \, y_2 - x_2 \, y_1}{x_1} x_2$$

cioè pari all'espressione che si era indicata:

$$\varphi_1 = x_{13} - 3 \frac{x_{12}}{x_1} x_2 \qquad (x_{rs} = x_r \, y_s - x_s \, y_r)$$

che è l'ultimo integrale per il caso delle derivate terze.

Le altre T poi è subito visto scompaiono e per le S a tre indici non resta che la:

$$S_{124} = T_{111} \, (M_{121})^3$$

cioè in valore assoluto [1]

$$S_{124} = \varphi_1$$

Abbiamo quindi che la nostra funzione dovrà esser omogenea di primo grado nelle $x_1 \; y_1 \; \sqrt[3]{S_{12}} \; \sqrt[4]{\varphi_1}$ ed abbiamo così l'accordo perfetto tra i risultati odierni ed i precedenti.

Como, 31 Marzo, 1915.

---

[1] Il fatto che si trovi $S_{124} = -\varphi_1$ piuttostochè $S_{124} = \varphi_1$ è indifferente; qui si tratta invero di espressioni integrali.

NOTE ETIMOLOGICHE E LESSICALI CÔRSE

Nota IIIª del S. C. prof. PIER ENEA GUARNERIO (1)

(*Adunanza del 10 giugno 1915*)

---

86. *Fiadone* 'pasticcino dolce' e nell'App. 'sp. di torta fatta di uova, *brócciu*, zucchero o mele'; è piatto paesano de' Côrsi e riesce squisitissimo anche a' forestieri. Nel parlar toscano « fiadoni alla veronese » ma non so se siano uguali alle torte isolane. — Molto probabilmente di là son venuti alla Toscana la cosa e il nome d'origine germanica REW. 3344, e dalla Toscana saran passati alla Corsica. Però l'a. it. ha anche *fiale, -one,* e potrebbe darsi che la voce côrsa continui invece il tosc. *fialone* per la via dissimilativa tra parola e parola: *lu fialone* con *l-l* in *l-d,* che ha riscontro in *lu cálaru* per *lu cáderu* Nr. 54, dov'è il procedimento inverso di *l-d* in *l-l* (2).

87. *Fiara* Bastia 'gran fiamma'. — Tal e quale l'a. it. *fiara* 'vampa', che già nella Rom. XX 64 riconnettevo con **flagrare**, insieme col campid. *flaria* 'fior di cenere' e il log. *fari- fari* 'cenere calda con faville'. Ora s'aggiunge il prov. *flar* 'gran luce, guizzo di fiamma' REW. 3348. La voce italiana non ha aspetto indigeno pel *r* da -GR- e sarà stata rifatta sul prov. *flar.* All'incontro il côrso *fiara* allo stesso modo delle voci sarde, può essere voce indigena, perchè la fonetica delle due isole si accorda nella risoluzione di GR- in

---

(1) V. le altre Serie in questi Rendiconti, XLVIII 517-32 e 601-16.

(2) In questo modo giudicherei il lucch. *rumaca* AGIt. XII 117. Del resto per assimilazioni d'ordine sintattico cfr. lucch. *ir ramo, der riposo* ecc. ibid. 124 e cfr. qui N. 64. Pel mutuo scambio tra *l, d* nella medesima parola, va ricordato *dódula* acc. a *lódula,* dove è dissimilazione di *l-l* in *d-l* e insieme assimilazione al *d* di seconda sillaba. Cfr. *cóllice* N. 54.

r-, che largamente si documenta a formola iniziale (1), ma non manca di esempi pur nell'interno della parola, p. es. in *arazzu* per *agrazzu* Nr. 5, *ariviglià* per *agriviglià* da *griviglia* 'grinza', con cui passi *muntarèpulu* 'terracrepolo' la cicerbita dei muri, come a dire « munta-crepolo » v. Nr. 73.

88. *Filachjone* 'vino guasto che fila come l'olio e senza far rumore'; ha accanto *filone* cism. Moita 'vino voltato, che non si può bere e se ne fa aceto'. — Bei derivati per via di c'lu + *one*, che vanno con la locuzione it. 'vino che fila'; efficace uso metaforico del verbo *filare*, che andava rilevato nel REW. 3293.

89. *Filettu, -a* 'specie di felce'. — Continuatore indigeno di *filĭctum REW. 3300, diffuso in ispecie nella penisola iberica, ma che appare anche a Poschiavo, nei Grigioni e nel Friuli. Ne sono derivati: *filettuccu, -ulu* 'terra che produce filetti'; *filetticcia* Nr. 75 n: *filettu-ciocciu* '*filettu* che nasce nelle muraglie'.

90. *Fiòla, vi-* 'lampada di vetro col suo piede'; quando questo è staccato, è così denominata la lampada tonda che vi si mette sopra, inserendola per una gamba. — Dalla base *phiola che occorre nel fr. *fiole* e prov. *fiola*, mentre l'it. ha *fiala* da phiala, REW. 6466. Molto probabilmente sarà dunque un provenzalismo.

91. *Fraghju* 'frutto che invece di andare avanti, resta addietro e muore'; *andà in fraghjatura* 'struggersi, dissolversi, disfarsi dei frutti e dei legumi che vanno a male'; e fig. *fraghjatu* cism. Campile 'colui che vedendo mangiare cose ghiotte, si strugge di fare altrettanto'. — A questa serie s'accompagna l'altra: *fražà*, Bastia *fražžà* 'fracidare, consumare', *fražu, -ažžu* 'consumo', *frážžicu, -gu* 'consumato', *fražatura* 'scempio'. Mentre questa ultima dipende dal genov. *frašu* 'sperpero, rottame', v. Parodi AGIt. XVI 328 e 363,

(1) Non nel capocorsino, ma nelle altre varietà; e agli esempi in AGIt. XIV 174 § 177 si può aggiungerne una lunga serie: *rala* per *grala* 'oleastro'; *ramigna* oltr. Sartene e con assimilazione vocalica *rimigna* 'gramigna'; *ranone* int. 'granone'; *rata* oltr. Sartene 'grata' per far seccare le castagne, *raticciu* id. per far seccare il formaggio; *ràttula* grattugia; *rigiu* int. 'grigio'; *rupèra* oltr. Sartene 'groppiera'; *russume* int. 'oggetti in grossa tela', quasi 'grossume'; *radacchju, -a* int. , cicalone, cicalare' per 'gridacchiare' con *ri*- in *ra*-, cfr. Nr. 26.

ma v. REW. 3465; l'altra è da *fragulare *frag'lare (1) con lo svolgimento indigeno di -GL- in *-ghj-* (*-ǧ-*) (2), che è in *caghju*, *caghjá* quaglio, -are, *veghia*, *-á*, *-èra* (3) veglia -are, e sim. AGIt. XIV 156 § 114 (4).

92. *Fugata*. — Voce caratteristica usata spesso dal cronista isolano Filippini, per dire ' transito o passo fra le montagne ', cui oggi si sostituisce comunemente *foce*, il primitivo di quello, da faux, -cis, con una speciale accezione in piena concordanza con l'it. *foce* ' passo angusto ', log. *foǧe* e merita d'essere aggiunta nel REW. 3225 (5).

93. *Galfinu* più comune di *dalfinu*, *galfinèra* ' delfiniera '. — Il *g-* in luogo di *D-*, che occorre pure nel tarent. *garfinu*, e nel port. *golfinho*, galiz. *golfin* deve avere una ragione al di fuori della fonetica; si pensa ad una contaminazione con ' golfo '. Per l' *a* di protonica giova vedere Nr. 31.

94. *Gargione*, *-èlla* cism. Campile ' trecciuolo o sim. di lino o canapa per fare delle funicelle '. — Si riattacca alla famiglia di carilium, donde il log. *corižone* ' grossa ciocca di fior di lino, lucignolo ', mod. prov. *greio* ecc. v. Jud, Rom. XLIII 604 e REW. 1726. Moveremo dunque da un **garitone*, ma al *-t-* può essere sostituito un *-ǧ-*, cfr. cism. *muǧere* muliere AGIt. XIV 145 § 79, onde per ettlissi **garghjone* e con pro-

(1) Così al còrso com. *acqui-frahju* ' pioggia mista di nevischio ', oltr. Sart. *acqui-fraghjula*, oltr. Ajaccio *a acqui-fraghji* ' a ciel rotto ' fa riscontro il genov. *aegua frašša* ' acqua fracida '; se non che nel còrso, giusta la propria norma morfologica, c'è la desinenza del genitivo nella prima parte del composto e viene a dire ' sciupio di acqua '.

(2) Alla stessa base *frag'lare il Wagner RDR. IV 137 riannoda il log. *fražare*, fonnes. *fraǧare*, così come *kažare*, *kaǧare*, *bižare* e sim., e così si accorderanno insieme, ciascuno nella propria fisonomia fonetica, le varietà delle due isole sorelle. Da agg. al REW. 3479.

(3) *Veghjèra* dirà propriamente ' il tempo della veglia ', e quindi un altro esemplare da aggiungere insieme con *treghjèra* a quelli in AGIt. XIV 145 § 6 e Salvioni ibid. XVI 475 n.

(4) Il Vocab. còrso registra ancora *frágigu* da fracidu con iscambio assimilativo di suff. v. Nr. 37 n, cui corrisponde il gall. *fráciku*. Il gall. dice pure *frážiku*, che insieme col sassar. *fražiggu*, *-á* vanno invece col log. *fražá*, di cui si è detto nel testo.

(5) Un derivato secondario di *foce* già visto dal Falcucci, col suff. *-ale*, cfr. 64 n, ma con signif. ristretto all' uomo, è il cism. Porta *fuciali* ' gola ', che in questa zona è un pl.: *Chi fuciali!* ' che gargana ' !

nuncia letteraria, ossia affilamento di *ǧ* in *ġ* cfr. Nr. 74 n: *gargione* (1).

95. *Ghèrgalu* (*Lu*) ' piccolo tratto di mare presso la riva tra gli scogli, come presso l'Isolotto '; infatti *Li Gárgali*, o *-ri* ' scogli all' entrata del porto di Centuri presso l'isolotto di Capuzze '. — Codesti nnll. si devono connettere con *ghjárgalu* cism. e oltr. Guagno, *ghjèrgalu* int. ' fiumicello, torrentuccio che talvolta nell'estate è secco ', Bastia ' gorgo, burrone ', ne' quali il G- si è palatalizzato, come in *ghjallu*, *-ina*, *ghjamba*, *-etta* e sim. v. in AGIt. XIV 172 § 171, senza dire di *á* av. *r* in *è*, ibid. XIII 132 § 2. L'etimo ne è certamente la voce onomatopeica g a r g -, donde una numerosa famiglia di derivati in tutta la Romania, v. REW. 3685 e Jud. ZRPh. XXXVIII 51 n. Il côrso, come nella massima parte del suo lessico, s' incontra anche qui col toscano. Così acc. al tosc. ppsco *gárgana*, *-elli* ' canne della gola ' ha l'oltr. *garganéddi*, *carca-* (2); e acc. all' a. it. *gargarozzo*, *garghe-* ha *ghergherélla* st. sign. col solito *-a-* in *-e-*, oltre a *gargózzulu* ' strozza ', dov' è incontro con l' it. *gorgozzule* d' altra base, REW. 3924. Ma l'a. tosc. ha pure *gargalone*, che presuppone un positivo **gargala*, cioè null'altro che il ppsco *gárgana* con *r-n* in *r-r*, *r-l*, come del resto mostra lo sp. *gárgara* ' gorgoglio ' acc. a *gárgola* ' sgocciolamento di una gronda '. Nè fanno difficoltà i significati diversi assunti dalla serie côrsa, come pure dalle parole di Spagna. Poichè l' idea fondamentale in codesta famiglia è quella di ' stretto passaggio d'acqua ', di ' gola ' insomma, donde si passa a ' tratto di mare scoglioso ', come nel nl. cc. *Lu Ghèr-*

(1) Ma l'alternarsi del *-ł-* : *-ǧ-* (*-č-*) in parecchi altri casi può avere diversa ragione e ridursi ad un vero e proprio scambio di suffisso. È da notarsi che *-ł-* è l' esito normale di *-l̦i-* e perciò il suff. -a l i u, -a viene a *-ału*, *-a*; ma può anche essere risoluzione di -a c l u, -a, per es. *černiłu*, *kariła* e sim. di fronte a *-č-* (*-ǧ-*): *tintinachju*, *-aghju*, *rustaghja*, *-aglia* ' roncola ' AGIt. XIV 154 § 108 e 155 § 109, e per l' it. v. Rom. Gr. II § 421-439 e I § 491. Di più, *-č-* (*-ǧ-*) è pure l' esito di *-r̦i-*, per es. *algachju*, *-óla*, *anguinachja* ' anguinaglia ', e sim.; onde avviene che questo *-č-* (*-ǧ-*) da *-r̦i-* possa essere sostituito da *-ł-*, come quello da *-cl-*. In questo modo abbiamo veduto *fucaraghja* acc. a *fucaraglia* Nr. 1 n, e del pari *punticchjósu* acc. a *puntigliósu*, *ruzzaghju* ' rizzaglio ' Nr. 123 n. e sim.

(2) A tacere dell' oltr. di Zicavo *garganétri* con l' esito proprio di codesta varietà, AGIt. XIV 153 n. — Anche *garganéllu* cc. Ersa ' varietà d' anitra ' spetterà qui.

galu, o addirittura a ‘ località degli scogli ’, o a ‘ gli scogli stessi ’, come nel nl. cc. *Li Gàrgali, -ri*, o infine a ‘ gorgo, burrone ’, come nel bastiese *ghjèrgalu*, o a ‘ torrentello, fiumicello ’ come in *ghjàrgalu* nel cism. e oltr. di Guagno. Ne è da escludersi l’influenza di g u r g u s ‘ gorgo ’, che del resto viene spesso a commescersi nello svolgimento semasiologico della numerosa famiglia dei derivati di g a r g -.

96. *Ghjamberluccu, jam-* ‘ tonto, dappoco ’. — Non saprei disgiungerlo da *tambarone* (*-erone*) ‘ pancione ’ passato, e se ne intende facilmente il perchè, a dire ‘ scimunito ’; ma incrociatosi con *ghjòccaru* ‘ sciocco, melenso ’, a cui dovrà il *ghj-* iniziale in luogo di *t-*, e con l’it. *mammalucco* (1), donde ripeterà la desinenza.

97. *Ghjaravàddulu, ja-* oltr. Sartene ‘ lunario ’ e fig. ‘ ciarlone vano che dice molte fanfaluche ’. — Come in Sicilia e in Sardegna, anche in Corsica è arrivato il popolarissimo almanacco lombardo detto « Il gran pescatore di Chiaravalle »; cfr. gall. *ċaraballu*, camp. *ċeravallu* e per la sua diffusione v. Salvioni RILomb. XLII 681, XLIII 612, e REW. 1872. L’iniziale *ghj-* può riflettere tanto il *chi-* tosc., cfr. *ǧesa* ‘ chiesa ’, quanto il *ċ-* sardo, e forse anche genov., cfr. *ċanuǧa* e sim. Nr. 60. Inutile dire dei *ḍḍ* in territorio sartenese.

98. *Ghjèda, jè-* sett. ‘ estremità inferiore e posteriore della camicia ’, anche fig., come nel proverbio: *Ha paura chi ha la jèda brutta*. È detta pure, poco decentemente, in ispece dei ragazzi, *cacàgliula* sett.. *cag-* cism. int.; e anche fig.: *Chi ha brutta la c. un si pesa* sett. Per istrazio si chiama *Jèdi-rossu* (rosso di falda e pel composto v. Nr. 91 n) il gendarme; e scherzevolmente nel proverbio: *Ugnunu ha la sò jèda* per dire ‘ ciascuno ha la sua opinione ’, dove si fa un giuoco di parola con *ideia, adeia* ‘ idea ’. — La voce, d’origine longobarda, non ignota all’aret., all’abruzz. e al camp., è largamente estesa nell’alta Italia sotto la forma di *gheda*, v. REW. 3637. E su codesta forma è rifatta la voce côrsa con *ĝ-* in *ǧ-*, di cui è detto al Nr. 95.

99. *Ghieppa, je-* oltr. Sart. ‘ grumo di sangue ’. — La stessa voce del gall. *ǧeppa*, log. *ċeppa*, tosc. *chieppa*, AGIt. XIV 395. Il REW. 3782 li considera come un incrocio di g l e b a + t o p p a; ma forse corrisponde meglio al senso c i p p u s nel

(1) Il Vocab. côrso non registra però che *mammalòccu*, dove la desinenza proviene dall’analogia di *allòccu*.

signif. dell'it. ' ceppa ' (1). Rimane però sempre inesplicabile il *č-* logudoro, perchè se il *ghj-* côrso e *ǧ-* gall. rispondono bene al GL- di gleba, e si può giustificare la sorda del *chi-* toscano, non così è del *č* log., che non può intendersi che quale una riduzione a schietta palatale sorda dell'iniziale dell'accatto gallurese. Alla medesima base gleba si riattacca il cism. Campile *ghjelba* che vale ' grumo ' in genere, oltre che ' zolla ' e cc. ' ammasso terriccioso di radichette, sul quale crescono i mucchi '; donde il derivato *aghjelbulitu, -pulitu, aghierb-* agg. del ' latte, del pane che fa grumi o zolle '. Il Vocab. registra pure con *-lb-* in *-rb-* l'oltr. Sartene *ghjerba* ' prato erboso ', in cui si sente appunto *erba*, e insieme l'oltr. Sartene *ghjera* ' zolla ', tal quale l'a. it. *ghieva* st. sign. Ma mentre questo è il semplice riflesso di gleba (2), le forme cism., cc. e oltr. *ghjelba, ghjerba* devono il loro *-l-* (*-r-*) innanzi a *-b-* ad una propaginazione metatetica del *l* della base + suff. dim. *ula*: *glebula.

100. *Ghjestra, je-* ' fregola amorosa '; *in ghjestra* ' in amore ', anche *inghjestratu*. — L'accezione specifica della voce côrsa è un'estensione di quella espressa già dall'a. it. *gesta*, cfr. l'od. *gestante*, e venez. *gestra* ' generazione '; coi quali dunque andrà accolta nel REW. 3749, con l'ordinaria risoluzione di G'- in *ǧ* v. Nr. 23, e l'epentesi di *r* dopo *st-* v. Nr. 15.

101. *Ghjòtta, jòt-* ' acquaccia della lavatura dei piatti, che si dà ai maiali, come la *bivaglia* '; Bastia ' acque dove si

(1) L'Atl. c. 260 (grumo di sangue) documenta ampiamente la voce: *una* o *a jèpa di śangwe*, che abbraccia ben 18 località, e dal Cismonte si estende per quasi tutto il Pumonte, da Bastelica, Cauro, Zicavo, fino a Sartene e Portovecchio. Accanto a *jèpa* reca pure: *una ǧèpa d. ś.* a Bocognano, Levie, Lota e Bonifacio, ed è curioso che preceduta dall'articolo sia trascritto *ǧ-*, come nelle forme precedenti, senza dunque l'alterazione di fonia sintattica, che ci aspetteremmo con questa vicenda: *una jèpa, a jèpa* (posizione debole) di fronte a: *ǧèpa* (posiz. forte). cfr. AGlt. XIV 185. Oltre *pèzu* o *pèz di śangwe kaǧatu* a Rogliano, Nonza, S. Fiorenzo, o addirittura *śangwe kaǧatu* a Isola Rossa e Aleria, evidenti per sè stessi, l'Atl. ci fornisce le seguenti locuzioni, che mancano al Vocab.: *čòkulu di śangwe* a Ghisoni, che andrà con *chjoccula* ' testa, ceppicone ' e cfr. lucch. versigl. *kiokka* ' testa, REW. 2009; *gutupone di ś.* a Calacuccia, Corte, Pietraserena, e *ramasu di ś kaǧatu* a Cervione, de' quali sarà discorso altrove.

(2) Pei riflessi di gleba + glomus come nell'it. *ghiova*, v. Nr. 62 s. *chjòva*.

bollirono lasagne o castagne '. — Da jutta REW. 4636 con *J-* in *ǵ* e *ŭ* in *ǫ*, in bell'incontro coi dialetti emiliani, parm., regg., mod. *dzota*, e con quelli alpini, bregagl. *ǵotta* RILomb. XLIII 376 e friul. *ǵote*.

102. *Ghjundincu, jun-*, agg. e sost. ' che abita giù ' in opposizione di *sundincu* ' che abita su, dalla parte di sopra '. — Notevoli formazioni indigene di *ghjù* e *sù* + *indi* + il suff. -incu, derivatore, di solito. di nomi di abitatori di luoghi, come *pumunticu* ab. del *Pumonte*, e altri v. in AGIt. XIV 190 § 212 e nel Vocab. s. *Caccianincu* (1). Per l'aggiunta di *indi*, cfr. *culandi, quajondi, qualandi, quassundi*.

103. *Giòcca* ' capra ', int. *sciòcca* ' la capra o la pecora, quando è più agevole ' (*mansa*). Il pastore con una specie di cantilena la chiama a un di presso con queste voci: *Eh, eh, eh, eh, eh, te' 'la me' giòcca!* A Sartene denominano *capra còccia* quella senza corna; anche *pecura còccia* invece di *c.* e *p. môtina* di Capocorso e di Alesani. La forma *giòcca*, di cui *sciòcca* non fa che rappresentare una varietà di pronuncia, cfr. Nr. 18 e 38, deve esser un vezzeggiativo della capretta mansa, e quindi, se mansa, senza corna, onde può giudicarsi come una metatesi reciproca di *còccia* ' senza corna ', metatesi tanto più facile, in quanto che la voce ricorreva nei gridi del pastore. Essa è data dal Vocab. come oltr. di Sartene, ed è confermata dall'Atlante c. 341, dove appunto *kapra kòǵa* occorre per parecchi luoghi d'Oltremonte. E *còccia* io credo risponda all'it. *coccia, -o*, con una nuova accezione metaforica del vocabolo, REW. 2011, 3, intendendosi che la capretta senza corna è ' inerme ', ' debole ', che è uno dei significati di *coccio*. Usato dunque quale vezzeggiativo, come nella sopraricordata cantilena, viene a dire ' la mia mansa ' nè fa difficoltà che la forma metatetica *šòka* si trovi accompagnata dalla forma primitiva *kòǵa*, perchè essendosi perduta nella coscienza del parlante il valore originario di *šòka*, poteva determinarlo così con *kòǵa* come con *skaraččata* (2).

---

(1) È questo il n. antico dell'Asco affluente del Golo: c'è anche *Bivincu* altro corso d'acqua; onde si vede che il suff. -incu può servire pure a derivare nomi di fiumi. Per nomi di luogo in genere cfr. *L'Arsitincu* nl. in Rogliano, *Petrincu* nl. in Centuri.

(2) Nell'Atl. c. 340 (La capra e il capretto) occorre per la più parte dei luoghi *kapra, -ětu*, *gapra, -ětu*; ma si ha pure *šòka* (Bastia, Aleria e Zicavo), *žòka* (Coti-Chiavari e Bicchisano), *žuka* (Propriano). Altre varietà sono: *lèǵu* (Evisa) con la concrezione dell'articolo v. Nr. 9 n,

104. *Giòlitu* (*In*) 'in ozio, senza darsi pensiero di nulla'. — Bell'incontro col tosc. *giolito* 'allegria vivace, in un ozio piuttosto lungo' già visto al Nr. 7 e cfr. *nòlitu* 'nolo' e sim.

105. *Gòbalu* Bastia 'barchetta fatta di un tronco d'albero, scavato a guisa di truogolo, della quale si servono gli abitatori delle rive dello stagno di Biguglia, ossia Chiurlino'. — Si tratta appunto di *tròvula* 'truogolo', in cui si immette *voga -are*, come a dire **vògulu*, *bògalu* e con metatesi reciproca *gòbalu*, da aggiungersi alla serie di siffatto fenomeno al Nr. 64.

106. *Gramante*. d'ord. pl. *-i* 'spiriti malefici delle montagne'. — Ha accanto *ligramanti*, donde deriva con distrazione di *li-* inteso come articolo; da aggiungersi dunque agli esempi del Nr. 9 n. E *ligramanti* non è che l'it. *negromante* REW. 5873, avvicinato a *nigru* con *u-a* assimilato in *a-a* e *n-m* dissimilato in *l-m*, come si vede nel lucch. *lumero* 'numero', *columia* 'economia' e sim. AGIt. XII 124.

107. *Graspòllu* Bastia 'grappolo minuto', *graspullà* 'spigolare'. Ma più usato *raspòllu* 'grappolo' coi derivati: *raspullaghju* 'l'atto di cogliere i raspolli delle olive', e *ulive raspullate* 'quelle che vengono a raspolli, cioè non sono sole, non sono chiare'. — Entrambe trovano perfetto riscontro nell'it.; quest'ultima non fa che ripetere senza più l'it. *raspollo*, e l'altra invece commesce l'it. *graspo* con *raspollo*, v. REW. 7077 (1).

---

e cfr. nel Vocab. *èghju* cc. Bastia e oltr., *èghju* cism. tutti per 'capretto', da *haedius (meglio che da *haedulus AGlt. XIV 154 § 107) da agg. al REW. 3974; *lòdina* (S. Pietro di Venaco) da *mòdina*, altro bell'esempio di *m-n* dissimilato in *l-n*, da agg. al Nr. 37 n; *šòta* (Nesa e Bocognano) da mandare col b. eng. *čot* 'pecora', *čotin* 'agnello', probabili formazioni onomatopeiche REW. 2454. Nella c. 341 (La capra senza corna) predomina come sostantivo *mòdina* (Rogliano, Nonza, S. Fiorenzo, Bastia, Venzolasca, Asco, Francardo, Galeria, S. Pietro di Vanaco, Cervione, Pietraserena, Piana, Bocognano, Pietrapola e Ajaccio), acc. a *mòtina* (Belgodere, Canavaggia, Calenzana, Calacuccia, Corte, Piedicroce e Solenzara) già addotta al Nr. 37 n; ma occorre altresì, al di là dei monti, la locuzione *kapra kòga* (Bastelica, Cauro, Coti-Chiavari, Conca, Portovecchio, Lota e Pianottoli), *kapra kòča* (Zicavo) oltre a *šoka kòga* (Cauro) e *žuka skaraččata* (Propriano), cioè capra 'scornacciata' con -RN- in *-r-* v. Nr. 49 n e l'*o* antiprotonico in *a* per spinta analogica dell'*a* successivo, come negli esempi del Nr. 31.

(1) Dalla stessa base germanica, ma col significato che è nell'it. *raspo, -are*, è il cc. Rogliano *raspu* 'crosta che ha talvolta il majale', Centuri 'malattia cui vanno soggetti i gattini in crescenza e per la

108. *Guàita* ' specie di spia nella porta o nell'imposta '; cfr. *cacciafori con guàita* nel Vocab. e *kaèafòra* nell'Atl. c. 379 e qui Nr. 6 n. — Risponde al prov. *guaita*, a fr. *guaite*, ma potrebbe essere invece uno spagnolismo, da *gaita* con *G-* in g^u, come p. es. in *sguallissi* cism. Campile sin. di *sgallissi* cc. ' prevalersi ' da *gallu*, cfr. *guara* ' carro ' Nr. 34.

109. *Guarèstu* ' che si può lasciar libero ', e dicesi degli animali, che vanno liberi fuori de' chiusi, o dei frutti che si possono cogliere, gli uni e gli altri per un tempo determinato da pubblico bando giusta le consuetudini. — È di certo un derivato da *guèru* ' danno, rovina ', donde il modo avv. *di guèru* ' in abbandono ', con la desinenza che è in *pudèstu*, *-stra* v. Nr. 15; infatti nell'es. recato dal Vocab.: *Per le galline ci vòle la guarèsta*, pare che il sostantativo fm. *guarèsta* valga ' la facoltà di andar libere '. E *guèru* apparisce come un deverbale di un verbo **guerà*, che non mi consta come vivente, ma in sua vece si usa *inguerà* ' rovinare ', detto delle bestie che si sciolgono e scappano, *-atu* agg. di campo, ove le bestie in abbandono fanno danno ecc. Non ha a che fare con *guerra*, ma, come già è detto in AGIt. XIV 396, andrà piuttosto col genov. *sguarrà*, log. *isgarrare* e sim. (1). Superfluo rilevare che il *gu-* côrso risponde a GA-, come si è visto or ora Nr. 108, e che all'*-àr-* può succedere *-èr-* nella fonetica côrsa, Nr. 95.

110. *Guègnulu* ' molle, fradicio '. — Abbiamo detto al Nr. 34 n che in *guagnu* può vedersi ' bagno ' con B- in *gu-*; ma ' bagno ' può intendersi in funzione di pp. accorciato, col senso di ' bagnato ', cfr. *guaru* cit. or ora in nota; e tale accezione sarà pure nel suo derivato col suff. *-ulu;* ' molle, fracido '; perocchè io ritengo che da **guàgnulu* provenga *guègnulu* con *-à-* in *-è-* accanto ad una palatale, cfr. N. 95 e sopratutto AGIt. XIII 132 § 2.

111. *Guèrla* ' sp. di uccello grazioso, dalle penne di varii colori '. — L'abbiamo addotto al Nr. 34, come un esempio di V- in *gu-*, in quanto l'etimo sia [a v i] + v e r n u l a, proposto dal Pieri, AGIt. XV 465, a conforto appunto dell'esito tosc. *gu-* da V-; però il Vocab. it. registra solo *ghierla*.

---

quale il pelo della coda si rizza e l'animale dimagra ', dove è da considerare sotto il rispetto semasiologico che codesti malanni hanno di caratteristico il ' prurito ' e di conseguenza il ' grattare ' o ' raspare ' che si voglia dire.

(1) Un bel testimonio dell'accezione primitiva è *guaru* ' storpiato ' cioè un pp. sincopato come a dire **guaratu*.

112. *Imbruzzatu* 'crepuscolo'. — Non si può staccare codesta voce dai modi avverbiali toscani *a bruzzo, a bruzzico, a bruzzolo*, 'al primo albore', come già rileva il Falcucci, non facendo difficoltà che queste si riferiscano al mattino, poichè 'crepuscolo' è 'quell' incerto bagliore che precede il giorno e gli sussegue sull' orizzonte'. Ma a ragione il REW. 1348 allegando l' it. *bruzzolo* 'crepuscolo' insieme col tic. *brots* (l. *brọz*) 'sporco' e sp. *bruzno* 'confuso' sulle tracce dell' AGIt. IX 204 e dei Rend. Acc. di Vienna CLVI 5, 37, osserva che non si può facilmente ammetterli nè rispetto alla forma, da un supposto *b r u t i u s, nè rispetto al senso. A mio avviso, prescindendo ora dal tic. e dallo sp., le voci toscane e côrse spettano ad un' unica famiglia con altro progenitore. Il Vocab. registra il cc. e int. *a brùsticu* 'in sull'albeggiare' che fa pensare al 'brusco' della locuzione toscana *fra lusco e brusco* 'mezzo al buio, quando è già avviata la notte o non è ancora comparso il mattino', dove *lusco* ha *u* invece di *ọ* per far rima con *brusco;* e notisi che questo vale non solo 'aspro di sapore', ma si usa anche quale aggiunto di tempo 'turbato. rannuvolato'. Ora il modo avverbiale côrso non è altro che il tosc. *brusco*, nell' accezione suddetta, + suff. *-'icu*, come a dire **brusk-iku*, donde la forma reale *brusticu* per via della dissimilazione di *sk-k* in *st-k*, che è p. es. in *stincu : skinku* e sim. v. Nr. 70 n. E che si tratti realmente di *brusco* soccorre a riprova un' altra voce pure di Capocorso (Centuri): *prùsculu* 'crepuscolo', registrato dal Vocab. come sinonimo di *all' attracchju*, il quale rappresenta *bruscu* + suff. *-'ulu*, con BR- in *pr-*, come p. es. in *prisacca: *brisacca* 'bisaccia', *prizinatu* 'brizzolato', *prunella* (Evisa), *bruna* (Piana) per 'cruna' Atl. c. 27, che s'accompagnano con gli esempi di B- in *p-* che sono al Nr. 161. Dopo la constatazione di siffatte discendenze dal capostipite *bruscu*, è ovvio il pensare che anche il côrso *imbruzzatu* e tosc. *bruzzo, -ico, -olo* si riappicchino ancora a *bruscu*, con quello scambio di desinenze sinonime *-ùsculu: -ùzzulu*, che non è ignoto alla Toscana (1). Il tosc. *bruzzo* pertanto sarà un'estrazione di *brùzzolo*, nella funzione di pp. accorciato, come per dire **bruzzato*, e le altre forme *brùzzico, brùzzolo*, per **bruz-*

(1) Cfr. p. es. *minuscolo* acc. a *minuzzolo*, e *bruzzolo* 'filo di paglia', che comunemente si considera come una varietà di *bruzzaglia* dal fr. *broussaille* 'macchia, pruneto' REW. 1417, e ripeterà invece *bruscolo* 'minuzzolo piccolissimo e leggerissimo di legno o paglia' con iscambio di suffisso.

zicato, **bruzzolato*. E notisi che l'uso prevalente toscano è quello del modo avverbiale *a bruzzo* ecc. senza articolo, il che lascia supporre che si risalga a composti, quali **abbruzzo* per cielo **abbruzzato*, e così c. **abbruzzicato*, c. **abbruzzolato*. Parimenti il côrso, dove è sostituzione del prefisso *in-* ad *-a*, come pp. verrà a significare 'imbruscato', sottintendendo 'cielo', cioè 'tra il chiaro e l'oscuro' (1).

113. *Indincanti* modo avv. 'bene, felicemente, d'incanto'. — Curiosa aggiunta del pref. *in-* al modo avv. d'incanto; e l'*-i* della desinenza sarà da giudicare alla stregua degli avverbi in *-i*.

---

(1) L'Atl. c. 421 (crepuscolo) non conosce le voci qui sopra addotte tranne che *all'attracchju*, che già in AGIt. XIV 388, giudicavo come un deverbale metatetico di *ad-tardiare, con *dị-* in *-č-* ibid. 150 § 93. Le varietà fonetiche dell'Atl. che a questa si annodano sono: *atrečàdu* (Nonza, Calvi), *atračàda* (Conca, Piedicroce, S. Pietro di Venaco), *atračàta* (Portovecchio e Propriano), *atràča* (S. Fiorenzo), *atràču* (Venzolasca, Cervione, Aleria e Pietrapola); abbracciano dunque tutta l'isola, il Capocorso, il Cismonte e il Pumonte. Inoltre, con scambio di prefisso *in-* invece di *a-*, come si è veduto in *imbruzzatu* nel testo, occorre *intràǧa* a Bastia, e *intračàda di a nòte* a Galeria e Calacuccia, dove il complemento di specificazione accenna all'intervento ideologico di 'entrare'. Isolati sono *albòre* (Isola Rossa), *haskàdu di a šéra* (Calenzana), *u kàska di a nòte* (Ajaccio), *a strìnta d'a nòtte* (Asco), *seretina* (Calcatoggio), *abrùniša* (Corte), *ànuta* (Venzolasca, Guagno, Asco, Nesa), *ànota* (Ghisoni), tutti evidenti, se ne togli gli ultimi tre, non molto chiari, solo però rispetto all'accento accanto ad *annòta* (Bocognano). Rimangono esclusivi dell'oltremonte *abrukàta* (Bastelica, Cauro, Levie e Pianottoli) e *abrugàta* (Zicavo, Coti-Chiavari, Bicchisano e Sartene). Il Vocab. in bella armonia allega come oltr. Sartene *all'abbrugata* 'al crepuscolo', che io non saprei spiegare altrimenti che quale un derivato participiale di albicare, come a dire **albicata* sulla foggia di 'mattinata, serenata', dove il L^cons. in *r*^cons e la metatesi del *r* non hanno nulla di fuor dell'ordinario in codesto territorio, cfr. Nr. 64 n; e v. ad ogni modo *abbrigai* camp., per quanto con altro significato. Moveremo dunque da **all'abbricata*; ma il suff. verbale *-icare* è sostituito talora da *-ucare*, cfr. *mandicare*, *-ucare*, e qui *allecità*, *-ucità* Nr. 7, onde riesciremo ad *all'abbrucata*, *abbrug-* dell'Atl. e del Vocab. Per Rogliano infine l'Atl. dà *krepùskulu*, pretto italianismo, e per Pietrasercna *krebùskulu*. Quest'ultima forma potrebbe far sorgere il dubbio che per la via di **kerbuskulu*, **kebruskulu* si arrivi alla forma aferetica *bruskulu*, *pru-* vista nel testo; ma la via sarebbe stentata assai, e senza alcun sussidio di comparazione, la quale invece, come vedemmo nella nostra via, è assai feconda di risultati sia per le voci còrse che per quelle toscane.

114. *Ingherghitu* cc. Centuri 'arrochito, fioco'. — Ha accanto *arraghitu* oltr. Sartene, e con ettlissi della protonica: *arghitu* cc. Rogliano, cism. Bastia, e con *a* av. *r-* in *e: erghitu* cism. Castagniccia, tutti st. sign.; inoltre *arachissi* 'raffreddarsi'. È ovvio il riscontro col camp. *arragai*, log. *sarragare*, che dimostrano lo stesso trattamento dell'*au* di raucus REW. 7093 (1). La forma capocorsina *ingherghitu*, oltre che la sostituzione del pref. *in-* ad *a-*, ci mostra una contaminazione col radicale di *ghergherèlla* e sim. Nr. 95.

115. *Internichi* 'intristire, far venire la malinconia'. — Da internecare passato alla coniugazione in *-ire;* da agg. al REW. 4493 e così la base latina dall'alta Italia si estende anche all'isola.

116. *Ìntima* cc. 'prima fodera del cuscino, rivestita da un'altra bianca'; pl. *-e* int. 'biancheria da letto'. — Probabilmente un genovesismo, e comunque accresce la serie delle voci dialettali con lo stesso signif. in REW. 4503 (2).

117. *Intilitu* 'intirizzito'. — È il tosc. ppsco *interito* con *-r-* in *-l-* v. Nr. 64 n, e l'*e* protonico assimilato agli *i* attigui. Gli va insieme *intrighinitu* Bastia 'assiderato', quasi **intericare*, **int(e)richinare*, entrambi dalla base onomatopeica terit-, teret-, di cui ho discorso in Rom. XXXIII 50 ed ora v. REW. 8664.

118. *Làzzura* mar. 'tempo di calma con un poco d'umido'. — Un derivato di *lazzu*, *-ulu* 'aspretto, agretto', come il tosc. *lazzo* cfr. 'i lazzi sorbi' danteschi, ma anche a Bastia 'sciocco', dei cibi senza sale. Per la dissimilazione di *-'ula* in *-'ura* cfr. *làgnula : ràgnula* e sim. Nr. 64 n. L'uscita fm. in *-a* mostra la concordanza con un sostantivo sottaciuto, come *calma* o sim.

119. *Lentra* cism. Moita 'quella membrana che riveste il ventre all'interno'. — Null'altro che il neu. pl. sostantivato di lentus, con l'epentesi di *r* di cui si è detto al Nr. 15, e quanto al significato vedasi *allentatu* 'che ha un'ernia'. Da aggiungere per la ragion semantica al REW. 4983.

(1) Istruttiva sotto questo rispetto la comparazione col lucch. *arraghire* AGIt. XII 121.

(2) È tutt'altra cosa il cism. *intima* 'fiato, respiro, spiro', che è rifatto su *ànsima*, *-are*, sostituendo *ans-* con *int-*, inteso come prefisso. Un'altra curiosa voce è *pòtima* 'asma, affanno, l'atto del respirare affannoso', *putimòsu* 'che ha l'affanno', *cavallu p.* bolso, da *bòlzu* + *intima* e *b-* in *p-* cfr. Nr. 161.

120. *Lèppiche* pl. cc. Rogliano ' brighe '. — Già il Falcucci lo compara col modo di dire toscano ' cavar lappole ', dove è usata metaforicamente la parola *lappola*, ' pianta i cui frutti sono forniti di uncinetti, che si appiccano di leggieri agli abiti di chi si accosta '. È dunque questa la base, REW. 4903, ma il suff. *-'ola* è sostituito da quello *-'ica* pur frequente in sostantivi deverbali, e inutili gli esempi. Di più l' *á* si riduce ad *è*, come abbiamo più volte indicato.

121. *Lèrfia* Bastia ' grosso labbro ', cc. *lèrfie* pl., e i derivati *lerfione, lerfiò* ' che ha le labbra grosse ' *lerfiutu* ' che ha labbroni sghangherati '. — Meglio che col genov. *lęrfu* Parodi AGIt. XVI 108 n, trova riscontro col livorn. *lęrfie*, ' labbra ' e lucch. *lèrfia*, ' cera dispettosa ' ecc., derivati anch' essi con *-iu*, v. Salvioni AGIt. XVI 174 e 452, e REW. 4967.

122. *Lèumu, lègumu* cism. Castagniccia ' molenda ', quel che il molinaro ritiene del grano che macina, cioè il 50 °/₀. — Si risale a l e g i t i m u s e cfr. a. lomb. *leemo* ' legittimo ', v. AGIt. XII 410 e REW. 4971. Come da m a r ĭ t i m u s si ha nell'it. *maremma*, così nel côrso da l e g ĭ t i m u s **legemmu* e con trasposizione d'accento e il dileguo della palatale, come di norma, v. AGIt. XIV 172 § 175: **lèemmu*. Qui interviene la labializzazione dell' *e* atono accanto a *m*, come p. es. si riscontra nel campid. *arègumu* ' regamo ', Salvioni RILomb. XLII 672. In *lègumu* poi il *-ĝ-* è riassunto per epentesi, cfr. *rigu* Nr. 166.

123. *Lèzina* cism. ' seconda buccia della castagna ', ' pellicina che si vede nella castagna, dopo levato il riccio e la buccia ': *le-, lizinòsu* ' buccioso ', nel senso di difetto delle castagne, pel quale la seconda buccia sta attaccata al frutto e si leva male. — L' accordo col tosc. *lèzzora, -ola* ' ragnatelo ' o ' quel certo quasi velo che si genera nella superficie del vino facendolo bollire ' Fanfani U. T. e con l' it. *rèzzola* ' il velo degli agli e delle cipolle ', era già rilevato in AGIt. XIV 397, ma il REW. 7264 s. r e t i o l u m non lo raccoglie (1). Io insisto ancora sull' etimo, che corre pel senso e pei suoni, perchè la

(1) Sono dalla base radicale r e t i s il cc. e cism. *reta* fm., donde *retina* ' reticella pel capo '; ma *resiglia* st. sign. è rifatto sul fr. *reseau*; e così ripeterà il genov. *resağu* da r e t i a c u l u m REW. 7257 il cc. *rezzaju* ' sp. di rete rotonda, guernita in fondo di palle di piombo forate ', cui risponde a Bastia *ruzzaghju* ' rizzaglio ', altro esempio delle desin. *-aju, -aghju* acc. all' it. *-glio*, cfr. Nr. 94 n.

z sorda è normale nel tosc. come nel côrso per *-ti̯-*, e l'assimilazione di *r-l* in *l-l* spiega il tosc. *rèzzola* acc. a *lèzzola* e la dissimilazione di *l-l* in *l-r* l'altra forma tosc. *lèzzora*; nel côrso poi è sostituzione di suff., per cui v. Nr. 37 n.

124. *Liccia* cc. Balagna 'fortuna, sorte, inclinazione, simpatia ecc.'. — Non può cader dubbio sull'identità di codesta voce col sar. *diccia*, sp. *dicha* AGIt. XIV 393 e REW. 2628, e aggiungi tosc. *detta* 'buona fortuna nel giuoco' di contro a *disdetta*, e a. tosc. *disdicciato* 'senza detta al giuoco' rifatto sullo sp. *disdichado*. Ma il *l-* della voce côrsa si ripete dal composto *allicciatu* cism. e oltr. 'fortunato', di cui *liccia* non è che un'estrazione sostantivale, e il doppio *-ll-* si dovrà appunto al primitivo **addicciatu*, cfr. Nr. 54 n.

125. *Liccitanu* agg. di *leccia*: *macchja liccitana* 'macchia di elci'. — Evidente continuatore di *ilicitanus corrispondente ad alnetanus.

126. *Linguizzetta* n. di un Comune nel distretto di Corte. — Così nei documenti ufficiali, ma il Viale nel suo « Voto di Pietro Cirneo » scrive *Inguizzetta*; altro esempio dunque di L- mobile, come presunto articolo, da aggiungere alle serie addotte al Nr. 9 n.

127. *Lòpiu* oltr. Sartene, altrove *lòbbiu* 'ventriglio, gozzo degli uccelli', di contro a *gòbiu* cc. e cism. st. sign., e i derivati: *lubbiònu*, *lup-* 'ghiottone'. — Rappresentano due esiti, proprii rispettivamente dei due linguaggi, coi quali il côrso ha maggiore affinità, il toscano e il sardo. Infatti la forma *gòbiu* è sullo stampo del tosc. *gobbio*, lucch. *gubbio* AGIt. XII 110 e REW. 4424; mentre l'altra *lòpiu* attesta la riduzione di GL- della base [in]gluvies in *l-*, che è propria del log., cfr. *lande*, *lorumu* ecc. Campus. Fon. log. § 93. Riverrà qui anche il côrso com. *gubia* 'natta, tumore' con la prima risoluzione, che ha di contro con l'altro svolgimento il log. *lupia* st. sign., anche it. 'lopia', *l. -in su tuju* 'gozzo'.

128. *Lucenda* cc. e Alesani; *a lucenda di luna* 'al chiarore, alla luce della luna'. — Bell'esemplare di gerundio in funzione di sostantivo.

129. *Macéghja* cc. e cism. 'mucchio di pietre'; e fig. cc. 'donna grassa, mal fatta, di tristo aspetto'. — Dice materia in fonetica côrsa, con *-ri̯a* in *-ghja*, da aggiungere al REW. 5204. *Le Maceghje* nl. fra S. Teramo e S. Caterina in Rogliano vale « le macerie ».

130. *Magénula* int. 'mascella, ganascia', e anche 'coreggiato, flagello'. — Risponde bene a *mac(h)ĭnula dimi-

nutivo di **machina**, cfr. tarent. *macenila*, ecc. in REW. 5205. Notevole codesta relazione figurativa tra il 'coreggiato' e la 'mascella', relazione che ricorda quella tra 'stanga' e 'guancia' che è nel sar. *barra* Rom. XX 58 e REW. 963, e quella tra 'balaustrata' e 'guancia', che è nel côrso *cantéchja* d'accordo col gall. *kanteǧǧa*, log. *kanterzu*, camp. *kantrezu* da **cantherius** AGIt. XIV 391 e REW. 1615.

131. *Mánfaru* cism. Campile sinon. di *cucone* 'foro superiore della botte, dove si mette l'imbuto'. — Pel significato risponde al sen. *manfano* 'cocchiume', e pei suoni pure al sen. *manfero* 'coreggiato', con *n-n* dissimilato in *n-r*, entrambi come l'it. *manfano* da una stessa base, che si fa risalire all'osco **manfar** REW. 5278 (1).

132. *Maruffu* 'gran nassa nella quale si pone il pesce vivo e si tiene in mare per conservarlo'; è fatta di mirto e d'ulivo contesti. — Abbiamo a che fare ancora con la base soprariferita; si muove da *máffulu* che è forma viva del camp. e con la nota sostituzione di suff. *-'ulu: -'uru*, cfr. Nr. 37 n, si ha **máffuru*, e questo con metatesi reciproca e conseguente trasposizione d'accento pel doppio *-ff-* nella sillaba finale, dà luogo a *maruffu*. Pel significato cfr. sic. *maferu, -rata* 'sp. di vaso'.

133. *Massédda* oltr. Sartene 'imboccatura d'un fiume'. — Notevole accezione di **maxilla** da registrare nel REW. 5443. Per la *x* che si risolvè in *-ss-*, v. AGIt. XIV 170 § 168, e per la semasiologia cfr. 'bocca di fiume' acc. a foce, e *fugata* Nr. 92.

134. *Mighécca* cism. Castagniccia 'sp. di michetta', pane scelto in forma di *canistréllu* o *cócuiu*, v. Nr. 74. — Ripete *michetta* e va rilevato per l'assimilazione di *-k-* (*-ǧ*) in *-k-*(*-ǧ-*) *-kk-;* da aggiungere dunque alla serie delle assimilazioni. Il doppio *-cc-* si deve all'analogia della desinenza *-eccu* gradita al côrso, cfr. *mileccu* Nr. 137 e sim.

135. *Migi* 'sp. di fiore campestre'; in Toscana alcuni lo paragonano al mondo, perchè con un soffio si sperde, ma quello di Corsica è bianco. A Livorno denominansi *bugie*. — È da leggersi *miǧi* e proviene dalla voce per chiamare il gatto, cfr. it. *micio* REW. 5557, e insieme int. *migiu* (l. *miǧu*) 'voce

(1) E si dovranno all'idea della botte connessa con quella del cocchiume, i significati metaforici che si hanno in *mánfara, -òna* 'donnona', 'frittella grande quanto un tegame'; e *-óttulu* 'spauracchio, uomo dappoco'.

con cui si chiama il gatto', 'il gatto'; *miciu*, pl. *mici* (l. *miçu*, *-i*) 'quel verso che fa talvolta il gatto col respirare quasi rantoloso', e *ha li mici* si dice scherzosamente di chi è affetto da catarro. L'immagine per denominare il fiore sarà tolta dalla comparazione coi baffi del gatto.

136. *Mignóculu*, *-úculu* 'minuzioso', fig. 'briciolino'; e anche 'persona sciagurata, miserabile' e perfino 'essere fantastico per far paura ai bimbi'. — Trova riscontro, con cambio di suff. e con la desinenza propria di quel dialetto, nel lucch. *mignágnora* 'cosa da nulla' AGIt. XII 170; e con questo accresce la numerosa famiglia dei derivati dalla base miñ-, quali l'it. *mignolo*, sass. *miñoni* e sim. REW. 5581. Alla stessa base si riconnette *minghjógula* int. 'verme intestinale dei fanciulli'; in cui si ha *-nghj-* (*-nğ-*) da -NJ- cfr. AGIt. XIV 147 § 83, oltre che la sonora nel suff. *-úculu*, come di norma nell'int. Anche la reduplicazione scherzosa *mignimignà* 'uomo irresoluto' potrebbe spettare qui (1).

137. *Milecou* int. 'agnello da latte'. — Nei frammenti latini degli Statuti di Sassari editi dal Tola p. 36 n. 1 occorre la voce *melicam*, che il T. interpreta « *Melicam* dal lat. *melinam* di Plauto, che significa *ovem* = pecora » (2). Accanto a *melinus* è dunque già nel lat. *melicus* e a questo si collega il nostro *milécou* con -'icus in *-éccu* nell'analogia di codesta uscita gradita al côrso, v. Nr. 133 e Rom. Gr. II § 499. In ordine poi al significato, già l'Ascoli AGIt. VII 409 rilevava come la voce che valeva 'del colore del miele, tra il giallo ed il bianco', si applicasse ai colori delle bestie dell'armento, ed è facile intendere come poi passasse ad indicare le bestie stesse dell'armento, quindi 'pecore', come in Plauto e negli Statuti sassaresi, e 'agnello da latte' nel côrso. Cfr. Salvioni, Post. rom. s. mēlinus e REW. 5483.

---

(1) Non così *mingona* cc. 'farina di granturco, farina dolce', che rifà **melgona* con *l-n* assimilato in *n-n*, cfr. it. *melica*, mil. *melgọ̈* ecc.

(2) Nel testo sardo degli Statuti sassaresi edito dal Tola e dal Guarnerio manca il cap. XXXI del lib. I° (carta 19); ma fortunatamente esso si conserva integro nel codice di Castelsardo, dove si legge: « *nen dimandare melca nen angione in modu alcunu*, » che corrisponde ai frammenti latini del Tola sopra riferiti. V. Vittorio Finzi, Gli Statuti della Repubblica di Sassari, edizione critica; Cagliari, Dessì 1911, p. 46.

SULLA MISURA DEL VANTAGGIO
CHE IL CONSUMATORE RITRAE DA UNO SCAMBIO

Nota del M. E. prof. ULISSE GOBBI

(*Adunanza del 10 giugno 1915*)

La condizione economica di una persona è data dall'aggregato di mezzi personali ed esterni di cui essa ha la disposizione. Se si considerano solo i mezzi valutabili in moneta (ricchezze), ricordando tuttavia che la condizione economica dipende anche da quelli di cui non si sa fare la valutazione, l'aggregato ha un dato valore monetario che può rimanere fermo sostituendosi in esso certi oggetti a certi altri.

Queste sostituzioni sono volontariamente procurate in quanto siano possibili e convenienti.

Il principio della convenienza economica, che è inerente alle azioni volontarie, è l'aumento dei mezzi a disposizione per quello scopo della vita che in un dato momento domina la condotta di una persona (*Sul principio della convenienza economica*: Memorie del R. Istituto Lombardo, 1900, pag. 173) (1).

Per cui se una sostituzione è volontariamente compiuta, la persona pensa di avere nell'oggetto acquistato qualche cosa di più di ciò che aveva nell'oggetto ceduto per gli scopi della sua vita: lo scambio le procura un vantaggio che si dice soggettivo, riservando la questione se essa non desideri per avventura cose le quali, come le bevande alcooliche, le siano dannose.

(1) Questo principio è generale: soggetto delle operazioni economiche è l'uomo reale, con tutte le sue qualità, coi suoi ideali e coi suoi capricci, e non un astratto homo oeconomicus.

Si è creduto di poter determinare questo vantaggio prendendo in considerazione l'utilità (ofelimità. desiderabilità) rispettivamente della cosa ceduta e di quella ottenuta.

Ammessa la convenzione di considerare l'utilità come una quantità, funzione della quantità della ricchezza, importa di vedere se le deduzioni che se ne ricavano siano corrette e in armonia coi risultati dell'esperienza.

Il Prof. ALBERTO DE' STEFANI in una nota inserita negli Atti del R. Istituto Veneto, 1914, T. LXXIII. P. II. (*I criteri economici subbiettivi per la determinazione quantitativa della ricchezza*), indicata con x la quantità di un oggetto a disposizione di una persona, considera le quattro funzioni:

utilità totale $= u\ (x)$
utilità marginale $= u'\ (x)$
utilità economica $= x\ u'\ (x)$
utilità differenziale $= u\ (x) - x\ u'\ (x)$.

L'utilità di un incremento $d\,x$ della quantità x è $u'\ (x)\ d\ x$ (che il MARSHALL chiama utilità marginale, chiamando $u'\ (x)$ grado di utilità marginale: ma quanto alla nomenclatura non è che questione d'intendersi).

Si ammette che l'utilità totale della ricchezza col crescere di questa cresca con rapidità decrescente, e ciò sia per le singole cose (è un'eccezione apparente quella degli oggetti di collezione, perchè queste sono cose complementari e non aggiunte alla stessa cosa), sia per la massa della ricchezza.

L'utilità marginale è decrescente fino a raggiungere il valore zero per le singole ricchezze; è decrescente ma senza raggiungere il valore zero per la massa della ricchezza posseduta da una persona.

L'utilità economica è definita come il prodotto dell'utilità marginale per la quantità della ricchezza. Dice il DE' STEFANI d'essere stato invogliato a scrivere la sua nota dalla lettura dell'opera di CORRADO GINI, *L'ammontare e la composizione della ricchezza delle nazioni*, Torino 1914, in cui figura appunto l'utilità economica nel senso così definito.

Ora il GINI presenta infatti questo dato come se fosse fondamentale per lo studio dell'economia, (pag. 7 e 530), ma poi non lo utilizza affatto.

Il che è naturale perchè non è un dato utilizzabile. Si consideri per un momento questo esempio. Un individuo ha percorso 45 chm. in 10 ore; la sua velocità è stata decre-

scente da 6. chm. nella prima ora fino a 3 chm. nell'ultima; si potrà dare a questi 3 chm, il nome di percorso *marginale* per una marcia di 10 ore. Ma che significato avrebbe il prodotto di 3 per 10? Esso indicherebbe il percorso che la persona avrebbe compiuto se avesse camminato per 10 ore essendo sempre così stanca com'era nell'ultima ora. Ma il supporre contemporaneamente che una persona abbia appena incominciato a camminare e sia già stanca per aver camminato nove ore, implica una contraddizione. Onde quel prodotto è un semplice esercizio d'aritmetica.

Una contraddizione analoga è implicita nella così detta utilità economica.

Una persona possegga 10 eguali porzioni di una cosa: l'utilità delle singoli porzioni decresca da 6 a 3: il prodotto di 3 per 10 è l'utilità marginale di 10 porzioni ripetuta 10 volte: e che significato ha questo prodotto? dovrebbe indicare la soddisfazione che una persona ritrarrebbe da 10 porzioni di una cosa, se ciascuna si aggiungesse ad altre 9 già possedute, mentre possedute non sono che 10: il che implica una contraddizione.

Onde non può avere senso nemmeno *l'utilità differenziale* definita come la differenza fra l'utilità totale e l'utilità economica, e quindi non si può servirsene per misurare il vantaggio di uno scambio.

Ma si crede di superare la difficoltà in grazia della correlazione fra l'utilità marginale e il prezzo. Si dice che se una certa quantità di una cosa viene acquistata ad un prezzo eguale per tutte le sue unità, tutte queste sono pagate in ragione del grado di utilità dell'ultima. e quindi vi è una differenza tra la somma con cui sarebbe stato conveniente acquistare le singole unità e quella con cui sono acquistate: il consumatore guadagna l'utilità di questa differenza.

Parlando così, pare che *l'utilità economica* venga ad essere giustificata: essa infatti sarebbe l'utilità della somma spesa per acquistare una data quantità di una cosa: l'utilità di ciascuna successiva unità di questa è eguale a quella della massima somma a cui è conveniente acquistarla: queste somme sono decrescenti, mentre quelle effettivamente spese sono eguali per tutte: quindi vi è una differenza la cui utilità corrisponde al vantaggio arrecato dallo scambio.

Ma nemmeno in questa forma la proposizione è accettabile, perchè essa implica che la somma massima conveniente a spendersi per acquistare ciascuna unità di una cosa sia indi-

pendente da ciò che si è speso per acquistare le unità precedenti.

Il ragionamento è basato su due premesse:

1. Se tutte le unità sono acquistate allo stesso prezzo, esse sono acquistate al prezzo a cui è conveniente l'acquisto dell'ultima;

2. Le singole unità meno l'ultima sono acquistate ad un prezzo minore di quello a cui ne sarebbe stato conveniente l'acquisto.

Per giustificare la 2ª premessa si ricorre al dato d'esperienza che diminuendo il prezzo (eguale per tutte le unità acquistate) aumenta (almeno fino ad un certo punto) il numero delle unità acquistate.

Indicando con h_a un unità di (a), si constata che all'acquisto di una sola unità conviene fermarsi se il prezzo è ${}^1p_a$, spendendo ${}^1p_a\ h_a$; se il prezzo è ${}^2p_a < {}^1p_a$, conviene acquistarne due, con una spesa $2\ {}^2p_a\ h_a$.

Allora si dice che comperando 2 unità al prezzo ${}^2p_a$ non si ha guadagno sulla seconda, perchè pagata al prezzo a cui ne è appena conveniente l'acquisto, ma lo si ha sulla prima perchè si sacrifica per comperarla ${}^2p_a\ h_a$ mentre sarebbe stato conveniente sacrificare anche ${}^1p_a\ h_a$, onde si guadagna l'utilità di $({}^2p_a - {}^1p_a)\ h_a$.

Ma dicendo questo si dimentica che la spesa ${}^2p_a\ h_a$ per la seconda unità è conveniente solo se la prima fu pagata allo stesso prezzo, mentre se questa fu pagata al prezzo ${}^1p_a$ è conveniente acquistare la seconda soltanto ad un prezzo che non superi $2\ {}^2p_a - {}^1p_a$.

Il guadagno sulla prima porzione è adoperato nell'acquisto della seconda: un bilancio che lo presenta ancora come esistente dopo l'acquisto delle due porzioni al prezzo ${}^2p_a$ per ciascuna non è corretto.

O si dice, ed è il modo più naturale di esprimersi, che il prezzo appena conveniente per le due unità è ${}^2p_a$ e coincide col prezzo effettivo; oppure se si vuol dire che il prezzo conveniente per l'acquisto della prima è ${}^1p_a$ superiore al prezzo effettivo, bisogna aggiungere che il prezzo conveniente per la seconda è $2\ {}^2p_a - {}^1p_a$, e non diventa conveniente il prezzo effettivo ${}^2p_a$ se non in grazia del guadagno $({}^1p_a - {}^2p_a)\ h_a$ ottenuto sulla prima, il quale viene così eliminato.

Se poi supponiamo che il prezzo effettivo sia ${}^3p_a < {}^2p_a$ possono darsi due casi:

a) con questo prezzo è conveniente l'acquisto di 3 unità; allora la spesa è 3 $h_a\ {}^3p_a$, ed è nè più nè meno che la spesa conveniente;

b) anche con questo prezzo non conviene acquistare più di 2 unità: allora la spesa effettiva è 2 $h_a\ {}^3p_a$ mentre sarebbe stato conveniente spendere anche 2 $h_a\ {}^2p_a$: si ha quindi un guadagno eguale a 2 $h_a\ ({}^2p_a - {}^3p_a)$, la quale somma sarà adoperata per qualche altra cosa.

In generale il prezzo può variare da ∞ a 0: la quantità acquistata è 0 col prezzo ∞ (e rimane 0 fino ad un certo punto da determinarsi coll'esperienza) e raggiunge un massimo finito col prezzo 0 (per tutte le cose c'è una quantità che non conviene sorpassare neanche per niente). La spesa (prodotto della quantità per il prezzo) parte da 0 per la quantità 0 e torna a 0 pel prezzo 0: quindi prima cresce e poi diminuisce. Perciò non si può dire che l'utilità delle successive unità acquistate sia rappresentata dalla spesa con cui è conveniente acquistarle, perchè l'utilità di ciò che si trova conveniente di acquistare è sempre positiva, mentre l'incremento di spesa, col diminuire del prezzo e col crescere della quantità acquistata, da positivo diventa negativo.

Forse l'errore è derivato dalla confusione fra prezzo e incremento di spesa: se il prezzo è costante, acquistandosi una quantità r colla spesa s, il prezzo $\frac{s}{r}$ è la spesa unitaria, ed è quindi l'incremento di spesa per l'acquisto di un'unità; ma passando da un prezzo ad un altro, se la quantità r comperata colla spesa s diventa $r+1$ colla spesa $s+t$, l'incremento di spesa t non va confuso colla spesa unitaria $\frac{s+t}{r+1}$.

La critica fatta ora si applica anche al modo accurato in cui il vantaggio ricavato dallo scambio è presentato dal FISHER (1).

Dietro la curva di domanda sul mercato (la quale rappresenta la relazione fra il prezzo e la quantità che trova compratori), vi è la curva di domanda individuale (relazione fra il prezzo e la quantità che a ciascun individuo conviene di acquistare), e dietro questa vi sono due curve di desiderabilità, quella della cosa e quella della moneta.

(1) I. FISHER, *Elementary Principles of Economics*, New York 1913, pag. 281 a 302.

Un individuo trova conveniente l'acquisto di una cosa finchè la desiderabilità marginale di questa eccede la desiderabilità marginale della moneta moltiplicata per il prezzo a cui l'acquisto si può fare.

Così il prezzo che ciascun consumatore è disposto a pagare per una cosa è eguale al rapporto fra due desiderabilità marginali, quella della cosa e quella della moneta pel consumatore stesso (s'intende la moneta residua, che rimane disponibile per altre cose, in seguito all' acquisto dell' oggetto in questione).

A rigore la desiderabilità marginale della moneta cresce con ogni spesa, ma se la spesa per un particolare oggetto è relativamente piccola, si può, con un'approssimazione tollerabile, considerare la desiderabilità marginale della moneta come costante per ogni consumatore. (Del resto si potrebbe anche rappresentarla come crescente senza danno pel ragionamento).

Se il dire che il prezzo di mercato di un bene è eguale al rapporto fra la sua desiderabilità marginale e la desiderabilità marginale della moneta per ogni consumatore, non è che una delle forme in cui si può esprimere la posizione d'equilibrio dei consumatori, l'usarla o no è questione didattica: anzi (se il carattere della scuola lo consigli) potrà anche giovare esporre le varie forme, mostrando come si passi dall'una all'altra.

Ma l'autore vuol dedurne che il consumatore guadagna una « Surplus desiderability » eguale alla differenza fra la totale desiderabilità della cosa comperata e la totale desiderabilità della moneta spesa.

Prendiamo uno degli esempi che egli dà.

Un consumatore compera un'unità di un oggetto se il prezzo è 6; 2 al prezzo 5; 3 al prezzo 4; 4 al prezzo 3, ecc.

Se si indica con 2 la desiderabilità marginale della moneta per quel consumatore (supponendola costante, coll'avvertenza fatta), la desiderabilità marginale dell'oggetto viene allora indicata da 12, 10, 8, 6 a seconda che le unità acquistate siano 1, 2, 3, 4.

Poco importa che questi indici siano arbitrari, una volta che si vada d'accordo sul loro significato.

Ora, dice il Fisher, se il prezzo è 5 per unità, il consumatore ne compera 2 la cui desiderabilità è 12 e 10, spende 5 + 2 unità di moneta la cui desiderabilità è 2, onde guadagna $(12 + 10) - 5 \cdot 2 \cdot 2 = 2$.

Si ragiona dunque come se *dopo avere speso 6* per comperare la prima unità fosse conveniente spendere 5 per comperare la seconda, mentre i dati assunti sono diversi. Se il prezzo è *6* si compera un'unità, onde, se si indica con *2* la desiderabilità di un'unità di moneta, sarà indicata da 12 la desiderabilità di quell'unità dell'oggetto; in sostanza questo non è che un modo più complicato per dire che si trova conveniente il sacrificio di 6 unità di moneta per avere un'unità dell'oggetto.

Se il prezzo è 5 *per tutte e due le unità* se ne comperano 2; ma se occorresse spendere 6 per la prima unità e 5 per la seconda le 2 unità non si comprerebbero: poichè l'ipotesi (che non va cambiata nel corso del ragionamento) è che convenga l'acquisto di un'unità colla spesa 6 e quello di due unità colla spesa 10 (non colla spesa 11).

Il prezzo al quale è conveniente l'aggiunta di un'unità ad una certa quantità di una cosa, è funzione non soltanto di questa quantità ma anche del prezzo a cui le precedenti unità furono acquistate: quando si sono poste le seguenti ipotesi (compatibili e verificabili coll'esperienza):

1ª Se il prezzo (costante qualunque sia la quantità acquistata) è 6, la quantità che il consumatore trova conveniente di acquistare è 1;

2ª Se (e soltanto se) il prezzo (costante c. s.) è 5, la quantità è 2; non è lecito aggiungere quest'altra:

3ª Se è possibile comperare un'unità a 6 ed una seconda a 5, il consumatore trova conveniente l'acquisto di 2 unità, perchè quest'ipotesi è incompatibile colla 2ª e compatibile solo con una di queste due:

2ª *bis*: se il prezzo (costante c. s.) è 5, 5 la quantità è 2; oppure:

2ª *ter*: tanto se il prezzo è 5, 5, quanto se è 5 la quantità acquistata è 2.

In quest'ultima ipotesi (che non è quella considerata dall'autore) scendendo il prezzo da 5, 5 a 5 resta al consumatore un guadagno che invece di essere adoperato nell'acquisto di una successiva unità dello stesso oggetto, sarà adoperato nell'acquisto di qualche altra cosa.

Insomma si può ben dire che il consumatore arriva fino al punto in cui l'incremento di spesa occorrente all'incremento dell'acquisto di un oggetto cessa di essere conveniente, ossia al punto in cui ciò che gli *conviene* spendere per un

incremento dell'oggetto coincide con ciò che *occorre* spendere, attraversando un intervallo in cui fra la spesa effettiva per le unità acquistate e la spesa conveniente per acquistarle vi è una differenza.

Di solito si considera il caso in cui questa è positiva, essendo il prezzo costante per tutte le unità acquistate. Ma siccome il prezzo effettivo può essere anche variabile per le successive unità acquistate, essa può essere anche zero o negativa.

Così, riprendendo l'esempio del FISHER, se una prima unità si può avere al prezzo *6*, una seconda al prezzo *4*, una terza a *2* e una quarta gratis, la differenza è sempre zero.

Quando la spesa è fissa qualunque sia la quantità acquistata, la differenza in questione sarà negativa. Per es. chi spende 10 cent. per una corsa in tramvia, passa per situazioni, come quella in cui per 10 cent. ha percorso 10 metri, in cui la spesa sopportata è superiore a quella conveniente (tant'è vero che a quel punto se per qualche incidente deve scendere, pensa d'aver perduto i due soldi).

Ad ogni modo la differenza positiva o negativa scompare, e se ne rimane una positiva per un dato oggetto, perchè si è arrivati alla quantità che non conviene accrescere anche se il prezzo diminuisce, essa scompare nell'acquisto di altri oggetti.

In conclusione l'esprimere con indici arbitrari l'utilità delle singole unità delle cose acquistate è una complicazione inutile: la pretesa di misurare il vantaggio di uno scambio con un confronto di utilità è vana.

Se si considera l'utilità della cosa come indipendente dal prezzo a cui si può acquistarla, hanno senso l'utilità totale e la marginale, ma non hanno senso l'utilità economica e la differenziale, e quindi non c'è nessun dato che serva ad indicare il vantaggio di uno scambio.

Se poi si tien conto del prezzo, e per indicare l'utilità delle successive porzioni acquistate, si considerano i diversi acquisti fatti ciascuno nell'ipotesi di un prezzo diverso, allora l'utilità totale che si vorrebbe ricavarne è una somma di dati non coesistenti, e quindi inammissibile. Essa va corretta riducendola all'utilità economica (1) (la quale poi non è altro

---

(1) cfr. WICKSTEED, *Political Economy in Light of Marginal Theory* (Econ. Journ. March 1914, pag. 22).

che l'utilità della moneta spesa nell'acquisto): questa allora viene giustificata, ma invano perchè l'utilità differenziale risulta zero.

La questione va posta in tutt' altro modo.

Il vantaggio effettivo degli scambi compiuti consiste nell'avere la disposizione di un certo aggregato di mezzi invece di un altro: la sua valutazione, sia rispetto alle soddisfazioni, sia rispetto al benessere della persona, non può essere ottenuta se non con uno studio diretto rispettivamente delle soddisfazioni o del benessere, mediante dati concreti attinti all' esperienza.

MAGGIO 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass. min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	751.8	750.1	751.4	751.1	+16.2	+23.3	+15.6	+24.6	+10.8	+16.8	—
2	51.4	49.6	50.2	50.4	16.2	23.4	16.6	25.0	10.7	17.1	—
3	51.2	50.3	50.9	50.8	16.6	23.6	18.6	25.1	11.6	18.0	—
4	52.3	51.1	51.4	51.6	19.1	23.6	19.8	25.2	12.8	19.2	—
5	52.2	51.8	52.6	52.2	20.2	21.6	17.0	21.6	15.5	18.6	11.7
6	753.8	753.6	753 3	753.6	+15.2	+19.0	+17.2	+19.7	+13.8	+16.5	4.1
7	52.9	52.1	50.7	51.9	17.9	21.9	17.8	22.5	14.1	18.1	—
8	51.2	49.8	49.5	50.2	19.2	25.4	21.1	26.5	12.1	19.7	—
9	49.8	48.3	50.3	49.5	20.6	27.3	20.6	28.0	14.8	21.0	—
10	50.6	49.3	49.4	49.7	16.7	15.7	15.0	17.6	13.6	15.7	13.4
11	747.3	746.6	746.1	746.7	+13.0	+14.0	+13.7	+14.5	+12.0	+13.3	7.3
12	43.9	41.8	42.7	42.8	16.6	22.0	17.8	23.6	11.9	17.5	—
13	43.1	43.0	45.0	43.7	18.8	23.6	18.6	26.5	12.5	19.1	—
14	46.5	45.7	46.6	46.3	19.1	22.8	19.3	25.0	14.6	19.5	—
15	48.5	47.6	48.4	48.2	19.2	26.0	22.6	27.7	12.8	20.6	—
16	750.4	747.2	749.0	749.5	+20.2	+27.0	+21.8	+28.7	+14.8	+21.4	—
17	48.1	46.7	45.8	46.9	20.5	22.2	18.0	23.1	16.3	19.5	2.4
18	42.6	42.6	41.5	42.2	15.7	16.2	14.8	20.6	13.5	16.1	18.6
19	43.6	45.1	45,5	44.7	14.2	18.9	15.2	20.8	12.3	15.6	1.2
20	45.9	47.0	47.8	46.9	15.1	21.6	17.6	21.6	10.3	16.1	—
21	747.8	746.7	746.1	746.9	+19.8	+26.6	+21.6	+27.5	+13.7	+20.6	—
22	47.1	46.4	47.2	46.9	20.3	27.4	19.2	28.5	13.9	20.5	8.2
23	47.4	45.4	47.4	46.7	21.6	28.4	19.8	28.5	15.0	21.2	0.6
24	48.4	47.4	47.7	47.8	20.5	26.9	22.2	27.6	15.7	21.5	0.6
25	47.5	48.0	50.3	48.6	23.0	23.8	18.0	26.9	16.5	21.1	—
26	749.6	747.9	747.8	748.4	+19.9	+26.7	+22.0	+27.4	+14.2	+20.9	—
27	46.5	44.8	45.1	45.5	21.8	27.7	22.4	28.9	14.8	22.0	—
28	44.3	42.3	42.4	43.0	21.7	27.3	20.4	28.9	16.3	21.8	—
29	41.7	40.2	40.9	40.9	17.0	21.4	18.4	22.0	15.0	18.1	11.1
30	43.2	43.3	44.8	43.8	19.4	25.9	20.4	27.6	15.6	20.7	0.6
31	46.5	46.0	47.1	46.5	+19.4	+24.0	+19.8	+24.5	+16.9	+20.2	1.1
M	747.97	747.09	747.58	747.55	+18.54	+23.39	+18.80	+24.71	+13.82	+18.97	80.9

Altezza	barom.	mass.	753.8 mm	g. 6	Temperatura	mass.	+ 28.9	g. 27 e 28
"	"	min.	741.5	" 18	"	min.	+ 10.3	" 20
"	"	media	747.55		"	media	+ 18.97	

Temporale il giorno 17, 22, 23
Grandine " " 22
Nebbia " " 6, 7, 11, 16, 27

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, brina, o rugiada disciolte.

MAGGIO 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	7.2	7.2	8.5	7.5	52	34	65	53.9	1	3	3	SW	SW	N	5
2	7.9	7.3	6.4	7.1	58	34	46	49.6	2	3	3	W	SW	W	5
3	8.5	9.2	6.2	7.9	60	43	39	50.9	0	0	4	SW	S	W	7
4	10.3	9.6	10.4	9.9	63	44	60	59.3	3	7	9	S	SE	W	4
5	10.8	12.7	12.1	11.8	62	66	84	74.3	9	10	10	E	CALMA	N	4
6	11.0	12.0	11.9	11.5	86	73	82	83.9	10	9	10	S	E	SE	3
7	11.5	9.9	11.6	10.9	75	51	76	70.9	10	7	5	CALMA	NW	CALMA	2
8	11.0	11.1	11.0	10.8	67	47	59	61.3	8	1	4	E	SW	CALMA	3
9	12.9	11.7	11.6	12.0	70	43	64	62.6	2	7	6	SE	SE	S	6
10	11.8	11.3	10.8	11.2	84	85	85	88.3	10	10	10	NE	E	SE	9
11	9.8	9.8	10.2	9.8	88	82	87	89.3	10	10	10	E	E	E	5
12	9.8	10.8	11.1	10.4	70	55	74	69.9	8	7	6	W	W	S	3
13	11.5	11.3	11.4	11.3	71	52	71	68.3	7	7	4	W	CALMA	E	3
14	11.2	10.9	10.9	10.8	68	53	66	65.9	8	7	3	SW	SW	SW	6
15	12.2	11.4	11.6	11.6	73	46	57	62.3	1	5	3	NE	SE	E	6
16	12.6	12.4	11.8	12.1	72	47	61	63.6	8	7	10	SE	SE	E	6
17	10.8	11.5	12.0	11.3	60	58	78	68.9	8	10	10	SW	SE	NE	6
18	11.8	11.7	10.1	11.0	89	85	80	88.3	10	10	10	NE	S	NW	7
19	10.4	9.8	10.4	10.1	87	60	81	79.6	10	6	3	NE	NW	W	7
20	9.9	11.0	11.4	10.6	77	57	76	73.6	10	10	8	CALMA	SE	E	5
21	10.1	10.7	11.9	10.7	59	41	62	57.7	4	3	1	NW	W	W	4
22	11.4	13.0	13.1	12.3	64	48	79	67.4	9	9	6	CALMA	E	N	4
23	11.6	12.6	12.7	12.1	60	44	74	63.0	4	3	8	NE	E	SE	5
24	12.7	11.0	11.2	11.5	71	42	57	60.4	10	2	4	CALMA	CALMA	N	3
25	12.6	11.5	10.6	11.4	61	53	69	64.7	10	5	6	E	SE	NE	10
26	10.4	7.3	10.2	9.1	61	28	52	50.7	6	1	3	SW	SW	CALMA	5
27	10.9	11.0	8.8	10.1	56	40	44	50.3	2	2	3	SW	SW	SW	5
28	8.8	9.0	9.1	8.8	45	33	51	46.7	3	2	6	NW	SW	SW	8
29	12.3	13.6	13.0	12.8	86	72	82	83.7	10	10	10	E	E	W	7
30	12.5	11.3	11.7	11.6	75	46	66	66.0	10	3	8	SE	S	W	7
31	13.1	11.4	12.4	12.2	78	51	72	70.7	10	7	10	NE	E	E	5
M	10.94	10.81	10.84	10.71	69.3	52.0	67.7	66.65	6.9	5.8	6.3				5.3

Tens. del vap. mass. 12.9 g. 9
" " " min. 6.2 " 3
" " " media 10.71
Umid. mass. 89 % g. 18
" min. 28 % " 26
" media 66.65 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
4	8	18	13	7	16	12	5	10

Media nebulosità relativa del mese
6,3

MAGGIO 1915

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d' Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	+ 0.28	+ 0.65	+ 0.32	+ 0.40	+ 0.22	+ 0.27	+ 0.81
2	+ 0.30	+ 0.65	+ 0.35	+ 0.41	+ 0.24	+ 0.29	+ 0.82
3	+ 0.32	+ 0.64	+ 0.37	+ 0.42	+ 0.25	+ 0.31	+ 0.83
4	+ 0.37	+ 0.64	+ 0.40	+ 0.44	+ 0.26	+ 0.32	+ 0.82
5	+ 0.40	+ 0.63	+ 0.46	+ 0.46	+ 0.28	+ 0.36	+ 0.83
6	+ 0.49	+ 0.70	+ 0.53	+ 0.59	+ 0.39	+ 0.38	+ 0.83
7	+ 0.58	+ 0.72	+ 0.60	+ 0.65	+ 0.45	+ 0.41	+ 0.85
8	+ 0.61	+ 0.73	+ 0.64	+ 0.70	+ 0.50	+ 0.45	+ 0.85
9	+ 0.72	+ 0.72	+ 0.68	+ 0.72	+ 0.52	+ 0.47	+ 0.86
10	+ 0.82	+ 0.75	+ 0.77	+ 0.83	+ 0.62	+ 0.49	+ 0.91
11	+ 0.92	+ 0.81	+ 0.90	+ 0.98	+ 0.74	+ 0.54	+ 0.95
12	+ 0.99	+ 0.83	+ 1.00	+ 1.06	+ 0.83	+ 0.58	+ 0.96
13	+ 1.02	+ 0.83	+ 1.04	+ 1.11	+ 0.87	+ 0.64	+ 0.96
14	+ 1.05	+ 0.86	+ 1.08	+ 1.15	+ 0.91	+ 0.71	+ 0.98
15	+ 1.04	+ 0.86	+ 1.12	+ 1.20	+ 0.95	+ 0.71	+ 1.00
16	+ 1.02	+ 0.86	+ 1.14	+ 1.20	+ 0.95	+ 0.73	+ 1.00
17	+ 1.07	+ 0.86	+ 1.16	+ 1.25	+ 0.99	+ 0.70	+ 1.02
18	+ 1.25	+ 0.90	+ 1.30	+ 1.40	+ 1.13	+ 0.68	+ 1.04
19	+ 1.56	+ 1.07	+ 1.60	+ 1.65	+ 1.35	+ 0.73	+ 1.08
20	+ 1.58	+ 1.06	+ 1.66	+ 1.72	+ 1.42	+ 0.87	+ 1.10
21	+ 1.55	+ 1.05	+ 1.66	+ 1.72	+ 1.42	+ 0.90	+ 1.12
22	+ 1.52	+ 1.06	+ 1.64	+ 1.70	+ 1.40	+ 0.91	+ 1.12
23	+ 1.48	+ 1.05	+ 1.64	+ 1.67	+ 1.37	+ 0.92	+ 1.12
24	+ 1.50	+ 1.06	+ 1.64	+ 1.69	+ 1.39	+ 0.95	+ 1.13
25	+ 1.52	+ 1.04	+ 1.71	+ 1.71	+ 1.40	+ 0.97	+ 1.13
26	+ 1.49	+ 1.02	+ 1.68	+ 1.73	+ 1.42	+ 0.90	+ 1.20
27	+ 1.46	+ 1.00	+ 1.67	+ 1.73	+ 1.42	+ 0.85	+ 1.20
28	+ 1.43	+ 0.97	+ 1.66	+ 1.71	+ 1.40	+ 0.85	+ 1.20
29	+ 1.43	+ 0.97	+ 1.66	+ 1.73	+ 1.42	+ 0.79	+ 1.20
30	+ 1.44	+ 0.99	+ 1.73	+ 1.80	+ 1.49	+ 0.78	+ 1.21
31	+ 1.42	+ 1.00	+ 1.76	+ 1.84	+ 1.53	+ 0.81	+ 1.22

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare

Adunanza del 24 Giugno 1915

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. C. GOLGI

MEMBRO ANZIANO

Sono presenti i MM. EE.: ARTINI, BERZOLARI, BONFANTE, BRUGNATELLI, BUZZATI, CERUTI, DE MARCHI A., GOBBI, GOLGI, GORINI, GORRA, KÖRNER, MENOZZI, MINGUZZI, MURANI, PASCAL C., TARAMELLI, ZUCCANTE.

E i SS. CC.: BARASSI, CARRARA, COLETTI, GUARNERIO, JONA, SUPINO C., SUPINO F., ZUNINI.

Giustificano l'assenza per motivi di salute il presidente sen. CELORIA e i MM. EE. GABBA LUIGI, LATTES ELIA; e per ragioni di ufficio il vice-presidente sen. DEL GIUDICE e il S. C. prof. UMBERTO PESTALOZZA.

L'adunanza è aperta alle ore 13.50.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Zuccante, segretario, legge il verbale dell'adunanza precedente, il quale viene approvato. Lo stesso segretario comunica le pubblicazioni mandate in omaggio all'Istituto. Esse sono le seguenti: per la Classe di scienze:

BERLESE A. Istruzioni per combattere la mosca delle olive (Dacus oleae Rossi). Firenze, 1915.

E per la Classe di lettere:

BONDI A. Rivelazioni postume alle « Memorie di un Questore ». Milano, 1913.

CALDERINI - DE MARCHI R. E CALDERINI A. Autori greci nelle epistole di Jacopo Corbinelli. Milano, 1915.

MOLMENTI P. Parole dette al r. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti nelle adunanze del 23 e 30 maggio 1915. Venezia, 1915.

Il M. E. prof. Attilio De Marchi, nella sua qualità di preside-rettore dell'Accademia scientifico-letteraria di Milano, presenta l'omaggio di un volume avente per titolo « Studi della

Scuola papirologica », il 1° di una promettente serie intorno all'importante soggetto.

Il presidente comunica poi all'Istituto una lettera di ringraziamento del prof. Lodovico Barassi per la sua nomina a socio corrispondente.

Si passa indi alle letture.

Il M. E. prof. Ettore Artini riassume l'ottava sua nota *Sulla forma cristallina di alcuni derivati del benzolo.*

Il segretario prof. Zuccante legge un sunto della nota del M. E. prof. Ulisse Gobbi, assente: *Sulla rendita del consumatore.*

Segue la nota del S. C. prof. Enea Guarnerio: *Note etimologiche côrse;* è la 4ª della serie, e l'autore la riassume brevemente.

Il dott. A. M. Pizzagalli legge una sua seconda nota *Sulla mitologia del Pañcatantra;* la lettura era stata ammessa dalla Sezione di storia e filologia.

Da ultimo il M. E. prof. Taramelli riferisce brevemente sulla nota del prof. Plinio Patrini, assente: *Considerazioni sui fossili e sui minerali delle argille plioceniche incontrate nella perforazione del pozzo artesiano di Podenzano, in provincia di Piacenza.* La nota era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze naturali.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in seduta privata, e vota unanime di devolvere una percentuale mensile su tutte le pensioni, gli assegni e gli stipendi alla grande sottoscrizione per i bisogni della guerra, finchè questa dura.

L'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
C. GOLGI

Il Segretario
O. MURANI

Adunanza del 1 Luglio 1915

PRESIDENZA DEL M. E. PROF. T. TARAMELLI

MEMBRO ANZIANO

Sono presenti i MM. EE.: Berzolari, Bonfante, Briosi, Brugnatelli, Buzzati, De Marchi A., Gabba B., Gorini, Jorini, Mangiagalli, Minguzzi, Murani, Pascal C., Taramelli, Vivanti.

E i SS. CC.: Barassi, Brizi, Carrara, De Marchi M., Gabba L. jun., Grassi, Jona, Sormani, Sraffa, Supino F., Tansini, Volta, Zunini.

Giustificano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE.: Celoria, presidente, Gabba L. senior, Lattes, e, per motivi di ufficio, i MM. EE.: Del Giudice, vice-presidente, Zuccante, segretario.

L'adunanza è aperta alle ore 13,45.

Dietro invito del presidente, il segretario della Classe di scienze matematiche e naturali, prof. Murani, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Il prof. Murani presenta in omaggio all'Istituto una sua nuova pubblicazione: *Proprietà cardinali dei sistemi diottrici - Strumenti d'ottica*.

Si passa alle letture.

Il segretario Murani legge una lettera del S. C. prof. Guarnerio, con la quale egli si scusa di non poter essere presente alla seduta, e presenta la sua nota *Indici alfabetici delle note etimologiche córse*.

Il S. C. prof. Giuseppe Sormani legge sugli *Ulteriori esperimenti e osservazioni sul tetano*.

Il M. E. prof. Celoria presenta, per mezzo del S. C. ing. Luigi Gabba, junior, una nota *Sull'eclisse di Sole dell'anno 1914 e sul passaggio ultimo di Mercurio sul disco solare*. La nota sarà inserita nei Rendiconti.

Il dott. Guglielmo Castelli discorre *Intorno all'abrogazione dell'adoptio per pupulum.* La lettura era ammessa dalla Sezione di scienze politiche e giuridiche.

Sulla nota del dott. Giulio Gianelli *Juno*, dice poche parole il M. E. Attilio De Marchi, il quale ne propone l'inserzione nelle Memorie, che l'Istituto approva.

Segue il dottor Angelo Bianchi, che riassume il suo studio *Sopra un'associazione regolare del rutilo colla calcite.* La lettura era stata ammessa dalla Sezione di scienze naturali.

Il M. E. prof. Taramelli riassume brevemente la nota del dott. Camillo Pelizzola: *Contributo allo studio del piano tortoniano nell'Appennino pavese.* La lettura era ammessa dalla Sezione di scienze naturali.

Da ultimo il dott. Livio Cambi legge la sua nota: *L'azione del solvente e dell'elettrolito sulle forze elettromotrici delle leghe zinco-rame.* Questa lettura era ammessa dalla Sezione di scienze fisico-chimiche.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata.

È all'ordine del giorno la nomina di un M. E. a far parte della Commissione giudicatrice del concorso della fondazione Camillo Golgi presso la R. Università di Pavia, per l'anno 1915-1916; su proposta del presidente prof. Taramelli, è nominato il sen. Mangiagalli.

Si legge indi e si approva il bilancio consuntivo dell'anno 1913-14, sul quale hanno ampiamente riferito i Censori.

L'Istituto, prima di prendere le sue vacanze, esprime ferventi voti pel ristabilimento in salute del suo illustre presidente, il prof. sen. Giovanni Celoria.

Dopo di che l'adunanza è sciolta alle ore 14.30

Il Presidente
T. TARAMELLI

Il Segretario
O. MURANI

ANALECTA EPIGRAPHICA GRAECO-LATINA

Nota del DOTT. ACHILLE VOGLIANO

(Adunanza del 6 maggio 1915)

E. BRECCIA, **Iscrizioni Greche e Latine,** n. 316 (in *Catalogue Général des Antiquités Égyptiennes d' Alexandrie*).

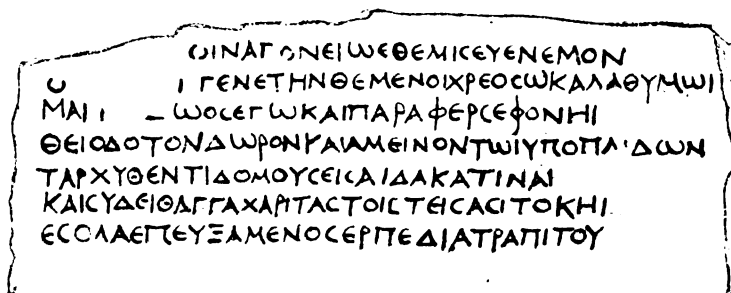
Riproduco testualmente dal Breccia, rispettando l' accentuazione e la punteggiatura:

]*ίνα γονεῖ ὡς θέμις εὖεν ἐμὸν*
]*γενετὴν θέμενοι χρέος ὦ καλὰ θυμῶι*
μα[καρί]φ ὃς ἐγὼ καὶ παρὰ Φερσεφόνηι
θειόδοτον δῶρον καὶ ἄμεινον τῶι ὑπὸ παίδων
5 *ταρχυθέντι, δόμους ἐκ Αἴδα κατῖναι*
καὶ συ δεῖ θαμὰ (θαγγα) χάριτας τοῖς τ' εἴσασι τοκῆι (?)
ἔωλα ἐπευξάμενος ἕρπε δι' ἀτραπιτοῦ .

Notiamo anzitutto nella linea 5 un *ἐκ* preposto a una parola che comincia per vocale; indi uno spondeo nel secondo emistichio di un pentametro. *Αἴδα* poi non esiste; o *Ἄιδα* o *'Ἀΐδα*; e tutti sanno che nelle sedi dattiliche del pentametro va adoperata questa seconda forma, che risponde alle esigenze della metrica. Ed ammesse pure delle forme foneticamente e metricamente corrette *(ἐξ 'Ἀΐδα κατίναι)*, qual luogo si vorrebbe designare più profondo dell' Ades?

Nella linea 7, per giungere ad ottenere un dattilo, dovremmo ammettere una sinizesi di questo tipo: « *εωλα* », ed uno iato; ribelle ad ogni misura è poi l' inizio del verso 6 « *καὶ συ δεῖ θαμὰ....* ». E se la metrica zoppica, le cose non vanno punto meglio per ciò che riguarda la grammatica; basterebbe il *τ(ε)* che si legge al v. 6. Quanto finalmente all' interpretazione, non doveva esser difficile ravvisare formule così frequenti, come per es. *χάριτας τίνειν, ἐσθλὰ ἐπεύξασθαι.*

Riprodurrò il testo quale ricavo dall' eccellente facsimile aggiunto dal Breccia (tav. XXXI, n. 74).

ωΙΝΑΓ ΟΝΕΙ ΩΕΘΕΜΙΣΕΥΕΝΕΜΟΝ
Ο Ι ΓΕΝΕΤΗΝΘΕΜΕΝΟΙΧΡΕΟΣΩΚΑΛΛΑΘΥΜΩΙ
ΜΑΙ Ι — ΩΟΣΕΓΩΚΑΙΠΑΡΑΦΕΡΣΕΦΟΝΗΙ
ΘΕΙΟΔΟΤΟΝΔΩΡΟΝΚΑΙΑΜΕΙΝΟΝΤΩΙΥΠΟΠΛ·ΔΩΝ
ΤΑΡΧΥΘΕΝΤΙΔΟΜΟΥΣΕΙΣΑΙΔΑΚΑΤΙΝΑΙ
ΚΑΙΣΥΔΕΙΘΑΓΓΑΧΑΡΙΤΑΣΤΟΙΣΤΕΙΣΑΣΙΤΟΚΗΙ
ΕΣΟΛΑΕΠΕΥΞΑΜΕΝΟΣΕΡΠΕΔΙΑΤΡΑΠΙΤΟΥ

Non mette conto di tentare di decifrare gli avanzi di lettere che si scorgono nel lembo superiore della pietra fratturata.

1. prima di ΙΝΑ si vedono le tracce di una lettera curva, quasi sicuramente un Ο;
2. al principio del rigo resti di una lettera curva; prima del Γ tracce di lettere indecifrabili;
3. dopo il primo Α un'asta verticale che si può ricondurre ad un Ρ, poi forse l'estremità di un' asta verticale che si può ridurre ad un Τ; prima dell' Ω tracce di lettere che potrebbero ricondursi ad uno Ζ;
5. ΕΙΣ [1] sicurissimo;
7. ΕΣΘΛΑ sicurissimo; il tratto medio dello Θ nel fac-simile non appare; la superficie della pietra è però corrosa in questo punto.

Quanti versi occorrano per completare il nostro carme non oserei precisare; Il Breccia, scrive senz'altro: « mancano dieci linee ». La parte superstite denota, se non erro, una certa verbosità; non è quindi improbabile che la composizione poetica del nostro epigrammatista raggiungesse una estensione notevole. A questa stessa conclusione si può giungere, ove si raffronti la nostra epigrafe con il carme elegiaco, opera di un Herode, edito dallo Jouguet (in *Bull. Corr. Hell.* XX. 191) e poi con notevoli correzioni, suggerite anche dalla revisione dell'originale, dal Wilamowitz (in *Arch. f. Pap.* I, p. 219 sg.).

---

[1] Per esigenze tipografiche debbo rinunciare a riprodurre le forme dell'*epsilon* e dell'*omega* dell' originale.

La nostra epigrafe, se non è dello stesso autore — non si può escluderlo — è certo una imitazione di questa: vi è analogia di trattazione nei motivi dell' epigrammatica sepolcrale; identità perfino formale. I nostri sette versi trovano riscontro cogli ultimi sette versi di quella, che si compone di ventiquattro versi. Un altro carme, di Herode anch' esso, edito parimenti dallo Jouguet e dal Wilamowitz (ivi) (1), non mostra nel nostro poeta troppa originalità, ma piuttosto una tendenza alla ripetizione, trattando analoga materia con vedute pressochè identiche. Questo secondo carme raggiunge i ventidue versi: la cifra dunque è suppergiù la stessa dell' altro. Dovremo quindi pensare che le dieci linee (ognuna contiene un verso) sarebbero forse poche.

Nel primo verso elimineremo la stortura *εὔεν ἐμὸν* scrivendo *εὖ ἔνεμον*. La parola precedente al *γονεῖ* potrebbe anche non essere l' oggetto di *νέμειν*; restituendo p. es. *ἄπ]οινα* (col valore di *premio, ricompensa*) darei ad essa valore predicativo.

I figli hanno tributato al loro genitore gli onori del sepolcro: il padre, che si rivolge al viandante, manifesta il suo compiacimento. Questo stesso pensiero troviamo espresso nel primo carme di Herode; qui è la sposa che parla (vv. 17-18):

καί με συνάορον οὖσαν ἐμὸς πόσις ἐκτερέιξεν
προφρονέως δικνὺς εὔνοιαν ἥν ἔχε μοι.

Segue (vv. 19-20) un distico che trova un riscontro quasi perfetto nel distico incompleto della nostra iscrizione (vv. 2-3).

ὦ καλὸν εἰς ἄλοχον θέμενος χρέος, ὦ καλὰ θυμῶι
ῥέξας καὶ ζώσηι καὶ παρὰ Φερσεφόνηι.

Leggendo quindi:

ὦ [καλὸν εἰς] γενέτην θέμενοι χρέος, ὦ καλὰ θυμῶι!
μά[ρτυς], ζωὸς ἐγώ, καὶ παρὰ Φερσεφόνηι.

Notava il Wilamowitz « kühn steht *παρὰ Φερσεφόνηι* ohne Partizip *οὔσηι* gleich *ἀποφθιμένηι* »; anche qui dobbiamo ripetere l'osservazione; avremmo anzi un ardimento di più: la mancanza di un participio (che potrebb' esser bene un *ῥέξαντες*) da cui dipende il *καλά*.

(1) Questa e la precedente ora in Greek Inscriptions (*Catalogue Général d. Antiquités Egyptiennes du Musée du Caire*) by I. G. Milne (Oxford University Press, 1905) nn. 9205 e 9206.

L' evidente derivazione della nostra epigrafe ci ha così permesso di ristabilire la lezione di un luogo difficile, che mal si poteva sanare per congettura. I figli dunque hanno sempre compiuto il loro debito verso il padre loro, prima e dopo la morte di lui. Segue il distico:

θειόδοτον δῶρον καὶ ἄμεινον τῶι ὑπὸ παίδων
ταρχυθέντι δόμους εἰς Ἀΐδα κατἴναι.

Quindi il commento del morto al viandante:

καὶ σὺ δέ, — —, χάριτας [[τοῖς]] τείσασι τοκῆϊ
ἐσθλὰ ἐπευξάμενος, ἕρπε δι' ἀτραπιτοῦ!

Rimane da interpretare il groviglio ΙΘΑΓΙΑ (la lettura è esatta). Il De Sanctis, assai acutamente, mi proporrebbe di trasporre il *τοῖς* e di leggere *θαμά*, scrivendo così: *καὶ σὺ δὲ* <*τοῖσ*>*ι θαμὰ χάριτας* [[*τοῖς*]] *τείσασι τοκῆϊ κτέ.* Non mi soddisfa pienamente; il *θαμά* sta bene unito ad *ἐπευξάμενος*, e mal si lega a *τείσασι*. Secondo me il morto qui deve alludere agli onori del sepolcro; anche le due altre iscrizioni di Herode hanno: *καὶ λέγ' ἐμὲ κτερίσασι* — —, — — *λέγοις πατρὶ τῶι κτερίσαντι.* Io penso che qui si desideri un vocativo: *videant alii.*

Complessivamente la mia restituzione suonerebbe:

. . . .
– ⏑ ἄπ]οινα γονεῖ, ὡς θέμις, εὖ ἔνεμον·
ὦ [καλὸν εἰς] γενέτην θέμενοι χρέος, ὦ καλὰ θυμῶι!
μά[ρτυς], ζωὸς ἐγώ, καὶ παρὰ Φερσεφόνηι.
θειόδοτον δῶρον, καὶ ἄμεινον τῶι ὑπὸ παίδων
5 *ταρχυθέντι δόμους εἰς Ἀΐδα κατἴναι.*
καὶ σὺ δέ, — —, χάριτας [[τοῖς]] τείσασι τοκῆϊ
ἐσθλὰ ἐπευξάμενος ἕρπε δι' ἀτραπιτοῦ!

E. Breccia, **Iscrizioni Greche e Latine**, n. 323.

παῖδα με Δωσίθεαν τὴν οἴκ[αδε . . . .
λεύσσων εἰς ξέστης γραμ[μα . .
θαλλοὺς ἐμμεγάροισιν ἐγημ[. . .
Χαιρήμων· θνήσκω δ' ἄλγεσ[ι . . .
5 *ὠδῖνας προφυγοῦσα συναίμου[ς . . . .*
πέντε καὶ εἰκοσ' ἔτη σ . . . [. . .

κ]αὶ νούσωι τῆι πρόσθεν ε[..
κεῖμαι δ'ἐν Σχεδίηι σῆμ'ἀλ[λο...
ἀλλὰ παραστείχοντες ὀδ[ῖται..
10 Δωσίθεα χρηστή χαίρει ![...

Restituisco:

Παῖδά με Δωσίθεαν τὴν οἰκ[τράν, ξεῖν' ἐλέαιρε
λεύσσων εἰς ξεστῆς γράμ[ματα παῦρα πέτρης.
θάλλουσ' ἐμ μεγάροις ἵν' ἔγημ[ε ⏑ — ⏑ ⏑ — ⏓
Χαιρ[ήμ]ων· θνήσκω δ'ἄλγεσ[ι — ⏑ ⏑ —
5 ὠδῖνας προφυγοῦσα συναιμο·[⏑ — ⏑ ⏑ — ⏓
πεντεκαιεικοσέτης Γ /// Ξ ⏑ ⏑ — ⏑ ⏑ —
καὶ νούσωι τῆι πρόσθεν ε — ⏑ ⏑ — ⏑ ⏑ — ⏓
κεῖμαι δ'ἐν Σχεδίηι σῆμα λ[αχοῦσα τόδε·
ἀλλὰ παραστείχοντες ὀδ[ὸν τήνδ' εἴπατε πάντες·
10 "Δωσίθεα χρηστὴ χαῖρε κ[αὶ ἐν φθιμένοις! ".

2. Forse λιγυρὰ πέτρης? 3. Dositea farà le lodi del marito; sono possibili molti supplementi; preferisco quindi di lasciare il luogo intentato. Mi rimane molto oscuro il v. 7. Ho pensato ad **ἄλγεσ[ι κυμοτόκοις, a κουφοτάτοις** Luigi Castiglioni: « *si quidem Dosithea partus dolores* (ὠδῖνας) *vitavit dolores* ante *partum lenissimi* (κουφότατοι) *dici poterunt* ». 8-9. Mi precedette in questi supplementi Luigi Castiglioni. 10. cfr. Meleagro A. P. VII 421, 12; Kaibel Epigr. ex lap. conl. nn. 288 a, 288 b.

Revue Épigraphique (1913), p. 145.

Τίς θάνεν; Ἡρωΐς· πῶς καὶ πότε γαστρὸς ἔχουσα
Ὄγκον ἐν ᾧδ' εἶσιν θῆκαν ἔνιπε βάρος.
Μήτηρ δ' ἦν πρὸς μικρὸν ἀπώλετο καὶ βρέφος εὐθὺ[ς
Ἦν δὲ πόσων ἐτέων δύσμορος; ἐννέα δὶς
5 Ἡλικίης ἄνθους Ἡρωΐδος ἀλλὰ κόνιν σοὶ
Κούφην καὶ δοίη ψυχρὸν Ὄσειρις ὕδωρ (1).

Così il Seymour de Ricci. Apprezzo le ragioni che lo hanno costretto a sopprimere un commento a questo ed agli altri epi-

(1) I tre ultimi versi di questa iscrizione proveniente dall'Egitto — ora nel Museo di Braunsberg — furono pubblicati da W. Weissbrodt, Progr. Braunsberg, Sommer 1909, p. 18 (così riferisce il Seymour de Ricci).

grammi da lui pubblicati; ma perchè omettere qua e là la punteggiatura; perchè non distribuire, come nel caso nostro, le parti del dialogo? Spesso ci si può trovare imbarazzati, anche avendo una certa dimestichezza con questo genere di componimenti. Fissare una distribuzione fra domanda e risposta può ben rappresentare, per chi legge, un tacito commento che renda superflua talvolta ogni altra illustrazione.

α') Τίς θάνεν; β') Ἡρωΐς. α') πῶς καὶ πότε; β') γαστρὸς ἔχουσα
ὄγκον· ἐν ᾧ δ' εἶσιν θῆκαν ἔνιπε βάρος.
Μήτηρ δ' ἦν πρὸς μικρόν, ἀπώλετο καὶ βρέφος εὐθὺς
α') ἦν δὲ πόσων ἐτέων; β') δύσμορος, ἐννέα δίς!
α') ἡλικίης ἄνθους Ἡρωΐδος! ἀλλὰ κόνιν σοι
κούφην καὶ δοίη ψυχρὸν Ὄσειρις ὕδωρ!

Ammetto che, negli ultimi tre versi, la distribuzione delle parti fra il *σῆμα* ed il viandante, possa farsi diversamente. Al verso 2 intendo: aveva chiesto il viandante: come morì Eroide?; il *σῆμα* risponde al primo quesito con *γαστρὸς ἔχουσα ὄγκον;* al secondo con *ἐν ᾧ δ'* (*in quello che*) *εἶσιν θ. ἐ. βάρος,* cioè: *dum fetus exit, pondus* (*illius*) *vaginam compressit.*

Abbiamo due acquisti per la semasiologia: *θήκα* (qui misurato *θῆκᾰ*) = *vagina, cunnus*; *ἐνίπτειν* (nuovo anche, se non erro, l'aoristo *ἔνιπον) = comprimere;* si confronti però *ἴπωσις* = *compressio.*

L' epigramma più vicino al nostro per il contenuto è forse (Kaibel, *Epigr. ex lap. conl.* n. 238):

Μοῖρ]α καὶ Εἰλείθυια καὶ ὠδ[ῖν]ες τὸ περισσὸν
Μοισάων μελέδημ' ἄγαγον εἰς 'Αΐδαν,
γαστρὸς ἀπωσαμέναν μόρον ἔγκυον· ἁ δὲ νεανὶς
Ἡραῒς εὐτεύκτωι τῶιδ' ὑπένεστι τάφωι.

A. Vogliano, **Analecta epigraphica graeco-latina,** 367-9 (in *Atti R. Accad. Arch. Lett. Belle Arti di Napoli,* N. S. II, 1910) (1).

Di questa iscrizione ebbi a presentare (ivi, p. 367) la riproduzione, tratta da un primo apografo, favoritomi dal dottor

(1) Credo opportuno di fare in nota alcune altre aggiunte a questa prima serie dei miei Analecta Epigraphica (rimando ai numeri dell'impaginazione degli Atti).

p. 343, Robert Philippson mi propone:

Maiuri, corredato dalle varianti provenienti da una sua seconda lettura. Date le molte incertezze mi ero accontentato di restituire alcune linee. Il dott. Maiuri fu poi di nuovo a Rettimo, potè ricollazionare la pietra, eseguire delle fotografie ed un calco. Con mia soddisfazione i miei supplementi venivano ad essere confermati (meno forse l' *ἔ[τ]ι σάν*). Contrariamente però alla mia aspettativa, benchè abbia fatto ogni sforzo per trar partito dal copioso materiale messo generosamente a mia disposizione dal dott. Maiuri, non sono riuscito a far progredire di molto nè la lettura nè la restaurazione dell' epigramma.

Darò la riproduzione di una fotografia dell'epigr. (Tav. II[a]); anche se poco perspicua, varrà a dare un' idea esatta dello stato di conservazione dell' originale e della dimensione delle lacune. La Tav. III[a] riproduce un mio disegno fatto col sussidio di un' altra fotografia e del calco. Queste due riproduzioni fatte sotto angoli di luce diversi possono integrarsi a vicenda e contribuire a nuove letture e supplementi.

---

v. 2 *α') λέξον· β') ἐπ(ε)ὶ ταύταν ἐκ [π]υ[ρὸς] ἠλάσαμεν*
σᾶμα φιλοῦσιν. τᾶσδε Φίλων, μάτηρ δέ......α') τίς ἐστιν
β') ἐγ χαρατᾶι κτέ.
α' σαμαίνεις κτέ.

Il *σᾶμα φιλοῦσιν* dipenderebbe da un *ἐθήκαμεν* sottinteso. Accetto la restituzione felicissima del v. 2; dopo *φιλοῦσιν* (v. 3), metto dei punti di sospensione, e mantengo per il resto la mia punteggiatura. Il viandante, che naturalmente ha fretta, sentite le prime parole del *σῆμα,* di intonazione epica, proclivi quindi a diffondersi (si potrebbero forse ricordare le parole di Agamennone ad Achille ω 43..... *ἐπεὶ σ' ἐπὶ νῆας ἐνείκαμεν ἐκ πολέμοιο, | κάτθεμεν ἐν λεχέεσσι....*, che richiamano il principio del nostro esordio), interrompe bruscamente il *σῆμα.* Così mi spiego la frase *σῆμα φιλοῦσιν* rimasta sospesa, che forse non sarebbe sufficientemente determinata dall'aggiunta di un semplice *ἐθήκαμεν.*

Al v. 12 si legga: *ὁ πρίν] παρθενίης κτέ;* cfr. Kaibel, Carm. ex lap. conl. n. 248,7.

p. 345.

Il De Sanctis non è persuaso della mia restituzione del v. 4: —— *θνάσκω, δωδεχέτης ὁ κύκ]λος κτέ.*, che pure mi sarebbe stata confermata dall'esame della pietra, fatto dall'amico dr. Maiuri (v. nota p. 371), e vorrebbe leggere *ἄγαμος.*

p. 347.

v. 3. Leggerei ora *ἐρείφθην,* che pare anche paleograficamente pre-

Per esigenze tipografiche nell' apparato paleografico ho dovuto rinunciare a riprodurre l'aspetto delle lettere dell'originale.

(M^1, M^2, M^3: indico così la lezione dei vari apografi del dott. Maiuri).

1. ---- Β : M^1. Non riesco a vederne traccia.
2. ΔΟΑ//\ΝΠ ----Μ : M^1; Δ ---- Ν ----- Α : M^3. Mi paiono certi il Δ e il Ν.
3. ΜΑΤΗ///ΙΜ : M^1; ΜΑΠΙ·ΙΜ : M^2; ΜΑΤΙ Ι·ΙΛΑ : M^3. La vera lezione, alla quale sono giunto per congettura, è : ΜΑΤΡΙ[Φ]ΙΛΑ. Dopo il Ν spazio vacuo.
4. ΑΕΙΤΟΝΝΟΥΦΙΛΟΝΟ //// : M^1; ΑΠΡ e in cambio dell' Ο finale un \ : M^2; ΑΕΙΤ /// ΝΣΙΦΙΛΟΝ //// ; M^3. Dal mio disegno apparisce che in cambio dell' Ε si debba leggere Σ.
5. ΙΙ // ΣΤΟΝΟΝ // ΟΥΙΟΕΛC : M^1; ΝΝΦΟΤΟΙΣ oppure, secondo un' altra lettura, ΝΝΟΥΣΟΙΣ : M^2; ΠΟΙΙΤΟΝ·ΝΟΥΣΟΙΕΝ : M^3. È il rigo di lettura più difficile : la

---

feribile (così almeno dal facsimile del Halbherr, in AJA 1898, p. 237).

p. 335.

l. A. Reinach (in Revue Épigraphique 1913 p. 373) propone nientemeno di intendere *ἐπὶ τετράσι μετρήσασα* = madre quattro volte (!).

p. 363.

restiterat qui è ppp. di *resto; qua visa* = *cuius visu* (così mi avverte Luigi Castiglioni).

Il contenuto si delinea: era rimasta costei unico conforto dei suoi genitori; colla vista di lei essi potevano sopportare tanto gravi dolori (forse gli orrori dell' assedio?). Qualche cosa come: *qua visa tantos pot*[*uerunt ferre*] *dolores.*

p. 365.

εὐ[*πόλεμον* non è accettato dal De Sanctis per via del suppl. del v. 3 (*πα*|*ἰς*).

In cambio di *ἄπνευστος* egli mi propone *ἄπυστος* (è certo più rispondente alle esigenze della lacuna).

p. 370.

Sono lieto che il Comparetti (in *Annuario delle Scuola Italiana d'Atene*, Bergamo 1914, p. 113) sia venuto, indipendentemente dal mio lavoro, ad alcuni degli emendamenti da me proposti. Avrei altro da aggiungere, ma aspetto di potere avere nuove fotografie della laminetta, per scrivere la mia illustrazione complessiva sull' importante documento.

lettura più vicina è quella di M[3]; la penultima lettera potrà forse essere un P. È forse possibile leggere ΚΟΥΡΟΙΣ.

6. ΣΕΝ : M[1.3]; ΞΕΝ : M[2]. Sicuramente ΣΕΝ.
9. Κ//Ο//Ο ΔΕΤΕΡΑ : M[1]; ΔΕΣΕ : M[2]; ....ΟΥΔΕΤΕΡΑ : M[3].
10. ΡΧΟΣ • ΕΙΣΑΚΜΑΝΣ // ΙΣΑΝΤ : M[1]; ΡΝΟΣ : M[2.3]. Dubbiosamente leggo ΖΗΣΑΝ.
12. Δ///Ξ : M[1]; ΔΙΞ : M[2.3] ΑΖΩΣΑ • C : M[1]; ΑΣ ΑΣΑ • : M[2]; ΑΞΑΣΑ : M[3].
13. ΝΕΚΑΤΟΓΑΙΗΝΑ' ΙΓUΤC : M[1]; ΝΕΙΑΓΟΣΑΙΗΝΑ////// ΤΤC : M[3]. Dubbiosamente leggo : Ν..Α‾ΟΓΑΙΗΝ, poi, con una certa sicurezza, ΑΛΛ. ΣΤΥΓΕ.
14. ΟΣ////ΣΑΣΓΚΜ/////ΞΑ : M[1]; ΙΓΚΜ : M[2]; ΟΣ////ΣΛΣΠΟΛΛ/ \\/////‾Α : M[3]. Io leggo : .Σ////ΣΑΣΠΟΛΛ.‾ΑΥ‾ΙΞΑ (anche ΞΛ).
15. ϽΟΝ : M[1]; forse ΘΟΝ, e poi forse un punto sopra la linea.

Possiamo determinare la parte mancante della pietra, come per l'epigramma sul rovescio (cfr. i miei *Analecta Epigraphica*, p. 365), in base alle esigenze della metrica. Il riferimento più sicuro ci è dato dalle lacune dei due esametri :

ΕΙΣΑΚΜΑΝΖΗΣΑΝ ⏑ ⏑ – ⏑ ⏓ |11| Ε[ΚΛ]ΑΣ[Ε]ΜΟΙΡΑ

ΕΞΕΤΕΩΝ – ⏓ |12| ΔΙΣΔΩΔΕΚΑ ... ΑΞΑΣΑ .

Possiamo quindi stabilire che nel rigo 11 mancheranno a un dipresso cinque o sei lettere, nel rigo 10 sei o sette; per gli altri ci si regolerà in proporzione.

Date le molte incertezze di lettura, non riesce agevole il fissare il testo dell'epigramma e tanto meno tentare nuovi supplementi per colmare le lacune. È possibile invece determinare la disposizione metrica dei singoli versi. Abbiamo dei punti di riferimento nei righi 3, 6, 10, 11, 12, rappresentati dagli spazî vacui con la relativa *στιγμή* (anche nel rigo 3 dopo lo spazio vacuo mi pare di vedere traccia della *στιγμή* sul lembo della frattura).

. . . .

– – – – ⏑ – – *ματρὶ* [*φ*]*ίλᾳ στέφανον*

– ⏑ ⏑ – ⏑ ⏑ – – –]*οὐ φίλον ὅ*[– – – ⏓

— ⏑]ον ἐν κούροις μ̣[— ⏑ ⏑ —]μότατον
καὶ μα]τρὶ Γλυκίᾳ καὶ ὁμαίμονι Π[— ⏑ ⏑ — ⏓
5 ἅρπασεν [— ⏑ ⏑ — ⏑ ⏑]δας· χαλεπὸν δέ με Κῆρ[ες
— ⏑ ⏑] οὐδετέρα ζωᾶς [⏑ ⏑ — ⏑ ⏑ ἔ]ρνος
εἰς ἀκμὰν ζῆσαν τ[⏑ ⏑ — ⏑ ⏑ —] ἔκ̣[λ]ασε Μοῖρα
ἐξ ἐτέων [— ⏑ ⏑] δὶς δώδεκα [—] ἀξασα
- - - - - - ἀλλ[ὰ] στυγε[ρ — ⏓
10 - - - - σας πόλλ'[ἐ]ξ̣αῦτις[⏑ —] ϑ̣ον

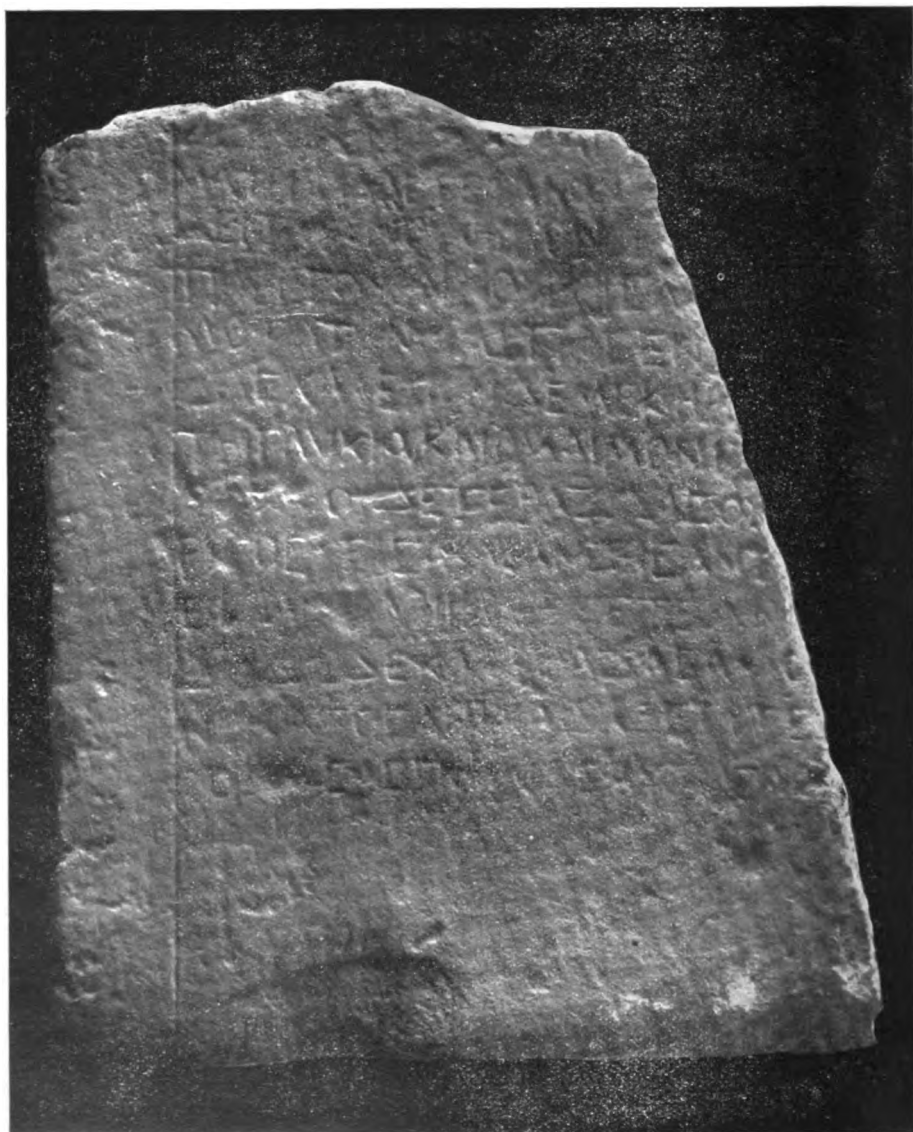
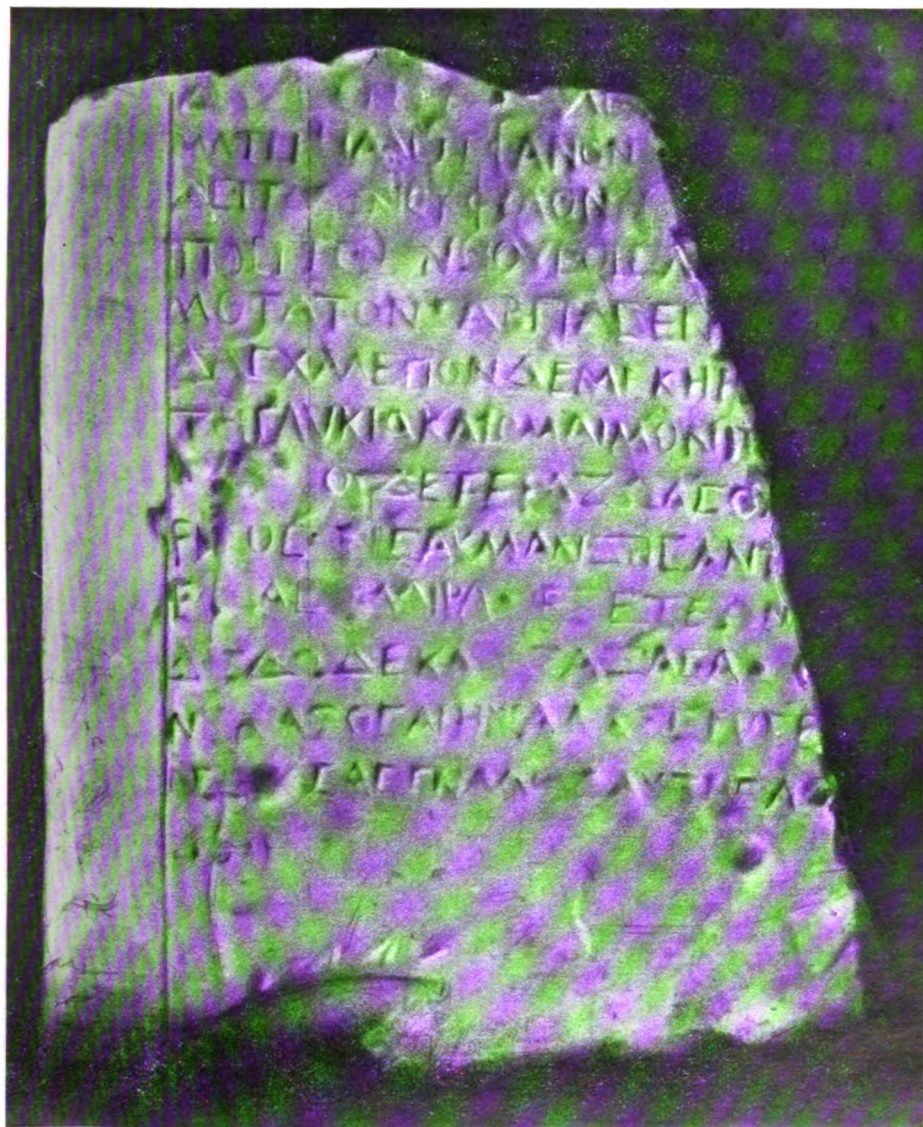
2. οὐ φίλον οὐ συνόμαιμον? 3. ἀποτ]μότατον? Se invece va letto ἐν νούσοις bisognerà battere altra strada. 5. Ἀΐδας? 7. κατέκλασε? 8. di ἐπὶ τοῖς] δὶς δώδ., come supplii, si può ora dubitare. Sarà meglio sottrarre anzichè sommare altrimenti sarebbe fuor di luogo parlare del « *fiore dell'età* ». Anche δώδεκ' ἀ [...] ἀξασα, non sono riuscito a supplire la lacuna; non c'è spazio per ἀναρπάξασα.

Il nostro epigramma, come quello inciso sulla faccia opposta della pietra (v. la prima serie dei miei Analecta, p. 356), è notevole per la sua stranezza in fatto di metrica. Abbiamo qui una composizione di esametri a cui sono bizzarramente interposti dei pentametri. Mi pare che la restituzione metrica possa considerarsi sicura per i primi otto versi.

Rispetto al contenuto, poco posso aggiungere a quanto già dissi altra volta; si tratta dei soliti motivi dell'epigrammatica sepolcrale facilmente riconoscibili. Il τόπος nuovo si può forse intravedere nei vv. 5-6. La menzione delle Κῆρες ci riporta, se non erro, ai versi famosi di Mimnermo (Bgk[4] PLG fr. 2: Κῆρες δὲ παρεστήκασι μέλαιναι, | ἡ μὲν ἔχουσα τέλος γήραος ἀργαλέου, | ἡ δ' ἑτέρη ϑανάτοιο·).

Not. Scavi, 1914, p. 223: MANCINI.

Questa iscrizione è stata edita qualche tempo prima in *N. Bull. Arch. Crist.* 1914, p. 127, da O. Marucchi (da copia dell'Ispett. Giorgio Schneider Graziosi), che nel riprodurre il testo non fu troppo esatto (al v. 7 ha scritto per es.: [nec ?] quidquam lenem moritur qui profuit esse).

Il Mancini, come il suo predecessore, si limita a dare la trascrizione del testo in forma lapidaria (è incorso in due errori: nel v. 1 omette il *me*, nel v. 8 stampa *quid* invece di *quis*), aggiungendo una parafrasi non irreprensibile.

Ma l' iscrizione è scorretta, per colpa suppongo dal lapicida; occorre quindi ristabilire il dettato del poeta, che è qualche cosa di più di uno de' soliti versaioli. Correggo la lezione della pietra in alcuni luoghi; ammetto però che in due luoghi si poteva rispettarla, essendo altrimenti esemplata (così il *quod* al v. 3, cfr. però i due *quid* del v. 2; l'*ad* al v. 4). Così pure era possibile leggere *iubere* = *iuvere.*

heu cui me miseram linquis, karissime coniunx,
quid sine te, < quid > dulce rear, quid amabile credam, ?
cui vitam servo? qu<i>d non sequor improb<a>funus?
a<t> tecum liceat iunctis mihi Manibus esse,
5 optatoque nimis saltem tumulo sociari!
nil mores <iuv>ere <nihil> pietasq(ue) fidesq(ve);
nec quidquam lenem morituro profuit esse.
hoc unum — si quis tamen est post corpora sensus —
pignus habere mei patiar te semper amoris;
10 inviolata tuum coniunx servabo cubile!

2 il verso zoppo si può ristabilire aggiungendo *quid*; il Sabbadini invece pensa ad un *mihi.* 3 QVOD *lapis*; — — — BE *lapis*; corresse il Sabbadini, giustamente, penso; però l'una forma e l'altra trovano raffronti in Ovidio. 4 AD *lapis.* 6 IVIBERE *lapis*: prima avevo foggiato un *tui*; vide il vero il Sabbadini che supplì *nihil.*

Non faccio raffronti con passi paralleli; mi limito a ricordare il luogo di Orazio, c. I, 28, 4 sgg.; *nec quidquam tibi prodest..... percurrisse polum morituro.* Si tratta di una coincidenza fortuita?

L'iscrizione, secondo i primi editori, sembra del quarto secolo; il Mancini la fa risalire alla seconda metà del terzo. La menzione della *depositio*, che si legge nella sottoscrizione all' epigramma, ci fa concludere che qui si tratti di una iscrizione cristiana. Invece quasi tutto nel carme è schiettamente pagano (particolarmente la presenza degli *Dei Manes*, misconosciuta dal Mancini, che scambiò *mānibus* con *mănibus*). Ma un tale miscuglio di elementi pagani e cristiani fu proprio in special maniera del secolo IV e la presente epigrafe ne offre uno degli esempi più caratteristici.

CONTRIBUTO ALLO STUDIO DEL PIANO "TORTONIANO" NELL' APPENNINO PAVESE

Nota del dott. Camillo Pelizzola

(*Adunanza del 1 luglio 1915*)

I.

Le delimitazioni e le divisioni dei terreni miocenici hanno dato luogo a vedute assai divergenti. Varie sono le cause di questa discordanza di opinioni negli autori.

Innanzitutto, contrariamente a quanto avviene per i terreni più antichi del terziario, noi abbiamo un gran numero di depositi di mare basso, ristretti e variabilissimi; inoltre le ammoniti e le belemniti sono scomparse e gli altri molluschi hanno in generale una notevole longevità e le specie non sono che raramente limitate ad un piano determinato.

Secondo il De-Lorenzo (1) i gusci dei lamellibranchi e di gasteropodi non possono assolutamente segnare il grado medio del cambiamento subito da quegli organismi da un periodo geologico ad un altro e ciò per varie ragioni. « Anzitutto, dice questo autore, i terreni del terziario superiore rappresentano sedimenti delle prime zone batimetriche nelle quali sono variabilissime per qualsiasi cambiamento geologico la costituzione della facies, la temperatura, la salsedine e le condizioni di luce, che sono i principali fattori bionomici degli organismi marini. Si aggiunge ciò, che il guscio, specialmente dei lamellibranchi è la parte meno importante dell' organisno, e avendo uno scopo assolutamente protettivo è proprio quella parte in cui, nell' eterno antagonismo chimico-meccanico fra l'ereditarietà e l'adattabilità, quest' ultima finisce col prevalere in modo

(1) G. De-Lorenzo. *La fauna bentho-nektonica della pietra leccese.* Atti R. Acc. dei Lincei Roma. 1893.

notevole. Da ciò negli avanzi di questi animali marini litoranei una enorme variabilità la quale dipendendo in gran parte dalle rapide e frequenti variazioni del loro ambiente rende molto difficile e alle volte vana ogni ricerca che fondandosi sullo studio di così mutevoli avanzi sia diretta a stabilire fra essi dei legami filogenetici ».

Bisogna dunque ricorrere ad altri organismi che siano meno influenzabili degli animali prettamente litoranei da adattamenti rapidi dell'ambiente. Secondo il De-Lorenzo questi animali sarebbero i vertebrati.

Altri autori fanno appello ad altri gruppi d'animali; così Douvillé e Lemoine (1) hanno ricorso alle orbitoidi. Secondo E. Haug (2) gli echinidi permetteranno un giorno di caratterizzare in una maniera precisa almeno i piani, ma sino ad ora il genere *Clypeaster* è stato oggetto di una monografia d'indole regionale dovuta al Michelin. Infine Deperet e Roman (3) hanno studiato i *pectinidae* che grazie alla loro grande estensione geografica alla loro rapida variabilità hanno fornito risultati soddisfacenti e hanno condotto a definire i piani adottati dall'Haug nel suo recente trattato.

Altra causa di divergenza è l'uniformità litologica dei piani spettanti ai diversi livelli delle diverse località, di guisa che il criterio litologico è di solito molto fallace. Accennate così alcune cause delle divergenze, riassumiamo rapidamente le varie conclusioni alle quali son giunti i geologi con speciale riguardo all'Appennino settentrionale. E incominciamo con la sintesi magistrale del marchese Lorenzo di Pareto (4).

Col piano del calcare a fucoidi o piano *modenese* il Pareto fa terminare il periodo eocene. Col conglomerato incomincia il miocene e precisamente il piano *bormidiano* così chiamato dal nome del fiume, nel bacino del quale, questa formazione è sviluppatissima. La separazione del piano modenese è nettamente segnata da una notevole discordanza degli strati, dalle specie

(1) P. Lemoine e R. Douvillé. *Sur le genre Lepidocyclina Gümbel.* Mem. soc. geol. Franc. 1904.

(2) E. Haug. *Traité de géologie. Les périodes géologiques.* Parigi 1908-11.

(3) Deperet. Roman. *Monographie des Pectinidés néogènes des l'Europe et des regions voisines.* I. partie. Mem. soc. geol. Franc. Paleont. 1902.

(4) Lorenzo di Pareto. *Note sur les subdivisions que l'on pourrait établir dans les terrains tertiaires de l'Apennin septentrional.* Bull. soc. geol, de France 1865.

dei molluschi e dai polipi che solo in parte sono eocenici ma in più gran numero miocenici.

Questo piano conglomeratico forma una zona molto estesa, sia ai piedi dell' Appennino ligure, sia presso il crinale ed è fossilifera a *Carcare*, *Dego*, *Sassello* e *Coscinelle*, e lignitifero a *Cadibona*, a *Sassello*, a *Santa Giustina*, a *Cairo* a *Coscinelle*. Al disopra della grande massa del conglomerato inferiore si presenta un potente seguito di strati nei quali le particelle della roccia che li costituisce sono assai attenuate e i fossili ben più rari. E questo insieme di strati che il Pareto considera come costituenti la suddivisione media del miocene e che chiama *langhiano* (dalla regione delle langhe) sviluppato nella valle della Bormida presso Ponte Bistagno, Acqui, Cassinelle, Cremolino ecc. Verso la parte superiore del langhiano incominciano delle alternanze di marne grigie e di strati più sabbiosi, giallastri. Al principio di queste alternanze il Pareto fa iniziare la terza suddivisione del miocene chiamata *serravalliano* che da Serravalle per Montaldo, Castelletto d'Orba, Roccagrimalda si dirige ad Orsara, passa tra Acqui e Alice e si spinge sino a Dogliani e Murazzano. Le marne bluastre alternanti con banchi di molasse e che formano il *tortoniano* vennero dal Pareto ascritte al pliocene inferiore.

Dopo il Pareto molti geologi si sono occupati dei terreni terziari. Data l'indole di questo lavoro non posso certamente enumerare le singole opinioni. Possiano invece distinguere due gruppi di autori a seconda che vengono ritenuti sufficienti o non sufficienti le divisioni stabilite dal Pareto. Al secondo gruppo appartiene Carlo Mayer (1). Il Mayer distinse il langhiano del Pareto in due piani differenti: l'*acquitaniano* e il *langhiano* propriamente detto e distaccò dal pliocene del Pareto la parte inferiore che unì al miocene distinguendola in due piani: *tortoniano* e *messiniano* che a sua volta divise in tre sottopiani.

Il Sacco (2) adottò la classificazione del Mayer introducendo qualche cambiamento e della stessa opinione fu l'Issel (3).

Non ritengono giustificata una suddivisione più minuta di

---

(1) C. Mayer. *Studi geologici sulla Liguria centrale*. Boll. R. Com. geol. d'Italia 1877.

(2) F. Sacco. *Il bacino terziario del Piemonte*. Milano-Torino-Roma. 1889-92.

(3) A. Issel. *Liguria geologica e preistorica*. Genova 1892.

quella del Pareto il ROVERETO (1) e il TARAMELLI (2) che in occasione del traforo delle gallerie del Turchino e di Cremolino osservò como le divisioni di acquitaniano e tongriano del Mayer e dal Sacco siano mal definite non scorgendosi alcuna differenza tra le roccie dei due piani; e il DE STEFANI (3) il quale anzi emise l'ipotesi che i piani del miocene medio siano non già formazioni successive ma zone batimetricamente distinte con faune differenti che si succedono in ordine variabile. Nel mare basso si distinguono quattro zone principali corrispondenti a profondità sempre crescenti: I^a zona di litorale, II^a zona delle laminarie, III^a zona coralligena, IV^a zona più profonda del mare basso: a tali zone corrisponderebbero rispettivamente la molassa di Torino, l'elveziano, il tortoniano e il langhiano.

Attualmente prevalgono le idee del MAYER. Felice è l'idea del SACCO di una serie di oscillazioni attraverso le quali ognuna delle principali divisioni del miocene passa da una facies litoranea a una di mare profondo e così, dai conglomerati del bormidiano si arriva alle argille del langhiano, poi per successione inversa alle arenarie dell'elveziano (serravalliano) poscia per altra sommersione alle marne del tortoniano e infine per una decisa emersione all'orizzonte d'estuario del messiniano. A questo periodo d'emersione succede l'altra sommersione del golfo padano durante il pliocene.

Secondo tale concetto le marne del mare discretamente profondo del tortoniano trovano il loro livello geologico tra le arenarie dell'elveziano e la zona dei gessi costituendo non già una facies, ma un vero livello geologico.

Come è noto, il tortoniano è composto da marne bluastre depositate in un mare tranquillo; con esse si intercalano dei banchi poco regolari ghiaiosi, ciottolosi. Il tipo del tortoniano è tolto nelle colline che sono a S. E. di Tortona verso Sardigliano, Sant'Agata, S. Allosio, ove trovasi una ricchissima fauna fossilifera.

Nella provincia di Pavia il tortoniano è poco sviluppato.

---

(1) ROVERETO. *Osservazioni geologiche lungo la nuova linea ferrata.* Boll. soc. geol. d'Italia 1894.

(2) T. TARAMELLI. *Osservazioni geologiche in occasione del traforo delle gallerie del Turchino e Cremolino.* Roma 1898.

(3) C. DE STEFANI. *Les terrains tertiaires superieurs du bassin de la Méditerranée.* Annales de la Soc. geol· de Belg. 1891.

Sin dal 1877-79 il prof. TARAMELLI (1) nella sua carta geologica della provincia di Pavia aveva rilevato degli affioramenti di questo piano nelle colline dell'Oltrepò pavese, uno da Calligנano al castello di Montalto ed un secondo verso sud-ovest nella valletta del Rio Rile, nelle vicinanze di Garlazzolo, Mondondone e Sant Antonino. Il SACCO (2) posteriormente notò nuovi affioramenti del tortoniano: e precisamente osservò come ad est di Rivanazzano si sviluppi una distinta e regolare zona tortoniana: questa dice il SACCO, forse già affiora presso Rivanazzano, ma cominciasi solo ad osservare nettamente da Cà del Conte verso l'est; inoltre una zona strettissima a Torre Bianchina ed altra più regolare e sviluppata che da Monte Cesarino si estende per molti chilometri sino a Pietra dei Giorgi.

Della fauna nulla era stato scritto sino ad ora. Fu appunto il chiarissimo signor professore TARAMELLI a propormi di scrivere questa breve nota sui fossili tortoniani dell'Appenino pavese, fornendomi anche una parte del materiale studiato: dell'aiuto e dei suggerimenti io gli rendo sentite grazie.

I fossili provengono parte da *Garlazzolo di sopra,* parte da *Montalfeo* (3) parte infine da *Cà Bugiaccone*, situato nel Rio Fossone, affluente di sinistra del torrente Schizzola. Le condizioni stratigrafiche e litologiche del terreno esaminato negli indicati affioramenti, corrispondono esattamente a quanto si è detto pei depositi coevi a sud di Tortona; anzi nell'Oltrepò pavese riesce ancora più evidente la posizione di questo piano al disotto dell'orizzonte gessifero e quindi l'indipendenza di esso dalle argille *piacenziane* che si osservano in una serie di affioramenti più a nord, nonchè nell'isolato colle di San Colombano.

E vengo a dare l'elenco dei fossili.

Isis melitensis. Goldf

Tengo alcuni esemplari di Garlazzolo di sopra.

Trochocyathus crassus. Michelin

Abbastanza frequente a Garlazzolo di sopra; lo si trova anche a Cà Bugiaccone.

---

(1) Notizie intorno alle condizioni economiche e civili della prov. di Pavia pubblicate per cura della Camera di comm. e corredata di una carta geologica ecc. Volume II° Milano. 1884.

(2) F. SACCO. *L'Appennino settentrionale* (parte centrale) Roma 1892.

(3) P. PATRINI. *I terrazzi orografici della Staffora in rapporto coi terreni terziari dei colli Vogheresi.* Reale Istituto Lombardo di Scienze e lettere 1915.

Trochocyathus cornuscopia. M. Edw. e H.
Parecchi esemplari provenienti da Garlazzolo di sopra.
Trochocyathus 12 costatus. M. E.
Un esemplare a Garlazzolo di sopra.
Ceratotrochus multispinosus. Michtt.
Non raro a Garlazzolo di sopra.
Flabellum. Lesson.
Tengo due esemplari appartenenti a questo genere di Cà Bugiaccone.
Dentalium Bouei. Desh.
A Garlazzolo di sopra. Frammenti di *dentalium* indeterminabili trovansi pure a Cà Bugiaccone.
Cadulus ovulum. Phil.
Tengo un esemplare di Garlazzolo di sopra.
Turbo. Lin.
Opercoli a Garlazzolo di sopra.
Natica helicina. Br.
Frequente a Cà Bugiaccone; trovasi anche a Montalfeo.
Triton apenninicum. Sassi.
Tre esemplari di Cà Bugiaccone.
Ranella marginata. Br.
Un esemplare a Montalfeo.
Nassa semistriata. Br.
Parecchi esemplari di Cà Bugiaccone e Montalfeo.
Columbella thiara. Br.
Un grandissimo numero di esemplari ho potuto raccogliere a Cà Bugiaccone. Trovasi anche a Montalfeo.
Mitra piramidella. Br.
A Montalfeo e a Cà Bugiaccone.
Terebra. Lam.
Un frammento indeterminabile a Cà Bugiaccone.
Pleurotoma rotata. Brocc.
A Cà Bugiaccone.
Pseudotoma Bonellii. Bll.
A Montalfeo.
Surcula rotulata. Bonn.
A Cà Bugiaccone.
Drillia Allioni. Bell.
Abbastanza frequente a Cà Bugiaccone.

Nelle argille io rinvenni altre specie di *Pleurotoma* in uno stato di conservazione che non mi permisero di determinarle con precisione, dei frammenti di *Murex* e delle *otoliti*.

Per la determinazione di questi fossili, io mi sono valso oltre che delle opere del *Michelotti*, (1) dell'*Hoernes* (2), del *Bellardi* e del *Sacco* (3) anche della copiosa raccolta esistente nel Museo di geologia, dei fossili di Sant'Agata, Stazzano, Montegibbio. Le specie da me determinate si ritrovano tutte in queste località del tipico tortoniano, di maniera, che per questa strettissima somiglianza ne esce confermata la determinazione stratigrafica fatta dal *Taramelli* e dal *Sacco* del *Tortoniano* nell'Appennino pavese.

Perseverando nelle indagini io spero di poter trovare altre località fossilifere che mi permetteranno di contribuire più largamente alla conoscenza della fauna miocenica nel nostro Appennino.

Museo di Geologia e Paleontologia della r. Università di Pavia.

(1) G. Michelotti. *Description des fossiles des terrains miocènes de l'Italie septentrionale* 1847.

(2) M. Hoernes. *Die fossilen Mollusken des tertiaer-Beckens von Wien.* Wien. 1856.

(3) L. Bellardi e F. Sacco. *I molluschi dei terreni terziari del Piemonte e della Liguria.* Torino 1872-1904.

NOTE ETIMOLOGICHE E LESSICALI CÒRSE

Nota IVª del S. C. prof. Pier Enea Guarnerio (1)

(Adunanza del 24 giugno 1915)

138. *Minàica* 'sp. di barca da pescare'. — Anzichè a maena 'sp. di acciuga', come fa il Falcucci, io penso a quel sinonimo di minutus, che occorre nella locuzione *minayca ligna* del Du-Cange: « minuta ni fallor, gallice *menus bois* ». L'aggettivo minaicus prima sarà stato aggiunto a 'legno' in senso proprio, come nell'esempio del Du-Cange; poi a 'legno' in quello figurato di 'barca' e infine sostantivato avrà detto 'piccolo legno, piccola barca', come è di solito quella da pesca. Cfr. a. lomb. *menaiçço* AGIt. XI 414.

139. *Miscià* oltr. Ajaccio 'muovere, agitare'. — A cagion del senso lo riterrei il gen. *mescià*, anzichè il log. *misciare*, benchè pure il còrso ci mostri *š*- da SC'L-, cfr. Nr. 198 n. Lo rilevo qui perchè ha accanto *mischjà, a mischju, ammischju* 'confuso, mescolato', continuatori ordinari di misculare REW. 5606, alla stregua dell'it. *mischiare*, v. AGIt. XIV 155 § 111; mentre con l'it. *mestare* vanno *mistiglia* int. 'miscuglio', *mistulà, -lèghju* cc. e Bastia 'mescolare, miscuglio', da *miscitare REW. 5605 (2).

140. *Mórta* int. 'mortella, mirto'; *mórtula* cc. Centuri e Rogliano. — S'accorda col log., e col cat., sp. e port. nella base mŭrta con *ŭ*, REW. 5801, di fronte all'*i* dell' it. *mirto*; ma cfr. mortella (3).

---

(1) V. le altre Serie in questi Rend., XLVIII 517-32. 601-16 e 653-68.

(2) Direttamente sull'it. *miscuglio* sono rifatti *miscuglià, -anza* 'mescolare -anza'.

(3) Ritorna in nnll.; già vedemmo *Mórtura* villa presso il Liamone, Nr. 37 n; aggiungiamo *Punta -di- le -Mórtule* mucchio di rupi sulla via da Fiumorbo a Nazza, *Murtèta* spiaggia tra Luri e Meria; oltre il n. collettivo *murtuliccia* Nr. 75 n.

141. *Mudracchèri* oltr. Coscione e Zicavo, *-gliacchèri* oltr. Sartene, *-èru* int. — Questo vocabolo designa una costumanza tutta isolana, praticata al presente (dice il Falcucci) in alcuni villaggi dei distretti d'Ajaccio e di Sartene; avvegnachè *mugliacchèri* si dimandino ' coloro che formano l' accompagnatura degli sposi, montando a cavallo, se lo sposo è d' un comune diverso da quello della sposa, se no a piedi ' (1). In ordine alla formazione, la voce, prescindendo dall'esito speciale oltr. *-dr-* da -LJ- AGIt. XIV 153 n, ripete **mulier**, con un doppio suff. **aclu** + **ariu**, onde ci aspetteremmo *mugliacchjeri*, con l' esito di -CL- in *-chj-* e quello di **-ariu** alla spagnuola, che è anche in *frineri*, altro vocabolo della nomenclatura nuziale, significando ' i giovani che vanno innanzi al corteo nuziale col *fernu* o *frenu*, la conocchia augurale '; ma invece di *-chj-* abbiamo la riduzione all'italiana, *mughiaccheri*, come in altre parole di forma nobile.

142. *Mullizzu* cism. Bastia ' immondezze ', oltr. Sartene *muddizzu* ' molle strato di erbe che si ammassa talvolta per

(1) « L'accompagnamento, descrive il F., si fa con molto tripudio e, innanzi il divieto di portar fuori le armi, con grandi scariche di fucile. Arrivati a mezza strada, s'incomincia una strana pantomima: i parenti della sposa ricalcitranti mostrano di non voler più tirare innanzi, e la sposa stessa finge il broncio al par di loro. Chiedesi al marito il perchè, e rispondendogli come la sposa debba tornare alla casa paterna, ei la prende pel braccio e le comanda di seguirlo, in quella che la famiglia cerca di menarsela via. Qui nasce contesa, si urla, si minaccia, accennando le pugna, brandendo bastoni e schioppetti. In questa la sposa mostra d'inchinare ora da una parte, ora dall'altra; ma sopravvenuti i pacieri, la contesa si compone e ricomincia il giubilo, (il quale facevasi pel passato con colpi di pistola e di schioppetto), finchè giunti al villaggio, tutta la gente è ragunata a congratularsi. Talvolta son le donne prossimane della sposa che muovono il contrasto, e, com'è loro natura, il chiasso che fanno, è maggiore: vociferano e paiono invase di furore e forsennate. Questa costumanza, conchiude, mostra di essere antichissima, avvegnachè appo i Romani eziandio, i parenti della sposa fingevano il pentimento di aver consentito a lasciar dipartirsi la figliuola dalle pareti domestiche per andare a nozze. Ed alcuni viaggiatorri narrano d'una costumanza simile presso i selvaggi della Polinesia e d'altre isole oceaniche. [Intorno all'uso nuziale del ratto presso i Romani, cui qui si allude, e alla sua origine etiologica si veda la Nota di Carlo Pascal, *La leggenda del ratto delle Sabine*, nei Rend. dell'Acc. dei Lincei, cl. sc. mor., st. e fil. v. IV (1895), pp. 545-57].

farne la *rapazzóla*, sp. di giaciglio di rami arsi di *filetti* e di altre erbe per riposarvisi '. — Risponde all'it. *molliccio* con un esito di -*cį*- che non sembra indigeno, AGIt. XIV 148 § 88, cfr. infatti sass *muddizzu* st. sign.; per l'accezione s'avvicina a quella dell'it. *mollicume* e per la ragione del signif. è da agg. fra i derivati di mollis REW. 5649.

143. *Mundicá* sin. di *manghjicá* ' rosicchiare, mangiucchiare '. — Ripete mandicare con *ma*- in *mu*- per la consonante labiale attigua (1).

144. *Nice* (*Fá*) cism. e oltr. Ajaccio ' far finta ', e gli stanno accanto le forme *niciu*, *neciu* cism. Moita, *nesciu* Giussani, *nece* Balagna. — Come avverte il Falcucci, la locuzione corrisponde al tosc. *fare il nesci*, e la forma di Giussani *nesciu*, ci avverte che nelle altre si tratta di -*ć*- intervocalico con la pronuncia toscana di *ç*, cfr. Nr. 18 e 38. Quanto all'*i* di *nice*, *niciu* si ripete da qualche voce, in cui era passato ad atona, p. es. **nisciá*.

145. *Nimicu* ' diavolo '. — Bell'incontro semasiologico con l'it. *avversario*, lat. adversarius REW. 221, 2; e cfr. il dantesco « Pluto, il gran nimico ». Quanto a *numicu* entra in serie con *mundicá* e sim. Nr. 143 n.

146. *Nonza* ' cavalcata che si fa in occasione di nozze '. La *nonza* si usa anche in Capocorso. Il primo che giunge a casa dello sposo riceve la chiave che pende da una ciarpa e se la mette al collo, e con questa ritorna incontro alla sposa. — Bel riflesso popolare di nŭntius con *ó* da *ŭ* AGIt. XIV 138 § 40 e REW. 5997; ma la desinenza fm. deve provenire da nupta, cfr. log. *nuntas* = nupta + nuntius.

147. *Nucéllula* ' orfo ' sp. di pesce, belone acus. — Il De Caraffa, Essai sur les poissons de la C. pensa fosse in origine *l'ucéllula;* se così è, andrà fra gli esempi dell'articolo concresciuto, Nr. 9 n e la dissimilazione di *l*-*l* in *n*-*l* darà ragione di *nucéllula*, cfr. *nazaróla* (l'albero), Balagna per *lazarólu* (-*a* il frutto), *nivéllu* per *livéllu* e sim.

(1) Siano qui ricordati oltre gli esempi in AGIt. XIV 141 § 56: *cruvellá* ' crivellare ', *S. Suvera*, *Sov*- ' Santa Severa '; *frumitá* ' fremitare ', *frunétiche* pl. ' stranezze ', *ghjumellu* ' gemello ', *prumesta* ' sp. di uva dagli acini duri e grossi, che non si mette nel tino, ma in tavola ', da *prima* + il suff. -*esta*, che è in *agresta* Nr. 5; *prumicciula* ' schiuma del *brócciu* ' acc. a *premicciula*, ' residui del latte ', *numici* Nr. 145, *rumbeccu* Nr. 176, e cfr. Nr. 169, 172, 173 e 175; *songhjunu* Nr. 184, e sim.

148. *Nuirme* int. ' lievito '. — Vi veggo nutrimen ' alimento ', nè può essere un provenzalismo, perchè il prov. *noirim* significa ' bestia o pianta giovane ' cfr. trent., friul. in REW. 6005. È formazione indigena e ci attesta la riduzione di -TR- in *-dr-*, *-r-*, di cui diremo al Nr. 164; onde **nurime* e con *r* trasposto *nuirme*. Nè fa difficoltà l'accezione di ' lievito ', perchè questo è il germe che eccita e nutre la fermentazione (1).

149. *Òmacu, òmm-* cc. e cism. Balagna ' odore della preda ', d'ordinario dei selvatici. — Un deverbale di **osmicare* frequentativo di **osmare* REW. 6112; il nesso *-sm-* vi si risolve per via di assimilazione in *-mm-*, come nel log. *immina* RILomb. XLIV 1091. Inutile aggiungere che l'*i* della seconda dello sdrucciolo diventa *a*, come in *bòmmacu*, *ciòmpacu* e sim.

150. *Ópu* cism. Balagna e Bastia ' uopo, bisogno '. — D'accordo con l'it. *uopo*, a. log. *opus*, mod. log. *obus*, continua opus, da agg. a REW. 6079. *Unn' è ópu* ' non fa d'uopo ' e rispetto all'uso di opus est nel log. e nel côrso, v. Ascoli St. rom. III.

151. *Pachjélla* cc., *-ghjélla* Bastia ' canto a due voci ', o meglio ' la ripetizione in coro dei due versi finali d'una strofa ' (*ballata* come è detta in Corsica cfr. Nr. 198 n); *paghjellà* ' cantare a due voci '. — Altro bel derivato da paria, da mandare con *appachjà*, *paghju* Nr. 20.

152. *Pala* (*In*) dicesi dell'uscio spalancato: *porta 'n pala*. — Mentre la base *palam* è largamente diffusa in Italia e fuori in parecchi derivati, qui abbiamo, per quanto io sappia, il primo esempio della continuazione del primitivo. Da segnalare nel REW. 6155.

153. *Pèja* agg. o attr. di certe frutta abortite; *pèghja* cc. e cism., *abèghia* cism. Campile, agg. della noce attaccata al guscio; infine *pèghjure* cism. Campile sost. pl. ' scarti ', p. es. le noci ed altre frutta venute male. — Sia pei suoni che pel senso *pèja* ripete il genov. *péju* ' annebbiato ' delle frutta e delle biade, che offese dalla nebbia riardono e non allegano; anche dei frutti col guscio, noci, nocciole e sim., vuoti ed ora specialm. delle noci; *nòxe péja* ' noce vuota ' AGIt. XV 71 e Parodi, Poesie tabb. 57 estr., oltre REW. 6415. Ma siccome l'*-j-*, qualunque ne sia l'origine, può essere riprodotto nel côrso con *-ghj-*, v. Nr. 13, così anche *pèghja* può ripetere la stessa

(1) Il Vocab. registra pure *lèvitu* sost. e agg. ' lievito ', continuatore regolare di levitum REW. 5005.

parola, e non essere un diretto derivato indigeno da pilleum REW. 6504 con *-llį-* in *-ğ-* (*-ghj-*), allo stesso modo di *-lį-*, cfr. AGIt. XIV 145 § 79, tanto più che la voce in côrso si usa come aggettivo alla stessa guisa che nel genov., mentre i derivati di pilleum appariscono in funzione di sostantivi nell'aret. *peglia*, log. *pizu*, camp. *pillu*, prov. *peio* e sim. Veramente, la funzione di sostantivo è nel derivato cism. *péghjure*, che con iscambio di suff. diminutivo è da giudicare alla stregua di *mórtula: mórtura*, *súndaru* e sim. Nr. 37 n; onde si può riconoscere che nei linguaggi dell'isola siano venuti a contatto due correnti, quella di accatto genovese: *péja*, e quella indigena: *péghja* (1), le quali, pur movendo da basi diverse, venivano a commescersi pel significato. Si aggiunga che nel cism. *abéghja*, come già avvertì il Falcucci, l'*a-* si deve al residuo dell'articolo fm. *la-* concresciuto, da aggiungere dunque al Nr. 9 n, e il *-b-* all'affievolimento del *-p-* risultato intervocalico.

154. *Pernécchju* ' lungo palo contornato in cima di ramoscelli di *mucchju* o d'altra pianta di macchia, il quale serve di segnale di proprietà nelle macchie '. — Vi si nasconde pinnaculum (2), REW. 6515, con -ac'lu sostituito da -ĭc'lu, come lo attesta la forma oltr. Sartene *pennecchju* ' palo piantato in un luogo con sopravi un ramoscello per indicare che è vietato introdurvi bestie '. In *pernecchju* il *r* proviene dall'incrocio con *pertica*, che come è manifesto dalla definizione, vi entra come elemento essenziale. Quanto all'*e* per l'*i* originario nella sillaba iniziale, sarà dovuto a un incontro di *pernecchiu* + **pinnecchju* = *pennecchju* (3).

155. *Pettata* Bastia ' erta '. — Il bastiese ha pure *teppa* ' masso, balza ', in cui il Falcucci ravvisava una reliquia sabina, *teba* ' colle ' e il REW. 8731 ragguaglia con l'osco tiffa.

(1) Questa forma prescindendo dalla diversità di funzione, sostantivale nel lucch., aggettivale nel côrso, potrebbe accordarsi col lucch. *pecchia* ' pellicola interna o buccia sottile delle castagne disseccate ', non da pellicula, come proponeva il Pieri AGIt. XII 172, cfr. REW. 6504, ma da pilleum, se non vi fa ostacolo la sorda *-cchia-*, invece della sonora, che è in *pugghia*, oltre la scarsa vitalità di siffatto esito, v. Pieri AGIt. ibid. 116. In questo caso e aretino e lucchese verrebbero a consentire, ciascuno con la risoluzione propria, in un'unica base.

(2) Da codesta base è pure *pinnúcciulu* ' scopa ', con *-c'l-* in *-chj-* (letter. *-čč-*) + suff. dimin. *-ulu*.

(3) L'idea di ' palo, pertica ' non contraddice neppure all'accezione metaforica.

La nostra forma *pettata* rappresenta una metatesi reciproca da *teppa : petta* + il suff. *-ata;* da aggiungere dunque alla famiglia delle metatesi reciproche da lettera a lettera al Nr. 64.

156. *Piccia* cism. int. e oltr. Sart. ‘ coppia, paio’: *una piccia* di pasticcini, di pollastri; anche il pane si conta per *piccia.* — Bell’incontro significativo nella forma e nel senso con l’it. *piccia* REW. 6479. Numerosa la schiera dei derivati: *appiccià* ‘ attaccare, congiungere ’; *appiccicà* it. id., *appiccicágliula* ‘ tresca ’, *erba appiccichèlla* ‘ erba che si appiccica facilmente ’; *appiccichignulu* ‘ appiccicoso ’; *appicciulá* ‘ fare una coppia, far due ’: *appicciula i figliòli, cume s’èlla facessi e schiacce in la madia;* e quindi *picciaja* o *picciòsa* ‘ donna che fà due figliuoli a un corpo ’ (1).

157. *Pinghji-lèttu* ‘ lunga fascia di tela cotone bianca o di colore che, ricorrendo intorno al letto, copre il saccone ed altro, scendendo fino a terra ’. — La forma collaterale *abinghji-lèttu* mostra che si tratta di un composto del verbo *aringhje* ‘ avvincere ’ e del sost. *lèttu,* come a dire ‘ circonda-letto ’ con la risoluzione di -VV- in *-b- -p-*, che s’accorda con quella di *-B-* primario, v. Nr. 162.

158. *Pinnèllu* cism. Campile ‘ asta con un cencio ’ e cfr. *appinnellá* ‘ piantare una mazza con qualche frasca o cencio, per indicare che nel luogo è vietato pascere ’. — Derivato dimin. di *pinna* REW. 6514, 2, nell’accezione di ‘ banderuola ’, e conferma siffatto significato nel verso dantesco: « E di tratti pennelli avean sembiante », Purg. XXIX 75 (2).

159. *Piòba* com., *piòua* int. ‘ condotta d’acqua per mulini ed anche per orti ’, e quindi pure ‘ la striscia di terra dove si coltiva l’ortaggio e si adacqua ’. — Ripete l’a. it. *piova* con evidenti trapassi semasiologici e -V- in *-b-* o vocalizzato AGIt. XIV 162; è deverbale di p l o v e r e REW. 6610, mentre *p l o v i a si continua in *piògia* ‘ pioggia ’.

160. *Piuppione* ‘ piccione ’. — È l’it. *pippione*, in cui si immette *piùlu* ‘ pulcino ’ (3). Già abbiamo avuto occasione di

(1) Altra cosa è *appicciulà* cc. e cism. Campile ‘ ammucchiare e pigiare col tribbio le bucce e il raspolo dell’uva per cavarne l’ultimo vino ’, ‘ fare la seconda pigiatura dell’uva ’, da *picciòlu* ‘ gambo di un frutto ’ e ‘ vinello ’, anche tosc.

(2) Il Vocab. ha anche *pinnèllu* che è l’it. ‘ pennello ’; e *appinnellà* voce marinaresca ‘ appennellare un’ancora ’, di cui ignoro l’etimologia.

(3) Il Falcucci e il Lucciana lo registrano senza accento; io però ho raccolto *piùlu, -i,* come ho sopra riferito.

menzionare alcuni casi di incroci e contaminazioni ai Nr. 5, 9 n, 13 n, 22, 35; eccone ora qualche altro: *all'appaspu* sett. ' al tatto, al tocco ', *appaspá* sett. palpare + tastare, cfr. arbed. REW. 6175; *altôre* cism. Bastia e Balagna ' astore ', = *astóre* + *altu; bandile* sin. di *mandile*, = *benda* + *mandile; bendunale* ' trave grosso e principale del soffitto ', = *penda* ' cosa che pende ' + *burdunale* ' trave maestra '; *bizanza* ' vezzo, abito, costume ', = abito + usanza, con *t-z* assimilato in *z-z; bucértula* v. Nr. 9 n, *guáitu* ' guaio, briga ', = guaio + *ciáitu; mandriselva* ' caprifoglio ', = *mandria* + *madriselva: mermuracciu* ' ramolaccio ', = *mermu* + *ermuracciu; piumicia* = p u m e x + p l u m a, cfr. lucch. *piumice*, gall. *piummica* REW. 6844; *scrascianata* ' scroscio di risa ', = scroscio + *scaccanata* Nr. 177, ' risata '; *specchjali* oltr. Sartene ' occhiali ', = *specchju* + *occhjali* e cfr. *specchjetti* cc. e cism. Campile, sass. *jpiccitti* st. sign.; *testélla* ' padella per le bruciate ', = *testu* + *padélla*, e anche *palélla* cc. e Alesani ' speciale padella con un manico ricurvo e lungo ', = *palu* + *padélla*, non esclusa la spinta assimilativa di *d-ll* in *l-ll; babutrignu* = *babu* + *patrignu* e parimenti *mamatrigna*. Inoltre *archimediu* cc. Pietra Corbara ' armadio ', = *archi* + *armadiu*, dove l' *i* del primo membro accenna alla formazione di cui si è detto al Nr. 91 n e 98.

161. *Prucóghju, -óchju, -óju* ' mandra '. — Incontro significativo con l'a. it *procòjo, proquòjo* (1). La ragione de' suoni porta sicuramente a *p o r c o r i u m con metatesi di *r* e -o r i u in *-č-* o *-ǧ-* e letterariam. *-j-* con quella vicenda che già rilevammo al Nr. 10; da aggiungere al REW. Originariam. ' mandra di porci ', e poi ' mandra ' in genere.

162. *Puchjatu* ' misero ': *Puchjata quélla scudélla, duve tante mane ratélla!* — Aferesi di *abuchjatu*, come a dire ' abbujato ' AGIt. XIV 386 e da agg. REW. 1410. Si può considerare il B- come iniziale e allora la sua riduzione a *p*- trova conforto in *pója: bója, pórniu* cc. ' di corta vista ' a. it. *bornio*, *panastra* ' paniera ', non confusione di *panera* + *canestra*, come dice il Falcucci, al che si oppone l'*á*, ma eguale al genov. *banastra* ' cestone ', ecc. e nel nesso: *prisacca,* ' bisaccia ' e sim. v.

---

(1) Il Vocab. definisce *procòjo* ' mandria ', *proquòjo* ' mandria ', ' cascina ', pelle di capra o di pecora che i pastori mettevano sotto le ginocchia, quando mungevano. — Riviene alla stessa base l'int. *pricóghju* ' dominio ' dove *u-o* è dissimilato in *i-o*, e che dall'accezione di ' mandra ' viene a quella di ' dominio ' con trapassi ideologici facilm. comprensibili.

Nr. 112. Che se l'alterazione fosse avvenuta a formola mediana, il -B- in *-p-* trova riscontro nel filone *kipu* ' cibo ', *lipari: libari* e sim. AGIt. XIV 179 § 190.

163. *Puntiglia* oltr. Sart. ' gara tra coloro che accompagnano gli sposi a casa, per arrivare primi col velo, preso dal giovane, per portarlo a quella della sposa '. — Notevole pel significato speciale, che rientra nella nomenclatura delle costumanze nunziali, per cui v. *mudraccheri* Nr. 141, *nonza* Nr. 146 e *ricóveru* Nr. 166.

164. *Purri, puri.* — Nell'App. è allegato *purissi, purr-* col senso di ' indebolirsi ' e la voce occorre nell'App. stessa s. *castagnu* nella frase: *Dopu tant'anni li castagni si taglienu, si guò fannu lu curagiu, si purriscenu, divenenu ferloni.* Dalle schede apparisce che il Falcucci non era ben sicuro del valore di *curagiu*, di cui sottace il significato, e parimenti di *purriscenu* che spiega con ' indeboliscono '. Io penso che *purri, pur-* dica qualche cosa di più e continui *putrere da putrescere ' putrefare ' passato alla 4ª in *-ire* e con -TR- in *-rr-* (*-r-*). Codesta risoluzione insieme con quella di -DR- primario e secondario non è ammessa di solito che pel fr., e con un particolare sviluppo pel provenz. e pel ligure, Rom. Gr. I § 474. Però il Campus., Fon. Log. § 121 riconosce *-rr-* come riflesso spontaneo di -DR- e oltre *karra* > quadra, già nelle mie Postille in Rom. XX 59, aggiunge *afforru* ' fodera '. (1). Non c'è invece alcun sicuro esempio pel campid. v. Wagner, Sudsärd. Mund. § 155. Un filone di -TR- (*-dr-*) rileva il Pieri AGIt. XII 123 nel lucch. con *quarino* ' quattrino ', *lari* ' ladri '. Ora, il côrso non contraddice al sass. e log. e rincalza il lucch., anche con qualche suo proprio esemplare, quale il presente *puri, purri*, oltre *nuirme* Nr. 148, *querinu* del Nr. che segue.

165. *Querinu* cism. int. (non cc.) ' quartiere ', ossia ' contrada che formava la quarta parte nello spartimento d'una pieve ', e il Falcucci lo conforta con l'esempio del Guglielmi, Ottave giocose, XXI, dove il Castellacquese dice: « *Eo ti prumettu, lu nostru querinu Spesa nova nun ha che basti un mese, E si trova a mal puntu lu mischinu Più d'Alesani e più d'altru paese* ». È dunque voce non recente, che risale alle antiche divisioni amministrative, nelle quali l'influenza di Lucca, come affermano gli storici, non fu nè lieve nè super-

(1) Il sass. *karra* ' piazza ' in Rom. l. cit. è accolto dal REW. 6921, che aggiunge a. log. *karrainari*. È da togliere forse *karrada* dalle mie Post., che può essere carr + ata v. Wagner l. c. nel testo.

ficiale. Anche per questo la manderemo tra gli esemplari di -TR- in *r*-, v. Nr. 148 e 164. Cfr. dunque il lucch. *quarino* e per l'*a* in *e* non occorre spender parole.

166. *Ricóreru* ' zuffa simulata per la quale si contrasta dai parenti e dalle amiche la sposa ai parenti dello sposo '. — Il nome della curiosa costumanza tradizionale, di cui facemmo parola s. *mudracchéri* Nr. 141, conserva il primitivo significato di recuperare REW. 7136, che è altresì nel vrb. *ricurerá*, come nell'a. it. *ricorerare*, cat. *recobrar*, prov. id. ecc.

167. *Rigu* ' rivo, ruscello '. — Va con l'a. it. *rigo*, donde il dimin. *rigone* ' gora o piccolo canale d'acqua, filo d'acqua ', *rigunata* ' solco d'acqua, rivo che si produce per abbondante caduta d'acqua ', ' scroscio, scossa d'acqua '. Da rivu, s'intende, e da agg. REW. 7341, con la caduta del -*v*- e l'epentesi di *g*, come in *pagone: paone*, *pagunazzu* ' paonazzo, e *zighibu* v. Nr. 200.

168. *Rigumá* ' ruminare '. — Si raffronta con l'it. *rugumare* da rumigare REW., ma mentre nella forma it. c'è metatesi reciproca da lettera a lettera, *m-g* in *g-m* e l'assimilazione di *u-i* in *u-u*, nella forma côrsa oltre la stessa metatesi, agisce altresì la metatesi vocalica, *u-i* in *i-u*.

169. *Rócitu* cism., *rôg-* int. ' vomito '; *ruciá* cism., *rôgge* int. ' vomitare '. — Il -*c*-, -*g*- (-*gg*-) vi hanno il suono toscano di -*ç*-, -*ğ*- tra vocali (l. dunque *roçitu*, *ruçá*, *roğitu*, *roğe* e cfr. Nr. 18 e 38). Codeste voci aumentano la scarsa famiglia di reicere REW. 7183, se non che mentre l'it. *recere*, il valtell. *rečer*, il ticin. *res* mantengono l'*e* della base, la serie côrsa vi sostituisce l'*o* (*u*) delle arizotoniche; così da *recere* il cism. *ruciá* passato alla I.ª coniug., con *re-* in *ru-*, come in *ruzzaghju : rezzaju* Nr. 123, e *rughja* Nr. 173, e cfr. *ruesciu* Nr. 172. È invece rimasto alla coniug. in -*e* la forma int. *rôgge* che è infinito e 3ª prs. sing. pres. ind. Dal pp. derivano i sostantivi *rócitu*, *rôg-*, e pure da un pp. di tipo accorciato i sostantivi *rôccia* com. ' porcheria ', *ruccia* oltr. Sartene ' loja ' della pipa, del burro, nel quale ultimo l'*u* proviene dalle forme arizotoniche, come *ruciá*.

170. *Rôfficu* ' vegeto ' d'ord. delle piante; ma fig. ' di buona cera, ben colorito '. — S' incontra nella locuzione *rôfficu garafunatu* ' rosso come un garofano ', oppure: *Chi cresta rôffica ha 'ssa gallina* ' che cresta rossa ha questa gallina! ', i quali esempi ci mostrano che il significato fondamentale è quello di ' rosso ', donde quello di ' buona cera ' e ' vegeto '. Si tratterà infatti di un derivato di rŭbeus ' rosso ', da con-

nettere con l'a. it. *robbio* ampliato col suff. -icus. Quanto al -*ff*- può ripetersi dall'incontro con l'altra base latina per rosso rufus, o anche può essersi svolto foneticamente da -*b*- per via di -*r*- in -*f*-, come s'incontra all'iniziale: *falku*, *val*-, *bal*- ' sp. di fiore '.

171. *Rùciulu* cc. ' pochino, briciolo '. — L'abbiamo già addotto al Nr. 46 n nella serie degli esempi di BR- in *r*-, spiegandolo come prodotto da *bríciula* + *trúciulu*. Lo ripetiamo qui per ricordare come il -*c*- abbia la pronuncia toscana più volte ricordata, onde l. *rúçulu*, *rúġulu*. Il Vocab. infatti registra *rusciu*, -*lèllu* cism. Bastia ' poco, pochetto, pochino '.

172. *Ruesciu* ' rovescio ' ha accanto una numerosa famiglia di forme: *rimbesciu*, *rimbersciu*, *ingruesciu*, *arimbersciu*, *all'invereiu*, *all'aringuersciu* e nell'oltr. Sartene *drumbasciu*. — Come nell'it. *rovescio*, così anche qui la base reversus appare in tutte ampliata con -*eu*, onde la desinenza -*sciu*. Con la labializzazione di *re*- in *ro*-, *ru*- e il secondo *r* assorbito si ha *ruesciu*, dove il -*v*- intervocalico si elide. Con scambio di prefisso invece, la forma più semplice *invereiu* con *ciu* = *çu*, da cui con aggiunta del pref. *ri*- e il -*r*- in -*b*- per l'epentesi di *m*: *rimbersciu*, *arim*-, e con caduta dissimilativa di uno dei due *r-r*: *rimbesciu*. Ma il -*ve*- (-*be*-) può essere sostituito da *gue* v. Nr. 34, e per questa via si spiega *ingruesciu* metatesi di **inguersciu* e con pref. *ariguersciu*. Non resta che la forma sartenese *drumbasciu*, dove l'iniziale si deve a intrusione di *drittu*, contrapposto di *rimbesciu*, e l'*á* da *é* per la tendenza propria della zona, che ci mostra *tara* ' terra ', *faru* ' ferro ' ecc. Quanto all'*u* protonico trova ragione nella nasal labiale attigua, e cfr. *frumitá*, *ghjumellu* ecc. Nr. 143 n.

173. *Rughja* ' rasiera ', -*ghjá* ' far raso uno stajo '. — In bella concordanza col lucch. *rugghia*, *rugghiare* da regulare REW. 7178 con *re*- in *ru*- cfr. Nr. 169 e 172. Sinonimo di *rughja* è *rasachjóla* evidente derivazione di *rasare* + suff. ariu + ólu. (1)

174. *Rughju*, -*gghju* ' raglio '. — Va con l'it. *rugliare*, *rugghiare* da rugire + *mugliare* o *mugghjare* REW. 5718 e 7428. Però il Vocab. conosce anche derivati da ragulare REW. 7009: *raghjá* ' grugnire del porco, allorchè si fa patire ', oltr.

(1) Dicesi anche *rasèlla* il pezzo di legno per fare raso il *bacinu* (stajo): *Quandu lu bacinu è cólmu, c'è chi ci passe la rasèlla*. E da *rasu* è pure, in altro ordine di idee, *rasiccia* aggett. della macchia quando è bassa; da aggiung. alla serie in -*iccia* Nr. 75 n.

Sartene, ' avere il rantolo ', con -GL- in *-ğ-* (*ghj*) AGIt. XIV 156 § 114. Non se ne possono separare i deverbali seguenti, con notevoli significazioni metaforiche: *raghja* cism. Balagna ' raganella ' e *raghju* id. id. ' rovajo ' (dall'urlo che fa) (1).

175. *Rumá*, *-mmá* ' grufolare, raspare col grifo ' del maiale. — Ripete il tosc. *rumare* st. sign. da rimare REW. con riscontro col rum. prov. cat. sp. e port. Altro esempio di labializzazione della iniziale, *ri-* in *ru-* pel *m-* attiguo, vedi Nr. 143 n e cfr. 172 ecc.

176. *Rumbeccu* oltr. Sartene, *rimb-* cc. ' rampogna contro chi ha tollerato in pace un'ingiuria ', non ha fatto ciò che dovere estimasi secondo il volgar pregiudizio, cioè il *dèbitu* suo; *rimbeccá* ' rinfacciare '. — Il sostantivo è voce caratteristica nella fraseologia côrsa della *vendetta*, e come tale qui la ricordo, non senza rilevare che la forma sartenese accresce la già ricca famiglia della vocal protonica in *u* per la labiale attigua veduta ai Nr. 143 n, 172, 175.

177. *Scaccaná* Bastia ' ridere sgangheratamente ', *-ata* ' risata ', *-imme* ' riso sgangherato '. — Il Salvioni RDR IV 244 allega anche la forma *cacanná*, correggendo così la forma *kakkaná* del REW. 1448 s. cachinnare. Entrambe codeste forme mancano al Vocab. del Falcucci, che registra solamente *saccaná* ' fare lo scoppiettio del riso ', senza indicazione di luogo e quindi presumibilmente capocorsino; *scaccaná* coi derivati proviene dal Lucciana. Questa forma sta insieme con *cacanná* con pref. intensivo *ex-*, e si giustifica con lo scambio reciproco della consonante doppia con la semplice, onde *c-nn* in *cc-n*, come in altri casi addotti dal Salvioni l. cit. Quanto poi a *saccaná* lo spiegheremo con la dissimilazione di *sc-cc* in *s-cc*. C'è inoltre nel Vocab. *scrascianata* ' scroscio di risa ', che risulta da *scroscio* + *scaccanata*, v. Nr. 160.

178. *Sciarattu* ' schiamazzo, scandalo '. — Ritorna tal quale nel tosc., ma vi si dice delle bestie o delle parolacce, per cui viene a toccarsi col pur tosc. *sciarra* ' rissa ', *sciarrata* ' millanteria, detti o fatti di minaccia ', per cui v. Salvioni RDR. V 190. All'incontro il côrso *sciarattu* non fa che ripetere l'a. genov. *šarattu*, od. *šätu* ' scialo, chiasso ', v. Parodi, AGIt. XVI 355 e REW. 3011, q. exhalattare.

---

(1) L'oltr. Sartene *raghjòlu* ' piccola bacchetta di legno che passa pel foro dell'arcione e va alla parte opposta, e serve ad appiccarvi dei sacchi e sim. ', non ha a che fare qui. Sarà un dimin. di regulu, con *re-* in *ra-*, se non addirittura un dimin. di *raghju* ' raggio '.

179. *Sciublicu* cism. 'sgombro, vuoto, libero': *càmara sciùblica* 'camera libera, vuota'. — Alterazione curiosa di una parola dotta, di cui si conserva il nesso *-bl-*, mentre per la propaginazione del *l* alla prima sillaba, **plublicu*, si risolve il *pl-* iniziale con l'esito genovese *č-*, onde si arriva a **čublicu*, e a *šublicu* con quella proferenza che abbiamo notato in *sciaridulu : ciar-*, *scilumbrina : cil-* e sim. Nr. 71 n.

180. *Scóranu* 'canto, cantone, cantonata'. — È caratteristica la voce côrsa *scórnu*, che nel cism. di Balagna indica un punto, un canto o altra parte d'ord. a punta d'un terreno, e poi a Bastia 'cantone'; null'altro dunque che c o r n u con pref. *ex-* e un'accezione particolare, facile a comprendersi. Per anaptissi di *a* è sciolto il nesso *-rn-* in *scóranu* (1).

181. *Scótanu* cc. 'sommacco', sp. d'albero, la cui corteccia serve per la concia delle pelli. — Concorda con l'a. it. *scotano* REW. 2285. C'è anche *scótaru* arbusto della famiglia dell'*igliatru* 'alaterno'. Non so giudicare delle piante, se sono o no le stesse; però *scótaru* potrebbe essere lo stesso che *scótanu* con iscambio di suff. *-aru* : *anu*, cfr. Nr. 37 n.

182. *Séssulu* eufem. per 'deretano'. — Diminut. dell'a. it. *sesso* 'l'orifizio dell'ano'; e lo stesso signif. hanno il merid. *siessu*, l'a. fr. *ses*, il cat. *ses*, sp. *sieso*, port. *sesso*, coi quali va posto il log. *assessu*, Salvioni RILomb. XLII 675, ma non da a s s e s s u s, bensì come i precedenti da s e s s u s REW. 7882 (2).

183. *Sgragna* oltr. Sartene 'scaracchio'. — Evidente sostituzione della desinenza *gna-* a *-chja*, chè *sgragna* non può che rispondere a *sgrachja* st. sign. testè visto Nr. 180 n, dove è a notare il metaplasmo, dovuto forse a *sputa* fm. Aggiungasi che questa sostituzione di *-ñ-* a *-č-* (*-ğ-*) trova corrispondenza in quella di *-ñ-* a *-t-* v. Nr. 78 e 81.

---

(1) Altri casi sono oltre *dsima* comune con l'it., *agalabatu* 'garbato', *cancarena* 'cancrena', *caghjarone* oltr. Ajaccio 'sputacchio, sudicione' cfr. *sgrachja*, it. *scracchio:* e sim.

(2) L'a. it. *sesso* designa altresì 'amendue le parti vergognose sì del maschio e sì della femmina': « Ed ha il sesso da donna e le radici d'uomo? » Bibbiena, Calandria III, 7, oppure « Altri temendo Gravemente la morte, il viril sesso Troncar col ferro » Marchetti, Lucrezio lib. VI. La qual significazione, in quanto si riferisca alla femmina, ha lo sp. degli Ebrei *šeso* 'pudeur de la femme' Subak ZRPh XXX (1906) p. 172 e il campid. *sessu* Wagner Beih. 57° p. 63, che pensa erroneamente a s e x u s.

184. *Singhje, -i* sett. di genere promiscuo e indeclinabile 'uno per uno'. — Da agg. al REW. 7945, e la Corsica non solo ha codesta bella continuazione indigena di singuli, ma possiede anche dei composti: *Singhiunu* com. 'ciascuno', in cui già il Falcucci riconosceva singulus unus; Bastia *songhjuni* con *i* protonico in *o* pel *n* attiguo. cfr. Nr. 143 n, 172 ecc. (1).

185. *Spinnatóchja* 'luogo dirupato, precipizio'; *spinnatura* 'caduta da una ripa, da un'altura scoscesa'. — Entrambi si collegano col vrb. *spinnassi, spen-* 'precipitarsi, cadere da una rupe' da pinna REW. 6514, 2 nel signif. di 'punta, pinnacolo' (2).

186. *Stántaru* oltr. Sartene 'limite di un campo', che è talvolta un dolmen, un menhir o loro avanzi (3), p. es.: *Li Stantari* il menhir presso il ponte della Renabianca sul Rizzanese, denominato *Lu Frate e la Sóra* per una leggenda che vi si riferisce. Anche fm.: *La Stántara di la Polmona* il menhir presso Olmiccia. — La voce fa pensare senz'altro ai log. *istent-, istantarzu*, camp. *strantazu* 'ritto in piedi' da *statarius con influenza del part. pres. di stare, v. Salvioni AStSard. V 219 e REW, 8232. Ma l'accentazione sulla prima sillaba delle voci côrse e la desinenza *-'aru* accennano ad una diversa formazione. Sarà infatti un sostantivo deverbale derivato bensì da *istante, ma nel rapporto in cui *vóceru* sta a **vocerare*, v. Nr. 198, e quindi *stántaru* a **stanterare*. Del resto, *stanterá* è forma reale come denominazione di un giuoco che fanno i ragazzi, in cui mettendo il capo in terra e le gambe all'aria e girando spiccano un salto; o pure appoggiandosi ai rami di un albero e lasciandosi cadere; ne' quali l'idea fondamentale è appunto quella di finire con lo 'stare ritto in piedi'.

---

(1) Il gall. *suññulu* era spiegato in AGIt. XIV 165 § 150 come singulu + it. *ugnolo*: ma meglio ora lo manderei col bastiese con dissimilaz. di *ñ-n* in *ñ-l*, oppure scambio di suff. *-unu: -'ulu* e conseguente anastrofe.

(2) Il Vocab. ha pure *spignone* 'precipizio' cfr. sp. *peña*.

(3) I *dolmens* in generale sono detti *stazzone*, da *stazzu* comune alla Sardegna e alla Corsica, AGIt. XIV 404 e REW. 8224. Il signif. speciale di *stazzona* 'fucina da fabbro', *-naru, -achju* 'fabbro' non é che un evidente estensione dell'accezione primitiva di *stazzu* 'stazione'. Intorno a codesti monumenti preistorici v. A. AMBROSI - R. *Histoire des Corse et de leur civilisation*, Bastia 1914, p. 30.

187. *Stricchistrà* Bastia 'petardo'. — Risponde alla formazione onomatopeica *trich-trach* con *ex-* intensivo, e apocopata come interviene spesso nel bastiese; cfr. campid. *trikki-trakkis* Wagner, Beih. 57°, p. 60, sp. *triqui-traque* 'sp. di razzo, fuoco artificiale' (1).

188. *Stròppulu*, d'ord. pl. *-i* 'pezzi di cavo che si attaccano all'estremità della stanga o pertica, puntata in un pertugio del muro per fare oprare il *mulinèllu*, che serve a far rialzare il tribbio da pigiar l'uva'. Anche mar. 'cavo che si lega fra il legno e il cavicchio per reggere il remo'. — È l'it. mar. *stroppolo* 'cavo che attornia il bozzello della puleggia', e *stroppi*, *-oli* sono 'le gasse o anelli di corda', cfr. l'a. it. *stroppolo* in REW. 8321.

189. *Succuanghja*, *-angna* cism. int., anche *succudagna*, 'groppiera, sottocoda'. — Quest'ultima forma è estratta dall'it. *soccodagnolo*, fatto fm. per effetto di *còda* (2). Le altre forme con lo stesso suff., ma nelle sue variazioni fonetiche rappresentate da *-anghja*, *-angna* AGIt. XIV 147 § 83, sono particolarmente notevoli pel dileguo del -D- intervocalico, non conforme all'ordinaria fonetica côrsa, REW. 1774 e Salvioni RDR. V 182.

190. *Sùndaru* cc. Rogliano, Centuri e oltr. 'lentischio'. — Va con l'it. *sondro*, *-io* v. Nr. 37 n.

191. *Tèghjimme (Còllu di)* passo di Téghime tra Bastia e San Fiorenzo. — Un derivato da *tèghja*, *-chja*, *-ja* tegula 'lastra, che di solito serve per coprire i tetti in luogo di tegoli', per mezzo del suff. *-ime (-imme)*, che ha funzione iterativa (3) e viene a dire 'riunione di lastre', quindi 'una cava

---

(1) Altre formazioni onomatopeiche: *tarabattà* 'rumore de' colpi di corpi che si sbattono'; *paffittone* 'ceffone, schiaffo' da *piff-paff*.

(2) Va rilevato *cada* che il Vocab. s. *còda* dà dubitativamente per qualche parte del Sartenese. Se forma reale, è un cimelio importante della fase au in *a*, ora scomparsa, e che è in pieno accordo con quella del log. *laru* lauru, *pagu* paucu e sim.

(3) Molto ricca la famiglia dei derivati con questo suff.: *abreccimme* cc. Centuri 'abbracciamento tra molti'; *accendimme* sett. 'stipa, fascina'; *agrimmi* Bastia pl. 'agro, nausea'; *andimme* cc. Centuri 'flusso di ventre'; *appanimme* Bastia 'esca pe' pesci' da *pania*: *berbuttulimme* 'balbettamento'; *chjucchjulimme* 'brontolio nel bere', cfr. *chjucchju* 'il bere' dal rumore che fa il vino tracannandolo da una zucchetta o da altro vaso; *intupiccimme* frequentativo 'incontro'; *picchjulimme* cism. Bastia 'il picchiar frequente e leggero'; *pustimme* 'piantagione dell'ortaglia nei posti accomodati a ciò'; *scac-*

di codeste pietre ', che sarà stata abbondante nei pressi del passo.

192. *Tenitoriu* ' territorio '. — Tal quale il lucch. *tenitorio*, evidente incrocio con ' tenere ' non senza influenza dissimilativa di *rr-r* in *n-r*. Da agg. agli esempi del Nr. 160.

193. *Tufone* com. ' buco '; *tufunà* ' bucare ', *-achja* ' buco della serratura '; *tavònu* oltr. Sartene, *tafone* int. Corte id., *taficchju* cc. Barettali sin. di *critta; tafunatu* ' forato '. — Di codesta famiglia caratteristica della Sardegna e della Corsica parla di recente l' Jud Rom. XLIII 601, ma non tocca delle due serie, l' una con *tu-*, l' altra con *ta-*, di che è pur necessario tener conto.

194. *Tupèzzu* com, *tubè* int. ' occipite, nuca ' e in generale ' tutta la parte della testa che è opposta alla fronte e e quella sopra l' occipite '. — È un' altra voce caratteristica della Corsica e della Sardegna, dove abbiamo log. *tubizzu*, gall. *tupizzu*, sass. *tubbezzu* con vocalismo in accordo col côrso. Il Falcucci richiama il fr. *toupet*; e la locuzione: *Fà faccia di tupèzzu* che si dice di chi promette e non mantiene e fa il sordo, parrebbe giustificare, in ordine al senso, il raffronto, già messo innanzi anche da me AGIt. XIV 407, che penso sempre a c u p p a + *toupet* e cfr. per le medesime alterazioni, iniziale e mediana: *tàppanu*, *tàbanu* ' cappero '; altrimenti REW. 2409.

195. *Turicciu* ' capretto ', anche *-iccia* Bastia ' capra d' un anno ': il maschio prima è *caprettu*, poi *ėghju*, finalmente *turicciu*. — Offre una bella concordanza rispetto alla forma col mant. *toritsa*, trent. *touriča* ' vacca sterile ', ma nell' isola la voce è passata ad altra famiglia d' animali, il che non fa meraviglia. Probabilmente essa si sarà riferita dapprima alla capra che non ha figliato, e poi al capretto non ancora atto alla generazione. Da agg. tra i derivati di t a u r u s REW. 8602.

196. *Vaghjimu* ' stagione della rinfrescata da settembre a novembre, autunno ', *-mata* oltr. Fozzano ' rinfrescata che fa crescer l' erba nei pascoli '. — Non altro che l' it. *guaime*, che viene a dire ' la stagione del guaime ', per cui v. Merlo,

---

canimme testè addotto Nr. 177; *scamattimme* ' scompiglio, parapiglia ' cfr. prov. *eskomutà* REW. 8200; *scataficcimme* ' moto precipitoso d'animali o di persone, quando corrono o si agitano facendo rumore ', cfr. *scataficciu* ' fruscio '; *strufinimme* ' strofinio '; *tazzulimme* Bastia ' alterco, contesa ', cfr. *tazzu* sett. ' alterco, rissa ' e *tazzà* ' tagliare, tagliuzzare, tritare ', e sim.

Stag. e mesi 76-77. Pei suoni nota il *gua-* in *va-* come in *bastella* e sim. Nr. 34, e *-j-*, (*-i-*) in *-chj-* (*-ghj-*) v. Nr. 13 e 153.

197. *Valcá* cc. ‘calpestare’ oltr. Sartene sin. di *calcicá* ‘calcare’. — Si usa anche fig. per la pioggia che bagna la vigna e in genere i colti: *S' un si valche la vigna, un si valche mancu ùve*, o pure: *S' un si valche l' òrzu, un si valche* ecc., perchè è necessaria la pioggia, affinchè l' anno seguente si faccia buona raccolta d'uva. Come già vide il Falcucci, si ripete qui l' it. *gualcare* con signif. più esteso e con *gua-* in *va-* v. Nr. 34 e 196.

198. *Voceru, bó-*, ‘lamento funebre che le donne improvvisano sul corpo dei loro estinti, o pure di coloro pe' quali vengono chiamate’. — È la forma, per così dire, nobile della parola usata di preferenza dagli scrittori indigeni, ma le stanno accanto le forme vernacolari *vòciaru, vuciaratu*, cc. *bucialatu, -ulatu*. La forma *vuciaratu* ci si manifesta come un participio passato di un vrb. **vuciarà*, e *bucerá* vive nel- l' alesaninco per ‘cullare’ e in generale per ‘fare il lamento funebre’. Il pp. *vuciaratu*, di cui le forme cc. sono evidenti varietà fonetiche, passò a funzione di sostantivo e se ne estrasse *vòciaru, vòceru*. Inutile osservare che *vucerá, vuciará* con *e* dello sdrucciolo in *a*, è formato alla stregua dell' it. *buch-erare* antiq. per *buch-erellare* (1).

(1) Il canto funebre era anche detto nel cism. *ballata*, oltr. *baddata*, cui fanno compagnia *abballatadora*, e *baddatadora* ‘la donna che canta il *vòceru*, la voceratrice’, e *abbaddatá, baddatá* ‘fare il lamento, il pianto per la morte di alcuna persona congiunta o no’. *Ballata* è il nome della strofa, onde si compone la cantilena, e nello stesso tempo significa ‘quella specie di danza o girare in cadenza attorno alla *tòla*, ove giace il morto disteso’, e questo movimento é accompagnato da gesti ed atti di dolore. Vien fatto quindi di pensare che *ballata* fosse originariamente la nenia funebre per chi é perito di morte naturale, e che il *vuciaratu* o *vòciaru, vòceru* fosse il lamento funebre per le persone morte violentemente. Il che trova conferma nel fatto che si dice *andá a la gridata* ‘il partirsi per fare il *vòceru* sulla bara di chi è perito di morte violenta’, contrapposto a *andá a la scirata* ‘il partirsi per fare il lamento sulla bara del defunto di morte naturale’. È evidente la congruenza tra *gridata* e *vuciaratu*. Ma gioverà fermare l' attenzione su *scirata*, che alcuno potrebbe credere corrispondente a **ċirata* da *ceru* con *ċ-* in *š-* come abbiamo ricordato, Nr. 71 n e 179. Ma di ‘ceri’ non parlano i testi. Invece io penso voglia dire la ‘schierata’ da *schiera* REW. 7977. L' esito di *š-* còrso è documentato da una serie

199. *Ziga* cism. Bastia 'capra', *-ghina*, *-ghinetta* 'capretta, -ina'. — Parrebbe a prima vista il ted. *ziege* 'capra', ma io lo ragguaglio piuttosto con l'a. it. *zeba* 'capra', con la caduta della labiale intervocalica -B- (-*v*-), e inserzione di -*g*- epentetico, cfr. *rigu* Nr. 167. L'*i* proviene dalle forme in cui era arizotonico, come *zighina* e cfr. *ziginu* (1) Piedicroce, Corte 'capretto' nell'Atl. c. 340 e qui Nr. 103 n.

200. *Zivibu* 'uva che secca sulla pianta per l'ardore de' raggi solari e che si raccoglie per mangiarla'. — È l'it. *zibibbo* con -*b*- in -*v*-, e il doppio -*bb*- mantenuto nella scempia; ma il -*v*- può anche tacere ed essere sostituito da un -*g*- epentetico, cfr. Nr. 167 e 199. Così si spiega la forma *zighibu* e per metatesi reciproca l'altra *ghizibu*.

---

di esempi in AGIt. XIV 155 § 111 pel cism. di Balagna e l'oltr. solo per SC'L- originario; ma siccome questo esito corrisponde all'it. *schi-* (cfr. *šačču : schiaccio ; mašu : maschio)*, così non è ardito supporre che la stessa risoluzione si abbia, uniformandola alla fonetica genov., per qualsiasi altro *schi-* it. così *sciaccia* cism. 'schiaccia', *sciacci* cc. 'sp. di pane cotto sotto la cenere', *sciaccà* 'schiacciare' e i derivati *sciaccata* 'colpa, percossa', *sciaccarèlla* 'mandorla dal guscio tenero', *sciacchera* epit. dato alle dette mandorle; e quindi anche *scirata* per **schjirata*, **schi-* 'schierata'. Allora ci daremmo ragione della contrapposizione tra *andà a la scirata* e *andà a la gridata*, perchè mentre questa locuzione fa intendere l'impeto del canto funebre che acceso di vendetta si grida sul morto violentemente, l'altra accenna invece a quella specie di processione cadenzata, che in ischiera con gesti e atti di dolore si fa intorno alla *tòla*, ove sta *appachjatu* il parente o amico defunto di morte naturale. La voce dunque sorta dapprima nella regione vernacolare di *schi-* in *š*-, che è appunto una delle più ligie alle forme e costumanze antiche, passò poi nel resto dell'isola e vi rimase fossilizzata insieme con le tradizionali forme dei riti funebri. Cfr. Vocab. s. *maschju*.

(1) Da questa forma risulta che la *z*- vi è sonora d'accordo con l'it., il che rende malsicura la comparazione con lo sp. *chiba* 'capra', d'etimo ignoto.

LA *DERELICTIO SERVI*
NEL DIRITTO GIUSTINIANEO ULTIMO

Nota del prof. GIOVANNI ROTONDI

(*Adunanza del 10 giugno 1915*)

1. È noto che un editto dell'imperatore Claudio concesse la libertà al servo che, vecchio od infermo, fosse stato abbandonato dal padrone. La regola è nettamente enunciata in due testi del Corpus Juris (1):

MODESTINUS *l. 6 regularum* (2 D. 40. 8): Servo, quem pro derelicto dominus ob gravem infirmitatem habuit, ex edicto divi Claudii competit libertas.

IUSTINIANUS A. *Johanni p. p.* (1 § 3 C. 7.6: *K. nov.* 531): Sed scimus etiam hoc esse in antiqua latinitate ex edicto divi Claudii introductum, quod, si quis servum suum aegritudine periclitantem sua domo publice eiecerit.... huiusmodi servus in libertate latina antea morabatur... (2).

Si ha qui un caso d'acquisto della libertà *sine manumissione*, in virtù di una norma di legge che ha carattere di sanzione di fronte all'indegno comportamento del *dominus*: l'abbandono da costui compiuto non è che il presupposto che la legge contempla, ma non la ragione giuridica che di per sè valga a far conseguire la libertà. Infatti l'unico atto del *dominus* che vale a conferire la libertà al servo è la *manumissio*, con

(1) V. anche SUET., *Claud* 25; SUIDA, s. v. *Κλαύδιος* (ed. BERNHARDY 2. 1. 274) cfr. DIO CASS. 60. 29 (ed. BOISSEVAIN, 3 p. 3, fr. 1. 61 : XIPHIL. 142. 26. 29) La *expositio in insulam Aesculapii*, a cui accenna SUET., *l. cit.*, può essere stata nell' uso, ma non è certo presupposto necessario per l'applicazione dell'editto.

(2) La riforma giustinianea (§ 3 *a. ibid.*) consiste nel conferire in tal caso al servo la prima cittadinanza.

quei vari effetti che — per diritto classico — si connettono alle varie forme di essa: l'abbandono come tale, ossia la *derelictio* in senso tecnico, fa bensì perdere al domino la proprietà dello schiavo, ma non muta la posizione giuridica di questo. Egli rimane un *servus sine domino*, di cui altri potrà acquistare la proprietà o colla semplice occupazione o col decorso dell'usucapione, secondo la teoria che in tema di *derelictio* si creda di poter accettare (1).

La dottrina è unanime in questo senso (2), sia che si limiti a riferire la norma dell'*Edictum D. Claudii* notandone il carattere eccezionale, sia che (3) aggiunga esplicitamente il rilievo — non inutile, specialmente in trattazioni scolastiche — che fuori di questa eccezione il *servus derelictus* rimane *servus sine*

---

(1) La seconda tesi, sviluppata dal BONFANTE, e che credo preferibile, se anche non dimostrabile in modo veramente perentorio, non mi pare scossa dal recente scritto di BERGER, *In tema di derelizione*, estr. dal *Bull. dell'Ist. di D. Romano*. Le espressioni generiche di alcuni testi si prestano ad entrambe le ipotesi anche senza bisogno di supporre interpolazioni: anche la l. 5 D. 42. 8 non allude necessariamente ad acquisto immediato, come d'altra parte la *derelictio* di cui vi si parla non è immaginaria ma reale, *in fraudem creditorum*. Altri testi restano assai gravi non ostante i rilievi del B.: così la l. 35 D. 45. 3 e la l. 5 pr. D. 41. 7, dove il paragone è veramente sintomatico. Nel § 47 I. 2. 1 l' itp. non eccede, a mio avviso, l' inciso < *ideoque -desinit* >: anche in altre esegesi il B. non mi sembra sempre felice; e non accenna al regime dell' *ager desertus* mentre il confronto istituito dal BONFANTE è particolarmente dimostrativo. Se poi veramente, come il B. ritiene, la cosa potesse dirsi *pro derelicto habita* solo se abbandonata dal domino, si arriverebbe a questo singolare risultato che la *derelictio non a domino*, come titolo putativo, non condurrebbe *mai* ad usucapione: mentre proprio questo sarebbe, nella teoria del B., il caso unico di *usucapio pro derelicto*.

(2) Fra gli antichi v. per tutti CUIACIO, *Opp*. 9. 1324: fra i moderni CZYHLARZ in GLÜCK 41. 1. tr. it. p. 130; GIRARD *Manuale*, tr. it. p. 139; ACCARIAS, *Précis* I. 102; CUQ, *Inst. Jurid*. 2. 128 n. 7; RICCI, *Riv. It. Sc. giur*. XIII. 340; FERRINI, *Pandette*, pag. 72; PEROZZI, *Istit*. I. 182; PACCHIONI, *Istit*. p. 16; COSTA, *St. del dir. rom. privato* pag. 129, 141; BONFANTE *Istit*. p. 47; VON MAYR, *Röm. Rechtsgesch*. 2. 2. 1. 28. Si osserva anche giustamente (FADDA, *Dir. delle persone e della famiglia* [Napoli 1910] pag. 94) che nella specie neppure occorre che si tratti di vera *derelictio*.

(3) P. es. PACCHIONI, *cit*. pag. 8-9, MAYNZ, *Cours* 3 p. 117.

domino. E la più recente monografia che interessi l'argomento (1) non ha grandi difficoltà per confutare l'opinione contraria di qualche antico, (2) il quale aveva sostenuto che i servi derelitti diventano senz'altro liberi, partendo dal rilievo che *servus* e *dominus* sono termini correlativi, e che quando non esiste più un domino anche il servo cessa di essere tale. L'evidente sofisma del ragionamento non ha neppur bisogno d'essere rilevato, di fronte ai testi in cui la figura del *servus sine domino* è ripetutamente presa in esame (3). Il che appunto conferma il carattere eccezionale della disposizione dell' *Ed. Claudii*, a cui va poi aggiunta quella sull'abbandono dei servi in giovane età, a cui dovrò più oltre accennare (4).

2. Di fronte al Digesto e al Codice questo punto di vista è realmente incontrovertibile: ma diversamente vanno le cose, a mio credere, nel diritto delle Novelle.

---

(1) AFFOLTER, *Ueber Persönlinchkeit der herrenlosen Sklaven*, Leipzig 1913.

(2) FABRO, *Jur. pap. sc.* 3. 3; D'ARNAUD, *De iure servorum* c. 13 [Leovardiae 1744] e altri citati in AFFOLTER, *cit.* pag. 6.

(3) v. 38 §. 1 D. 9. 4 (*derelictio*); ULP. *Reg.* I. 19 e *Fr. Dosith.* 11 (manom. del servo su cui altri ha l'usufrutto). Anche gli altri testi in tema di *derelictio servi* (36 D. 45. 3; 3,8 D. 41. 7) provano — specialmente l' ultimo — che la derelizione non bastava affatto a render libero lo schiavo: sulla l. 8 *cit.* v. infatti già CUIAC. *Opp.* 1. 1146 D.

(4) Io credo che solo il richiamo all' *Ed. Claudii* permetta l' adeguata esegesi di alcuni testi finora trascurati.

MARCIANUS, *l. 1 de judiciis publicis*, 9 D. 48. 1. Sciendum est, si in capitali causa suum servum reum crimine factum quis non defenderit, non eum pro derelicto haberi, et ideo, si absolutus fuerit, non liberum fieri, sed manere domini.

HERMOGENIANUS, *l. 1 juris epitomarum*, 13 D. 1. 5. Servus in causa capitali fortunae judicii a domino commissus, etsi fuerit absolutus, non fit liber.

La dottrina avrebbe pur dovuto occuparsi di questi passi, da cui potrebbe alcuno argomentare che la *derelictio* generi la libertà, il che è sicuramente falso anche per il diritto delle pandette: la dottrina invece è muta, e neppure Cuiacio sembra aver mai avuto occasione di occuparsene. Per me, se un dubbio si affacciava a Marciano e ad Ermogeniano, non poteva essere che questo: se il non sostenere la difesa del servo in una causa capitale potesse paragonarsi all'abbandono del servo in pericolo di vita, colla conseguente applicazione dell'Editto di Claudio. Affatto diverso è, com'è noto, il regime dell'*a. noxalis*: cfr. 33 D. 9. 4 (itp. « *indistinte — est* » LENEL); 43 *eod.* Con EISELE (*ZSSt.* XIII. 123 sg.) e ora PISSARD (*Duci vel ferri jubere*, in *Etudes d' hist. jur. offertes à P. F. Girard* 1. 251) ritengo interpolata la necessità

Al c. 12 della Novella 22 (a. 535) troviamo accennata l'ipotesi di un domino che ha abbandonato dei servi *ἀποβαλὼν τὴν ἐπὶ τῇ δεσποτείᾳ καθ' αὐτῶν γνώμην*, ossia con *derelictio* in senso tecnico. E continuando avverte:

> *ἐκεῖνοι γὰρ ὡς ἤδη καθιστῶτες ἐλεύθεροι, καὶ κατὰ τὸν ὡσανεὶ pro derelicto τίτλον ἑαυτῶν ἀλλ' οὐχ ἑτέρων ὄντες, οὐκᾶν ὕστερον ἐνοχλοῖντο παρὰ τῶν τὸ κεκτῆσθαι τούτους πάλαι μισησάντων.*

Una dichiarazione così esplicita non può a meno di fare impressione: pur tuttavia gli scrittori o non se ne sono occupati affatto o ne hanno forzato l'interpretazione in senso restrittivo. Così l'Affolter (1) riferisce quelle parole al caso in cui il padrone nega al servo il sostentamento e la cura, ravvisando quindi un'applicazione — sia pure con criteri alquanto più larghi — dell'Editto di Claudio. Ma il testo della Novella è assai più generale e il dubbio s'è fatto sentire a un recente studioso della schiavitù, il Buckland (2), il quale però, di fronte all'unanimità della dottrina, si è limitato a formu-

---

imposta al titolare di trasferire il dominio all'attore in l. 32 D. *eod.* e 29 *eod.* « sed *huic* necesse est... ».

Più complessa appare la l. 5 C. 7. 34.

IMPP. DIOCL. ET MAX. AA. ET CC. ZOSIMO. Si puerum non pro derelicto habitum, sed ab hostibus vulneratum sumptibus tuis, sicut adseveras, liberum existimans curasti, longi temporis praescriptione quominus dominus eius offerens erogata recte vindicet, defendi non potes,

di cui pure tacciono i recenti studiosi della *derelictio*. Che il convenuto credendo il *puer* libero, non avesse su di lui l'*animus possidendi*, sta bene: ma che nesso ha con ciò il rilievo — a cui il rescritto dà importanza capitale — che il *puer* fosse stato ferito dai nemici e non *pro derelicto habitus*, come il convenuto a torto credeva? Il convenuto poteva credere che i servi derelitti diventano liberi? Io credo che Zosimo in tanto aveva creduto libero lo schiavo in quanto, trovandolo abbandonato e ferito, l'aveva creduto derelitto *in tale stato* dal padrone e quindi fatto libero *ex Edicto d. Claudii*. L'attore invece, dimostrando che il servo era stato ferito dai nemici, mira ad escludere il presupposto dell'Editto e a ottenere così la vittoria nella *rivendicatio*.

(1) *Op. cit.* pag. 69.

(2) *The Roman Law of Slavery* (1909).

larlo timidamente, (1) senza poi preoccuparsi di approfondire l'indagine, che l'avrebbe portato a ben più recise e sicure affermazioni.

Infatti il testo in questione — per quanto esplicito — potrebbe sempre lasciare perplessi di fronte alle attestazioni delle altre fonti: ma non mai forse come in questo caso sono perentori gli argomenti che si ricavano dalle fonti bizantine.

3. La *Summa* di Teodoro, riferita nei Basilici (28. 4. 45) come scolio al testo di questo capitolo della Nov. 22, ha:

Hb. 3. 190: *ὁ προδερέλικτον* (2) *ἐάσας τὸν ἑαυτοῦ δοῦλον, ἐκπίπτει τῆς ἐπ' αὐτοῦ δεσποτείας· ἐλευθεροῦται γὰρ ὁ τοιοῦτος.*

Non c'è dubbio sulla interpretazione generalissima della norma, e l'impossibilità di ridurla al caso dell'*Ed. Claudii.* Tanto più che in un'altra *Summa*, quella di Atanasio (3), le due ipotesi sono entrambe, e separatamente, contemplate.

ATHAN. *Nov. Iust.* tit. 10 c. 2 [Nov. 22 c. 12: HEIMB. *'Ανεκδ.* 1 114]: *τούτου κρατοῦντος* (cioè la libertà dello schiavo) *καὶ ἐπὶ τῶν* *proδερελίκτων οἰκετῶν καὶ ἐπὶ τῶν ἐν τῇ νόσῳ περιφρονηθέντων ὑπὸ τῶν ἰδίων δεσποτῶν.*

E, con molta generalità, il libello anonimo *περὶ διαφόρων ἀναγνωσμάτων*, § 13 (Nov. 22: *ibid.* p. 195):

ὁ προδερέλικτος ἐλεύθερος γίνεται.

Ma anche più decisivo è vedere come le fonti bizantine tirino la conseguenza dell'acquisto della libertà anche in quei testi del digesto che parlano del *servus derelictus*, e diano portata generale ai testi relativi all'editto di Claudio.

Si veda ad esempio:

B. 60. 5. 38 (= 38 § 1 D. 9. 4: Hb. 5. 371) *ἐὰν ἀπρονόητον ἐάσω τὸν κλέψαντα δοῦλον, οὐκ ἐνάγομαι*

sch. 7 *ἀλλ' ὁ δοῦλος, ὡς γενόμενος ἐλεύθερος:*

la conseguenza era affatto estranea al testo, che pensa unicamente al meccanismo dell'azione nossale.

---

(1) *op. cit.* p. 274, 276, 602: pare che per il diritto giustinianeo ultimo lo schiavo *pro derelicto habitus* dal domino divenga libero: però (p. 602 n. 9) il testo della Nov. 22 c. 12 può anche riferirsi al solo caso di schiavi infermi.

(2) Il *Breviarium Novellarum* di TEODORO, edito da ZACHARIAE, *'Ανέκδ.* 3 p. 43 ha *ἀφρόντιστον*: fosse per glossema: v. *ibid.* n. 21. Su tale Breviario v. da ultimo NOAILLES, *Les collections de Novelles*, p. 181.

(3) V. NOAILLES. *Op. cit.* p. 183.

B. 48. 6. 2 (= 2 D. 40. 8: Hb. 4. 712). Mentre l'*Index* di Doroteo (sch. *ἐάν τόν, ibid.*), fedele al testo classico, si riferisce espressamente all'ipotesi del servo infermo (*βαρυτάτῳ νόσῳ περιπεσόντα*), e cita l'editto di Claudio, il testo formula il principio generale:

ὁ ἀπρονόητος δοῦλος ἐλευθεροῦται (1).

B. 60. 33. 9 (= 9 D. 48. 1, Hb. 5. 674) sch. 3 *οὐ γίνεται ἐλεύθερος ἀπολυόμενος] οὐδὲ γὰρ δοκεῖ πρὸ δερελίκτῳ αὐτὸν καταλιμπάνειν :*

se quindi fosse stato derelitto della libertà non si dubitava.

La massima che il servo derelitto diventa libero è tralaticia nelle fonti più tarde. Un testo notevole della Sinossi mostra che c'era qualche esitazione nel valutare il significato preciso di *ἀπρονόητος* (2), ma non rivela nessun dubbio sulla massima e sulla sua portata generale:

Syn. Minor E. 127 (Zachariae, *Jus graeco-rom.* 2 p. 101): *ὁ νόμος φησίν· ὁ ἀπρονόητος ἐλευθεροῦται. τίς δ' ἂν οὗτος εἴη ὁ ἀπρονόητος, οὐ δηλοῦται παρά τινος. δοκεῖ δὲ ἀπρονόητος εἶναι ὁ μὴ δυνάμενος εἴς τινα προνοεῖσθαι δεσποτικῶς καὶ κήδεσθαι τούτου ὀφείλοντα, ἢ περὶ οὗ οὐκ ἔστι πρόνοια ἤγουν πρόγνωσις παρά τινων ὡς τοῦ δέ τινος ὀφείλει δοῦλος νομίζεσθαι· ὁ γὰρ τοιοῦτος ὡς μὴ ἔχων δεσπότην ἐλευθεροῦται. τινὲς δὲ τὸν ἑαυτοῦ μὴ ἰσχύοντα προνοεῖσθαι ἀπρονοητόν φασίν, ἤγουν τὸν παράφορον ἢ μαινόμενον.*

A parte quest'ultimo concetto inesatto (3), è interessante notare che per l'autore il servo è libero precisamente in quanto non ha padrone: la figura del *servus sine domino* è del tutto svanita. E la formula generale riappare nel più tardo Armenopulo

I. 18. 34: *ὁ ἀπρονόητος ἐλευθεροῦται:*

essa si può quindi dire costante in tutte le fonti bizantine, da quelle immediatamente successiva a Giustiniano (Atanasio: 565-578) al secolo decimoquarto (Armenopulo: 1345).

---

(1) E un'altro scolio spiega: *οὐ γὰρ ἤδη ἐμός ἐστιν.*

(2) Sulla terminologia e il concetto della *derelictio* nelle fonti greche v. la mia nota: *Problemi giuridici in alcuni scolii di Teodoro Balsamone*, negli *Atti della R. Accademia di Torino*, tornata del 18 aprile 1915.

(3) La stessa falsa eguaglianza *ἀπρονόητος* = chi non può aver cura di sè (*improvidus*: in alcuni mss. per conseguenza *ἀφρονόητος*) appare anche nell'Armenopulo, e fu già censurata da Cuiacio, *Opp.* 9. 637, 1324.

4. Non c'è bisogno di far rilevare come il risultato a cui così si arriva sia pienamente conforme allo spirito della legislazione giustinianea, di cui il *favor libertatis* è uno dei fattori tipici, ispiratore di molte note riforme (1): giova piuttosto osservare subito come anche prima, con una sua costituzione, Giustiniano avesse fatto un grave strappo — sia pure sempre di carattere eccezionale — alla regola che il servo derelitto resta *servus sine domino*. Si tratta del caso d'abbandono di servi in giovane età (2): Costantino colla l. 1 C. Th. 5. 9 del 331 ne attribuiva la proprietà a coloro che li raccolgono coll'intenzione di tenerli come servi; disposizione ribadita nel 412 da Onorio (2 C. Th. *eod.*) (3) col negare all'antico proprietario qualunque diritto di ripetizione. Con Giustiniano invece costoro acquistano senz'altro la libertà, in virtù di una costituzione in data 15 *K. Oct.* 529 e inserita, in due diverse

(1) Oltre l'abolizione del SC. Claudiano, della legge *Fufia Caninia* e quella, parziale, della legge *Aelia Sentia* si ricordi sopra tutto la riforma riguardante la *manumissio* del *servus communis* (1 C. 7. 7): per diritto classico la *manumissio* e la *derelictio* dovevano in questo caso coincidere nel far luogo allo *jus adcrescendi* (per la derelizione parziale del *servus communis* v. la vessata l. 3 D. 41. 7, su cui da ultimo Bonfante, *Rend. Ist. Lomb.* 1913. 831 sg. e Eisele, *ZSSt.* 1914. 7 sg.) ma evidenti ragioni pratiche impediscono di pensare che un eguale parallelismo esista anche nel nuovo regime bizantino (*v. l'appendice*). Analoghe basi ha il regime nuovo per la manomissione del servo gravato d'usufrutto; la possibilità di istituire il servo erede anche *sine libertate* (v. da ultimo Riccobono, *ZSSt.* 1914. 260); la itp. della l. 18 pr. D. 28. 6 (Scialoja; Bortolucci, *Studi romanistici*, Padova 1906. p. 44 sg.) e la disposizione del § 3 I. 4. 8 (v. Ferrini, *BIDR.* 13. 198) relativa al *servus noxae deditus*, che è veramente anomala nel suo risultato (v. Girard, *Manuale*, tr. it. p. 695 n. 6). Moventi non dissimili, in quanto implica esclusione di un caso di coattiva riduzione in colonato, ha la riforma che la Nov. 80 c. 4 introdusse al regime della l. 1 C. 11. 26 (= 1 C. Th. 14. 18), sull'accattonaggio abusivo; su cui v. sempre Gotofredo. *ad l. cit. C. Th.*

(2) V. anche Traiano in Plin. *Ep.* X. 66 (72) e, sullo sviluppo storico di questo regime, da ultimo Bang, in *Mitt. des Deutsch. Arch. Inst. Röm. Abt.* 27 (1912) p. 201 sg.

(3) Riprodotta in parte in C. J. 8. 51. 2 § 1, appiccicandola a una costituzione diversa (1 C. Th. 9. 14). Su queste fusioni v. i miei *Studi sulle fonti del c. giustinianeo*, in *BIDR*. XXVI. cap. 2 § 4, per ora limitatamente ai casi di costit. estratte da codici diversi.

sedi (1), nella seconda edizione del Codice. Lo spirito dell'Editto di Claudio trovava così una nuova e praticamente certo più vasta applicazione.

5. Ma la regola formulata nella Novella merita di essere lumeggiata sotto due aspetti che valgono a metterne in luce i presupposti.

Anzitutto il concetto che il servo diventi libero in quanto non ha più padrone si inquadra nel concetto generale che dell'istituto della schiavitù, attraverso varie influenze non sempre nettamente determinabili, si è venuto fissando nelle fonti giustinianee. Il carattere eccezionale, non naturale, della schiavitù è già rilevato nell'antica filosofia ellenica (2) ma nella letteratura patristica, come è ben naturale, si trova con maggior frequenza e con maggiore insistenza ribadito. Recenti studi sull'argomento (3) hanno richiamato l'attenzione su alcuni passi veramente notevoli: così — per limitarmi ad alcuni soli fra i più salienti — Basilio Magno afferma:

ὅτι παρὰ μὲν ἀνθρώποις τῇ φύσει δοῦλος οὐδεὶς, (4)

---

(1) 24 C. 1. 4 e 3 C. 8. 51. Dal rilievo che tutte le costituzioni del tit. 1. 4 sono duplicazioni od estratti di costituzioni già esistenti altrove io ebbi ad argomentare che sia un titolo creato *ex novo* per la seconda edizione del codice (v. *Filangieri* 1912; per questa costituzione p. 547). Sul tema, e sui rapporti con C. Th. 1. 27 (v. *l. cit.* p. 553 in n.) dovrò tornare negli *Studi* sopra citati: certo è che, come osserva ultimamente il RICCOBONO (*ZSSt.* 1914. 242 in n.) la struttura di questo titolo è eccezionale, e non si presta a illazioni generali.

(2) Già — p. es. — il sofista ALCIDAMANTE d'Elea: *ἐλευθέρους ἀφῆκε πάντας θεός· οὐδένα δοῦλον ἡ φύσις πεποίηκε.* (MÜLLER, *Or. attici* 2. 316).

(3) Cfr., a proposito di CICCOTTI, *Il tramonto della schiavitù ecc.*, (1899), SALVIOLI, in *R. It. Sc. giur.* 29 (1900) p. 220, con larghe citazioni patristiche; TALAMO, in *Riv. Internaz. di Sc. sociali* 36 (1904) pag. 16 e seg. e *Il concetto della schiavitù da Aristotile ai dottori scolastici*, Roma 1908, p. 91 sg. V. anche SOLTAU, in *N. Jhb. f. Kl. Alt.* 21 (1908) 335 che non disconosce l'influenza cristiana, pur collocandola in seconda linea.

(4) *Lib. de spir. sancto* 20. 51, MIGNE, *P. gr.* 32. 160. Nel secolo successivo Isidoro Pelusiota insiste sul carattere fortuito e innaturale delle cause di servitù: *ἡ γὰρ πρόληψις, ἡ τύχη πολέμου, ἡ τύραννις ὅπλων τούτους ἐποιήσατο κτήματα.* (Ep. I. 471: cfr. LYON in *Et. d'hist. jurid. offertes à P. F. Girard*, 2. 215).

e, poco dopo Giustiniano e con probabile reminiscenza di testi legislativi, Gregorio Magno:

> salubriter agitur, si homines, quos ab initio natura liberos protulit, et jus gentium jugo substituit servitutis, in ea qua nati fuerant manumittentis beneficio libertate reddantur (1).

È noto, infatti, che nelle fonti giustinianee troviamo affermato (2) che la schiavitù, sebbene comune a tutti i popoli, non è conforme allo *jus naturale* (3): l'uomo è naturalmente libero, e soltanto l'intervento di cause varie, sia *juris civilis* che *juris gentium*, determinano il suo passaggio alla condizione servile ponendolo in un rapporto di assoggettamento di fronte ad un padrone. Alla stregua di questa concezione è tutt'altro che strano l'ammettere che, ove tale rapporto tra servo e domino venga meno, risorga nel servo la condizione primitiva di libertà: il servo, secondo la caratteristica espressione della Novella, in quanto non appartiene più a nessuno diventa padrone di sè stesso. E in realtà siffatta concezione non è estranea al pensiero di qualche scrittore postclassico. Quando l'ignoto autore del libello « *categoriae decem* », attribuito a S. Agostino, per illustrare il concetto logico di opposizione, osserva (4):

> ut puta servus et dominus, utrumque vel simul est vel simul non est. etenim cum dominum dixeris, necessario existet et servus; cum vero dominum tuleris, nec servus apparet (5),

---

(1) *Epist.* 6. 12, MIGNE, *P. lat.* 77. 804.

(2) L. 4 D. 1. 1; 32 D. 50. 17: sui due testi v. PEROZZI, *Ist.* 1. 73 n. 3.

(3) È anzi questo l'unico istituto che giustifichi, nei noti passi, la tricotomia *j. naturale — gentium — civile* di fronte alla dicotomia generalmente formulata. E non ostante gli acuti rilievi del LONGO (*Rend. Ist. Lom.* 1907. 632) io inclino a credere che abbia colto nel segno il PEROZZI sostenendo (*Ist.* 1. 65) che questo concetto di *j. naturale* sia sbocciato nelle tarde scuole orientali, come tante altre applicazioni del concetto di *natura* (φύσις): v. per la teoria bizantina della *natura actionis* LONGO, in *BIDR.* 17 p. 34 sg.; per la *natura contractus* ROTONDI, *ibid.* 24 p. 5 sg.

(4) L'esempio non è nuovo, giacchè risale ad ARISTOTELE (*Categoriae* c. 5 (7)), ma in lui risulta ben chiaro il valore puramente formale, riconfermato, del resto, dalla nota dottrina aristotelica sulla natura della schiavitù.

(5) MIGNE, *P. lat.* 32. 1432 (c. 11).

afferma una massima giuridicamente falsa ma rivéla una tendenza di fronte a cui la regola di Giustiniano nella Novella doveva apparire naturalissima. E in senso analogo si esprimeva, per illustrare il concetto di « relatività », nel 5° secolo Marziano Capella:

de nupt. Philol. 4. 376: servus esse non potest nisi cum esse coeperit dominus, et cum dominus esse desierit, servus esse desinit.

Per il diritto classico, quale ancora ci è rappresentato nelle pandette, queste attestazioni si erano invocate a torto (1): ma esse rappresentano indizi non trascurabili delle tendenze dell'età nuova.

6. In secondo luogo è da notare come i bizantini non fossero più in grado di avere un esatto concetto della *manumissio* nella sua essenza e nella sua efficacia. Che la volontà del domino basti a rendere il servo libero e cittadino romano è fenomeno che non si spiega se non riferendosi al carattere sovrano della potestà del *pater familias* sul gruppo familiare (2): potestà alla cui libera esplicazione, nonostante i gravi inconvenienti sociali e politici, le leggi dello stato non hanno creduto di poter portare, per molti secoli, alcuna sostanziale restrizione (3), limitandosi ad esigere, per la piena

---

(1) V. le citazioni in AFFOLTER, cit p. 7. Le parole con cui il D'ARNAUD (*cit.* p. 68) sostiene la sua tesi che porta a negare la figura del *servus sine domino* sono altrettanto repugnanti al pensiero classico quanto bene intonate a questo ordine d'idee: « cum iurisconsulti definiunt servitutem, quod sit constitutio juris gentium qua quis contra naturam alieno dominio subiicitur, manifesto indicant ablato illo dominio ad statum naturalem, qui est libertatis, redire eum qui modo in servitute fuerit. Res equidem aliae a domino derelictae, et itidem ad statum suum naturalem redeuntes, cuiuscumque in dominium recidere possunt et fiunt occupantis: non aeque homo, quem semel derelictum a domino, ut sibi serviat invitum nemo cogere potest. Proinde nec servus a domino derelictus est servus sine domino, nec fiet occupantis ». Nelle indagini sopra le tendenze proprie del diritto giustinianeo non si deve dimenticare che assai spesso gli antichi interpreti penetrano tali tendenze con felice intuito e che la scuola storica, se ha permesso di far rivivere in tanta parte il diritto classico, ha spesso segnato per la valutazione del diritto giustinianeo un regresso, di cui i pandettisti del decimonono secolo hanno in più campi risentito.

(2) Così BONFANTE, *Ist.*[5] p. 42.

(3) La legislazione repubblicana si limitò a gravare le manomissioni con un'imposta (*Lex Manlia* a. 357) e a regolare in vario modo

efficacia dell'atto, che esso seguisse con forme solenni. Nella sua struttura e nei suoi effetti, la manomissione non può affatto configurarsi come una rinuncia del domino al suo diritto di proprietà sullo schiavo. Nel diritto classico si poteva bensì ravvisare nell'*animus manumittendi* implicito anche un *animus derelinquendi*, e dar valore al secondo nei casi in cui il primo non può avere efficacia, come — ai fini del diritto d'accrescimento — nella manomissione del *servus communis* (1) ovvero nella manomissione del servo gravato di usufrutto (2): ma sarebbe stato assurdo pensare all'ipotesi opposta, che cioè la semplice intenzione del *dominus* di avere il servo *pro derelicto* avesse di per sè l'efficacia così pregna e complessa dell'atto di manomissione.

Dal punto di vista del diritto nuovo, e sotto l'influsso delle tendenze dianzi ricordate, è invece naturale ammettere che il servo torni, per così dire, nello stato naturale di libertà (3) non appena il padrone cessi di voler esercitare sul servo la sua signoria e che quindi al medesimo risultato si arrivi altrettanto bene e senza sforzo sulla base meramente negativa della *derelictio* quanto su quella dell'*animus manumittendi*, a contenuto positivo. Ciò non toglie, naturalmente, che l'intenzione di chi manomette e quella di chi derelinque non rimangano nettamente distinte, anche se si ammette (4) che Giustiniano ri-

---

i diritti politici dei liberti (*lex Terentia* 189, *Aemilia* 115; *Sulpicia* 88; *Papiria* 84; *Manilia* 67; *Manlia*? 58; *Claudia*? 53). Solo con Augusto troviamo sia divieti di manomissione che limiti agli effetti delle manomissioni (*lex Fufia Caninia* 2 a. C.; *Aelia Sentia* 4 p. C.; *Iunia Norbana* 19?). Per le singole leggi v. le mie *Leges publicae populi romani* (Milano 1912) e *Filangieri* 1910 p. 660.

(1) In questo senso v. da ultimo — a proposito della l. 3 D 41.7 — EISELE, *l. cit.* p. 19.

(2) ULP. *Reg.* 1, 19.

(3) L'acquisto anche della cittadinanza — sempre, avendo Giustiniano abolito i *latini juniani* e i *peregrini dediticii* — resta un risultato esorbitante: ma, coll'estensione omai completa della cittadinanza a tutti i sudditi dell'impero, la singolarità riesce meno apparente. Per questa ormai normale coesistanza della *libertas* colla *civitas* v. DESSERTEAUX, *Études sur la formation historique de la cap. deminutio* p. 230 sg.

(4) v. *contra* WLASSAK, *ZSSt.* 26 (1905) 367. Quand'anche fosse genuina la formola « *qui voluntate domini in libertate fuerit liber sit* ». (PS. QUINTIL., *Decl.* 340-342: su cui v. WLASSAK, *l. cit.* p. 374 sg.) essa non comprenderebbe il caso della *derelictio* che suppone un

conosce la manomissione per semplice manifestazione di volontà: ma alla conseguenza dell'acquisto della libertà si arriva ugualmente in entrambi i casi.

Questa constatazione, che per il diritto della Novella si impone, non deve però far credere (1) che per questa via l'istituto della *manumissio inter vivos* finisca coll'esser praticamente abolito. Non solo perchè l'intenzione di derelinquere ha come tale un suo contenuto univoco e certo, nella pratica, non molta frequenza d'applicazione, e perchè d'altra parte la manomissione giustinianea è tanto semplificata da non far sentire il bisogno di eluderne le norme, quanto sopratutto per una ragione pratica. Sul *servus* fatto libero in seguito a derelizione l'antico proprietario non ha, infatti, quel diritto di patronato (2) che, quando abbia intenzione di manometterlo, avrà tutto l'interesse ad assicurarsi.

7. La disposizione della Nov. 22 c. 12 (3) credo risulti da queste considerazioni lumeggiata nel suo giusto valore. Se essa venne finora fraintesa o, sopratutto, trascurata, ciò dipese dal fatto che le Novelle sono un po' la Cenerentola delle nostre fonti e, di più, che qui si tratta del regime degli schiavi da cui l'assenza di vigore pratico ha sempre distratto l'attenzione dei romanisti del tempo andato. Ma di fronte all'odierno indirizzo storico la praticità o meno degli istituti passa in seconda linea, e la determinazione e valutazione del pensiero giustinianeo — il quale nelle Novelle appunto riesce particolarmente perspicuo — è compito non meno necessario di quanto non lo sia la ricostruzione del pensiero classico. I due compiti anzi

---

animus meramente negativo, che riguarda la perdita della proprietà, non l'acquisto, per parte dello schiavo, d'una nuova posizione. Se — come per l'*Ed. Claudii* — ne consegue la libertà, ciò avviene *ope legis*, a titolo di sanzione contro la crudeltà del padrone.

(1) Così a torto Buckland, *l. cit.*

(2) Il diritto di patronato risulta esplicitamente escluso da Giustiniano nei due casi di *derelictio servi* di cui si occupa *ex professo*, quello dell'*Ed. Claudii* (l. I § 3-3*a* C. 7. 6) e quello degli infanti (3 § 1 C 8. 51).

(3) La regola è ivi espressa più come constatazione di fatto che come statuizione positiva nuova. Il che potrebbe far pensare che le norme del Digesto e del Codice in materia fossero già per i compilatori mero diritto storico: nel qual caso le l. 9 D. 48. 1 e 13 D. 1. 5 potrebbero aver avuto già nel pensiero dei compilatori quel significato che non avevano nel contesto classico e che pur nel sistema delle Pandette, obbiettivamente considerato, si è dovuto recisamente escludere.

si integrano a vicenda e solo coll'assolverli entrambi si può sperare di penetrare veramente lo spirito della evoluzione degli istituti nel loro passaggio dal regime classico al regime nuovo.

Appendice.

Riguardo alla manomissione del *servus communis* nel mondo orientale richiamo l'attenzione sulla norma registrata nel *Corpus Juris* del metropolita persiano JESUBOCHT (ed. SACHAU, *Syr. Rechtsbücher* v. 3° [1914]), l. 5 c. 13 § 6 [p. 179]. Se il condomino dichiara liberi « tutti gli schiavi che gli spettano come quota ». si procede alla divisione e acquistano la libertà i servi che toccano al manomittente: se invece dichiara liberi « la sua parte di questi schiavi » allora tutti gli schiavi comuni diventano liberi per quella quota che al manomittente spetta: colla conseguenza (§ 7, *ibid.*) che essi possono *pro rata* lavorare ed acquistare per sè.

Questo singolare regime — inconcepibile di fronte ai concetti romani — non può a mio avviso spiegarsi se non di fronte a un tipo di servitù che non escluda la personalità, anche patrimoniale, dello schiavo e che si accosti piuttosto alla figura del colonato. Non meno singolare è la notizia che « in alcuni paesi » vigesse in quell'epoca (8° secolo: SACHAU p. IX) un regime che corrisponde a quello giustinianeo, secondo cui « i possessori delle altre quote sono obbligati ad accettarne il prezzo e a manomettere ». (§ 7 cit.) « Ma ciò non avviene secondo la legge, bensì secondo la procedura denominata *pesend* »: su cui v. la alquanto enigmatica spiegazione al l. 1 c. 5 [p. 13], che vi ravvisa quasi un regime giuridico restrittivo (*Rechtsminus*). Sembra quindi che in territori diversi sopravvivessero contemporaneamente due regimi differenti, e che a quello di tipo romano si attribuisse un carattere eccezionale di fronte all'altro, forse in più diretta corrispondenza con leggi o costumanze indigene.

CONSIDERAZIONI SUI FOSSILI E SUI MINERALI DELLE ARGILLE PLIOCENICHE INCONTRATE NELLA PERFORAZIONE DEL POZZO ARTESIANO DI PODENZANO IN PROVINCIA DI PIACENZA

Nota del dott. Plinio Patrini

(*Adunanza del 24 giugno 1915*)

La pianura piacentina è costituita da alluvioni di due epoche distinte per la loro diversa altimetria, o come vogliono gli agronomi da due zone, dette della *bassa* e dell'*alta pianura*. Le alluvioni recenti stanno in generale sotto i 100 m. sul livello marino e sono costituite, come risulta dalle sezioni dei pozzi perforati in questa regione, riportate dal prof. G. Toldo nel suo lavoro: *Studi geologici sulla Provincia di Piacenza*. 1890, in prevalenza da ghiaie e sabbie con pochissimi strati argillosi, che si fanno sempre più potenti verso oriente. Le alluvioni più antiche, estese in media fra i 170 e 100 m. sul mare, costituiscono dei piani terrazzati ed appartengono al diluviale recente; esse si sfumano più a sud nell'ampio sviluppo del diluvium antico, a facies di ferretto, in una serie di altipiani più elevati da Castel S. Giovanni a Vigoleno, formando quasi uno zoccolo dei colli piacentini. Se rimontiamo il tratto di colline subappenniniche troviamo i sedimenti pliocenici, che si appoggiano discordanti sulle formazioni eoceniche. Questi sul lato occidentale, essendo mascherati dai terreni più recenti del diluvium antico, affiorano per breve tratto a Cantone sulla destra del Tidone ed in due ristretti lembi ad est di Rivergaro; quindi gradatamente sviluppandosi riappaiono ad oriente, sotto i depositi astiani, nei colli di Gropparello fra i torrenti Riglio e Verzino, nelle vallette di Chero e di Chiavenna e formano

le ben note colline di Lugagnano d'Arda, di Castell'Arquato e di Becedasco, toccando al M. Croca 348 m.

Il pozzo più profondo nel piano piacentino fu praticato nel 1876 alla villa S. Agata presso Bussetto, a circa 39 m. sul livello marino, e fu spinto sino alla profondità di m. 120 fra formazioni sabbiose ed argillose con frustoli legnosi, senza incontrare zone acquifere notevoli. Altri pozzi, ma meno profondi, furono praticati, uno a S. Giorgio Piacentino sulla destra del fiume Nure, a m. 104 sul mare, e fu spinto a m. 80 di profondità, incontrando quivi una falda acquifera con eccelente acqua, saliente a m. 3 sotto il suolo, con una portata di circa 200 litri al minuto. L'altro pozzo fu eseguito più ad oriente, a Cadeo (m 64 s. l. m.), fu spinto a m. 72 di profondità trovando una zona di acqua buona, che si innalza a m. 0.40 sotto la superficie. (1).

Il pozzo recentemente perforato con sistema Northon a Podenzano (m. 116 s. l. m.), tra la Trebbia ed il Nure, e precisamente alla Fornace vecchia, venne spinto fino alla notevole profondità di 223 m. e cioè a m. 107 sotto il livello marino. Durante la perforazione, dopo i primi due aves, il primo a m. 8 dal suolo ed il secondo a m. 50, si attraversò una terza falda acquifera saliente a circa m. 6 sotto il piano, limitata superiormente da un grosso banco di argilla grigiastra dello spessore di circa 30 m. ed inferiormente dai sedimenti marini. Infatti a m. 93, e quindi a m. 23 s. l. m., si incontrarono le prime argille azzurognole con framenti di conchiglie, le quali si alternano per uno spessore di 40 m. con strati di sabbie fine grigiastre assai fossilifere. A m. 134 ricomparvero le argille azzurre con fossili, che si continuarono per circa 90 m., e cioè sino alla profondità di m. 223, dove venne sospesa la perforazione.

I fossili raccolti nelle sabbie e nelle argille profonde, che ebbi in esame per cortese invio del dott. Vittorio Pavesi da Piacenza, al quale esprimo pubbliche grazie, sono piccole bivalvi e gasteropodi, sono pure frequenti i frammenti di chele e di corazze dorsali di crostacei, ed oltre alle piccole foramminifere assai bene conservate, si osservano piccole serpule aderenti ad esemplari di dentalium e frammenti di corallari.

Fra i gasteropodi ho riferito al genere *Capulus hungaricus* Lin. due esemplari, dei quali uno probabilmente è una delle tante varietà dilatate del *C. hungaricus*, molto affine alla va-

(1) Sacco F., *Geodrologia dei pozzi profondi della valle padana.* Ann. R. Accad. d'Agr. di Torino. Vol. 44. 1912.

rietà *pedemontana*; ma non sarebbe impossibile si trattasse anche di una *Brocchia laevis* Brn., ciò che da un semplice apice credo non si possa accertare.

Fra le forme meglio conservate ho determinate le seguenti:

Foramminiferi.

1. *Spiroculina limbata* d'Orb.
2. *Miolioliina secans* d' Orb.
3. *Rotalia beccarii* Lin.
4. „ *inflata* Seg.
5. *Polystomella crispa* Lin.

Lamellibranchi.

6. *Pecten varius* Lin.
7. „ *opercularis* Lin.
8. *Anomia ephippium* Lin. e var.
9. „ *striata* Lin.
10. *Leda pella* Lin.
11. „ cfr. *fragilis* Chmn.
12. *Axinea insubrica* Brc.
13. **Lucina* (*Divaricella*) *divaricata* Lin.
14. *Cardium papillosum* Poli.
15. „ *hirsutum* Brc.
16. *Laevicardium oblongum* Chmn.
17. **Venus gallina* Lin.
18. „ *scalaris* Brn.
19. *Cytherea* sp.
20. *Donax intermedia* Hörn.
21. *Tellina donacina* Lin.
22. „ *pulchella* Lin.
23. **Mactra subtruncata* Da Costa.
24. **Corbula gibba* Olivi.

Scafopodi.

25. *Dentalium incurvum* Ren.
26. „ *mutabile* Bod.
27. „ *novemcostatum* Lmk.

Gasteropodi.

28. *Xenophora crispa* König.
29. *Lacuna Basterotina* Mich.
30. *Littorina ariesensis* Font.
31. *Calyptraea chinensis* Lin.
32. *Capulus hungaricus* Lin.
33. *Natica helicina* Brc.
34. „ *Iosephina* Risso.
35. *Rissoa Lachesis* Bant.
36. „ *reticolata* Montg.
37. „ *monodonta* Riv.
38. *Scalaria communis* Lmk.
39. *Turritella tricarinata* Brc.
40. „ *subangulata* Brc.
41. *Vermetus intortus* Lmk.
42. *Turbonilla gracilis* Brc.
43. *Eulima subulata* Bon.
44. *Odontostoma conoideum* Brc.
45. **Ceritium scabrum* Olivi.
46. *Bittium exiguum* Montg.
47. *Nassa semirugosa* Bell.
48. „ *italica* May.
49. „ *ventricosa* Grat.
50. „ *serraticosta* Brc.
51. *Murex imbricatus* Brc.
52. *Daphnella* (*Raphitoma*) *attenuata* Montg.
53. *Raphitoma hispidula* Jan.
54. **Ringicula buccinea* Ren.
55. *Bulla striata* Brug.
56. „ *convoluta* Brc. (1).

---

(1) Le specie segnate con un asterisco sono rappresentate da moltissimi individui.

Io ritengo che questo giacimento pliocenico possa rappresentare un deposito di mare piuttosto profondo, sia per la prevalenza di forme della *Zona delle coralline* (*Venus*, *Corbula*, *Dentalium*, *Cerithium*) e per la presenza di piccoli coralli ramosi, sia per la perfetta conservazione di questa fauna pigmea, oltrechè per la finezza del deposito. Infatti lo strato superiore fossilifero è dato da sabbia fina grigiastra, che si alterna colle argille per uno spessore di circa 40 m.; colla lente si osservano per la massima parte granuli incolori e bianchi e qualche lamella di muscovite, poi pochi elementi colorati; fra questi sono facilmente distinguibili delle lamelle di biotite alterata.

La detta sabbia trattata con acido acetico dà forte effervescenza; lavata ed essiccata fu sottoposta all'azione dell'elettromagnete e così divisa in due porzioni. Quella non attirata dall'elettromagnete, osservata al microscopio si mostra costituita per buonissima parte da granuli di quarzo e da abbondanti granuli feldispatici, i quali essendo purtroppo profondamente alterati non permisero una determinazione dettagliata; si potè però osservare che gli indici di rifrazione sono per qualsiasi granulo inferiori a 1.56, quantunque per alcuni la differenza sia piccolissima, ciò che indica la probabile presenza di feldispati vicini alla labradorite, oltre all'ortose, microclino ed all'albite oligoclasica, che poterono con sicurezza essere determinati. Anche all'esame microscopico si osservano rare lamelle di muscovite.

La porzione attirata dall'elettromagnete è costituita quasi totalmente da serpentino, lamelle cloritiche e lamelle di biotite e bastite. Rarissimi granuli a forte potere rifrangente sembrano doversi attribuire o a pirosseno o a olivina; una determinazione più precisa non fu possibile stante il piccolo numero dei granuli in esame. Furono pure osservati granuli opachi di magnetite e fors'anche di spinello (picotite).

Dei campioni delle argille azzurrognole, che costituiscono il banco più profondo, dopo la decalcificazione e ripetuti lavaggi non rimane che una piccolissima quantità di sabbia, costituita per la massima parte da granuli di quarzo e da granuli di feldispato, questi ultimi ordinariamente alquanto alterati, qualche lamella di mica muscovite, lamelle di clorite e prodotti verdi di alterazione, appartenenti a termini cloritici e serpentinosi.

Per questi caratteri la sabbia e le argille in questione possono essere considerate come di provenienza apponninica, poichè contengono gli elementi stessi delle rocce costituenti la ben nota formazione ofiolitica delle valli della Trebbia e della Nure.

Dal punto di vista faunistico questo rinvenimento presenta numerose analogie colle forme del noto giacimento di S. Colombano, avendo in comune 28 specie. Se consideriamo però le 51 specie, tra bivalvi e gasteropodi, sicuramente determinate, si osserva che 26 sono ancora viventi e che 38 si riscontrano anche nelle assise del miocene superiore; ciò dimostra che il nostro deposito spetta ad un orizzonte più antico di quello di S. Colombano, e probabilmente coevo coi noti lembi pliocenici alle falde delle prealpi lombarde e piemontesi. Tale opinione sarebbe avvalorata anche dal fatto che, prescindendo dalla composizione mineralogica, il deposito marino di Podenzano si presenta per l'aspetto e per la finezza molto analogo a quelli di Faido, di Taino e di Gattico; aggiungasi la presenza costante di certe specie, rappresentate da numerosi individui, quali la *Venus gallina*, la *Mactra subtruncata*, la *Corbula gibba*, la *Turritella tricarinata* e la *Ringicula buccinea*, che mancano o sono rappresentate da pochi individui nel giacimento di S. Colombano. Pertanto credo che il nuovo giacimento di Podenzano formi la naturale prosecuzione dei colli pliocenici di Lugagnano e Castell'Arquato, generalmente ritenuti del pliocene inferiore o Piacenziano, mentre il deposito di S. Colombano per le sue numerose analogie colla fama pliocenica calabrese, riferendomi alle vedute del Gignoux (1), andrebbe collocato nel pliocene superiore e precisamente nel piano *Calabriano*.

Questa distinzione è tanto più accettabile in quanto che il calcare corallino di S. Colombano e Miradolo trova il suo rappresentante nel calcare a litotamni e foramminiferi di Castell'Arquato, evidentemente soprastante alle argille fossilifere di Lugagnano.

Ricordo che altri depositi marini del pliocene, descritti dal chiaris. prof. Ernesto Mariani, furono raggiunti colla perforazione del pozzo costruito a *Canonica Lambro*, fra Gerno e Canonica, poco lungi dalla sponda destra del Lambro a circa 200 m. sul l. m. Dalla profondità di m. 50 sino alla massima di m. 92 si attraversarono sabbie, per lo più a grana fina, fossilifere « bivalvi e gasteropodi marini, ostracodi, foramminiferi, ecc. »; però i fossili si ebbero in maggior quantità negli ultimi 10 metri.

Con altro pozzo eseguito nel 1906-07 a Monza, e precisamente a *S. Vittore* (m. 154 sul l. m.) sulla sinistra del Lambro,

---

(1) Gignoux M., *Les formations marines pliocenes et quaternaires de l'Italie du sud et de la Sicilie*. Paris 1913.

vicino al macello, m. 147 di profondità, e quindi a m. 7 sul l. m. attuale, si incontrò una sabbia azzurra ricchissima di fossili, quasi tutti molluschi marini, specialmente bivalvi e meno frequenti i gasteropodi, ostracodi, corallari, foramminiferi, ecc. indicanti una zona di mare poco profondo. Il prof. Mariani, ad onta della ricca serie di specie da lui determinate, rimase indeciso se questo lembo di pliocene marino spetti al piacenziano piuttosto che all'astiano (1).

Infine colla perforazione del pozzo eseguito alla Cascina Zagonara presso Belgioioso in circondario di Pavia, a circa m. 76 sul l. m. menzionata dal prof. Taramelli, spinta ad oltre 113 m. di profondità, si incontrò il primo strato di argille con conchiglie marine a m. 64 di profondità e quindi a circa 12 m. sul l. m. Faccio notare altresì che l'affioramento di argille plioceniche a *Cardium édule* a Miradolo, che dista in linea retta da Belgioioso di circa 11 chilometri, sta invece a m. 70 (2).

Dal Museo di Geologia e Paleontologia della R. Università di Pavia.

---

(1) MARIANI E., *Osservazioni sui pozzi trivellati a Milano e sul pozzo trivellato di S. Vittore a Monza.* Atti Soc. Ital. di Sc. Nat. 1909.

(2) TARAMELLI T., *Di un pozzo trivellato che raggiunge il pliocene marino presso Belgioioso.* Rend. R. Ist. Lomb. 1909.

SULLA RENDITA DEL CONSUMATORE

Nota del M. E. prof. Ulisse Gobbi

(*Adunanza del 24 giugno 1915*)

Le osservazioni fatte nella nota precedente bastano già a mostrare come il vantaggio che il consumatore ritrae da uno scambio non si possa misurare colla così detta *rendita del consumatore* od *utilità relativa*, la quale riesce eguale alla *surplus desiderability* del Fisher quando si ponga la desiderabilità marginale della moneta costante ed eguale ad 1 (1).

In uno studio pubblicato nel Giornale degli Economisti dell'aprile 1904, e comunicato in sunto al nostro Istituto (*Un preteso difetto delle imposte sui consumi*, Rend. Ist. Lomb. Vol. 37, pag. 417), ho mostrato come pel complesso delle cose acquistate da una persona la *rendita del consumatore* sia necessariamente zero, e quindi non si possa ricavarne nulla rispetto alla situazione economica della persona stessa.

Il Prof. Jannaccone nella prefazione alla traduzione italiana del Marshall, (*Bibl. Ec.* IV[a] Ser. Prefaz. al Vol. IX e X, p. 74) mi ha rimproverato di non aver inteso correttamente la definizione del Marshall, secondo cui la rendita del consumatore è l'eccesso del prezzo che una persona sarebbe disposta a pagare piuttosto che star senza una cosa, su quello che essa effettivamente paga. « Ma questa, — obbietta lo Jannaccone, — è una definizione ellittica, a traverso la quale deve leggersi il concetto completo che è quest'altro: la rendita del consumatore (cioè l'eccesso del prezzo, ecc.) è la *misura economica dell'eccedenza di soddisfazione* che l'individuo ricava dalla differenza fra la soddisfazione tratta dalla dose di bene acquistato e la soddisfazione ch'egli sacrifica nel pagarne il prezzo ».

(1) V. Barone, *Sulla consumer's rent*, Gior. Ec. Sett. 1894.

Anche il Prof. GRAZIANI (*Ist. di Ec.* 2ª ed. 1908, pag. 80) dice che la riduzione a zero della rendita del consumatore per la massa dei prodotti consumati si deduce dal concetto che essa sia un'entità oggettiva, « mentre noi la consideriamo quale entità soggettiva, e cioè la differenza fra l'utilità del prodotto ricevuto e quella del prodotto ceduto. Si sa che la somma di moneta risparmiata in un acquisto sarà poi spesa in un altro, ma è importante rilevare che ogni scambio tende ad accrescere il guadagno utilitario del consumatore, e la molteplicità degli scambi, a parità di condizioni, non elimina questo aumento di soddisfazioni singole; quindi la rendita del consumatore rimane una quantità positiva. Concepita nel senso ora spiegato non dà alcuna luce sui fenomeni, mentre nel modo nel quale la riguardiamo aiuta a chiarirne di ragguardevoli ».

Per togliere di mezzo ogni questione di parole, diremo che la definizione di rendita del consumatore può esser data in due modi:

a) 1º *la rendita* (o *surplus*) *del consumatore* è l'eccesso del prezzo che questi sarebbe disposto a pagare piuttosto che star senza una cosa, sul prezzo che egli effettivamente paga; 2º essa è la misura approssimativa della maggiore soddisfazione che egli ritrae dall'acquisto della cosa, in confronto a quella a cui rinuncia pagandone il prezzo.

b) 1º *la rendita del consumatore* è l'eccesso della soddisfazione che questi trae dall'acquisto di una cosa in confronto a quella a cui egli rinuncia pagandone il prezzo; 2º questo eccesso è approssimativamente misurato dalla differenza fra il più alto prezzo che si sarebbe trovato conveniente per l'acquisto della cosa e il prezzo effettivamente pagato.

Coll'una o coll'altra definizione, la critica fatta nel mio studio del 1904 alla proposizione che un'imposta sul consumo sia più gravosa di una sul reddito che dia a carico del contribuente lo stesso provento allo Stato, rimane immutata.

Infatti ciò che non esiste non può essere la misura nè rigorosa nè approssimativa di niente: ora la differenza fra ciò che si spende e il massimo che si sarebbe trovato conveniente di spendere non solo è zero pel complesso delle cose acquistate, ma è zero anche per un singolo oggetto finchè si è nel campo in cui ad una diminuzione di prezzo corrisponde un aumento di consumo.

Nella trattazione della rendita del consumatore si ammettono insieme queste due ipotesi:

1.ª che ad una variazione di prezzo corrisponda pel consumatore una variazione di quantità acquistata di un dato oggetto;

2.ª che vi sia una differenza fra il prezzo a cui una data quantità è acquistata e quello a cui sarebbe stato conveniente acquistarla.

Invece questa differenza vi è soltanto nell'ipotesi che la variazione di prezzo non faccia variare la quantità acquistata.

Le deduzioni ricavate dalla combinazione di due ipotesi incompatibili sono radicalmente viziate (1).

La rendita del consumatore viene di solito posta in evidenza mediante un diagramma che rappresenta la relazione fra prezzo e quantità che a ciascun prezzo conviene acquistare.

Ora i diagrammi possono essere strumenti didattici utili, purchè si scelgano, a seconda dei casi, quelli che aiutano meglio a vedere le cose.

Riprendiamo l'esempio in cui il consumatore ai prezzi 6; 5; 4; 3 acquista rispettivamente 1; 2; 3; 4 unità di un oggetto.

Invece di rappresentare sui due assi coordinati quantità acquistate e prezzo, rappresentiamo quantità (su *OR*) e spesa (su *OS*): appare chiaro come il sommare i prezzi coi quali converrebbe arrestarsi all'acquisto di una, due, ecc. unità non abbia senso (Fig. 1).

L'acquisto di 4 unità colla spesa 12 è conveniente percorrendo la retta *OD* ossia acquistando tutte le unità al medesimo prezzo: è conveniente anche percorrendo il confine del campo di convenienza (2) (se quella è la via possibile) segnato dalla *OABCD:* ma allora si acquista successivamente ciascuna delle 4 unità ai prezzi 6; 4; 2; 0: queste sono le spese unitarie da sommarsi: sommandole si ha appunto la spesa 12 con cui si acquistano le 4 unità.

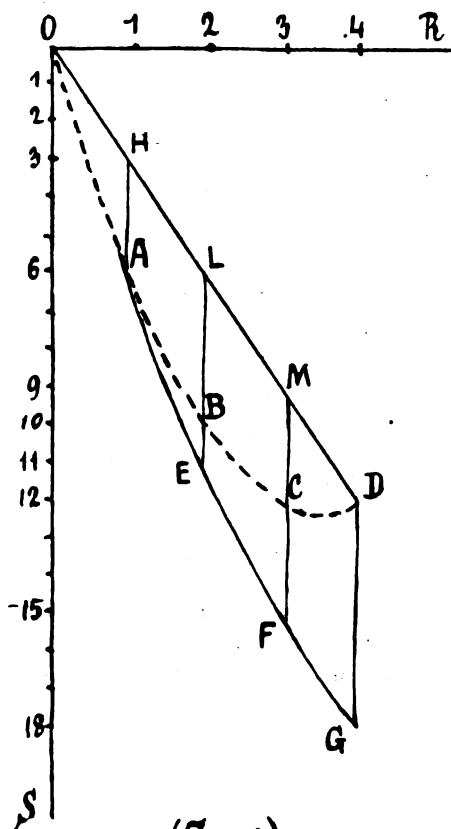
Sommare i prezzi 6; 5; 4; 3 è un esercizio d'aritmetica senza significato, perchè è riunire dei valori di cui ciascuno esiste in un'ipotesi diversa da quella in cui esistono gli altri: onde

(1) Se esse sono già condannate nel campo più astratto, tanto meno potranno servire nell'economia applicata. Cfr. MURRAY, *Lezioni di Ec. Pol.* II ed. Firenze 1912, pag. 180.

(2) V. *Sul principio della convenienza economica.*

nemmeno ha un significato la rendita del consumatore, che è ottenuta sottraendo da questa somma la spesa effettiva.

Sul diagramma che mostra la relazione fra quantità e spesa, essa è rappresentata dai tratti *BE*, *CF*, *DG;* ma queste non sono le differenze fra la somma che sarebbe conveniente di spendere e quella che effettivamente si spende per l'acquisto: la linea *AEFG* invade il campo delle operazioni non convenienti, e anche quello delle impossibili se oltrepassa il limite di quello che si ha.

La differenza fra ciò che sarebbe conveniente spendere e ciò che si spende è rappresentata invece dalla distanza fra i punti *OHLMD* e *OABCD*, che coll'acquisto delle 4 unità è precisamente ridotta a zero.

(Fig. 1)

Soltanto quando si è arrivati al punto oltre il quale una diminuzione di prezzo non fa più aumentare il consumo, come avviene per cose che, nelle circostanze considerate, non sono graduabili in porzioni (p. es. un pianoforte per una famiglia), oppure per cose graduabili ma tali che raggiunta una certa provvista non si desideri aumentarla nemmeno per niente, rimane una differenza fra ciò ehe si spende e il massimo che sarebbe stato conveniente di spendere.

Se più di 3 unità dell'oggetto in questione non si volessero a nessun patto, il confine del campo di convenienza al punto C prenderebbe la direzione CM: allora se il prezzo è 3 la spesa è 9, mentre sarebbe stato conveniente spendere anche 12, onde un guadagno $MC = 3$.

Ma questo è proprio il caso in cui dalla rendita del consumatore non si ricava nessuna deduzione, perchè il contribuente per un'imposta sul consumo passa allo Stato precisamente la somma che rappresenta la rendita del consumatore da lui perduta.

La questione dovrebbe dirsi definitivamente risolta dopo le indagini del PANTALEONI (*L'identità della pressione teorica di qualunque imposta a parità di ammontare e la sua semiotica*, Giorn. degli Ec. marzo 1910 (1)).

Tuttavia si insiste nel sostenere che un monopolio tolga ai consumatori più di quello che dà al monopolista, cosicchè sarebbe meglio gravare i consumatori di un'imposta diretta per dare un premio ai produttori, anzichè far loro subire un aumento di prezzo per procurare un guadagno a questi (2).

Il BARONE ha trattato insieme due questioni, quella degli effetti che derivano dall'aversi sul mercato più imprese che producano a costi diversi, anzichè soltanto imprese che producano al minimo costo consentito dai progressi della tecnica, e quella degli effetti che derivano dall'aversi sul mercato un prezzo di monopolio, anzichè il prezzo appena rimuneratore, o prezzo di concorrenza.

Il monopolio, arrecando una diminuzione della quantità

(1) V. anche L. EINAUDI, *Corso di scienza delle finanze*, Torino 1914, pag. 330.

(2) E. BARONE, *Principi di Economia Politica*, Roma 1913, pag. 22. — La proposizione figura come acquisita alla scienza in R. A. MURRAY, *Lez. di Ec. Pol.*, II ed. Firenze 1912, pag. 217; E. LEONE, *Lineamenti d'Ec. Pol.*, Roma 1914, pag. 135.

prodotta dell'oggetto a cui si riferisce, sarà dannoso se avrà per effetto di far produrre *a costo maggiore.* Questa è la ragione buona che il BARONE si affretta ad esporre, e che non è per nulla rinforzata dalle considerazioni sulla rendita del consumatore.

Ma anche una diretta detrazione di ricchezza farà sì che la domanda di qualche oggetto diminuisca, onde se ne produrrà meno, e la relativa produzione potrà aver luogo a costo maggiore.

Dall'altro lato sia col monopolio sia coll'imposta sul reddito si procura o allo Stato o al produttore premiato una ricchezza disponibile che darà luogo all'aumento di domanda di qualche cosa: e potrebbe darsi che il costo di produzione di questa diminuisse, grazie alla produzione in grande.

Che l'aumento nel costo di produzione di un oggetto non sia in relazione con una diminuzione nella rendita dei consumatori dell'oggetto medesimo, si vede chiaro da questo esempio:

Sia LA il costo se si produce OL, e $FB > LA$ se si produce $OF < OL$ (Fig. 2).

Producendo OF da vendersi a $OE = FB$ si ha una rendita dei consumatori, la quale ha una certa corrispondenza colla somma di denaro rappresentata da EBD.

Se si produce OL vendendo a prezzi graduati secondo il limite di convenienza dei consumatori, in modo che $CHA = GHD$, per avere il rimborso del costo, la rendita dei consumatori scompare, ma la produzione è fatta a costo minore.

(Fig. 2)

Insomma tanto la diretta detrazione di ricchezza, quanto l'aumento di prezzo determinato dal monopolio sono fenomeni

di circolazione, che non mutano *direttamente* l'aggregato dei mezzi a disposizione dell'economia sociale, ma soltanto ne fanno passare una parte da certi soggetti a certi altri: come conseguenza di questi spostamenti si ha un certo spostamento nella domanda di oggetti e quindi nella relativa produzione. Lo spostamento nelle produzioni può avere per conseguenza una modificazione nei costi unitari, rispettivamente per le produzioni diminuite e per quelle aumentate.

La rendita del consumatore, come non serve a misurare il vantaggio che si ritrae da uno scambio, così non serve neppure ad indicare la differenza di situazione economica che si risente per la variazione di prezzo di un oggetto consumato.

Per fare il confronto rispettivamente fra una detrazione di moneta e un aumento di prezzo, fra un regalo di moneta e una diminuzione di prezzo, bisogna innanzi tutto definire che cosa si intenda per effetto in moneta risentito dal consumatore in seguito alla variazione di prezzo.

Adottiamo questa definizione: effetto in moneta di una variazione di prezzo è quell'incremento (positivo o negativo) di moneta che *permetterebbe* al consumatore di arrivare allo stesso risultato a cui arriva colla variazione di prezzo, qualora questo restasse fermo.

Variando il prezzo da p_1 a p_2 la quantità acquistata varii da a_1 a a_2: la spesa varia da $p_1 a_1$ a $p_2 a_2$: la seconda situazione differisce dalla prima:

1° per una differenza $a_2 - a_1$ nella quantità della cosa (a);

2° per una differenza $p_1 a_1 - p_2 a_2$ nella moneta disponibile per altri oggetti.

La somma coll'aggiunta della quale il consumatore avrebbe potuto, restando fermo il prezzo p_1, ottenere un eguale risultato è

$$p_1 (a_2 - a_1) + (p_1 a_1 - p_2 a_2) = (p_1 - p_2) a_2 \quad .$$

ossia è la differenza dei prezzi moltiplicata per la quantità consumata al nuovo prezzo (appunto come ho detto nello studio del 1904).

Sia $p_2 > p_1$.

Se la variazione che si considera è un aumento di prezzo, l'effetto in moneta è la perdita di $(p_2 - p_1) a_2$; se è una diminuzione, l'effetto è il guadagno di $(p_2 - p_1) a_1$: perdita e guadagno sono eguali (in valore assoluto) se $a_2 = a_1$. Ossia, se la variazione di prezzo non arreca una variazione di consumo,

l'effetto in moneta ha lo stesso valore assoluto nei due casi (eguale, come si è visto, a quello della rendita del consumatore): nell'uno si toglie una certa somma da altri consumi, nell'altro un'eguale somma resta disponibile per altri consumi.

Se invece $a_2 < a_1$, vi è una differenza $(p_2 - p_1)(a_1 - a_2)$ fra il guadagno in un'ipotesi e la perdita nell'altra, positiva e crescente col crescere di a_1 o col diminuire di a_2: ossia il consumatore può aumentare il vantaggio in moneta della diminuzione di prezzo aumentando il consumo del prodotto deprezzato, o ridurre la perdita in moneta del rincaro riducendo il consumo del prodotto rincarito (come caso estremo ridurre a zero la perdita in moneta riducendo $a_2 = 0$).

Nel caso in cui il consumatore si decide ad acquistare il prodotto (che prima non acquistava) in seguito ad una diminuzione di prezzo, si ha $(p_2 - p_1) a_1 = 0$ e quindi o $a_1 = 0$, o $p_2 - p_1 = 0$, il che significa che il consumo manca per qualunque valore di p_2 superiore a p_1, e proprio nel punto in cui p_2 diventa p_1 il consumatore si decide a togliere la somma $p_1 a_1$ da altri consumi per destinarla all'acquisto di a_1.

Dunque la variazione di prezzo di un oggetto ha in generale pel consumatore due effetti:

1° una variazione nella moneta disponibile;

2° uno spostamento di consumi.

In qualche caso resta soltanto il secondo.

Una variazione nella somma di moneta disponibile è sempre accompagnata da un cambiamento nell'aggregato degli oggetti acquistati: uno spostamento di consumi può aver luogo per un cambiamento del rapporto fra i prezzi, anche restando costante la somma disponibile.

Se la variazione di prezzo di un oggetto non arreca variazione nel consumo di questo, si ha un incremento positivo o negativo di moneta, con cui saranno aumentati o diminuiti altri consumi; l'aumento si potrà senz'altro ritenere favorevole e la diminuzione sfavorevole alle soddisfazioni del consumatore.

Se varia il consumo dell'oggetto di cui è variato il prezzo, all'effetto in moneta (che può ridursi a zero) si aggiunge un semplice spostamento di moneta da un oggetto ad un altro.

Quale variazione di soddisfazione e quale variazione di benessere fisico o intellettuale derivi da quello spostamento di consumi, non si può constatare se non con uno studio diretto, tenendo conto dei caratteri concreti della persona e degli oggetti fra i quali lo spostamento dei consumi è avvenuto.

L'effetto di una variazione di prezzo consistente nello spostamento dell'applicazione di una somma di moneta che resta costante da un oggetto ad un altro, non si può giudicare mediante ragionamenti in un campo astratto: il ragionamento non può supplire alla mancanza di premesse che si debbono chiedere all'esperienza (1).

---

(1) Nel citato studio del PANTALEONI sono interessantissime le proposizioni ricavate da dati concreti d'esperienza, non tutte accettabili invece quelle che stanno nella così detta economia pura. Così egli dice che « se i suoi gusti [del contribuente] non sono mutati in virtù dell'imposta, la redistribuzione del reddito dovrà avvenire identica a quella che s'ha se le 500 lire fossero tolte dal reddito, cioè che è indifferente quale titolo di spesa è colpito e che è pure indifferente se non lo è nessuno, ma scorciato il reddito direttamente ». Invece la redistribuzione del reddito varierà, perchè l'imposta sul consumo fa variare i rapporti fra i prezzi, e la condizione d'equilibrio del consumatore è raggiunta quando i rapporti fra i prezzi a cui cessa la convenienza di modificare la quantità posseduta di ciascun oggetto, sono eguali a quelli fra i prezzi effettivi.

Del pari egli crede di aver dimostrato che aumentato il prezzo delle sigarette da L. 0,30 a 0,35 al pacchetto, non possa chi spendeva 3,60 al giorno per 12 pacchetti, spendere ancora 3,60 ottenendo pacchetti 10,285. Perchè, egli dice, se il 12° gruppo di 30 centesimi valeva esattamente il 12° pacchettino, ora il 12° gruppo di 30 centesimi non può valere soltanto il 10° pacchettino e $^3/_{10}$ dell'11°.

Ebbene sia s la somma di moneta spesa giornalmente da quel consumatore: se egli al prezzo 0,30 compera 12 pacchetti, questo vuol dire che per lui è pressochè indifferente avere pacchetti $12 - \frac{1}{30}$ e $s - 3{,}59$ disponibile per altre cose, piuttosto che pacchetti $12 + \frac{1}{30}$ e $s - 3{,}61$ per altre cose; se poi al prezzo 0,35 ne compera 10,285, vuol dire che gli è pressochè indifferente avere pacchetti $10{,}285 - \frac{1}{35}$ e $s - 3{,}59$ per altre cose, piuttosto che pacchetti $10{,}285 + \frac{1}{35}$ e $s - 3{,}61$ per altre cose: le due proposizioni non sono incompatibili.

Incompatibili sono le due proposizioni che il PANTALEONI contrappone, ma esse non sono esatte. La correlazione fra il 12° gruppo di 30 cent. e il 12° pacchetto di sigarette è subordinata al prezzo 0,30: il suo significato è soltanto questo che se il prezzo è 0,30 conviene fermarsi al 12° pacchetto; quando invece il prezzo è 0,35 niente di strano che convenga fermarsi al 10,285°.

Essendo difficilissime le indagini sperimentali, si potrebbe, supplendo con dati arbitrari ma verosimili (quindi essenzialmente diversi da quegli indici arbitrari dell' utilità che l'esperienza non è suscettibile di fornire), formare questo specchietto della relazione fra prezzo, quantità e spesa (poco importa che la quantità sia frazionaria, giacchè si tratta di media giornaliera):

Prezzo	Quantità	Spesa
0.—	16,285	0.—
0,05	16,285	0,81
10	16.	1,60
15	15,429	2,31
20	14,572	2,91
25	13,429	3,36
30	12.	3,60
35	10,285	3,60
40	8,284	3,31
45	5,997	2,70
50	3,424	1,71
55	0,565	0,31
più di 0,55	0.	0.

SULLA MITOLOGIA NEL PAÑCATANTRA

Nota Iª del dott. A. M. Pizzagalli

(*Adunanza del 10 giugno 1915*)

Per merito di Giovanni Hertel e di altri indologhi europei noi possediamo ora ben sette recensioni del Pañcatantra in lingua sanscrita: i due compendi del P. dovuti a Kṣemendra e a Somadeva, due poeti vissuti nel Caśmir intorno al 1030 d. Cr., il cosidetto P. meridionale, composto nel Dekhan e dal Hertel pubblicato; il Hitopadeśa composto nel Bengala circa il 1373 d. Cr.; il P. textus simplicior, pubblicato dal Bühler e dal Kielhorn e composto dopo l' 850 d. Cr.; il testo di Purṇabhadra, risalente al 1198, pubblicato dal Hertel e infine la Tantrâkhyâyikâ, la cui pubblicazione pure si deve al Hertel (1).

Nessuna di queste recensioni rappresenta l'opera originale, esse sono jainiche o risalgono a fonti jainiche mentre l'opera originale dovette essere brahmanica, ma perdutasi ben presto questa, due redazioni la sostituirono: l'una col nome di Pañcatantra, l'altra con quello di Tantrâkhyâyikâ. Al Pañcatantra risalirebbero tntte le redazioni in lingua sanscrita summentovate, meno quella di Purnabhadra. In Purṇabhadra le due redazioni confluirono nuovamente in una.

Se l'opera originale, le redazioni del Pañcatantra e delle Tantrâkhyâyikâ, i compendi di Kṣemendra e di Somadeva sono originari del Caśmir, il P. meridionale fu composto nel Dekhan il Hitopadeśa nel Bengala. L'opera di Purnabhadra e la versione Pahlavi attinsero invece a redazioni diffuse specialmente nell'India Occidentale, così vediamo tutta l'India partecipare alla vita multiforme di questo suo libro prezioso.

Notevole nella costituzione e nella diffusione del P., la

(1) cfr. J. Hertel, *Das Pañcatantra*, Seine Geschichte und Seine Verbreitung, Leipzig, 1914.

parte dovuta al Jainismo, a questa setta emula e rivale del Buddhismo, parte che nella letteratura e nella novellistica indiana va divenendo ogni giorno maggiore, quanto più si estendono le ricerche, quanto più si studia il prâcrito nelle sue varietà, la lingua del Jainismo, e il Guzerati. Pare infatti che agli Švetâmbara, una setta dei Jaina, del Guzerat, si debba la meravigliosa fioritura di racconti, e più la loro meravigliosa diffusione nelle classi popolari dell'India, e quindi dell' Occidente e dell' Oriente (1).

Il Hertel coll'esame accurato dei manoscritti, coll'aiuto di esatte tabelle di comparazione, seguendo la fortuna dei varî racconti e spesso anche quella delle singole strofe, ha tentato di darci i trapassi intermedi d'una in altra redazione. Non lo seguiremo per questa via, perchè molte incertezze restano sempre e nuove scoperte possono spostare i termini fissati e poi, perchè giudichiamo a priori impossibile una soluzione troppo precisa del quesito. Troppo poco sappiamo del passato per potere dal semplice raffronto di due recensioni arguire i loro rapporti. Le ricostruzioni del Hertel hanno un valore grandissimo, come quelle che si appoggiano sullo studio ed esame di numerosi manoscritti, ben novanta, difficilmente il lavoro poteva essere più minuto ma, le illazioni tratte vanno spesso oltre i limiti del permesso, si può ammirare l'ingeniosità dell'Autore, non gli si può dare il nostro pieno consenso.

Non meno importanti dei rapporti tra le varie recensioni del P. sono le questioni che si riferiscono a quelli tra il P. e i Nîtišâstra e le altre opere della novellistica indiana.

L'A. del P. per il primo forse, ebbe l'idea geniale di far servire gli apologhi e le favole, che già prima di lui, correvano per la bocca e nei libri degl'Indi, all'esposizione di una scienza della scienza politica. (nîti); per il primo riuscì bellamente in una forma, che poi durò a lungo, come tocca a tutte le cose indovinate, nei secoli, la forma del racconto storico e immaginoso (kathâ, âkhyâyihâ), cogli ammaestramenti dei libri di politica (nîtišâstra).

Il P. come molte altre opere della letteratura indiana è misto di prosa e di poesia, la parte narrativa è affidata di solito alla prosa, la parte gnomica, precettiva, alla poesia,

(1) cfr. J. Hertel, *Die Erzählungsliteratur der Jaina*, Geist des Ostens, 1913.

i rapporti dell'una coll'altra possono essere variissimi, nè è sempre facile determinare quale delle due sia la più antica, certo alla formazione del P. dovettero fin dall'origine cooperare l'una e l'altra.

Lasciando i compendi di Kṣemendra e di Somadeva, e il Hitopadeśa, che può considerarsi più come una libera imitazione che come una recensione del P., per limitarci all'esame del Textas Simplicior, della recensione di Purṇabhadra e della Tantrâkhyâyikâ, abbiamo il seguente specchietto rispetto al numero delle strofe

	I libro	II libro	III libro	IV libro	V libro
Text. Simpl.	425 strofe	185 str.	184 str.	118 str.	106 str.
Purṇabhadra	440 strofe	199 str.	234 str.	66 str.	64 str.
Tantrâkhy.	185 strofe	171 str.	143 str.	17 str.	3 str.

Dove si vede che il numero delle strofe e quindi la parte poetica si mantenne assai oscillante nelle varie recensioni, l'A. del Textus Simpl. tralasciò molte sentenze, mentre invece Purṇabhadra cercò di accrescerne il numero. Chi pensi alla passione degli indiani per la gnomica capirà senz'altro come il numero delle sentenze tendesse ad aumentare a seconda della cultura del compilatore. Nell'edizione di Jîbânanda Vidyâsâgara il numero delle strofe è il seguente

	I libro	II libro	III libro	IV libro	V libro
str.	462	204	270	84	107.

Il perchè di queste omissioni e di queste aggiunte non è stato, ch'io mi sappia ancora studiato, pure potrebbe non meno dell'esame dei manoscritti, fornire luce alla storia del testo.

Tra le sentenze più soggette a essere omesse ve ne sono alcune, che meritano specialmente l'attenzione degli studiosi, e son quelle che contengono allusioni mitologiche. Formano esse una classe a sè, e per la cultura religiosa o letteraria, che presuppongono nei compilatori e nel pubblico, e per la testimonianza indiretta, che ci dànno sulla diffusione e la popolarità di certi miti. Il P. opera dotta in origine, passò dai dotti al popolo, per ritornar poi tra i dotti, donde era partito, ma non senza portar con sè le tracce delle sue peregrinazioni popolari. Purtroppo nessuno degli accenni a miti e a credenze popolari. che qui sotto esamineremo, è talmente speciale da permetterci illazioni precise sui luoghi o tempi, sette religiose o culti determinati, ma questo stesso carattere universale, panindiamo ci sembra meriti di essere rilevato.

Gli stessi accenni Jainici, in opera dovuta a compilatori Jainici sono pochi, invettive contro Višnu e Šiva, (P. I. r. 5, e P. I. 159) accenni satirici contro i Brahmani (P. II. 63), l'uccisione di monaci Jaina da parte del barbiere (Text. Simpl. V. 1). un dio vegetale indicato come Vyantara, parola specialmente usata dai Jaina, le prediche di monaci Jaina (P. III, 2, I, 4); e alcune sentenze (P. I, 22, H.) (P. 1, 333-335) Kiehl.) di intonazione Jainica contro la caducità delle cose mondane e la vanità del dolore. E ancora questi accenni sono così poco importanti, che sfuggono a un lettore non indologo e non bastano a fare del P. un'opera Jainica.

Per il loro numero dunque, per l'importanza dei miti, a cui accennano, per quanto ci dicono sulla diffusione di essi e sulla cultura indiana, e infine per il comune carattere pan. indiano, che rappresentano, ci pare che gli accenni mitologici del Pañcatantra, valgano la pena di esser raccolti e esaminati.

Il P. non solo ha stretti rapporti colla novellistica indiana ma anche colla gnomica e colla politica. Come già dalle ricerche del Benfey così da queste del Hertel vien messo in rilievo il carattere etico-didattico del P. e poichè esso è una raccolta fatta per istruzione dei principi reali, risaltano i suoi rapporti coi nîtîšāstra o manuali di scienza politica.

Veramente su questi nîtîšāstra non si avevano in passato notizie molto precise. Alla trinità del trivarga (dharma, artha, e kāma, il giusto, l'utile, il piacere), in cui tutti si compendiano gli sforzi dell'etica indiana, rispondeva nella letteratura una triplicità di opere dharmašāstra, arthašastra, e kāmašāstra, ma se dei dharmašāstra e dei kāmašāstra possedovano esemplari, per gli arthašastra gli esemplari andavano dal caotico Mahābhārata a un kāvya vero e proprio, il Nîtisāra di Kāmandaka (1).

La pubblicazione dell'arthašāstra di Kautilya ci permise di farci un'idea più precisa di quello che fosse un nîtîšāstra e ci permetterà di dare un senso più preciso alla domanda « In che senso il Pañcatantra è un nîtîšāstra? »

Il Pañcatantra ha uno scopo didattico ben determinato, quello d'istruire i principi reali nella difficile arte del governo

(1) The *Arthasastra* of Kautilya ed by R. Shama Sastri. Misore 1909. C. Formichi, *Gl' Indiani e la loro scienza politica*. Bologna, 1899. C. B. Bottazzi, *Precursori d.* N. Machiavelli *in India e in Grecia. Kautilya e Tucidide*. Pisa 1914.

e in poco tempo e con poco loro fatica, ma per verità trascende di molto questi limiti, e la fortuna stessa sua, paragonabile solo a quella di un altro libro non meno di questo famoso, e non meno di questo diffuso, che pure si proponeva uno scopo didattico e morale, ma che per intrinseca virtù rappresentativa l'ha di molto superato, la Divina Commedia, ci dice che esso nasconde nello sue pagine qualche cosa di più di un semplice manuale di politica. Già Cosroe Anushiřvan nel comandarne la traduzione vedeva il vantaggio, che non solo i principi reali, ma tutti gli uomini potevano ritrarne *Χοσρόης ... μαθὼν περί τινος βιβλίον ἐν τῇ χώρᾳ τῶν 'Ινδῶν ἔχοντος μύθους ἀφελίμους πασι ἀνθρώποις τοἱς ἐν βίῳ διατριβοῦσι* ..... (1).

Il Pañcatantra è un nîtîšāstra, diremo noi, sia pure come la Divina Commedia è una visione, ma tra esso e i nîtišāstra corre la stessa differenza che tra la vita e il libro, l'arte e la scienza, tra una creazione libera dello spirito, una piacevole invenzione e un manuale di regole e di precetti; e chi si faccia a confrontare il Pañcatantra coll'Arthašāstra di Kautilya o col Nitisāra di Kāmandaka non può non rimaner colpito dalla profonda differenza di queste tre opere. Se nel primo vedi tutta la vita umana in figure animali, nel secondo non hai che un arida raccolta di precetti sulle scienze, che un re deve conoscere, dalla legge alla scienza delle fortezze, dall'arte del governo civile a quello della guerra. Nel Nitisāra di Kāmandaka trovi le stesse regole che nell'Arthašāstra di Kautilya, ma messe in versi, abbellite dalla forma poetica e colorite d'un senso di desolato pessimismo, di sfiducia sulle sorti umane, che mal si accorda col tono positivo dell'Arthašāstra.

Però, più che questa impressione generale, che fanno queste tre opere, giova a ben comprenderle, lo studiarle sotto alcuni aspetti particolari, che ne rivelano l'intima diversità agli occhi dell'osservatore non pago di giudicare dalle sole apparenze esterne.

Il Hertel ci ha dato la storia del testo del Pañcatantra, e ci ha dato quella della sua fortuna in Asia e in Europa, il Mankowski lo Schmidt ne hanno studiate alcune redazioni in altre opere indiane, possano essere ben accette agli studiosi queste mie osservazioni, che, riguardano, la storia interna del testo, il suo contenuto. Su tre punti ci pare che il Pañcatantra differisca dagli Arthašāstra e dal Nîtîsāra.

(1) T. Benfey, *Pantschatantra*. Leipzig 1859, pag. XVII.

I) nella parte mitologica assai più ricca nel Pañcatantra che negli Arthaśāstra:

II) nella parte polemica, che nel Pañcatantra manca affatto, prendendovi l'insegnamento un'intonazione dommatica;

III) in quella, che chiameremo, volontaria ribellione della coscienza di fronte alla dura legge di stato, ribellione non rara nel Pañcatantra, messa anzi in rilievo fin dal principio nella opposizione dei due sciacalli, Karataka e Damanaka, ma che manca agli arthaśāstra, ribellione, che tanto contribuisce a dare al Pañcatantra carattere di vita.

Su nessuno di questi tre punti ci è parso di trovare accordo fra le tre opere, che ora esaminiamo, il Pañcatantra, il Kauṭilîya Arthaśāstra e il Kāmandakîya Nîtîsāra. Pur entrando tutti e tre nella letteratura etico-religiosa, pur facendo tutti e tre parte della Nîti, rivelano dei caratteri diversi, di vita feconda di contrasti il Pañcatantra nei suoi multiformi aspetti: di manuale pratico di scienza politica l'arthaśāstra: di poema con intonazione mistico religiosa il Kāmandakîya Nîtîsāra e dico mistico religiosa, pensando alle belle strofe del Canto IV. śl. 8-12.

Ko hi nāma kule jātaḥ sukhaleśopalobhitaḥ
alpasārāṇi bhūtāni pīḍayed avicārayan.
ādhivyādhiparitāya adya sva va vināśine.
ko hi nāma śarirāya dharmopetam samācaret
āhāryair nîyamānam hi kṣaṇam duḥkhena hṛdyatām
chāyāmātrakam evedam paśyed udakabinduvat
māhāvātāhatibhrāntameghamālātipelavaiḥ
katham nāma mahātmano hriyante vishayāribhiḥ
jalāntaścandra capalam jivitam khalu dehinām
tathāvidham iti jñātvā śaśvat kalyāṇam ācaret.

Kām. Nit. VI. Prak. śl. 8-12. (ed. Gan. Sāstri).

Anche il Pañcatantra conosce le amarezze del saṃsāra, ma le pone in bocca al gatto, ingannatore che se ne serve per attirare a sè la preda.

aho asāro 'yam saṃsāraḥ, kṣaṇabharṅgurāḥ prāṇāḥ, svapnasadṛśāḥ priyasamāgamāḥ, indrajālavat kuṭambaparigrahaḥ, tad dharmam muktvā anyā gatir nāsti.

Pañc. I. ed. Hertel. pag. 190-6,

Data la diversità d'intonazione di queste tre opere sarà lecito risalire a varie correnti entro gli stessi nîtiśāstra, o

sarà piuttosto da pensare a una diversità d'indole, d'intenti e di tempi negli autori delle tre opere.

Gli accenni mitologici nel Pañcatantra possono dividersi per comodità di studio in tre gruppi:

1.° Leggende epiche, comprendendo tra queste anche quelle riferentisi agli dei epici per eccellenza, p. es., Indra, Yama, Kubera, e a esseri che nell'epica hanno gran parte per, es., i Rākshasa.

2.° leggende che riguardano Viṣṇu;

3.° leggende che riguardano Šiva.

Si trovano questi cenni per lo più nella parte poetica del Pañcatantra, nelle stanze, e variando queste da redazione a redazione è naturale che anche quelli cambiassero a seconda delle credenze e della cultura, degli uditori, a cui le varie redazioni erano destinate.

Il cambiamento non è però tale, quale ce lo potremmo aspettare. Comune agli Indiani colti, a qualunque setta appartengono è un fondo di cultura letteraria, che ben potrebbesi paragonare a quello che la comune cultura greco-latina ha largito agli spiriti colti di tutta Europa, le differenze quindi delle varie redazioni rispetto a questi cenni mitologici si riduce per lo più a esclusioni, per amor di brevità, più che per ragioni speculative o religiose. Spesso in fatti sopra uno stesso argomento abbiamo una serie di sentenze e di citazioni, che potrebbesi anche prolungare a piacere, a seconda della scienza del dicitore e della pazienza degli uditori.

Ai confronti tra il Pañcatantra e le due opere citate abbiamo uniti quelli colle sentenze della silloge di Böhtlingk, vero corpus della gnomica indiana. Si pensi infatti alle fonti di questa insigne raccolta. Essa abbraccia da sola un vasto campo dell'attività intellettuale degli Indi, tutte le sentenze di Bhartṛhari, del Pañcatantra, del Hitopadeśa, del Vikramacaritra, della antologia di Haeberlin, della centuria di Amaru, vi sono comprese, e inoltre l'A. ha largamente attinto ai dharmaśâstra, alle epiche e ai drammi, si chè quando un mito o una leggenda trovasi citato in questa raccolta può veramente dirsi che faccia parte della classica tradizione indiana. Farà dunque meraviglia il vedere che solo per pochi miti abbiamo potuto trovare riscontri tra il Pañc. e altre delle opere sopra citate si pensi però alla sconfinata estensione della letteratura indiana nel tempo e nello spazio, e anche i confronti trovati non parranno nè scarsi, nè lievi.

È notevole pure che nell'Arthaśâstra di Kautiliya non vi sia che un sol punto ricco di citazioni epiche, e precisamente al 6° capitolo del libro I°; si tratta delle virtù di un re, il re deve sopratutto saper vincere le sue passioni, se non le vince, se si lascia dominare dall'amore, dall'ira, dalla cupidigia, dall'orgoglio, dalla gioia, egli perde sè stesso e il regno, e segue un elenco di re, celebri nelle storie indiane, il Bhoja Dândakide, di cui parla il MBh., l'Harivamśa, e il Bh. P. (1); il Videhide, un principe dei Videha, di cui parlano il T. Bhr. e le epiche, rovinati tutti due dall'amore. Janamejaya rovinato dall'ira, Tâlajangha capo stipite di una schiatta guerriera pure rovinato dall'ira, Purûravas detto l'Ailide, il Suviride nome di un principe dei Sauvira, perduti dalla cupidigia; Rāvana e Duryodhana rovinati dall'orgoglio; Dambhodbhava, potente re e Arjuna che caddero per stoltezza, Vâtâpi e Dvaipayana; questi re sono pure menzionati nel Kâm. Nît. (2); ma mentre nel Kâm. Nît., le citazioni epiche e storiche corrono per tutto il poema nell'Arthś sono limitate a questo punto, il che fa sorgere forti sospetti sull'autenticità di questo capitolo.

Indra è ricordato ben sedici volte nel Pañcatantra, e si può dire che in questo il Pañc. segua lo spirito indiano del periodo epico, che ha fatto a questo dio così larga parte. Indra è considerato nel Pañc. sopratutto come un re, largitore di beni, che ha conquistato il suo regno colle qualità di un guerriero, che lo mantiene colla liberalità verso i sudditi. Tra le molte imprese del dio, due se ne ricordano di preferenza l'uccisione di Vrtra, e la spaccatura della matrice di Dîti, perchè in ambedue queste imprese appare il carattere fedifrago del dio, e all'autore dei nîtiśāstra più che la leggenda e il mito importa la lezione pratica, che se ne può trarre.

Indra è il re degli dei, egli è forte e potente, però la sua potenza stessa non può far a meno degli accorgimenti della politica (Niti), le è inferiore nemmeno Śakra può soverchiare il re, che ha fatto suo il succo della Niti (P. 2. 17. H.).

Lo sciacallo azzurro rileva direttamente da Indra il suo potere

---

(1) Cfr. il dizionario di Pietroburgo alla voce Dandaka.

(2) Cfr. Kâm. Nît. I, 57 e seg., ed. Gan.

ākhandalena aham Candaravo nāma prabutvo ' bhishikta iti (1)

dove s'osservi come il textus simplicior sostituisca a Indra, Brahman, mentre il soprannome d'Indra è riconfermato per la tradizione più antica del testo anche dalla Tantrākhyāyika, segno non dubbio che all'A. del textus simpl. il mitico soprannome d'Indra, che pure ha così bella storia (2) nella letteratura epica e dei kâvya, era oscura, tanto che lo sostituì con quello ben più popolare di Brahman.

E a comprendere come si figurassero gl'Indi il regno d'Indra sugli dei, e come Indra divenisse ai loro occhi il modello del principe, ci aiutano alcune sentenze che togliamo alla ricca raccolta del Böhtlingk.

La potenza di Indra nel cielo appare come il supremo ideale alla cupidigia degli uomini (3), ideale, ahimè!, ben presto superato (4).

La natura d'Indra si trova nel principe (5). Gli dei godono del suo eroismo (paurușam) (6).

Nella gnomica come nel P. perdura il ricordo del primitivo significato mitologico del dio. Indra = cielo; come il cielo largisce la pioggia benefica, così il principe sarà liberale di doni e di benefici ai sudditi (7). A Indra largitore di pioggie alludono due stanze del P. (P. II. 146, H.) (8), e (I. 211, text. simpl.), sentenza attribuita a Vārāmihira, ma non si trova nella Brhatsamihtâ (9), omessa forse per il suo carattere astronomico.

Ad illustrazione di quest'ultima sentenza possiamo citarne due della raccolta di B. (10).

Se per il P. come per la gnomica Indra è il modello dei

---

(1) Pañc. ed. Hertel. pag. 69, lin. 7; aham brahmanā adya svayam eva sŗștvā abhihitah. Tex Simpl. di Kielhorn pag. 55. lin. 11,; aham ākhandalajñayā sakalaśvâpadakulapalanaksham* kșhititalam âgata iti. Tantrākhy. pag. 33, lin. 9.

(2) Trovasi questo stesso soprannome in Mrcch. 86, 10; Šak. 187, 108, 16; Râgh. 4, 83; Kumâras 3, 11; Megh. 15; così il P. W.

(3) B. 4699.

(4) B. 3791.

(5) B. 3863.

(6) B. 5383 e 5398.

(7) B. 5162 e 2228.

(8) Text. Simpl. II. 142.

(9) B. 5230.

(10) B. 1340, B. 6047, cfr. 2228, 5162, e 380.

re, i principi Pânduidi sono paragonati ad Indra e agli altri dei (P. III. 205, H.). Ma i passi più importanti su Indra nel P. sono quelli in cui si accenna all' uccisione di Vṛtra nonostante i giuramenti, e all'annientamento della progenie di Dîti, (P. II. 32, 33, H) (1). Ambedue si riallacciano alla dottrina del viśvâsa, o viśrambha, ossia della fiducia, che bisogna ispirare al nemico, per poi tradirlo, e il ritrovare lo stesso esempio citato allo stesso proposito nel Nîtisâra ci comferma che da tempo questa sentenza apparteneva alla nîti.

La ricca raccolta del Böhtlingk ci dà due altre sentenze oltre a questa, in cui Indra è rappresentato come fedifrago (2). In ambedue Indra rompe fede a Namuci. Altrove trattasi invece dell' uccisione di Puloman (3). Ambedue le sentenza accennano a miti, che fanno parte del ciclo epico.

Un' altra sentenza del P. ci dice come Indra per opera di Viśvakarman si fabbricasse una fortezza, (P. I. 189, H.), per timore di Hiranyakaśipu, figlio di Dîti, e come lei, nemico degli dei.

Esula però da questi accenni su Indra nel P. ogni soffio epico, il mito è citato sempre come un esempio, alla stessa stregua di un avvenimento storico. Son ricordati però nel P. gli attributi mitici del dio, il suo palazzo, la sua spada (P. I. 433, H.), il tuono, il fulmine (P. I. 67, 19, ed. Bühl.) e la forza magica del Indrajâla (P. 173, 5; 190, 7, ed. H.).

Indra ha anch' egli le sue debolezze (chidra); prima di queste l'amore. Nella raccolta di Böhtlingk abbiamo varî passi che riguardano i suoi rapporti con Ahâlyâ, pure anch'egli sarà vinto. Anch' egli passerà come migliaia di altri (4).

A questa suprema rovina di Indra il P. non arriva, v' è però qui un soffio di pessimismo che mal s' accorda collo spirito della Nîti. Conforme allo spirito della Nîti e in armonia colle dottrine dei chidrâni o punti deboli del nemico, con quella della necessità per un principe di saper dominare i proprî sensi sarebbero stati gli accenni agli amori di Indra con Ahâlyâ, accenni che troviamo copiosi nella letteratura epica, e nella gnomica, anzi gli accenni in questa letteratura sono tali e tanti, che il silenzio del P. su di essi ci par ancora più notevole.

(1) Simpl. II. 35; I. 113,

(2) Simpl. I. 115, II, 33, Kâm. Nit. IX. 67 ed Gaṇ.

(3) 206, MBh. 2, 1957; B 207.

(4) Bhartr. ed. Bohl. 2, 85; B. 3815.

Ben sette sentenze nella raccolta di Böhtlingk si riferiscono a questi miti.

Indra vi è dipinto vittima dell' amore (1), diventa quasi il simbolo dell' adulterio (2). Ed è tanto nota questa parte di Indra come adultero, che l' esempio suo è invocato dalle donne (3). Quest' ultima sentenza deve riferirsi a una leggenda un po' diversa da quella narrata nel R., dove non è detto che Indra si truccasse da Gautama. Si osservi pure che i passi surriferiti su Indra e Ahâlyâ sono tolti da kâvyâ, pare quindi che questo mito fosse uno dei preferiti dalla poesia aulica, dotta. Indra, il dio epico, è poi l' amico dell' eroe, di Daśaratha (P. III. 232, H.) (4); e i Panduidi sono paragonati ad Indra, Kubera e Yama (P. III. 205, H.) (5). Il monte Meru è custodito da Indra (Śakra) (P. I. 215, H.).

Indra è ricordato pure nel Nîtisâra, ma sotto l' aspetto tecnico, egli è il modello dei re; prospera quel popolo, che ha ottenuto un re come il grande Indra (Kâm. Nît. IV. 20, Gan.).

Citato come maestro di politica insieme con Puloman sostiene, come lui, che ogni circolo politico debba essere formato di sei principii (Kâm. Nît. VIII. 21, Gan.), passo, che ci aiuterebbe a vedere lui nel figlio di Bâhudantî (Kâm. Nît. X. 18, Gan.), ma il passo è dubbio.

Mediante il viśvâsa come già abbiamo visto nel P. annienta il feto di Diti (Kâm. Nît. IX. 67, Gan.). Sopprime l' amico di animo doppio Triśiras (Kâm. Nît. VIII. 75, Gan.). Vince gli Asura, mantrabalât (Kâm. Nît. XVI. 57, Gan.). Ricorre all' upekśâ con Parijâta (Kâm. Nît. XI. 21 Gan.).

In due punti il Kâm. Nît. si accorda col P., nel considerare Indra come il modello dei re e nell' uso del viśvâsa.

Nell' Arthaśâstra di Kautilya Indra e Yama rappresentano due aspetti del potere regale. Indra è il re come largitore di ricompense, Yama il re come punitore dei colpevoli. I. XIII. Il purohita d' Indra è anche qui Brhaspati I. XVIII.

---

(1) B. 1089; 2170; 3804.
(2) B. 2049; B. 3921.
(3) B. 5293.
(3) Tantrâkhy III. 137.
(5) Simpl. III. 194.

Riassumendo Indra è ricordato nel P. nel Nîtisâra e nelle sentenze, le sentenze considerano il dio sotto varî aspetti, ma specialmente sotto quello amoroso, il P. vi vede di preferenza il re, pur conservando un certo carattere mitico del dio largitore di pioggia, il Nît. cita le imprese del dio dal lato tecnico, per l' importanza che possono avere per la Nîti. Tutte e tre le opere considerano il dio sotto un aspetto speciale, non v' à tra di esse dipendenza maggiore di quella che possa venire da un fondo comune di cultura panindiana.

L'*ANIMUS* NEI TRATTATI INTERNAZIONALI

Nota del M. E. prof. Livio Minguzzi

(*Adunanza del 10 giugno 1915*)

I trattati di pace, che chiudono con forma giuridica le guerre riannodando relazioni diplomatiche normali fra Stati già belligeranti, non contengono mai fissazione di termine per la propria durata. Questa durata è clausola integrante dei trattati di alleanza, di commercio, di navigazione ed altri. I primi invece si considera che sieno stipulati in perpetuo, e si suppone che non debba, nè possa sorgere mai più alcun dissenso intorno a quanto è consacrato dai loro testi.

Ma se, oltrepassando la pura legalità ed esteriorità diplomatica, addentriamo lo sguardo nel contenuto politico e nella entità reale dei medesimi, ci accorgiamo subito che il valore di un trattato è ben lungi dal risiedere nell'esteriorità dei patti, nelle norme giuridiche di esso, nelle formulazioni diplomatiche. Nei trattati di pace, nei trattati stessi di alleanza, al di sotto dei patti o dentro ad essi, vive un contenuto morale. Il quale (con buona pace di quella filosofia giuridica che vagheggia immedesimate la morale e il diritto) pur troppo si rispecchia meglio nel concetto kantiano che li considera scissi, se non, peggio ancora, nel pessimismo hegeliano del dissidio e della contraddizione loro. Un contenuto spirituale adunque, se vi è sempre, non sempre traluce dai patti giuridici.

Quali le cause della possibile disparità fra lo spirito informatore e le convenzioni formali di un trattato?

A parte che nemmeno la filosofia giuridica, e la filosofia in genere, sono state mai pacifiche nel determinare diritto e moralità, (benchè spaziando nell' ideale non abbiano disturbo nè dalle condizioni di fatto nè da quelle passioni che, come disse il Malebranche, sono i vetri colorati della mente) è indubitato che molto sovente quello che sembra giusto ad un popolo è invece iniquo per un altro. Ma quasi non bastasse questa difficoltà nel riconoscimento del principio di giustizia, vi sono

sempre da calcolare la diversità rispettiva delle condizioni, in cui si trovavano gli Stati contraenti stipulando il trattato, il grado di libertà relativa in cui erano le parti in quel momento, la diversa importanza che avevano per l'uno e per l'altro contraente gli oggetti convenuti. Quindi ben più che le singole condizioni di un trattato, per apprezzarne lo spirito, bisogna guardare, scrutare quale fosse sinteticamente l'*animus* de' suoi contraenti.

Tutto ciò è vero di qualsiasi trattato; ma, assume poi un carattere preponderante nei trattati, i quali contengono rinuncie e cessioni territoriali, e particolarmente talune cessioni. Perchè riguardo ai territori, ve ne sono bensì di quelli che hanno un legame lieve con gli Stati di cui fanno parte, e questi se ne distaccano senza difficoltà. Ma altri ve ne sono i quali storicamente ed etnicamente formano parte integrante dello Stato cedente; e allora questo, nel rinunciarvi, si sente come strappare una parte della propria persona, un brandello delle proprie carni.

E chi potrebbe in verità parificare un trattato che, pur producendo un dissenso momentaneo tra due Stati, ben presto però li pacifica e li riamica, con un trattato, nel quale il vinto, lacrimando e dibattendosi, si assoggetta alla dura legge impostagli dal vincitore? Chi confrontare un trattato di semplice onere pecuniario, con quelli in cui il vinto deve consegnare al vincitore anche una parte del sacro suolo della patria? Chi fingere di non vedere che in questa seconda specie lo spirito informatore e l'*animus* fanno il contrasto più stridente e più sanguinoso con le disposizioni giuridiche del trattato stesso?

Facile mi sarebbe trascegliere grande copia e degli uni e degli altri dalla storia dei trattati, se non ostasse la brevità di una nota. Ne accennerò solo due; dei quali uno patrio, quello tra Austria e Sardegna del 9 agosto 1849.

Dopo Novara, come è noto, il Radetzky nello storico colloquio di Vignale aveva fatto a Vittorio Emanuele proposte di pace, favorevoli e persino affettuose, se avesse voluto revocare lo Statuto. Il giovane sovrano aveva risposto sdegnosamente che se sapeva subire la condizione di vinto, non avrebbe accettato mai quella di fedifrago verso i giuramenti paterni. Ne derivò quindi il trattato suddetto, con condizioni tutt'altro che miti. Ma da quel giorno l'Austria, intendendo quale era l'animo di re Vittorio Emanuele, comprese così chiaramente il carattere provvisorio del trattato, che per tutto quel decennio non ristette un momento dal minacciare guerra al Piemonte, e finì col dichiararla essa stessa nel 1859.

Similmente, il trattato di pace del 10 maggio 1871 tra Francia e Germania illuse forse quest' ultima della durata della pace, malgrado essa fosse convinta di ricuperare provincie originariamente ed etnicamente germaniche? In quel giorno stesso Bismarck pronunziava le profetiche parole: « dovremo difendere per secoli ciò che abbiamo conquistato in poche settimane ». Nè le sollecitudini e cortesie usate pel passato da Guglielmo II alla Francia e riconosciute come tali dal Pinon (1) e da altri scrittori francesi, hanno servito nè potevano servire a scongiurare una nuova guerra. Il Gambetta aveva fatto bensì ai suoi concittadini la celebre raccomandazione « pensons' y toujours, n'en parlons jamais »; ma neanche il silenzio, ove fossevi stato, avrebbe ingannato la Germania. La quale, ben conoscendo la ineluttabilità di una nuova guerra, mostra dall' agosto scorso che colossale preparazione avesse saputo fare.

Ora, trattati come questi si possono considerare alla stessa stregua di quelli coi quali, ad esempio, l'Austria retrocesse all'Italia il Lombardo-Veneto? Ha forse Austria allora piegato sotto il peso di circostanze, alle quali non si poteva sottrarre? Non vi fu allora dalla parte austriaca un grado di volontarietà che è mancato assolutamente e al Piemonte nel 1849 e ella Francia nel 1871?

È noto d'altra parte che nel 1859, anche dopo Solferino, l' esercito austriaco, malgrado le sconfitte, si trovava ancora in condizioni favorevoli, anzi in condizioni tali da proseguire la guerra con fiducia e con probabilità. Nondimeno l'Austria preferì di cedere la Lombardia. Ciò non solo per sue convenienze (gelosa della Prussia, non ne voleva l'aiuto), ma anche con palese omaggio all'italianità del paese ceduto. Poichè in uno dei tre trattati stipulati a Zurigo il 1 novembre 1859 a conclusione di quella guerra, è detto testualmente che accetta la pace per « *contribuire a fondare sopra basi solide e durevoli l'indipendenza interna ed esterna dell'Italia* ». Sicchè *l'animus* della parte contraente non poteva manifestarsi in maniera, non so se sincera, ma certo non più esplicita di così.

(1) Il Pinon, nella interessante opera *France et Allemagne* (1870-1913) (Perrin e C. 1913) pubblicata pochi mesi prima della presente guerra dichiara che « dal suo avvenimento al trono l' imperatore Guglielmo II ha côlto ogni occasione per dare alla Francia testimonianza de' suoi sentimenti cortesi ». E, citati alcuni esempi, aggiunge che l' imperatore non ha mai celato di desiderare vivamente un ravvicinamento alla Francia. V. p. 88 e segg. e molti altri punti dell' opera.

Nel trattato poi del 3 ottobre 1866 non è replicata la significante dichiarazione anzidetta, ma vi è compresa implicitamente, non essendo tale trattato che l' integrazione e l' allargamento del primo.

Di più altri fatti dimostrano che l'Austria nutriva realmente il proposito di chiudere una buona volta la controversia italiana.

Uno anteriore alla guerra è significantissimo. Esso è precisamente l' offerta di Venezia fattaci ripetutamente, a mezzo di Napoleone III, prima che si aprissero le ostilità nel 1866; offerta da noi ricusata doverosamente, per non mancare alla parola che avevano impegnata con la Prussia.

L' altro fatto, per non dir altro, è un singolare episodio non registrato nelle storie, ma ben noto ai patrioti veneti che vi hanno partecipato, dalla cui bocca io l' ho appreso. Il maresciallo Le Boeuf, incaricato da Napoleone III di ricevere la Venezia dai plenipotenziari austriaci, con una semplicità soldatesca davvero inverosimile ed uno *chauvinisme* caratteristico, si era messo in mente di annettere alla Francia la regina dell' Adriatico. La cosa davvero imbarazzante sorprese le stesse autorità austriache; e, di comune accordo fra la popolazione e quella polizia che aveva represse tante volte con violenze inaudite le manifestazioni italiane, fu organizzata una immensa dimostrazione popolare lungo il Canal Grande e in Piazza S. Marco, per fare comprendere al plenipotenziario francese l' assurdità di quella sua idea e l' impossibilità di persistervi.

Infine la visita che Francesco Giuseppe restituì a Vittorio Emanuele II nell' aprile 1874 in Venezia, da lui appositamente prescelta, e si compì fra acclamazioni popolari, pose il suggello definitivo ai trattati del 1859 e del 1866; sicchè nessuno moralmente avrebbe potuto supporre nell'Austria oblique mire di riconquista senza recar offesa al nome e alla lealtà degli Absburgo.

Ben diverse invece procedettero le cose da parte nostra.

La guerra del 1859 aveva avuto per obbiettivo di rendere l'Italia libera dall'Alpi all'Adriatico. Se l'impresa fu troncata a Villafranca (ed è nota la drammatica scena tra Cavour e Vittorio Emanuele a Monzambano), tutti sapevano che il trattato di Zurigo del 10 novembre 1859 rappresentava una tappa e non già una conclusione.

La guerra del 1866 poi fu intrapresa da noi (si noti bene) non per liberare Venezia soltanto, ma pel Trentino, Trieste e l' Istria, fino al « Quarnaro », come dice Dante, « Che Italia

chiude e i suoi termini bagna ». E il grosso volume testè pubblicato da un Comitato di fratelli nostri, ancor soggetti all'Austria, col titolo « Il diritto d'Italia su Trieste e l'Istria — Documenti. (Bocca, Torino 1915) », prezioso volume che non si legge, malgrado l'aridità de' suoi documenti, senza viva commozione patriottica, riporta le dichiarazioni diplomatiche e gli sforzi disperati, fatti sopratutto dal Ricasoli, allora presidente del Consiglio, per conseguire tutte le terre italiane.

Alla loro volta le operazioni militari di Garibaldi e di Medici nel Trentino, così audaci e brillanti, troncate col celebre « Obbedisco », dimostravano che l'Italia poteva piegarsi bensì alle necessità del momento, ma non dichiararsi saldata mai col solo acquisto della Venezia.

Questo non era un mistero per l'Austria. Essa medesima non poteva seriamente pretendere non si comprendesse (1).

Nè si potrebbe obiettare che comunque quei trattati fanno stato. Perchè essi, come tutti gli altri, se fanno stato per ciò che è trascorso, però non ipotecano affatto l'avvenire, dal momento che non vi sono al riguardo delle dichiarazioni esplicite. Credo altresì che una rinuncia assoluta potrebbe aver forza nei trattati stipulati in condizioni di libera scelta e di parità; non già in quelli nei quali vi sono un vinto ed un vincitore. In questi la volontà di chi subisce una legge non è pari alla volontà di chi l'impone e la detta. Potrà tornare comodo alla parte vittoriosa fingere d'ignorare le aspirazioni incompiute dell'altra; ma è assurdo supporre che, se per forza di circostanze si è costretti a soprassedere alla realizzazione di quello che si crede un proprio diritto, si avveri con ciò una prescrizione od una rinunzia, perchè i diritti dei popoli nè si prescrivono nè si rinunziano mai.

Perciò mi parrebbe ben assurdo ancora che si pretendesse di spingere la forza della Triplice alleanza, venuta in seguito, fino a darle il valore di una rinuncia dell'Italia a favore del-

---

(1) Tra i documenti che potrei addurre in gran copia a prova delle ripetute manifestazioni italiane all'epoca del trattato di Vienna sulle terre che rimanevano in possesso dell'Austria, mi limito alle poche ma bene significative parole della circolare che il 15 novembre 1866 il barone Bettino Ricasoli dirigeva ai Prefetti e a Commissari del Re «.... l'Italia, sicura di sè, può attendere ormai le occasioni propizie a conseguire *ciò che ancora le manca* e intanto guardare posatamente dentro a sè stessa e provvedere ... ».

Per la parte documentaria rimando alla cit. op. « Il diritto d'Italia su Trieste e sull'Istria ».

l'Austria degli interessi e diritti italiani rimasti in sospeso nel 1866.

Quando sotto l'impero di circostanze che oggi sarebbe penoso rievocare, l'Italia desiderò dapprima l'alleanza germanica, ed avuta risposta che la Germania non poteva scindersi dall'Austria-Ungheria, il 20 maggio 1882 stipulò il noto trattato con le due potenze teutoniche, i sentimenti e le aspirazioni rimaste insoddisfatte e vive dopo il 1866, sui territori italiani in possesso dell'Austria, non erano vivaddio un mistero per alcuno. Tutt' al più l' alleata poteva sperare che, sotto l' impero delle circostanze, noi temperassimo, restringessimo, procrastinassimo le nostre aspirazioni. Nè si sarebbe ingannata, giacchè per anni ed anni, tacendo di tutto, ci siamo limitati a chiedere solo un po' di umano trattamento pei nostri fratelli soggetti ad essa. Quando poi nel grande cataclisma europeo è venuta l' opportunità di regolare anche questo partita, il *Libro verde* (1) prova la grande discrezione dell'Italia, che pur dolorosamente rinunciava al sogno del tricolore sventolante dal colle di S. Giusto. Il quale accomodamento si è potuto chiedere da un lato, e si poteva concedere dall' altro, senza uscire dalla Triplice, come dimostra all'evidenza l' art. 7 del trattato oggi venuto a pubblica conoscenza. Il quale stabilendo il principio dei compensi, rendeva possibile il soddisfacimento di alcune delle nostre aspirazioni nazionali, nel caso di quello che il vecchio Balbo aveva chiamato l' « *inorientamento* » dell'Austria. Sicchè di tutto ci si può incolpare meno che di mancanze, o anche di reticenze e di colpevoli silenzii.

Ma io ammetterò anche che l'Austria si opponesse a queste richieste ed armasse formidabilmente, come si è visto, ai suoi confini, mentre noi « in tutt'altre faccende affacendati » a tutto pensavamo meno che ad aggredirla. Gli è che gli ultimi fatti hanno squarciato il velo che ricopriva la sorda trama ordita

(1) Non sarebbe neppur necessario citare a questo punto i due poderosi discorsi del Presidente del Consiglio on. Salandra e le mirabili note diplomatiche del Ministro degli Esteri nel Libro Verde, tanto sono e resteranno presenti alla memoria degli italiani, se nel trattare tale argomento, non mi sembrasse doveroso il segnare a titolo d'onore negli atti del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere i nomi di questi due insigni Statisti che onorano al tempo stesso la politica e gli studi.

Bibliograficamente è raccomandabile la pubblicazione dell' Ed. Treves, col titolo *Diario della guerra d'Italia*. Nella prima puntata si trovano i due discorsi dei Presidente del Consiglio.

ai nostri danni, ed allora si è vista cosa ben più grave, e cioè che *l'amica ed alleata si preparava non già a difendersi ma ad offenderci.*

Non parrà vero, anzi direi nemmeno verosimile; eppure sta il fatto che *si stava apparecchiando un'aggressione ed un'invasione del territorio italiano.*

Ed infatti a che prò nel giro di pochi anni l'Austria sarebbe stata in procinto di farci la guerra per ben due volte, come è matematicamente certo malgrado le sue immancabili smentite, se non vi fosse stato prima un proposito deliberato? A che prò durante la guerra libica ci ha impedito sempre di raccogliere il miglior frutto del valore del nostro esercito, e ci ha sollevato tutta quella serie di difficoltà e di ostacoli, che ci sono costati tempo, milioni e soldati? A che pro' essa si era assicurata (e si noti bene!) per una possibile aggressione contro di noi persino l'annuenza della Russia?

Evidentemente perchè meditava di aggredirci. E se questa aggressione le fosse riuscita ed i suoi eserciti avessero posto piede nell'antica capitale del Lombardo-Veneto, oh! chi può illudersi che non vi si sarebbero impiantati, mentre noi non avremmo potuto calcolare più sull'appoggio germanico, trovandoci per giunta isolati interamente in Europa?

Certo non è giunto ancora il momento di sollevare il velo di questi pravi intendimenti che l'Austria nutriva contro la sua alleata italiana.

Mi basterà solo addurre due autorità, le quali convalidano cotesta mia asserzione.

La prima è questa del Dudan, un italiano appartenente all'Austria, il quale lavorando dal 1903 intorno alle condizioni dell'Austria ed ai suoi intendimenti aveva condensato in due volumi un'enorme mole di ricerche e di riflessioni, col desiderio di persuaderci a non danneggiare con moti inconsulti la tranquillità degli italiani in Austria.

L'altra è quella di un inglese, Enrico Wickham Steed, che vivendo per oltre dieci anni in Austria, ha composto un'interessante opera, non già per combattere la monarchia austro-ungarica e tanto meno favorire le nostre aspirazioni irredentiste, ma per richiamare l'attenzione sopra alcune deficienze dell'Austria e per suggerirle rimedii.

Ebbene! questi due scrittori davvero non sospetti, concordano nel corroborare le affermazioni che ho fatte precedentemente, sebbene quando lessi questa nota non conoscessi ancora queste due notevoli fonti di studio. Riporterò solo un qualche cenno, consigliando la consultazione delle opere.

Afferma adunque il primo che l' *irredentismo* veniva mantenuto artificialmente nell'esercito e nel popolo austriaco « come un comodo spauracchio, *mentre ne mancava effettivamente la ragione* »; e ciò per influire sul governo e per spingere il paese verso quella politica che era desiderata dalle classi dirigenti. « La camarilla di Vienna ed i suoi fautori accusano sempre l'irredentismo italiano per proprio comodo e a discolpa propria, dinnanzi all'imperatore perchè sancisca leggi antitaliane, dinnanzi al parlamento perchè le voti, dinnanzi al pubblico perchè paghi gli armamenti di terra e di mare contro l' Italia ».

E Wickham Steed, fra tante cose interessanti a consultarsi, descrive così l' animo della società austriaca verso l'Italia. « Alla Corte, salvo che nell'animo dell' imperatore, al ministero degli affari esteri, sebbene non sempre nell'animo del ministro, nella società aristocratica, nell'esercito e marina, e nella chiesa particolarmente, le influenze e gli intrighi si sono sempre esercitati da quando l' unità d'Italia è un fatto compiuto, per reclamare la *punizione dell' Italia*, e *per propagare la fede in nuove vittorie nelle pianure di Lombardia e nella Venezia, ed in altre future battaglie come quella di Lissa* ».

« Fino a questi ultimi tempi, aggiunge il detto autore, il corpo dell'ufficialità austriaca veniva indirizzato a considerare e designare ai semplici soldati l'*Italia come la nemica*. E coloro i quali, conversando con ufficiali austro-ungheresi, si azzardavano a mettere in dubbio la necessità di una guerra con l'Italia, ovvero affermavano che sarebbe stata tutta a vantaggio della Germania, erano trattati come degli amabili visionari o degli intriganti ».

Tale adunque il sentimento dell' Austria-Ungheria verso di noi, sentimento non immaginato mai da noi stessi, ma attestato irrefragabilmente da giudici non sospetti (1).

Senonchè nulla si fa nella vita senza una causa, anche se questa talvolta più che reale sia imaginaria; e l' Austria aveva effettivamente una causa che la spingeva ad agire in questo modo.

(1) Solo dopo aver fatta all'Istituto la presente comunicazione, mi è riuscito di procurarmi il secondo volume, testè uscito, dell'opera citata del DUDAN « La monarchia degli Absburgo. Origini, grandezza e decadenza. Con documenti inediti » pubblicata dal solerte editore G. B. Bontempelli di Roma. E perciò ora posso inserire alcune parole che servono

Questa orgogliosa monarchia è, come si sa, un mosaico di nazionalità diverse, lottanti fra di loro. Senza un cemento che le unisca, essa non potrebbe sussistere; andrebbe inesorabilmente in frantumi. Dove v'è divergenza di tendenze, di sentimenti ed interessi, solo l'odio può tenere unita una compagine che si sfascia. L'odio ha una forza di aggregazione come non la possiede nessuna virtù umana. Esso vince gli attriti, le contraddizioni; è ignobile, è perverso, ma più potente pur troppo della stessa nobile coscienza che un popolo può avere del diritto proprio e della propria unità.

---

di conferma alle opinioni che mi ero formato da tempo sulle condizioni dell'Austria-Ungheria e sopra i suoi intendimenti verso l'Italia. Intanto mi valgo di questa occasione per raccomandare la lettura delle due opere che possono aiutare gli studiosi e gli uomini politici a porsi in grado di giudicare con cognizione quelle questioni.

L'A. della prima opera è dalmata; e dopo i primi studî compiuti a Spalato, si è laureato in legge nella Università di Vienna. Presidente dello studentesco Circolo accademico italiano a Vienna, collaboratore dapprima in Dalmazia del giornale italiano « Il Dalmata » di Zara, poscia corrispondente della « Tribuna » da Vienna, ha pubblicato numerosi scritti su tali questioni, e raccolto quell'ampio magnifico materiale che gli ha servito ai due volumi e gli auguriamo gli serva presto a qualche opera aggiuntiva sopra un argomento così interessante. Nato suddito austriaco, non ha mai nascosto i suoi sentimenti italiani, malgrado qualche arresto e qualche condanna; attualmente è arruolato in Italia, e divenendo così completamente ed altamente italiano a lui ed a noi auguriamo che anche la sua terra natia divenga italiana.

Lo Steed, redattore del « Times », ha vissuto come corrispondente prima per un decennio circa a Roma, poi altrettanto a Vienna, e attualmente dirige nel giornale londinese la politica estera. Contrario come inglese alla Germania, desiderando il distacco dell'Austria da essa, vagheggia una monarchia absburghese che sia meno tedesco-magiara e diventi più slava. Sebbene per tale ragione non possa essere propenso alle aspirazioni italiane, pure io, come italiano, tengo assai conto della sua opera, in quanto interessa assai l'udire dalla bocca imparziale di uno straniero la testimonianza irrefragabile della mire bieche e feroci dell'Austria contro l'alleata italiana.

Infine mi sembrerebbe di mancare verso un connazionale se non citassi come importante, per l'argomento e per lo sviluppo, anche l'opera del GAYDA, *L'Austria di Francesco Giuseppe* (II ed. Torino, Bocca 1915) che mi ha già fatto ottima impressione, sebbene non abbia potuto valermene, avendone cominciato appena la lettura, mentre sto licenziando queste pagine.

Un tempo l'odio austriaco si appuntava sull'antica rivale, la Prussia; ne' il grande atto di Bismarck (che nel 1866, solo, contro tutti, re e principi, esercito e popolo, aveva impedito l'ingresso in Vienna dei soldati prussiani, giunti a soli 40 chilometri da Schoenbrun, per risparmiare all'Austria quella cocente umiliazione e non compromettere così l'avvenire) era riuscito ad ammansare gli animi della società austriaca. Sicchè nel 1869 quando, in previsione di un conflitto franco-prussiano, si trattò di un'alleanza italo-franco-austriaca e Vittorio Emanuele pose come condizione *sine qua non* l'occupazione italiana di Roma, il conte Beust (1), per quanto primo ministro della cattolicissima Austria, vi aderì di buon grado, tanto gli premeva di poter combattere la Prussia. Se l'alleanza non si strinse, fu per causa di Napoleone III, che si oppose alla nostra andata a Roma, perchè il suo popolo non lo avrebbe tollerato.

Questo sentimento di avversione dell'Austria contro la Germania non scomparve nemmeno con la Duplice, poscia divenuta Triplice. Il legame con la Germania pesava agli austriaci assai più di quello con l'Italia. E la critica, che io stesso ho udito da austriaci di altissima condizione sociale e politica, e con cui nei circoli aristocratici di Vienna si è attaccato sempre il *Dreibund*, era quello di uno stolto sacrificio che Italia e Austria compivano per garantire all'impero germanico il possesso pacifico dell'Alsazia-Lorena.

Ma oggi le condizioni sono mutate profondamente. Rimangono bensì alcuni superstiti dell'antico odio contro la Prussia nell'aristocrazia e nel popolo; ma le nuove generazioni non hanno ereditato che in piccola parte questo sentimento anti-

(1) Di queste trattative di alleanza ebbi occasione di parlare in tre articoli da me pubblicati nel « Corriere della Sera » (luglio 1907) dopo la morte del Conte Costantino Nigra, a proposito di narrazioni politiche che Egli mi aveva fatto.

Faccio rilevare che il sassone conte von Beust, essendo protestante, non faceva alcuno sforzo personale ad ammettere l'occupazione italiana di Roma; ma la cosa ha valore in quanto egli non poteva non interpretare l'animo di Francesco Giuseppe, il quale aveva tanta fiducia in lui, che dopo averlo nominato barone nel 1867, proprio allora (5 dic. 1868) gli dava nuova prova di stima nominandolo conte. L'assenso dell'Austria in quel momento dimostra quanto le premesse allora di combattere la Prussia, tanto più se si pensa che l'imperatore d'Austria non ha poi dopo in tempi tranquilli neppure ricambiata la visita del Re d'Italia per non offendere il Vaticano venendo a Roma.

germanico; mentre d'altro canto la lotta interna fra le nazionalità, continuando più viva che mai nella monarchia degli Absburgo, ha distratto ed assorbito quasi integralmente l'attività delle popolazioni austriache.

Io ricordo la sorpresa generale quando si seppe che in Austria il Ministero di Stato proponeva di abolire l'antiquato metodo del voto per curie, come era giusto di fare, per sostituire all'improvviso il radicale *suffragio universale*. Poscia più ancora quando quel Ministero, d'accordo con l'imperatore, rifiutò perfino il timido temperamento proposto nel Reichsrath del « voto multiplo », che avrebbe corretto e frenato, come nel Belgio, il tumultuario suffragio universale.

E perchè mai questo improvviso amore della reazionaria Austria per un principio così giacobino? Perchè si era sperato che l'onda travolgente del suffragio universale, rovesciandosi sui contrasti sempre crescenti delle nazionalità, li avrebbe sommersi sotto le onde dell'eguaglianza politica. E si ebbe l'edificante spettacolo del vecchio autocrate che aveva segnate tante condanne capitali, il quale non si peritava di fare assegnamento sul socialismo austriaco ed attendere da esso la salvezza dell'Impero.

In qualche parte infatti il socialismo servì egregiamente le viste del Governo, come ad esempio in Trieste, dove, alleatosi al funzionarismo governativo e al contadiname slavo, si scagliò contro l'elemento italiano, che è il fiore della città. Ma in generale le lotte delle nazionalità continuarono egualmente aspre, inacerbite per di più dalle perturbazioni del socialismo.

Svanita tale speranza, per vincere queste lotte, e dominare il fiero dissidio interno, non restava che una potenza irresistibile, la guerra. Essa avrebbe soffocate le discordie, fuso in un solo sentimento le diverse nazionalità, e cementato col sangue le parti sgretolantisi del grande impero. Perciò ancor più dell'imperatore, l'arciduca ereditario defunto, già disilluso del suffragio universale, sul quale aveva contato tanto, era il depositario di questo concetto, ed il partito feudale-cattolico-militare se ne faceva il propagandista e l'apostolo.

Ora è evidente che la guerra alla Serbia minacciata nel 1913 e poi prorogata, non sarebbe bastata. Qualcosa di più grande sorrideva a questo partito: lacerare con la spada i trattati di Zurigo e di Vienna, invadere le terre italiane, inebbriare con la vittoria il popolo austriaco, riconquistare alla corona d'Absburgo quella splendida gemma che era il perduto regno del Lombardo-Veneto.

Questo era dunque il sogno della vittima di Serajevo, del principe ereditario Arciduca Francesco Ferdinando, che sperava così d'infondere nuova vita nel barcollante impero. Questo il pensiero dominante del Capo di Stato maggiore, Conrad von Hoetzendorf, anelante a rinverdire le omai lontane glorie di Radetzky. Questo il pensiero della *camarilla* guelfo feudale dominante a Corte.

Noi vogliamo credere che ciò non avrebbe potuto avverarsi e che gli italiani si sarebbero fatti seppellire tutti sotto le macerie delle loro città piuttosto che ricadere sotto la dominazione straniera. Ma dobbiamo riconoscere che le speranze austriache avevano una certa base nel gran consumo di forze che l'Italia aveva subìto nell'eroica ma ponderosa guerra di Libia, come anche da un lato nell'ingiustificato ma grande accasciamento degli anni precedenti. e dall'altro nella disistima in cui dopo Adua era caduta l'Italia. Ci credevano morti anche prima di combatterci.

Tutto ciò traspare chiaramente dall'intonazione altezzosa dei proclami imperiali ed arciducali che aprirone la guerra. Nei quali per pudore diplomatico non si reclama direttamente ed esplicitamente ciò che fu ceduto coi trattati del 1859 e del 1866, chè sarebbe stata imprudenza. Ma lo si fa indirettamente, ma pur chiaramente: rievocando i nomi di coloro contro cui i nostri padri combatterono a morte e che personificano nella storia e nel pensiero nostro l'iniqua dominazione di un tempo.

Oh no, questo procedere, rivelatore dei veri intendimenti dell'Austria, non è degno della lealtà che è il dovere e il decoro di un grande impero. Ma noi siamo certi che l'esercito e il popolo italiano sapranno dare agl'insulti austriaci la meritata più degna risposta.

SOPRA UN'ASSOCIAZIONE REGOLARE
DEL RUTILO COLLA CALCITE
DELLA VAL DEVERO (*OSSOLA*)

Nota di Angelo Bianchi (1)

(*Adunanza del 1 luglio 1915*)

Numerose associazioni regolari, sia del *Rutilo*, che della *Calcite* con altri minerali, sono note; alcune già conosciute fin dalla prima metà del secolo scorso, ed indicate nel- " l'Handbuch " di Breithaupt; altre in seguito studiate. E basterà, volendo ricordare le principali, ch'io citi, fra quelle riportate nei lavori in proposito del Wallerant (2) e di Mügge (3), le associazioni regolari di:

a) Calcite con *Anfibolo*, *Aragonite*, *Baritocalcite*, *Dolomite*, *Ematite*, *Mica*, *Quarzo* ecc...., oltre a quelle artificialmente ottenute, e studiate pochi anni or sono da Th. V. Barker (4).

b) Rutilo con *Anatasio*, *Brookite*, *Corindone*, *Ematite*, *Magnetite*, *Mica* etc.

Classica fra queste la associazione regolare di rutilo con ematite, osservata da Breithaupt (5) già nel 1836, studiata

---

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Mineralogia della R. Univ. di Pavia, 1915.

(2) M. F. Wallerant - *Sur les groupements de cristaux d'espèces différentes*. Boll. Soc. Fran. de Min. - 1902 - Bull. N. 7 180.

(3) O. Mügge, *Die regelmässingen Verwachsungen von Mineralen verschiedener Art*. - N. Jahrb. f. Miner. etc. Beil - B. XVI. 335. 1903.

(4) Th. V. Barker, *Untersuchungen über regelmässinge Verwachsungen*. Zeitschr. f. Krystall. und. Min. - 1908, 45. 1.

(5) A. Breithaupt, Handb. Min. 1836, I. 309; 1847, III, 794.

poi nel 1862 da G. vom Rath (1), che confermò la nota legge dal primo emessa, legge che, accettata da altri autori, venne più recentemente modificata da Baumhauer (2), e la cui esatta interpretazione ci diede infine il prof. Viola (3) nel 1908.

Nessuna associazione regolare mi consta invece esser finora conosciuta fra Rutilo e Calcite, e poichè ebbi la fortuna di osservarne una nel materiale da me raccolto in Val Devero, credo interessante descriverla.

L'esemplare che è oggetto di questa nota, consta di un sottile e lungo cristallo di rutilo che traversa e sostiene un cristallino limpido di calcite, e che trovavasi impiantato, fra altri cristalli di calcite e aghetti di rutilo variamente intrecciati, in un geode di calcescisti, all'imbocco dell'Alpe Devero.

La fotografia mostra evidentemente la disposizione dei due individui, che vi risultano ingranditi, essendo la lunghezza del rutilo di circa 7,5 mm.; e le proporzioni del cristallino di calcite: 1,5 mm. di altezza, secondo l'asse verticale, per 1,7 mm. circa di larghezza.

Le forme del rutilo sono:

$$a = \{100\} \quad , \quad m = \{110\} \quad , \quad r = \{320\} \quad ,$$
$$s = \{101\} \quad , \quad z = \{321\} \quad ,$$

Trattandosi di forme ben conosciute, credo inutile riportare i valori angolari che servirono alla loro determinazione. Si nota nel cristallo un maggiore sviluppo della faccia: (230) del prisma, e corrispondentemente della (231) fra le facce terminali. Queste due trovansi nella fotografia rivolte verso l'osservatore, in perfetta ombra, mentre vedonsi bene, a sinistra, in luce, la faccia (320) del prisma a la corrispondente (321) della bipiramide ottagona. Le facce terminali del rutilo sono lucentissime, e anche le posteriori, assai piccole, danno ottime

---

(1) G. vom Rath, Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesellsch. 1862, XIV. 414. — Idem, Min. Mitt. Poggend. Ann. 152, 21, 1874.

(2) H. Baumhauer, *Ueber die regelmässige Verwachsung von Rutil und Eisenglanz*, Sitzb. d. K. preuss. Akad. der Wissensch. Berlin, 1906, 322.

(3) C. Viola, *Sopra un esemplare di ematite con rutilo di provenienza dubbia*, Rend. R. Accad. dei Lincei, 1908, II. pag. 437.

» » *Sull'associazione del rutilo con l'ematite*, Rend. R. Accad. dei Lincei, Roma 1908, II°, pag. 554.

immagini riflesse per le misure angolari; quelle del prisma presentano poche e marcate striature longitudinali, fra altre sottili.

Del cristallo di *Calcite* si presentano nella fotografia, ben distinte, le tre facce superiori del romboedro ottuso inverso,

$$e = \{01\bar{1}2\}$$

discretamente piane, ma non molto lucenti, e con una finissima ed incerta striatura, secondo la loro brachidiagonale. Tuttavia le misure ottenute per l'angolo fra due di esse: 44°, 45′ — 44°, 57′ — 45°, 14′ — 45°, 15′, con media di:

45°, 6′, 30,

concordano abbastanza col valore: $e : e' = 45°, 3'$, dato dal Dana (1) per la forma citata.

Col romboedro inverso trovasi combinato un romboedro diretto acutissimo, che è forse prossimo al romboedro di 1ª specie, già noto: $\varrho = \{16.\ 0.\ \overline{16}.\ 1\}$, e sembra anche più acuto. Il vero simbolo non si può determinare, sia per la poca specularità, sia per l'incurvamento delle facce.

I vertici determinati da due facce di questo romboedro con una del precedente, sono modificati da faccettine triangolari, lucenti, ma più o meno arrotondate. Tre misure ottenute tra le faccette stesse: 37°, 2′ — 37°, 15′ — 37°, 31′, con una media di: 37°, 17′ portano a determinare le dodici facce triangolari come appartenenti allo scalenoedro diretto di simbolo:

$$F = \{42\bar{6}1\}$$

pel quale l'angolo corrispondente calcolato è, pure secondo il Dana, (Cost. Malus, Wollaston).

$$F : F' = 37°, 30' .$$

Nell'interno del cristallo di calcite è racchiuso un'altro sottile aghetto di rutilo, che sembra avere direzione parallela al cristallo principale.

Nell'eseguire le misure goniometriche per la determinazione delle forme riportate, osservai alcune relazioni fra facce dell'uno e facce dell'altro individuo, delle quali sono attendibili solo quelle in cui entrino le facce del romboedro $e = \{01\bar{1}2\}$ della calcite, le altre essendo troppo incerte. Le dette relazioni sono le seguenti:

(1) Dana. *The System of Mineralogy*. Londra, 1892, 262.

a) Aggiustate per la misura le due facce della calcite: $e_1 = (01\bar{1}2)$ ed $e_2 = (\bar{1}012)$ (che sono appunto, nella fotografia, rivolte verso l'osservatore), trovai in zona la citata Z = (231) del rutilo, inclinata di 11°, 15′ sull'una e di 34° sull'altra. S'illuminavano pure, girando il disco, la ($\bar{2}$31) e la (100) del rutilo, ma, la prima uscendo dalla zona, e la seconda in zona, ma con troppe immagini riflesse per poterne stabilire la posizione.

(*b*) Nella zona: [3$\bar{2}$0] del rutilo trovai la terza faccia del romboedro ottuso della calcite: $e_3 = (1\bar{1}02)$, a *64°, 51′* dalla: (230).

La misura dell'angolo fra (01$\bar{1}$2) della calcite e (110) del rutilo diede il valore di: *20°, 5′*.

Pensando naturalmente alla possibilità di un'associazione regolare fra i due individui, provai a portare nella proiezione del rutilo i poli dalle facce della calcite.

Partendo dalla seconda relazione citata, (*b*), segnai il polo della faccia $e_3 = (1\bar{1}02)$ sulla zona [3$\bar{2}$0] ed esso venne a cadere all'intersezione di questa colla zona [11$\bar{1}$] (1).

Poi, come intersezione dei due luoghi di punti distanti: 20°, 5′ da (110) e 45°, 6′ $^1/_2$ da $(1\bar{1}02)$, trovai il polo della faccia $e_1 = (01\bar{1}2)$, che cade sulla zona: [$\bar{1}$10] del rutilo. Infine portai in proiezione i poli della base e della terza faccia di romboedro della calcite: $e_2 = (\bar{1}012)$, servendomi dell'angolo calcolato: $c : e_2 = (0001) : (\bar{1}012) = 26°, 15′$, e ancora di $e_2 : e_1 = e_2 : e_3 = 45°, 6′, 30″$.

Non solo potei allora verificare graficamente gli angoli osservati di $(01\bar{1}2)$ e $(\bar{1}012)$ della calcite, con (231) del rutilo, ma, tracciata la zona: [$2\bar{2}01$] della calcite, passante per queste tre facce, mi risultò che veramente essa comprende la $a = (100)$ del rutilo e passa vicino a $z = (\bar{2}31)$. Così venne confermata la prima relazione osservata: (*a*).

Continuai allora la proiezione della calcite: le facce del

(1) In tale posizione si proietterebbe pel rutilo una faccia di simbolo: (235), che però non trovasi fra le forme finora note per questo minerale. Calcolando allora l'angolo misurato: (230): $(1\bar{1}02)$, come angolo del rutilo: (230): (235), s'ottiene, colla costante riportata dal Dana: (c = 0,644154, Miller) il valore 64°, 43′, prossimo al valore misurato: $z : e = 64°, 51′$, il che giustifica e rende sicura la scelta della relazione *b)* come base per la proiezione del gruppo.

romboedro di sfaldatura $\{10\bar{1}1\}$ e dello scalenoedro $F = (\bar{1}2\bar{6}1)$ non presero alcuna posizione particolarmente interessante, rispetto al rutilo; e, delle facce di prisma $a = \{11\bar{2}0\}$, la $(\bar{1}2\bar{1}0)$ e la $(2\bar{1}\bar{1}0)$, si disposero rispettivamente sulle zone: $[\bar{2}30]$ e $[101]$ del rutilo.

Finalmente pensai di portare nella proiezione comune anche lo scalenoedro diretto:

$$v = \{21\bar{3}1\}$$

che non è presente nel nostro cristallo, ma che rappresenta la forma più comune nella calcite dell'Alpe Devero, per lo più combinato col romboedro $e = \{01\bar{1}2\}$, e che talora sostituisce le faccettine del $\{42\bar{6}1\}$ in cristalli dello stesso tipo di questo che stiamo considerando.

Risultò allora la coincidenza della faccia $(1\bar{3}21)$ della calcite colla $(\bar{1}01)$ del rutilo, e conseguentemente, cadendo anche la base della calcite nella zona $[(110\text{-}(011)] = [1\bar{1}1]$ del rutilo, che passa pel polo comune, la coincidenza della zona $[(0001):(1\bar{3}21)] = [31\bar{4}0]$ della prima colla $[1\bar{1}1]$ del secondo.

Riosservando infatti il gruppo al goniometro ho potuto vedere la presenza di una delle faccette triangolari della calcite (la $(2\bar{6}41)$), sulla citata zona del rutilo, (facce presenti = (110, (231), $(\bar{1}01)$, $(\bar{1}\bar{1}0)$)). Ma non fu possibile, per l'irregolarità della faccetta stessa, una buona misura dell'angolo $(2\bar{6}41):(\bar{1}01)$, pel confronto coll'angolo $(2\bar{6}41):(1\bar{3}21)$, dato dal calcolo.

Riassumendo dunque:

Il *Rutilo* e la *Calcite* si presentano nell'esemplare studiato, regolarmente associati colla seguente legge:

1. *La zona* $[1\bar{1}1]$ *del rutilo è parallela alla zona* $[31\bar{4}0]$ della calcite.

2. *Sulle due zone stesse, sono parallele: la faccia* $(\bar{1}01)$ *della bipiramide quadrata* $\{101\}$ *del rutilo, colla faccia* $(1\bar{3}21)$ *dello scalenoedro diretto*: $\{21\bar{3}1\}$ *della calcite.*

Per quanto anche in altre geodi, da me raccolte nella stessa località, si trovino associati cristalli di calcite e prismi aciculari di rutilo, e sebbene in qualche altro accoppiamento sembri ripetersi la prima relazione osservata nell'esemplare descritto, tuttavia, o per l'irregolare sviluppo delle facce della calcite, o più spesso, per la mancanza delle facce terminali del rutilo, non mi fu possibile riconfermare in altri esemplari l'associazione regolare descritta.

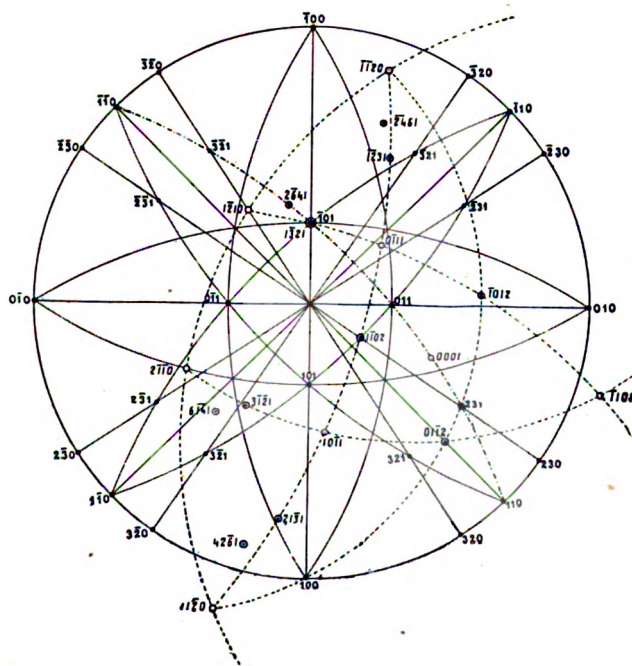
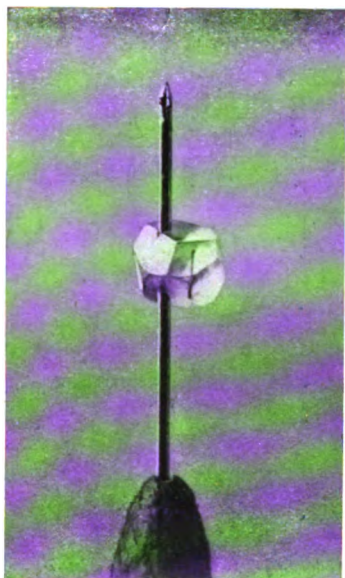
Spiegazione della tavola: Riporto, assieme alla fotografia la proiezione del gruppo studiato, nella quale sono tracciate a linea intera le zone del rutilo e a linea tratteggiata quelle della calcite; con tratteggio a punti e tratti è indicata la zona comune. Le facce del rutilo sono segnate con un punto nero; con punto e circolo, quelle delle forme presenti nella calcite di Val Devero; con circolo solo, i poli di altre facce della calcite portate in proiezione.

Pavia - Laboratorio di Mineralogia della R. Università - Giugno 1915.

Rendiconti del r. Ist. Lomb. di sc. e lett. Serie II, Vol. 48, Tav. IV.

A. Bianchi. *Associazione regolare del rutilo e calcite ecc.*

DELLA FORMA CRISTALLINA

di

ALCUNI DERIVATI DEL BENZOLO

Nota 8ª

del M. E. ETTORE ARTINI

(*Adunanza del 24 giugno 1915*)

I.

Di-nitro-di-cloro-benzolo $C_6H_2 . NO_2 . NO_2 . Cl. Cl.$
1.4 2.6

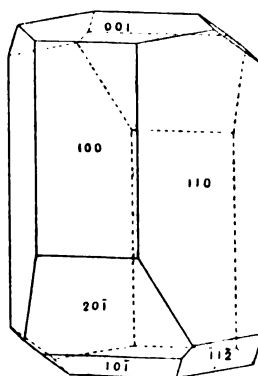
P. f. = 114° (1).

Fig. 1.

Sistema monoclino, cl. prismatica:

$$a : b : c = 1{,}9310 : 1 : 1.4097$$
$$\beta = 88^\circ.49'.$$

Forme osservate:

$\{100\}, \{001\}, \{110\}, \{011\}, \{\bar{1}01\}, \{\bar{2}01\}, \{\bar{1}12\}.$

(1) Per i metodi di preparazione dei sei derivati del benzolo formanti la serie descritta cristallograficamente nel presente lavoro vedasi la nota: G. KÖRNER e A. CONTARDI, *Dinitroderivati delle benzine metadialogenate*. - Rend. R. Acc. d. Lincei, Sed. d. 21 Dic. 1913.

L'abito ordinario dei cristalli ottenuti da etere acetico o da miscela di alcool ed etere è rappresentato dalla fig. 1. Da cloroformio puro ottenni invece cristalli più tozzi (fig. 2) nei quali mancano le facce di $\{\bar{1}12\}$, e si osservano quelle di $\{011\}$, di cui viceversa sono sempre privi gli altri.

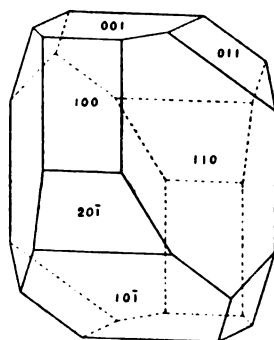



Fig. 2.

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	N.	Limiti	Medie	
(100) . (110)	20	62°30′ — 62°43′	62°37′	*
(100) . (001)	8	88.38 — 88.59	88.49	*
$(\bar{1}00)$. $(\bar{2}01)$	7	34.43 — 34.54	34.47	*
(110) . $(\bar{1}10)$	9	54.42 — 54.51	54.47	54°46′
(001) . $(\bar{1}01)$	6	36.35 — 36.55	36.42	36.32
$(\bar{1}01)$. $(\bar{1}00)$	5	54.20 — 54.40	54.28	54.39
(001) . $(\bar{2}01)$	6	56.15 — 56.40	56.26	56.24
(011) . (001)	2	54.40 — 54.44	54.42	54.39
(110) . (001)	6	89.23 — 89.39	89.28	89.27
$(\bar{2}01)$. $(\bar{1}10)$	6	67.42 — 68.2	67.47	67.48
$(\bar{1}01)$. $(\bar{1}10)$	7	74.26 — 74.41	74.35	74.34
(011) . (110)	1	—	43.1	43.8
(011) . $(\bar{1}10)$	1	—	44.1	44.3
(011) . $(\bar{1}01)$	1	—	62.25	62.18
$(\bar{1}12)$. (001)	4	38.28 — 38.50	38.40	38.39
$(\bar{1}12)$. $(\bar{1}10)$	4	51.43 — 51.53	51.49	51.54
$(\bar{1}12)$. (110)	4	68.18 — 68.26	68.23	68.25
$(\bar{1}12)$. $(\bar{1}00)$	1	—	74.13	74.17
$(\bar{1}12)$. $(\bar{1}01)$	4	37.3 — 37.17	37.8	37.1
$(\bar{1}12)$. $(\bar{2}01)$	2	—	47.49	47.49
$(\bar{1}12)$. $(\bar{1}\bar{1}2)$	1	—	67.26	67.22

Non si osserva sfaldatura distinta.

Il piano degli assi ottici è parallelo al piano di simmetria. Uno degli A. O., con debole dispersione, esce obliquamente da {$\bar{2}$01}; l'altro, pure poco disperso, emerge quasi normalmente da {001}.

P. sp. = 1.808
P. M. = 236.956
V. = 131.06

χ = 7.0253
ψ = 3.6382
ω = 5.1287.

II.

Di-nitro-cloro-bromo-benzolo $C_6H_2 . NO_2 . NO_2 . Cl . Br$.
1.4 2 6

P. f. = 114.5°.

Sistema monoclino; cl. prismatica:

a : b : c = 1.9472 : 1 : 1.3996
β = 87°.48′.

Forme osservate:

{100}, {001}, {110}, {$\bar{1}$01}, {$\bar{2}$01}.

L'abito, prismatico, più o meno tozzo, dei cristalli ottenuti da alcool o da miscela di alcool ed etere, è rappresentato dalla fig. 3.

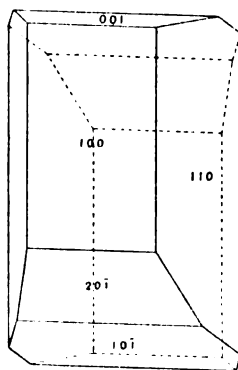



Fig. 3.

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	N.	Limiti	Medie	
(100) . (110)	17	62°.39′ — 62°.54′	62°.48′	*
(100) . (001)	7	87.34 — 88.00	87.48	*
($\bar{1}$00) . ($\bar{2}$01)	7	35.26 — 35.39	35.32	*
(110) . ($\bar{1}$10)	8	54.16 — 54.31	54.26	54°.24′
($\bar{1}$01) . (001)	4	36.12 — 36.37	36.24	36.27

Spigoli osservati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	N.	Limiti	Medie	
$(\bar{2}01) . (001)$	4	56°.34′ — 56°.45′	56°.41′	56°.40′
$(\bar{1}01) . (\bar{2}01)$	3	20.16 — 20.19	20.17	20.13
$(110) . (001)$	6	88.50 — 89.9	88.56	89.00
$(\bar{1}10) . (\bar{1}01)$	3	74.59 — 75.6	75.2	75.6
$(\bar{1}10) . (\bar{2}01)$	6	68.1 — 68.19	68.10	68.10

Non si osserva sfaldatura distinta.

Il piano degli assi ottici è parallelo al piano di simmetria. Gli A. O., entrambi poco dispersi, emergono quasi normalmente l'uno da $\{001\}$, l'altro da $\{\bar{2}01\}$.

P. sp. = 2.086
P. M. = 281.416
V. = 134.91

$\chi = 7.1514$
$\psi = 3.6726$
$\omega = 5.1403.$

III.

Di-nitro-di-bromo-benzolo $C_6H_2 . NO_2 . NO_2 . Br . Br$.
1.4 2.6

P. f. = 143°.

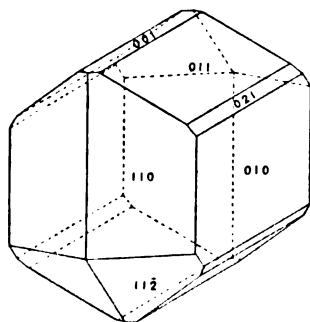



Fig. 4.

Sistema monoclino, cl. prismatica:

$$a : b : c = 0.5017 : 1 : 0,6775$$
$$\beta = 86°.25'.$$

Forme osservate:

$\{010\}$, $\{001\}$, $\{110\}$, $\{011\}$, $\{032\}$, $\{021\}$, $\{\bar{2}01\}$, $\{\bar{1}12\}$.

L'abito è assai vario; nei cristalli da miscela di alcool ed etere, da etere acetico o da acido acetico, il tipo si avvicina più o meno a quello rappresentato dalla fig. 4; talvolta i cristalli

sono più piatti, tabulari secondo {010}, altre volte invece più distintamente prismatici secondo l'asse *z* o *x*; non mai, tuttavia, molto allungati.

Notevolmente diversi sono invece i cristalli che si ottengono da benzolo puro; in questi, come si può vedere nella fig. 5, che ne rappresenta fedelmente il tipo caratteristico, mancano affatto le facce del prisma {110}, e si osserva, largamente sviluppato, un pinacoide {$\bar{2}$01}, del quale manca ogni traccia nei cristalli avuti da tutti gli altri solventi. La differenza fra i due tipi è tanto grande, che ad un primo esame avevo creduto potersi trattare di due diverse modificazioni di una sostanza dimorfa.

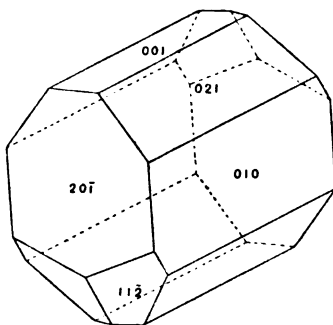



Fig. 5.

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	N.	Limiti	Medie	
(110) . (010)	16	63°.15′ — 63°.34′	63°.24′	*
(110) . (001)	12	86.37 — 86.53	86.48	*
(011) . (001)	8	34.2 — 34.6	34.4	*
(110) . (1$\bar{1}$0)	8	52.57 — 53.22	53.12	53°.12′
(011) . (010)	10	55.43 — 55.58	55.53	55.56
(021) . (001)	5	53.21 — 53.40	53.31	53.31
(021) . (010)	9	36.4 — 36.49	36.29	36.29
(032) . (010)	1	—	44.18	44.36
(011) . (110)	6	72.44 — 72.58	72.48	72.43
(011) . ($\bar{1}$10)	4	78.1 — 78.13	78.7	78.12
(021) . (110)	2	—	66.53	66.51
(021) . ($\bar{1}$10)	1	—	70.53	70.55
($\bar{2}$01) . (001)	2	72.43 — 72.47	72.45	72.51
($\bar{2}$01) . (011)	2	75.50 — 75.52	75.51	75.52

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	N.	Limiti	Medie	
$(\bar{2}01) . (021)$	4	79°.49′ — 80°.00′	79°.54′	79°.54′
$(\bar{2}01) . (032)$	1	—	78.2	78.3
$(\bar{1}12) . (001)$	12	38.00 — 38.21	38.11	38.12
$(\bar{1}12) . (\bar{1}10)$	9	54.50 — 55.8	54.57	55.00
$(\bar{1}12) . (010)$	11	73.46 — 74.12	73.55	73.54
$(\bar{1}12) . (\bar{1}\bar{1}2)$	5	32.6 — 32.13	32.10	32.12
$(\bar{1}12) . (\bar{1}\bar{1}0)$	4	70.59 — 71.7	71.2	71.1
$(112) . (011)$	7	36.4 — 36.14	36.12	36.16
$(\bar{1}12) . (021)$	5	46.17 — 46.28	46.23	46.21
$(\bar{1}12) . (032)$	1	—	41.29	41.29
$(\bar{1}12) . (\bar{2}01)$	4	40.22 — 40.35	40.31	40.33

Si osserva una sfaldatura perfetta, e abbastanza facile, secondo {010}. Il piano degli assi ottici è parallelo al piano di simmetria; dalle facce di {001} esce, quasi normalmente, un asse ottico, con mediocre dispersione.

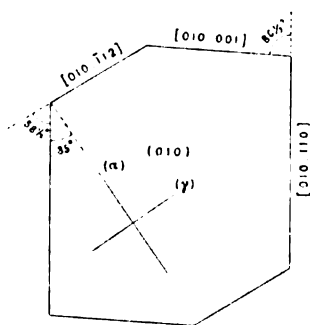



Fig. 6.

L'orientazione ottica, meglio che nei grossi cristalli, può essere determinata nei cristallini microscopici, che si ottengono facilmente sopra un portaoggetti, per evaporazione di una goccia di soluzione in acido acetico. Si formano così sottili lamelline (fig. 6) giacenti sopra la {010}, il cui contorno è dato dalle tracce delle facce di {110}, {001} e {$\bar{1}$12}; sopra tali lamelle si constata che la bisettrice negativa, per la luce gialla, fa con l'asse verticale un angolo di circa 35° nell'angolo β acuto.

P. sp. = 2.267
P. M. = 325.876
V. = 143.75

$\chi = 3.7684$
$\psi = 7.5107$
$\omega = 5.0887.$

IV.

Di-nitro-bromo-jodo-benzolo $C_6 H_2 . NO_2 . NO_2 . Br . J .$
1.4 2 6

P. f. = 140°.

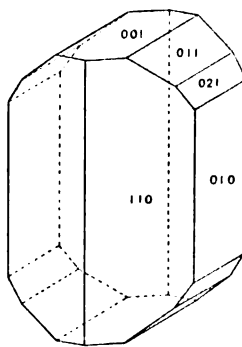
Sistema monoclino, cl. prismatica:

a : b : c = 0.4934 : 1 : 0.6774
$\beta = 87°.5'$.

Forme osservate:

{010}, {001}, {110}, {011}, {021}, {$\bar{1}$12}.

Fig. 7.

Cristalli allungati secondo l'asse verticale. Le facce sono poco piane e non permettono misure precise; quelle di {011} specialmente son sempre curve e smosse. La {$\bar{1}$12} fu osservata sopra un unico cristallo, con una sola faccetta, appena misurabile. L'abito dei migliori cristalli, ottenuti da etere acetico, è rappresentato dalla fig. 7; da etere e alcool si ottengono gruppi raggiati di prismetti aciculari, più o meno mal terminati.

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	N.	Limiti	Medie	
(110) . (010)	16	63°29′ — 64°22′	63°46′	*
(110) . (001)	8	87.12 — 87.33	87.23	*
(021) . (001)	8	53.16 — 53.48	53.32	*
(110) . (1$\bar{1}$0)	7	51.53 — 52.42	52.17	52°28′
(021) . (010)	6	36.18 — 36.43	36.31	36.28
(011) . (001)	3	33.13 — 33.40	33.24	34.5
(011) . (010)	2	56.39 — 56.44	56.41	55.55
(021) . (110)	3	67.44 — 68.10	67.53	67.30
(021) . ($\bar{1}$10)	3	70.20 — 70.37	70.31	70.50
($\bar{1}$12) . (001)	1	—	37.32	38.23

Sfaldatura facile e perfetta secondo {010}; i cristalli, piuttosto molli, si deformano con facilità: le lamine di sfaldatura sono perciò sempre curve.

Il piano degli assi ottici è parallelo al piano di simmetria. Da una goccia di soluzione in acido acetico si ottengono facilmente, sopra un portaoggetti, sottili lamelle cristalline, giacenti sopra la {010}, e affatto simili a quelle del di-bromo-composto; vi sono spesso evidenti, benchè non molto ampie, le tracce delle facce di {$\bar{1}$12}, le quali mancano di solito, come fu già detto, nei cristalli grossi, sottoposti a misura. La bisettrice negativa, per la luce di sodio, fa circa 36° con l'asse verticale, nell'angolo β acuto.

P. sp. = 2.464
P. M. = 372.876
V. = 151.33

χ = 3.7905
ψ = 7.6820
ω = 5.2038

V.

Di-nitro-cloro-jodo-benzolo $C_6H_2.NO_2.NO_2.Cl.J.$ (1.4, 2, 6)

P. f. = 100°.

Tutti i tentativi fatti per ottenere, dai più varî solventi, cristalli misurabili di questo derivato, forono assolutamente vani; non riuscii ad avere altro che lamelline piccole, a superficie ondulata e margini taglienti, affatto inservibili per ricerche goniometriche.

A scopo di confronto, non sapendo fare di meglio, cercai pertanto di avere dei cristallini suscettibili di studio microscopico, per evaporazione, sopra un portaoggetti, di una goccia di soluzione in acido acetico, analogamente a quanto avevo fatto per il di-bromo- e per il bromo-jodo-derivato. Il risultato fu soddisfacente: si hanno infatti con tal metodo tavolette rombe assai nitide, a lati inclinati di circa 88°; l'angolo acuto è spesso troncato da un lato più corto, che fa circa 56°-57° con uno dei due lati maggiori. La figura è quindi, salvo lievi differenze angolari, perfettamente corrispondente a quella del di-bromo-composto (fig. 6). L'analogia ottica è poi perfetta: la direzione di estinzione negativa, a luce gialla, è inclinata di circa 36° sopra il presunto asse verticale, nell'angolo acuto fatto dai due

lati maggiori; questa inclinazione differisce solo di 1° da quella osservata nel di-bromo-, ed è identica a quella misurata nel bromo-jodo-derivato.

VI.

Di-nitro-di-jodo-benzolo $C_6H_2 . NO_2 . NO_2 . J . J.$
1.4 2.6

P. f. = 155°.

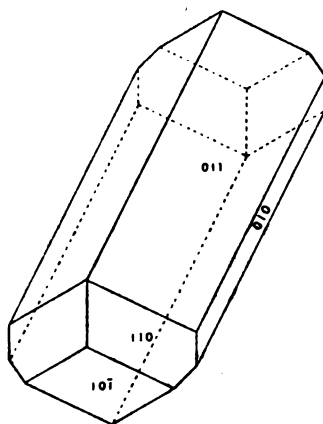
Sistema monoclino, cl. prismatica:

$$a : b : c = 0.6103 : 1 : 0.7908$$
$$\beta = 66^\circ.56'.$$

Forme observate:

{010}, {110}, {011}, {$\bar{1}$01}.

Fig. 8.

L'abito dei cristalli, ottenuti da varî solventi, è costantemente prismatico (fig. 8), assai allungato secondo l'asse x, talora anzi sottilmente aciculare; solo i cristalli da benzolo, pur mantenendo il tipo, sono alquanto più tozzi. Le facce di {010} mancano spesso completamente.

Spigoli misurati	Angoli osservati N.	Limiti	Medie	Angoli calcolati
(110) . (1$\bar{1}$0)	7	58°.27′ — 58°.49′	58°.38′	*
(011) . (0$\bar{1}$1)	9	71.54 — 72.32	72.5	*
(011) . (110)	10	55.18 — 55.54	55.39	*
(110) . (010)	4	60.36 — 60.43	60.38	60°.41′
(011) . (010)	6	53.32 — 54.4	53.53	53.57 ½
(011) . (01$\bar{1}$)	6	107.52 — 108.8	107.59	107.55
(011) . ($\bar{1}$10)	3	89.15 — 89.25	89.21	89.19
(10$\bar{1}$) . (110)	10	52.12 — 52.28	52.21	52.20
($\bar{1}$01) . (011)	8	71.57 — 72.5	72.00	72.1

Sfaldatura secondo le facce di {$\bar{1}$01}, molto facile e perfetta; i cristalli, piuttosto molli, subiscono assai facilmente deformazioni plastiche considerevoli, così che le lamine di sfaldatura son sempre curve.

Il piano degli A. O. è parallelo al piano di simmetria; le bisettrici acute, negative, emergono quasi normalmente da {$\bar{1}$01}.

P. sp. = 2.710
P. M. = 419.876
V. = 154.94

χ = 4.2965
ψ = 7.0397
ω = 5.5673

***

Venendo ora ai confronti fra i diversi termini di questa interessante serie, osserveremo anzitutto che il di-cloro e il cloro-bromo-derivato sono tra loro perfettamente isomorfi. Analogamente è isomorfo il di-bromo- col bromo-jodo composto; a questi due ultimi parmi senz'altro dover aggiungere, in base alle osservazioni sui cristalli microscopici, anche il cloro-jodo-derivato.

Più complessa, ma oltremodo notevole, è la relazione morfologica esistente tra questi due gruppi isomorfi, relazione che risulta chiarissima sia dal confronto dei valori angolari, sia da quello degli assi topici; è infatti evidente che χ e ψ del 1° gruppo corrispondono, rispettivamente, a ψ e χ del 2° gruppo. In altre parole, per il confronto mal si presta la orientazione monoclina convenzionale; anzi essa maschera le analogie, perchè il piano di simmetria biseca l'angolo acuto del prisma fondamentale nell'una coppia di sostanze, mentre ne biseca l'angolo ottuso nell'altra coppia. Ricorrendo invece all'artificio di considerare tutte quattro le sostanze misurate come tricline, e scambiando fra loro nelle due prime gli assi x e y, le costanti diventano paragonabili, e rivelano la elegantissima relazione di morfotropia che lega i quattro composti:

	a : b : c	α	β	γ
Cl_2	0.5179 : 1 : 0.7300	88°.49′	90°.—	90°.—
ClBr	0.5136 : 1 : 0.7188	87.48	90.—	90.—
Br_2	0.5017 : 1 : 0.6775	90.—	86.25′	90.—
BrJ	0.4934 : 1 : 0.6774	90.—	87.5	90.—

È pur notevole che alla presenza costante delle due forme $\{011\}$ e $\{021\}$ nei due ultimi composti risponda nei due primi quella, pur costante, di $\{\bar{1}01\}$ e $\{\bar{2}01\}$, i cui simboli nella orientazione triclina diventano appunto $\{011\}$ e $\{021\}$.

Il di-jodo-derivato si stacca invece sensibilmente dalle altre sostanze della serie, anche per la facile sfaldatura $\{\bar{1}01\}$, oltre che per il valore del β, enormemente diverso. Con la orientazione adottata è tuttavia facile riconoscere, specie nei valori degli assi topici, una relazione che secondo me è pur da considerarsi non casuale, ma di natura morfotropica.

Il complesso delle relazioni tra le cinque sostanze risulta del resto dalla tabella riassuntiva che qui presento:

	P. sp.	V.	χ	ψ	ω	α	β	γ
Cl_2	1.808	131.06	3.6382	7.0253	5.1287	88°.49'	90°.—	90°.—
ClBr	2.086	134.91	3.6726	7.1514	5.1403	87.48	90.—	90.—
Br_2	2.267	143.75	3.7684	7.5107	5.0887	90.—	86.25	90.—
BrJ	2.464	151.33	3.7905	7.6820	5.2038	90.—	87.5	90.—
J_2	2.710	154.94	4.2965	7.0397	5.5673	90.—	66.56	90.—

INTORNO ALL'ABROGAZIONE

DELL' « ADOPTIO PER POPULUM »

Nota del dott. GUGLIEMO CASTELLI

(*Adunanza del 1 luglio 1915*)

Il Bonfante, in una nota delle sue Lezioni (1), ha appuntato di interpolazione i due rescritti di Diocleziano, che sembrano sostituire definitivamente l'*adrogatio per rescriptum principis* all'*adoptio per populum*, avanzando l'ipotesi che l'abolizione dell'intervento pontificale si debba solo all'influenza cristiana.

L'osservazione dell'insigne Maestro non è stata finora discussa dagli storici del diritto romano: solo, ch'io mi sappia, il Mitteis le dedicò un cenno fugace (2).

In questo lavoro mi propongo di esaminare i rescritti in questione, mettendoli a riscontro con altri testi pregiustinianei, sfuggiti alla generalità degli scrittori, che ci permetteranno di determinare con qualche approssimazione il tempo, in cui il vetusto istituto scomparve dalla scena del mondo.

l. 2 C. 8,47.

Impp. Diocletianus et Maximianus AA. Timotheo.

« Impuberem, quem ad vicem naturalis subolis adrogare desideras, si hi, qui sanguinis necessitudine iunguntur, id ei expedire apud praesidem provinciae confirmaverint, filium habebis, ita ut bonorum tuorum quarta pars tam in postremo iudicio tuo, quam si a te emancipatus fuerit, ei praebeatur et super patrimonio eius idoneis fideiussoribus datis servo publico caveatur, ne sub copulandae adoptionis obtentu in facultates

---

(1) BONFANTE, *Lezioni*, 1907-1908, parte I, p. 22[3]; *Istituzioni*, p. 143[1].
(2) MITTEIS, *Grundzüge*, p. 274[3].

eius, quae ei diligenti provisione servandae sunt, inruas. § 1 Adrogatio etenim ex indulgentia principali facta proinde valet apud praetorem vel praesidem intimata, ac si per populum iure antiquo facta esset. » [*a.* 286]

Questo rescritto, malgrado lo stile un pò contorto, mi sembra nel suo complesso genuino, tranne l'inciso *apud praetorem vel praesidem intimata*, che interrompe bruscamente il contesto (1). *Intimare* sta qui per *insinuare* e significa la dichiarazione delle parti davanti al magistrato (*praetor* nella capitale, *praeses* nella provincie), che la fa mettere a protocollo, per sottoporla al principe (2): si tratta di una pratica pregiustinianea, che i compilatori trovarono viva nelle provincie orientali, come risulta dal §. 52 del Libro Siro-romano. Cito nella traduzione del Ferrini (3):

« *An ratum sit quod vir suscipiat sibi filium eum qui in se potestatem habet? Nisi scripserit is semet ipsum coram iudice, irritum est.* — Si vero persuaserit vir socio suo ut det sibi filium unum ex liberis eius, decet eum coram ἡγεμόνι dare eum filium suum, dum solvit eum a manu sua et subditum facit eum in νόμῳ liberorum ei, cui dat illum. Et scribuntur testationes, quae vertuntur ὑπομνήματα, et erunt ratae scripturae utrique parti. *Sine vero rege* vel iudice *non ratae habentur scripturae de hoc negotio.* »

Espunto l'inciso, il § 1 della l. 2 significa semplicemente questo: l'*adrogatio per rescriptum principis* ha la stessa efficacia dell'*adoptio per populum* (4). Passiamo ora alla l. 6 C. 8, 47.

Idem AA. et CC. Melitoni.

« Adrogationes eorum, qui sui iuris sunt, nec in regia urbe nec in provinciis nisi ex rescripto principali fieri possunt. » [*a.* 293]

---

(1) PITZORNO, *L'adozione privata*, p. 77[2].

(2) BRUNS-SACHAU, *Syrisch-Römisches Rechtsbuch*, p. 222; BERGMAN, *Beiträge zum Römischen Adoptionsrecht*, p. 14.

(3) BAVIERA ecc., *Fontes iuris romani anteiustiniani*, p. 653.

(4) Può darsi che anche le parole *ex indulgentia principali facta* siano compilatorie. Cfr. I. I, 11, 10: « sed *ex indulgentia principis* ad solacium liberorum amissorum adoptare possunt. » Il testo corre benissimo anche senza le parole in questione, perchè Diocleziano tratta appunto di un' *adrogatio per rescriptum principis*.

È strano che nessuno abbia rilevato l'antinomia esistente fra il § 1 della l. 2 e la l. 6: di fatto, mentre il § 1 della l. 2 attesta la sopravvivenza dell'*adoptio per populum* accanto all'*adrogatio per rescriptum principis* (1), la l. 6 dichiara che l'arrogazione così nella capitale come nelle provincie avviene soltanto *ex rescripto principali*. Questa contraddizione non si può risolvere che in due modi: o supponendo che l'*adoptio per populum* sia stata abolita nel lasso di tempo, che corre dal 286 al 293 dopo Cristo, o sospettando d'interpolazione la l. 6. Un attento esame del rescritto mi ha deciso per la seconda alternativa, sopra tutto perchè il suo stile porta chiarissime impronte di un rimaneggiamento bizantino. L'espressione *adrogationes eorum, qui sui iuris sunt*, non altrimenti che la *sui iuris adrogatio feminae* della l. 8 C. 8, 47, si comprende solo nella bocca di un greco, che non avverte la differenza fra *adoptio* e *adrogatio* (ambedue = υἱοθεσία). *Regia urbs* per designare Bisanzio è una locuzione assai cara a Giustiniano, come risulta da un esame delle costituzioni giustinianee (2). Secondo me il rescritto genuino doveva suonare a un dipresso così:

« Adrogationes Romae per populum, in provinciis ex rescripto principali fiunt. »

Confrontando il § 1 della l. 2 con la l. 6, si perviene a questi due risultati:

1.° Al tempo di Diocleziano, come nell'epoca pre-dioclezianea (3), l'*adrogatio per rescriptum principis* è un istituto di carattere eccezionale, che permette di arrogare nelle provincie, dove non può aver luogo l'*adoptio per populum*.

---

(1) MOMMSEN, *Droit public*, VI, p. I, p. 362[1]; GIRARD, *Manuel*, p. 170[1]; CUQ, *Les Institutions juridiques des Romains*, II, p. 117.

(2) Nelle costituzioni di Giustiniano l'aggettivo *regius* si riferisce quasi sempre a *urbs* o *civitas*. Cfr. LONGO, *Vocabolario delle costituzioni latine di Giustiniano*, in *B. I. D. R*, X, p. 460. *Regia urbs* è interpolato due volte in costituzioni attinte dal Codice Teodosiano: C. l. 2, 44, 2, 2=C. T. 2, 17, 1, 2; C. I. 12, 15, 1=C. T. 6, 21, 1. Cfr. MARCHI, *Le interpolazioni ecc.*, in *B. I. D. R.*, XVIII, p. 106.

(3) Vedi il mio scritto *L'arrogazione di Aureliano*, in *Rend. Ist. Lomb.*, Vol. XLIII, p. 548-554. L'arrogazione di Aureliano si compie al cospetto dell'imperatore per l'elevata condizione sociale dell'arrogante e dell'arrogato, ma nei casi ordinari il principe, *causa cognita*, concede o nega l'assenso con un rescritto indirizzato all'arrogante, che gli ha rivolto l'istanza d'arrogazione (*preces*). Cfr. ll. 2, 3 C. 8. 47.

2.° A Roma l'arrogazione si compie, come per lo passato, con la *cognitio* pontificale e l'intervento dei trenta littori, in rappresentanza delle curie (1).

Nel periodo che va da Diocleziano a Giustiniano l'*adoptio per populum* è menzionata ancora due volte: nell'*Epitome* di Gaio e nei frammenti di Autun.

Gai Institut. Epitome, II, 3, 3.

« Si quis post factum testamentum adoptaverit apud populum illum, qui sui iuris est, hoc est, qui patrem non habet, aut apud praetorem illum adoptaverit, qui in potestatem patris est, quasi ei filius natus sit, ita eius rumpitur testamentum. »

Questo passo è stato ampiamente illustrato dai più acuti e autorevoli esegeti dell'*Epitome*, il Fitting, l'Hitzig e il Conrat, che giunsero però a conclusioni radicalmente diverse. Il Fitting, che vede nell'*Epitome* un compendio di Gaio elaborato nelle scuole post-classiche fra il 384 e il 428 d. C. (2), si fonda sul nostro testo per affermare che l'*arrogatio per populum* sopravviveva ancora verso la fine del quarto secolo, sia pure come una formalità vuota di significato, che teneva dietro al rescritto del principe (3). Questa opinione fu combattuta dall'Hitzig, che pure colloca l'*Epitome* fra il 384 e il 389 d. C. (4). L'Hitzig confronta il paragrafo in questione col titolo *De adoptionibus* (I, 5), in cui non si accenna all'intervento del popolo, anzi si ammette la possibilità dell'arrogazione delle donne, concludendo che nel caso nostro si deve trattare di una svista dell'autore, che trascurò di modificare il passo corrispondente

---

(1) Le donne possono adottare *per rescriptum principis* tanto a Roma che nelle provincie, ma l'anormalità di questa disposizione (l. 5 C. 8, 47) — che diede un così fiero colpo al vetusto istituto — è riconosciuta da Diocleziano e da Giustiniano stesso. La l. 8. C. 8, 47, che sembra ammettere l'arrogazione delle donne, è interpolata. Su questi due punti vedi il mio scritto *Intorno all' origine dell' arrogazione delle donne*, in *Rend. Ist. Lomb.*, Vol. XLVIII, p. 533-642.

(2) Fitting, *Der sog. Westgothische Gaius*, in *Zeitschrift für Rechtsgeschichte*, XI, p. 334.

(3) Fitting, *op. cit.*, p. 335[16].

(4) Hitzig, *Beiträge zur Kenntniss und Würdigung des sogen. Westgothischen Gaius*, in *Zeitschrift der Sav. Stiftung für Rechtsgeschichte*, XIV, p. 217-218.

delle Istituzioni di Gaio (II, 138) (1). Una terza interpretazione ci è fornita dal Conrat, che, contrariamente al Fitting e all'Hitzig, attribuisce l'*Epitome* ai compilatori del *Breviarium Alaricianum*. Il Conrat esclude l'ipotesi di una svista, perchè i compilatori non hanno riprodotto parola per parola il modello gaiano, e spiega la contraddizione fra il nostro paragrafo e il titolo *De adoptionibus* in un modo assai geniale e persuasivo: le scuole di diritto, ancora al tempo della codificazione visigotica, avrebbero adoperato i termini *adoptio apud populum* e *adoptio apud praetorem* per significare l'arrogazione e l'adozione, in omaggio a un uso ormai consacrato dalla tradizione dei giureconsulti classici (2). L'interpretazione del Conrat, che può essere accolta anche da chi con divida le sue idee sulla formazione dell'*Epitome* (3), toglie al nostro testo ogni valore per i fini della ricerca, a cui ci siamo accinti.

Assai più importante è la testimonianza del Gaio d'Autun.

Gai Institut. Fragm. Augustodun., I, 10.

« Debemus ergo tractare quemadmodum fiant adoptiones. Adoptiones sunt quidem duae....... eos, qui alieni iuris sunt aut eos qui sui. Cum duae sint species adoptionum, duplici modo adoptio celebratur: vel sui iuris personae apud populum adop-

(quattuor paginae videntur periisse)

Il testo è purtroppo mutilo, ma quanto rimane basta per asserire che l'autore conosceva l'*adoptio per populum*. Di fatto il passo del Gaio d'Autun, a differenza di quello precedentemente studiato dell'*Epitome*, si trova *in sede materiae*, nè gli si possono applicare le osservazioni del Conrat, perchè la frase *duplici modo adoptio celebratur* chiaramente allude alla forma dell'adozione.

Importerebbe ora di stabilire l'epoca della parafrasi gaiana, ma anche questo punto è ben lungi dall'essere precisato. Secondo il Mommsen (4), il codice per i caratteri e l'ortografia apparterrebbe al quinto secolo: per quanto riguarda il conte-

---

(1) Hitzig, *op. cit.*, p. 196-197.

(2) Max Conrat, *Die Etsstehung des Westgothischen Gaius*, in *Verhandelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam. Afdeeling Letterkunde. Nieuwe Reeks. Diel.* VI, n. 4, 1905, p. 72-8. Vedi anche Pitzorno, *op. cit.*, p. 102.

(3) Contro Krüger, *Geschichte der Quellen*², p. 335[37].

(4) Mommsen, *Der Pseudo-Gaius von Autun*, in *Zeitschrift der Sav. Stiftung für Rechtsgeschichte*, XX, p. 235-6.

nuto, il Ferrini, lo Scialoja (1) e il Krüger (2) oscillano fra il quarto e il quinto secolo. Se, come credo, l'autore della parafrasi conosceva l'*adoptio per populum*, noi abbiamo un forte argomento per non varcare il quarto secolo, giacchè è risaputo che il collegio dei pontefici non vide l'alba del quinto. A chi dunque spetta l'abrogazione dell'*adoptio per populum?*

Costantino menziona l'*adrogatio per rescriptum principis* in due costituzioni del 336, che vietano di donare e di lasciare per atto di ultima volontà a una speciale categoria di *liberi naturales*.

C. T. IV, 6, 2 (336 Apr. 29)

« . . . .
Itaque Liciniani etiam filio, qui *per rescriptum sanctissimum* dignitatis culmen ascendit, omnis substantia auferatur et secundum hanc legem fisco adiudicetur, ipso verberato compedibus vinciendo ad suae originis primordia redigendo. »

C. T. IV, 6, 3=C. I. 5, 27, 1 (336 Iul. 21).
Imp. Costantinus A. ad Gregorium.

« Senatores seu perfectissimos, vel quos in civitatibus duumviralitas vel quinquennalitas vel flamonii vel sacerdotii provinciae ornamenta condecorant, placet maculam subire infamiae et peregrinos a Romanis legibus fieri, si ex ancilla vel ancillae filia vel liberta vel libertae filia, sive Romana facta seu Latina vel scenica vel scenicae filia, vel ex tabernaria vel ex tabernari filia vel humili vel abiecta vel lenonis vel harenarii filia vel quae mercimoniis publicis praefuit, susceptos filios in numero legitimorum habere voluerint aut proprio iudicio aut *nostri praerogativa rescribti*, ita ut, quidquid talibus liberis pater donaverit, sive illos legitimos seu naturales dixerit, totum retractum legitimae suboli reddatur aut fratri aut sorori aut patri aut matri ».

Se Costantino non menziona l'*adoptio per populum* a fianco dell'*adrogatio per rescriptum principis*, da questo silenzio non è lecito inferire che egli abbia abrogato il vetusto istituto. È probabile che Costantino abbia limitato il campo d'applicazione

(1) Ferrini et Scialoja, *Fragmenta Augustodunensia*, in *B. I. D. R.*, XIII, p. 6.

(2) Krüger, *Der Kommentar zu Gai Intitutiones in Autun*, in *Zeitschrift der Sav. Stiftung für Rechtsgeschichte*, XXIV, p. 408.

dell'*adoptio per populum*, escludendone i Cristiani, per evitar loro una cerimonia troppo connessa col culto pagano: ma è del pari probabile che egli abbia lasciato intatte anche in questa materia le attribuzioni dell'augusto collegio, di cui fino alla morte conservò la presidenza nella sua qualità di *pontifex maximus*. L'*adoptio per populum* andò certo spegnendosi nel corso del quarto secolo, nè potè sopravvivere a Graziano, che nel 382 d. C. manifestava il suo imperiale sfavore per il collegio dei pontefici, respingendo le insegne di *pontifex maximus* (1).

Concludendo:

1.° In mancanza di dati più precisi, noi possiamo collocare l'abrogazione dell'*adoptio per populum* nell'ultima metà del quarto secolo.

2.° L'abrogazione dell'antico istituto è una vittoria del Cristianesimo.

---

(1) MARQUARDT, *Le culte chez les Romains*, I, p. 294.

SULLA ECLISSE TOTALE DI SOLE DEL 21 AGOSTO 1914

E

SUL PASSAGGIO DI MERCURIO SUL DISCO SOLARE AVVENUTO IL 7 NOVEMBRE 1914

Osservazioni fatte al R. Osservatorio astronomico di Brera.

Comunicazione del M. E. G. Celoria.

(Adunanza del 1 luglio 1915).

È consuetudine degli astronomi di Brera il riferire brevemente al R. Istituto Lombardo di scienze e lettere i risultati delle loro osservazioni su alcuni fatti celesti rari e notevoli, sicchè di essi rimanga traccia non solo nei registri dell'Osservatorio ma ancora in una pubblicazione più facilmente accessibile al pubblico e a quanti amano fare ricerche intorno alle cronache cittadine.

Durante l'anno 1914 avvenne il 21 agosto una eclisse di Sole, altrove totale, a Milano e in Italia parziale; avvenne inoltre il 7 novembre un passaggio di Mercurio sul disco del Sole visibile a Milano.

L'eclisse solare essendo per noi parziale, diventavano a Milano impossibili le osservazioni di fisica solare, le quali riescono solo nei brevi momenti della totalità, e le quali sono andate, a partire dalla seconda metà del secolo scorso, acquistando importanza somma e nell'osservazione delle eclissi preponderante. L'Osservatorio di Brera dovette quindi limitarsi a osservare i tempi dei contatti, a tener conto delle circostanze generali del fenomeno, e a ripetere, durante il medesimo, un tentativo di applicazione della cinematografia già fatto in occasione della eclisse di Sole dell'aprile 1912.

Maggiore importanza avrebbero avute nel 1914 le osservazioni del passaggio di Mercurio sul disco solare, e per esso

disposizioni opportune eransi prese, non escluse alcune dirette ancora all'impiego della cinematografia nell'osservazione del fenomeno. Non troppo favorevoli però furono sì nel giorno 21 agosto che in quello del 7 novembre le condizioni del tempo.

Sulle osservazioni della eclisse, sui tempi osservati del passaggio di Mercurio sul Sole, nonchè su alcune ricerche da lui fatte intorno ai tempi stessi scrisse apposita relazione il 2° astronomo ing. L. Gabba; sui tentativi di impiegare la cinematografia nelle osservazioni sì della eclisse che del passaggio di Mercurio altra relazione scrisse l'astronomo aggiunto dr. L. Volta, e le relazioni loro io qui sotto riproduco nei due capitoli I e II rispettivamente.

I.

Disposizioni erano state prese per osservare gli istanti del principio e della fine della eclisse di Sole allo scopo precipuo di verificarne gl'istanti calcolati.

Le osservazioni dovevano compiersi dallo scrivente e dal dr. G. Bottino servendosi rispettivamente di un rifrattore di Ramsden e di un riflettore di Dollond a montatura altazimutale entrambi, già adoperati in analoghe osservazioni e contando i secondi a due cronometri siderali. Gli strumenti erano stati collocati sulla terrazza soprastante alla sala del circolo meridiano di Starke.

Tali osservazioni non riuscirono affatto, perchè verso il momento del primo contatto grossi cumuli coprivano il cielo, non lasciando neppure scorgere dove fosse il Sole: in seguito il cielo migliorò; ma nubi, continuando a passare davanti al Sole, impedirono pure la visione dell'ultimo contatto.

Durante l'eclisse si eseguì una serie di osservazioni della temperatura dell'aria leggendo di 10 in 10 minuti il termometro normale collocato nella gabbia meteorologica della Specola. Le temperature registrate sono le seguenti; e mostrano un certo andamento correlativo alle fasi dell'eclisse:

h m	°	h m	°	h m	°
a 12 5	+ 21,8	a 13 5	+ 22,0	a 14 5	+ 22,0
15	21,8	15	21,9	15	21,8
25	21,9	25	21,9	25	22,1
35	22,2	35	21,7	35	22,2
45	22,2	45	21,7	45	22,4
55	22,0	55	21,8	14 55	22,3
				15 5	22,2

Durante l'eclisse furono inoltre fatte letture al declinometro magnetico di dieci in dieci minuti da mezzogiorno a 15^h e $^1/_4$ circa, allo scopo di verificare una possibile connessione fra le eclissi di Sole e le variazioni del magnetismo terrestre; ma il risultato fu negativo confermando quanto al riguardo scrisse lo Schiaparelli alla pagina 227 del volume IV, serie III dei « Rendiconti » del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere.

Gli istanti dei quattro contatti del disco di Mercurio col disco solare calcolati (1) dall'assistente dr. Bottino in base ai dati del « *Nautical Almanac* » erano i seguenti:

			h	m	s	
1° contatto	esterno T_1	a	10	58	4	del 7 nov. 1914 (t. m. dell'Eur. Centr.)
1° »	interno T_2		11	0	18	
2° »	interno T_3		15	6	37	
2° »	esterno T_4		15	8	49.	

Questi tempi dipendono quindi da luoghi del Sole ricavati dalle tavole di Newcomb e da luoghi di Mercurio ricavati dalle tavole pure di Newcomb, nonchè dal valore del raggio del Sole (15′ 59″,63 alla distanza media terra-sole) adottato per le eclissi e dedotto da Auwers con misure eliometriche e del valore del raggio di Mercurio (3″,34 alla distanza media terra-sole) dato da Leverrier.

Le osservazioni per verificare i calcoli di previsione sono state fatte da due osservatori, dallo scrivente con un rifrattore di Ramsden a montatura altazimutale (apertura dell'obbiettivo $7^{cm},5$, distanza focale 120^{cm}, ingrandimento 150 volte) e contando i secondi di un cronometro di Reid a tempo siderale, e dall'assistente dr. G. Bottino con un telescopio Gregoriano di Dollond (apertura $12^{cm},5$, ingrandimento 50 volte) e contando i secondi di un cronometro di Frodsham pure regolato sul tempo siderale. Il primo osservatore era collocato nella terrazza a levante della cupola del maggiore equatoriale della Specola, il secondo in quella a ponente della medesima cupola.

Le condizioni meteorologiche e lo stato della atmosfera non sono stati favorevoli ad una buona e sicura osservazione del fenomeno.

Dopo una serie di giornate completamente nuvolose e piovigginose, il mattino del 7 il cielo era quasi completamente

(1) v. Articoli Generali del Calendario ed Effemeridi del Sole e della Luna per l'Orizzonte di Milano — anno 1914.

sereno, ma l'atmosfera alquanto agitata da vento. Dopo mezzogiorno il cielo si velava, a 14 $^3/_4$ cirri sparsi e veli si trovavano nella plaga del cielo ove era pure il Sole, che però si scorgeva ancora ben definito. In seguito nubi toglievano di quando in quando la visione del pianeta contrastando od impedendo l'osservazione degli ultimi contatti.

Osservazioni al rifrattore di Ramsden (GABBA).

Applicati ai tempi siderali delle osservazioni le correzioni dell'orologio e trasformati i tempi siderali corretti in tempi medi dell'Europa centrale, risulta l'osservazione del

		h m s	
1° contatto	esterno a	10 58 4	
1° "	interno	11 0 2	forse in ritardo; sensibile oscillazione per il vento.

Il 2° contatto interno non fu possibile coglierlo, causa una nube che sottrasse alla vista il pianeta. A $15^h\ 7^m\ 15^s$ questo riapparve in mezzo alle nubi e potè constatarsi che il 2° cont. int. (previsto a $15^h\ 6^m\ 37^s$) si era già verificato. Subito dopo Mercurio si occultava nuovamente, ma era visto ancora per un istante a $15^h\ 8^m\ 23^s$ (t. m. E. C.): le condizioni però del cielo non permisero di giudicare se scomparisse fra le nubi o per l'avvenuto distacco dal lembo del Sole (che secondo la previsione doveva verificarsi a $15^h\ 8^m\ 49^s$).

Non fu visto affatto il fenomeno così detto della goccia o legamento oscuro precedente il distacco apparente del pianeta dal bordo solare.

Osservazioni al telescopio di Dollond (BOTTINO).

Non fu possibile cogliere gli istanti dei contatti esterni; riuscì invece di stimare quelli dei due contatti interni, per quanto quello del secondo contatto debba riguardarsi affetto da notevole grado di incertezza a cagione delle nubi che di quando in quando occultavano il pianeta alla vista. Prima del distacco del pianeta dal bordo solare si percepì il cosidetto legamento nero.

I tempi di due contatti, trasformati in tempi medi della Europa centrale, risultano pertanto per il

		h m s
1° contatto	interno	10 59 56
2° "	"	15 5 55

Il confronto dei dati dell'osservazione con quelli del calcolo dà luogo alle seguenti deviazioni:

O — C

Tempi	osserv. Gabba	osserv. Bottino
T_1	$0^s,0$	———
T_2	— 16,0	— $22^s,0$
T_3	———	— 42,0
T_4	———	———

In occasione del precedente passaggio di Mercurio sul disco del Sole verificatosi il 14 novembre 1907, le eccezionalmente favorevoli condizioni nelle quali si osservò il fenomeno permisero la stima dei contatti con una buona precisione e di dedurre dalle divergenze fra i tempi previsti e quelli osservati correzioni ai luoghi di Mercurio adoperati nel calcolo (1).

Queste correzioni si mostrarono in buon accordo con quelle ricavate (2) dalla discussione di un forte numero d'osservazioni compiute da molti astronomi in diversi osservatori.

Per quanto le condizioni nelle quali si è osservato il passaggio del 7 novembre 1914 non siano state tali da consentire una stima degli istanti dei contatti molto precisa, specialmente per il secondo contatto interno, pure non si credette dovere tralasciare la deduzione dalle osservazioni stesse di correzioni alle coordinate di Mercurio.

In seguito pubblicate tutte le numerose osservazioni fatte, sarà possibile, come fece lo Stroobant per il passaggio del 1907, una discussione ed una critica delle singole osservazioni ed il dedurre correzioni ai luoghi di Mercurio molto meno incerte che non quelle ricavate da un unico gruppo di osservazioni fatte in condizioni poco buone.

Con procedimento di calcolo analogo a quello seguito per il passaggio del 1907 ai tempi T_2, T_3 dei due contatti

(1) v. L. Gabba, *Passaggio di Mercurio sul disco del Sole il 14 novembre 1907*, nei « Rendiconti » del R. Ist. Lomb. di sc. e lett. Serie II, vol. XLII.

(2) v. P. Stroobant, *Correction de la position et diamètre de Mercure déduits des observations de contact effectuées lors du passage du 13-14 novembre 1907*, negli Annales de l'Observatoire de Belgique, Nouvelle Série, Annales astronomiques, Tome XII, Fascicule I.

esterni osservati a Milano si applicarono rispettivamente le correzioni — 49^s, + 39^s (risultanti dal calcolo di previsione) e si ebbero così i tempi ai quali, secondo l'osservazione di Milano, avrebbe dovuto verificarsi il fenomo per il centro della terra. Per questi tempi dal *Nautical Almanac* si interpolarono le seguenti coordinate del Sole e di Mercurio:

Tempo	$\alpha_\odot$	$\delta_\odot$	$\alpha_☿$	$\delta_☿$
	h m s	° ′ ″	h m s	° ′ ″
T_2	14 46 46,09	— 16 5 43,6	14 47 12,76	— 16, 20 29,1
T_3	14 47 27,23	— 16 8 47,9	14 46 22,94	— 16, 13 2,1.

Con tali coordinate si calcolarono facilmente le elongazioni geocentriche di Mercurio agli istanti considerati. Agli istanti stessi le elongazioni osservate sono uguali alla differenza fra i raggi del Sole e di Mercurio, uguali cioè a 16′8″,59 — 4″,94 = 16′3″,65 secondo il *Nautical Almanac*.

Il valore del raggio di Mercurio risulta tuttora alquanto incerto; quello soprascritto, dedotto da Leverrier, è alquanto maggiore di quelli che sono stati in vari casi ricavati o da misure micrometriche o dai tempi dei contatti durante i passaggi del pianeta sul disco del Sole.

Nei nostri calcoli si fece uso del valore 4″.60 fondato su quello ricavato da Stroobant dalle differenze di tempo fra il primo ed il secondo contatto e fra il terzo ed il quarto contatto nel passaggio del 1907 (1). Si adottò pertanto, per le elongazioni osservate, anzichè il valore 16′3″65 quello 16′4″,00: e per conseguenza fra le elongazioni osservate e quelle calcolate si hanno le differenze seguenti:

al tempo T_2 : — 0″,95
" T_3 : + 3,60.

Mediante la relazione differenziale fra gli elementi del triangolo sferico formato dal polo celeste, dal Sole e da Mercurio, dalle differenze soprascritte fra elongazioni calcolate ed osservate si deducono le due equazioni seguenti:

---

(1) Erano già compiuti i nostri calcoli col valore soprariferito del raggio di Mercurio, quando la pubblicazione di misure micrometriche del diametro del pianeta, ottenute durante il passaggio del quale si discorre, venne a confermare per il raggio stesso un valore, come già quello ricavato dalle osservazioni del 1907, alquanto minore di quello di Leverrier contenuto nel *Nautical Almanac* e nelle principali effemeridi astronomiche.

$$-0{,}95 = +0{,}382\, d\alpha - 0{,}917\, d\delta$$
$$+3{,}60 = -0{,}926\, d\alpha - 0{,}265\, d\delta,$$

che risolte forniscono per le coordinate di Mercurio date dal *Nautical Almanac* le correzioni:

$$d\alpha = \begin{cases} -3'',74 \\ -0^s,25 \end{cases} \quad d\delta = -0'',52,$$

quali risultano dalle osservazioni del passaggio fatto a Milano.

II.

Il primo tentativo di impiegare la cinematogrfia all'osservazione di alcuni fenomeni celesti compiuto al R. Osservatorio di Brera risale al 1912.

Nell'imminenza dell'eclisse di sole del 17 Aprile il Sen. Celoria, al quale avevo proposto che ci si provasse a fissare su un nastro cinematografico le immagini del sole e possibilmente gli istanti corrispondenti durante il fenomeno, non solo approvò l'idea, ma l'incoraggiò autorevolmente, prendendo accordi e discutendo i particolari dell'esperimento col Cav. Luca Comerio, intelligente e generoso proprietario di una casa di fotografia e cinematografia a Milano.

Sgraziatamente, sopratutto per l'intenso lavoro della Ditta durante quel periodo di massima attività della guerra italo-turca, i preparativi per la desiderata prova soffersero ritardo e finirono per essere per così dire improvvisati all'ultimo momento. Non si rinunciò tuttavia a tentarla, persuasi esser pure necessario, per arrivare a qualche risultato positivo in questo, come in qualsiasi campo nuovo di ricerca, passare per saggi preliminari anche rudimentali che possano dare man mano la misura delle varie difficoltà sperimentali da superare.

In questo primo tentativo mi proposi adunque da un lato, insieme cogli operatori cinematografici di studiare la questione specialmente sotto il punto di vista fotografico e manuale, nei riguardi quindi della durata di posa e cioè della velocità di svolgimento del nastro, della possibile influenza del tremito provocato dalla manovra comandante questo svolgimento sulla stabilità del dispositivo ottico e perciò sulla bontà delle immagini ecc.; dall'altro lato mi proposi di vedere se e come le immagini cinematografiche proiettate sull'usuale schermo si prestassero all'osservazione ed alla stima delle fasi culminanti di una eclisse, dei contatti sovratutto.

Rinunciai quindi, anche per la ristrettezza dell'ora a preoccuparmi della segnalazione automatica dei tempi, che sarebbe stato l'altro aspetto del problema, limitandomi, durante la presa delle cinematografie, coll'occultare io stesso opportunamente l'obbiettivo, a segnalare tratto tratto sul nastro stesso certi istanti prefissati che leggevo sul cronometro e di cui tenevo nota.

Il dispositivo per la cinematografia solare fu improvvisato nell'officina meccanica della ditta Comerio con artifici ingegnosi e con fine intuito dello scopo perseguito, ma con mezzi e ripieghi forzatamente primitivi. Una tavola, press'a poco orientata nel piano dell'arco percorso dal Sole e girevole su di un perno normale ad essa, portava, adagiatovi e fissatovi sopra robustamente, un tubo d'ottone che da un lato era munito d'un ottimo obbiettivo del Voigtländer di 11 cm. d'apertura opportunamente diaframmato, dall'altro l'apparecchio cinematografico, e, da questo stesso lato e di fianco, un mirino per la garanzia della puntata.

Non è il caso di diffondersi in altri particolari sperimentali di questo primo tentativo e dirò subito del risultato.

Per chi avesse potuto sperare da un impianto come quello descritto primitivo ed affrettato la possibilità di raccogliere un materiale suscettibile di misure precise, il risultato si potrebbe dire senz'altro mancato; mancato del resto l'avrebbe reso lo stato nuvoloso e variabile del cielo, anche e specialmente nelle fasi più interessanti.

Ma, dati i criteri sopra enunciati coi quali, anche se non matura la preparazione, la prova era stata tuttavia intrapresa, il risultato si potè dire abbastanza soddisfacente.

Le immagini, quando le nubi non avevano troppo velato il Sole erano nitide e forti come si può constatare dall'unito saggio illustrativo (fig. 1): la velocità di svolgimento del nastro (un giro di manovella con quattro pose al secondo) era stata dunque dagli operatori con giusto criterio scelta; le vibrazioni del tubo non le avevano per nulla guastate. La segnalazione dei tempi era pure riuscita ed in corrispondenza alla chiusura dell'obbiettivo apparivano uno o due rettangoletti chiari sul nastro negativo. Il mirino invece aveva mal funzionato, o, meglio, non abbastanza rigidamente fissato al tubo aveva, durante l'operazione ceduto ad urti o pressioni, sicchè di conseguenza il dischetto solare, del diametro di 9 mm. circa, non sempre era ben centrato, anzi tratto tratto era spostato del tutto (v. fig. 1); inconveniente questo dovuto unicamente alla fretta dei preparativi.

Proiettando sull'usuale schermo cinematografico il nastro, si potè pure apprezzare la bontà delle immagini ed indurre alla possibilità di stime certo più accurate dei contatti e degli spicchi liberi od occultati che non coll'osservazione diretta: tanto più accurate, è inutile farlo notare, in quanto l'osservazione delle immagini proiettate si può ripetere a piacere contemporaneamente da più osservatori nelle condizioni della massima comodità. Com'era prevedibile però, a cagione della rotazione data a mano alla tavola portante il tubo fotografico, a cagione delle molteplici ed incerte rettifiche della puntata, le

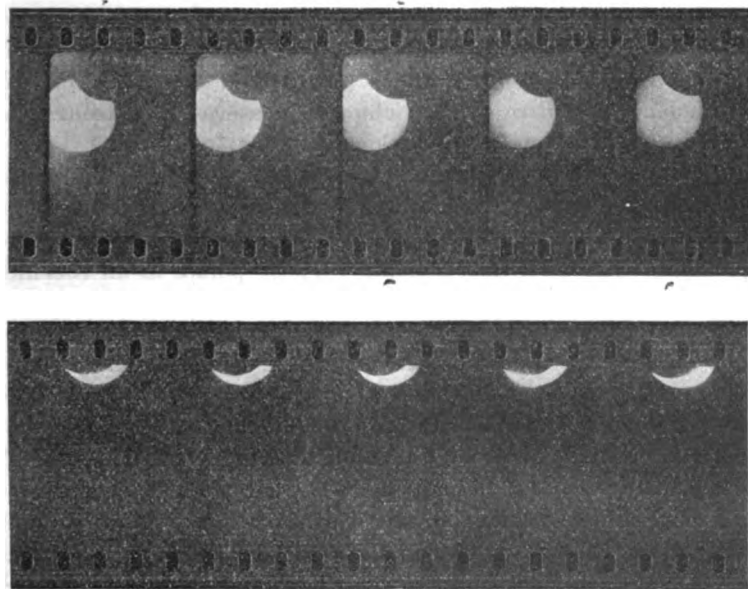



Fig. 1. — Saggio di cinematografia del Sole, durante l'eclisse del 17 aprile 1912 (tra veli e nubi leggere).

immagini sullo schermo si succedevano saltellanti in modo sgradito all'occhio e dannoso per la sicurezza dell'osservazione. Un impianto più accurato, rendendo più dolci e graduali le correzioni di puntata, se il tempo fosse stato concesso, avrebbe tolto di mezzo, o per lo meno attenuato l'inconveniente accennato e previsto. Voglio qui notare poi che l'ordinario mezzo di proiezione delle sale cinematografiche, durante la quale le immagini devono succedersi con grande rapidità, pena l'incendio od almeno il danno della pellicola, non si presti all'eventuale studio di un nastro astronomico di un'eclisse, di un'oc-

cultazione e fenomeni analoghi: sarebbe assai preferibile il poter fare svolgere rapidamente o lentamente come si voglia il nastro stesso, ed anche fermare su dati quadri lungamente, se occorre, l'attenzione; cosa questa d'altronde possibilissima.

Le constatazioni ora esposte furono condivise anche dal Direttore dell'Osservatorio, Sen. Celoria, tanto che egli in occasione dell'eclisse del 21 agosto 1914 mi consigliò a ritentare la prova facilitandola questa volta col sussidio di adatto materiale dell'Istituto. Il Cav. L. Comerio fu ancora il liberale e volonteroso collaboratore nostro.

In questa occasione i preparativi, non mai abbastanza lunghi e meticolosi in esperimenti di simile natura, furono assai più accurati, seppure in qualche particolare, come dirò, ancora insufficienti per altre ragioni che non fossero di trascuranza da parte nostra o della ditta Comerio.

Persuasi dell'opportunità di installare il tubo coll'obbiettivo e la scatola cinematografica su di una montatura equatoriale, coll'aiuto del collega Ing. L. Gabba, io provvidi a disporre in meridiano il basamento e l'asse polare di un vecchio cannocchiale parallattico della specola, mentre l'officina del Cav. Comerio adattava a questa montatura il tubo suaccennato ed a questo un cannocchialetto di spia e la macchina da cinematografia, provvedendo poi ad arrobustire ed a collegare il più rigidamente possibile il tutto e munendo infine assai oppurtunamente il sistema di un dispositivo con vite senza fine e manovella atti ad imprimere a quello un dolce e regolare movimento secondo il moto diurno.

Volli pure tentare la segnalazione automatica dei tempi.

Il cielo ostinatamente coperto o velato si può dire per tutta la durata dell'eclisse avrebbe senz'altro sconsigliato chi avesse desiderato ottenere anche solo delle immagini fotografiche discrete, dal tentare l'esperimento, tanto più che le stesse sfavorevoli condizioni del cielo ed un'acquazzone alla vigilia avevano compromesso l'impianto dell'apparecchio, impedito di apportarvi alcuni miglioramenti e ritocchi e finalmente mandata a vuoto la prova generale dell'operazione.

Si decise pur tuttavia di utilizzare i preparativi fatti sopratutto per vedere all'atto pratico quali progressi si fossero conseguiti in confronto del precedente tentativo: come avrebbe funzionato il dispositivo da me immaginato per la segnalazione dei tempi, e finalmente per poter apprendere quali altri perfezionamenti sarebbero stati consigliabili in altra analoga occasione.

Il dispositivo per la segnalazione dei secondi era assai semplice, e credo che per la sua praticità valga la pena di esser brevemente descritto.

In un piccolo spazio laterale della cassetta cinematografica, munito di un foro che corrispondeva su di un bordo del nastro sensibile, collocai una piccola lampadina elettrica da 8 candele e 10 volta; la corrente di una batteria di accumulatori era lanciata di secondo in secondo nella lampadina dal contatto a mercurio del pendolo Megele della Specola: un lampo quindi ogni secondo attraverso il foro ora detto impressionava la pellicola svolgentesi. Tratto tratto, a dati minuti intieri di cui tenevo nota, con un commutatore sospendevo il pulsare luminoso della lampadina per garantirmi da ogni dubbiezza nel conteggio dei secondi registrati sulla striscia cinematografica (v. fig. 2).

Il sistema corrispose alla mia aspettazione, ed in caso di buone condizioni di osservazione esso sarebbe stato tanto più pratico e prezioso pel fatto che lo svolgimento della pellicola essendo stato fatto a mano, per quanto pazientemente guidato sulla battuta di un cronometro, non poteva riuscire, come non riuscì, abbastanza uniforme per velocità.

In un'altra eventuale prova sarebbe certamente consigliabile, come del resto anche questa volta si sarebbe desiderato, che lo svolgimento del nastro cinematografico fosse automaticamente comandato: la cosa non è nè difficile nè nuova nella tecnica.

Anche il movimento dell'apparecchio tutto, intorno all'asse polare, sarebbe bene avvenisse automaticamente, mentre durante la prova del 21 Agosto 1914 esso pure fu per forza di cose fatto a mano, guidato rispettivamente dalle battute del cronometro e dall'indice spostantesi sul cerchio orario graduato; per tal modo l'immagine del Sole, diretta sin da principio nel campo del rettangoletto di pellicola sensibile col sussidio del cannocchialetto laterale di spia, non ne uscì più nè altrimenti la delicata operazione di puntata preoccupò gli esperimentatori.

Dalla descrizione ora fatta delle varie manovre, che la deplorata mancanza di sussidi automatici rese necessarie, risulta la necessità che gli sperimentatori fossero parecchi, e le operazioni un poco faticose e complicate; risulta però anche la possibilità sperimentale di molto ed agevolmente semplificarle.

In realtà, mentre io sorvegliavo gli operatori e mi occupavo delle interruzioni periodiche nella segnalazione dei tempi il signor Luigi Stucchi, artista fotografo della Ditta Comerio,

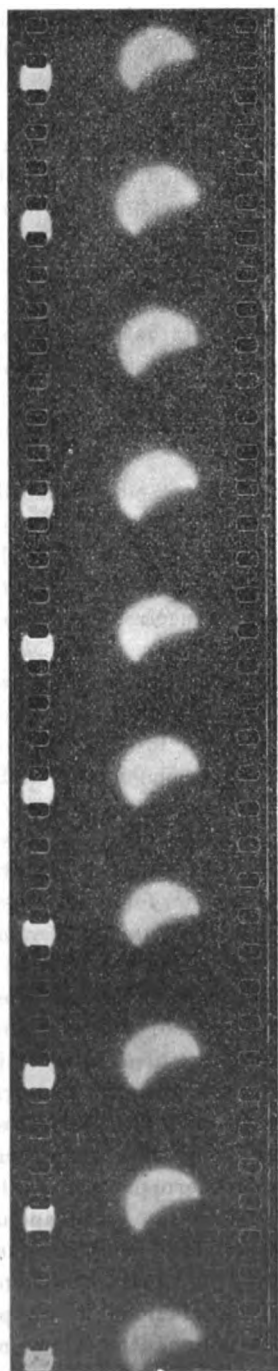



Fig. 2. — Saggio di cinematografia del Sole durante l'eclisse del 21 agosto 1914. (Cielo fittamente nuvoloso-velato, immagine solare fosca ed espansa). Le macchie chiare al bordo corrispondono ai secondi automaticamente segnalati, con un' interruzione ad un minuto intero.

attendeva alla macchina cinematografica, ed il signor Giuseppe Colombi, capo-meccanico della ditta stessa, presiedeva al movimento uniforme del sistema intorno all'asse polare; a questi signori che collaborarono con tanta intelligenza e vero entusiasmo a queste prime prove nostre di cinematografia astronomica, ed al sig. C. Milani, macch.ta dell'osserv., che efficacemente ci coadiuvò, esprimo la più viva gratitudine.

Purtroppo le immagini fotografiche solari ottenute furono cattive, diffuse ed espanse: ma di ciò va attribuita la causa unicamente al cielo intensamente velato anche durante il tratto di tempo scelto per le nostre esperienze; anche di questa cinematografia presento un saggio nella figura 2.

Riassumendo le conclusioni alle quali questa seconda prova di registrazione cinematografica di un' eclisse mi condusse, dirò che, se il cielo l'avesse favorita, essa, per quanto ancora piuttosto grossolana ed inelegante, soprattutto per non aver potuto rendere regolari i due movimenti di traslazione del nastro e di rotazione del sistema, avrebbe potuto fornire già un materiale utilizzabile ai fini dell'astronomia, una riproduzione del fenomeno atta a comode e ripetute misurazioni.

Sono quindi abbastanza soddisfatto d'averla tentata nonostante il mal tempo e grato al mio Direttore d'avermela, con illuminato criterio, resa possibile.

Un terzo esperimento del genere, ma diverso fu pure ultimamente, con ancor minore speranza di successo, tentato.

Si trattava il 7 Novembre 1914, di vedere se era possibile fissare fotograficamente le fasi del passaggio di Mercurio sul Sole; certamente a priori era questo un caso in cui si poteva facilmente ammettere che nell'osservazione del fenomeno, l'occhio umano meglio si prestasse della lastra sensibile, o più esattamente del piccolo rettangolo sensibile, d'una comune pellicola da cinematografia, data la piccolezza del disco di Mercurio (6' circa) oscuro sul vasto disco abbacinante del Sole (mezzo grado circa), ed anche i fotografi del Cav. Comerio erano di questo parere.

Il prof. Celoria negli altri due esperimenti era stato con me d'accordo nel preferire il metodo della presa diretta delle fotografie del Sole; in questo caso si provò invece, sacrificando la perfezione della sua forma circolare, a fotografarne l'immagine proiettata su di uno schermo, per poterla ottenere notevolmente ingrandita, ed anche, confesso, per maggior speditezza; d'altra parte non era consigliabile ingrandirla di molto per non rendere troppo pallido di tinte il quadro già sbiadito dalla inevitabile luce diffusa della sala d'osservazione.

Non si credette poi, per semplicità, il caso di adottare, per una siffatta prova il dispositivo addietro descritto per la registrazione automatica dei tempi, anche perchè, svolgendosi l'esperimento in una cupola comoda e tranquilla dotata di un pendolo, era assai facile segnare sul nastro i tempi stessi con opportune occultazioni dell'obbiettivo.

L'immagine solare era proiettata su di un ampio schermo dall'Equatoriale di Merz di 8 pollici: Mercurio appariva come una macchia bruniccia, visibilissima però. Ma non ostante il sussidio di un così potente mezzo ottico, il risultato di questa prova corrispose alle previsioni pessimistiche fatte. L'immagine negativa, sulla pellicola, del Sole proiettata sul consueto quadro da cinematografo non lascia all'osservatore avvertire traccia di Mercurio: si poteva anche dubitare che la ricerca fosse resa più difficile dal saltellare del disco solare proiettato, dovuto ai continui spostamenti che si fu costretti a dare allo schermo per seguire il Sole durante il fenomeno, od alla macchina fotografica per seguire lo schermo ne' suoi spostamenti. Ma nemmeno

con proiezioni fisse, ottenute per mezzo di un adatto apparecchio di uso scolastico diede diverso risultato, e dubito che anche un esame microscopico, poco pratico del resto per le nostre osservazioni, possa far rintracciare una macchiolina chiara di meno d'un trentesimo di millimetro su un fondo non di molto più scuro, e ciò sia per difetto di fuoco, sia per la grossezza della grana dall'emulsione sensibile. Aggiungasi che le negative della pellicola, per quanto nitide e tecnicamente buone, sono di intensità continuamente diversa per le nubi che anche stavolta hanno disturbato l'osservazione del fenomeno.

Ho voluto tuttavia accennare a questo tentativo sfortunato per riferire genuinamente tutto quanto in questo campo è stato tentato al R. Osservatorio di Brera, sia perchè non si può aspirare ad arrivare subito a risultati ottimi, sia perchè le ragioni e gli insegnamenti derivanti dagli insuccessi o dai parziali insuccessi sono istruttivi: il frutto di queste nostre prime prove sarebbe ad ogni modo ben più notevole se esse non si fossero imbattute sempre nello sfavore del cielo ed in difficoltà e manchevolezze di preparazione non imputabili a noi.

Le poche constatazioni esposte non sono del resto tutte sfavorevoli, tutt'altro: esse hanno anzi confermato nel mio Direttore ed in me la fiducia che la cinematografia possa rendere ottimi servigi all'astronomia, come del resto altri ha a nostra insaputa pur provato; non solo, ma rimane in noi vivo il desiderio di ritentare, in condizioni più favorevoli di cielo, nuove prove ed in campo anche diverso, se, come pare certo, il Cav. L. Comerio conserverà per le applicazioni scientifiche dell'arte sua quella simpatia che tanto fa onore ad un industriale.

SULLA MITOLOGIA NEL PAÑCATANTRA

Nota IIª del dott. A. M. PIZZAGALLI

(*Adunanza del 24 giugno 1915*)

Non scarsi, ma neppure copiosi sono gli accenni ad eroi e leggende epiche in tutto il P., cominciamo da quelli che si riferiscono agli eroi, principali attori delle due grandi epiche il MBh. e il Râm.

Daśaratha è menzionato una sol volta nel P. con altri re mitici, scomparsi tutti preda di Kâla, il dio del tempo e della morte (P. III. 232. H.). In tutta la raccolta di B. questo re non compare che une volta sola, e solo come padre di Râma, Râma cioè è detto Dasarathide (1).

Râma nel P. è ricordato quattro volte: e precisamente nel suo esiglio (P. III. 231 H), (2) nell'acciecamento della sua intelligenza quando va in cerca della gazzella d'oro (P. II. 3. H) (3): quando onora Vibhiṣana pur di vincere Râvaṇa (P. III 137 Simpl.). Assai più ricca di accenni a Râma è la raccolta di B. Cominciano da quei passi, che illustrano gli accenni del P.

A P. III 232, H. possiamo aggiungere B. 4840; Râma è simbolo del mendicante (4); esiglio di Râma per effetto del destino, ossia per effetto di opere compiute in vite antecedenti (5). Popolarissima pare che sia stata la leggenda di Râma e della gazzella d'oro. Ad illustrazione del passo. P. II 4. H, riportiamo: la gazzella d'oro non è mai esistita, pure Râma vi ha creduto (6);

(1) B. 6319.
(2) Simpl. V. 68,
(3) Simpl. II. 4.
(4) B. 3362.
(5) B. 1562.
(6) B. 3324.

il destino è più forte dell'intelligenza umana (1); quando vien l'ora della sventura l'intelligenza dell'uomo si oscura (2). Quel che si onora quaggiù non è la persona, ma la sua posizione sociale (3).

Si riferisce ai rapporti di Râma con Vibhiṣaṇa fratello di Râma, la seguente sentenza: Râvaṇa preferisce le frecce di Râma alle parole di Vibhiṣaṇa (4). Tra le imprese di Râma si ricorda la sua alleanza cogli orsi e colle scimie, (5) la sua spedizione di là dal mare (6), e la stessa impresa ricordava Kâlidâsa per onorare Bhojarâjâ (7).

Tutto il Râmâyaṇa è brevemente riassunto (8).

Nessuna meraviglia che tanti siano gli accenni a Râma nelle sentenze, quando si pensi che ai pappagalli stessi si apprendeva a dire « Râma » (9). Râma il costruttore del ponte, il vincitore di Râvaṇa è scomparso cogli altri guerrieri del passato (10). Abbiamo anche cenni al culto di Râma (11).

Nell'Arthaśâstra di Kauṭilya non vi è passo, che ricordi Râma, e nel Nîtisâra di Kâmandaka abbiamo un solo punto, che ricorda l'alleanza di Râma con Sugrîva (12).

Ravaṇa. Di Râvaṇa il P. ricorda la caduta a Lankâ (P. III 231 H.), e quando si cattiva Śiva signore della musica (13) (P. V. 43, H).

La silloge Böhtlingkiana si accorda col P. La caduta di Râvaṇa avviene per forza del destino, a malgrado di tutti gli aiuti divini ed umani (14). Altrove la si attribuisce alla soverchia

(1) B. 1558.
(2) B. 766, e B. 5784.
(3) B. 7457.
(4) B. 5946.
(5) B. 6319.
(6) B. 7548.
(7) B. 416.
(8) B. 4169.
(9) B. 6048. B. 6085.
(10) B. 4831.
(11) B. 6051.
(12) Kâm. Nît. IX. ed Gaṇ.
(13) Simpl. V. 57.
(14) Simpl. V. 90, B. 2844.

lussuria dell'eroe (1), fu dunque sua rovina l'aver desiderato la donna d'altri (2). La soverchia fiducia in sè stesso, il suo orgoglio secondo altri, lo condussero alla morte (3). Egli è giudicato un pazzo (4). Benchè malvagio la prosperità stava con lui, scherzi del destino! (5). La sua compagnia, come quella di tutti i malvagi porta sventura (6). L'Oceano è incatenato per colpa di Râvana (7). Per incendiare la coda di Hanumân incendia la sua città (8).

Il Kâm. Nît. ricorda l'uccisione di Vibhiṣana. Chi ci è nemico per natura, va sradicato come Vibhiṣana da Râvana e Hanumân con Bâlin. (Kam. Nît. VIII 64 Gan); per ragione di stato, il congiunto uccide il congiunto (Kâm. Nît. VIII 70 Gan).

Râvana ricorre all'âsanam per vincere i nivatâkavacân, ossia coloro, che sono coperti da corazze impenetrabili (Kâm. Nît. XI 18 Gan).

Râvana in fine come nelle sentenze, è rovinato dall'amore (Kâm. Nît. 1. 59 Gan).

Il Nîtisâra pure accordandosi in genere col P. e colle sentenze, aggiunge un'applicazione tecnica dell'esempio di Ravana, quella dell'âsanam, trascura invece quanto si riferisce all'alleanza coi malvagi.

I Pâṇḍuidi.

Son ricordati i Pâṇḍuidi nel P. e proprio nel loro soggiorno nella foresta (P. III 231 H) (9).

Nelle sentenze si accenna invece ripetutamente alla loro origine difettosa, secondo le idee indiane, perchè non generati dal loro padre legittimo (10). Per question di dominio vengono a lotta coi Kuruidi (11), vincono coll'aiuto di Kṛṣṇa (12).

---

(1) B. 7438,
(2) B. 3201.
(3) B. 2739, 40.
(4) B. 1499.
(5) B. 2955.
(6) B. 2882.
(7) B. 2044.
(8) B. 2791.
(9) Simpl V. 68.
(10) B. 1624; 2049.
(11) B. 1406.
(12) B. 2348.

I mariti di Draupadî sono cinque ciò nonostante ella ne desidera un sesto (1). Vyâsa sapeva lodare quando i Pânduidi lodavano, e biasimare quando questi biasimavano (2).

Nel Kâm. Nît. non abbiamo che l'accenno a Pandu. Pandu, Nala e Viṣnu sono tutti e tre rovinati dai vizi (Kâm. Nît. I. 56 Gan).

Yudhiṣṭhira. I passi del P. che si riferiscono a Yudh. sono i seguenti:

il I° ci presenta Narada istruito da Yudh. nella Nìti. Fa parte della narrazione in prosa. Meghavarna domanda quali e quanti debbono essere i tîrtha, i grandi ufficiali dello stato, e quali gli agenti segreti, che li debbono sorvegliare, e Sthirajîvin, risponde; così Narada istruito su questo argomento da Yudh. ha detto. (P. 179. 27. H).

il II° ricorda l'esiglio di Yudh. (P. III 36. H.) (3).

il III° ci dice il tormento e le miserie della vita dell'eroe (P. III 205. H.) (4).

Nel IV° si dice che Yudh. fu rovinato dal giuoco (5).

Il V° invece attribuisce la rovina di Yudh. al suo amore per la verità (P. IV 33. H) (6).

La raccolta del B. non ci dà, che altri due passi su Yudh. Il regno scompare col principe (7), Yudh. si è rovinato al giuoco, ad illustrazione di P. II 3. H. (8).

Nel Nîtisâra abbiamo un passo, che concorda coi due precedenti. Yudh. fu rovinato dal giuoco. (Kâm. Nît. XV, 50 Gan).

Yudh. pur di salvarsi tutto sacrifica (Kâm. Nît. XI 31. Gan). Cfr P. III 36. H.

Arjuna.

Si ricorda il suo soggiorno alla corte dei Viràta e il suo travestimento da maestro di danza, nâtyâcâryakam arjunasya, cfr. (P. III 231. H. P. III 204 H).

Due sentenze della silloge di B. ricordano il furto delle vacche (9).

---

(1) B. 7129.
(2) B. 3875.
(3) Simpl. I. 311; III 44. 127.
(4) Simpl. III 174.
(5) Simpl. II. 4.
(6) Simp. IV. 37.
(7) B. 4831.
(8) B. 5784.
(9) B. 4734; 5784.

Arjuna è l'amico di Viṣṇu (1). Una sentenza lo rappresenta combattente. Come Arjuna nella battaglia tien lontano tutti gli altri arcieri, così l'avarizia fa scomparire tutti gli altri pregi. (2)

Nel Nîtisâra Arjuna uccide i nívâtakavaca col upekṣâyânam, Kâm Nît. XI, 10. Gan).

Anche qui il Kâm. Nît. si serve della leggenda per dare un esempio tecnico, e tra il Kâm. Nît e il P. non c'è accordo.

Nahuṣa.

Nahuṣa è ricordato in P. III. 233. H. Nelle sentenze aggioga un brahmano al suo carro (3).

Il P. ricorda in oltre il suo servaggio alla corte dei Viráta (P. III 206 H).

Nel Nîtisâra Nahuṣa va all' inferno per il suo adharma. (Kâm. Nît. I. 16 Gan).

Draupadî.

Draupadî coi cinque Pânḍuidi arriva alla corte di Viráta P. III 207 H. (4). Come sopra abbiamo visto è moglie fedele dei cinque Pânḍuidi.

Virâṭa, il re dei Matsya, alla cui corte i Pânḍuidi vissero il tredicesimo anno del loro esilio, è menzionato nel P. III 206 H. Pare che questa leggenda del soggiorno dei Pânḍuidi nel suo regno avesse un particolare valore per la Nîtí. Infatti Damanaka per aver letto la storia dei Panduidi è detto sevâdharmaḥ. P. I. 7, 18.

Bhīma trovasi alla corte di Viráta come cuoco. P. III, 203, H (5).

Dṛṣthadyumna, figlio di Drupada, e fratello di Draupadî, l'uccisore di Drona, il vendicatore del padre, ucciso a sua volta nel sonno da Aṣvatthaman, è menzionato in P. I. 277. Simpl. Manca ogni accenno a questo eroe nella raccolta di B.

Mândhâtar, re della razza solare figlio di Yuvanaṣva, è ricordato in P. III 233, H.

Nessun accenno a lui nella raccolta di B. e nel Kâm. Nít.

(1) B. 6230.
(2) B. 5711.
(3) B. 5784.
(4) Simpl. III. 175.
(5) Simpl. III. 172.

Pṛthu è citato in Pañc. III. 232 H. Come Manu è una delle divinità che sono legate al mito cosmogonico. Nella leggenda egli è legato al ciclo di Viṣṇu. (1).

Manu è citato come legislatore sulla necessità di dar marito alle figlie. P. III. 187. H. Anche nella raccolta di B. le citazioni di Manu non abbondano. In una di esse Manu raccomanda la necessità dell'opera. (Karma) (2). Citazioni di Manu abbondano naturalmente nel Kâm. Nît. e nel Kauṭ. Arthś., ma sempre come legislatore mai come personaggio mitico.

Nala. Anche questo re, che appartiene alla schiera delle migliori creazioni epiche Indiane, è menzionato nel P. Accanto al volontario esilio di Râma, ecco anche la caduta di Nala, P. III 231, H (3).

Due passi del Kâm. Nît. ricordano Nâla. In uno si attribuisce la sua rovina conforme alla leggenda al giuoco dei dadi (Kâm. Nît. 1. 54 Gaṇ). L'altro è il passo Kâm. Nît. XV 50, pure sul gioco. Nala delude la povertà, affrontandola volontariamente (4).

Yama. Principe in forma di Yama è quel principe che non protegge i propri sudditi P. III. 63 H) (5).

Il regno dei morti é chiamato Yamaloka, chi se non è desideroso di morire, sveglia il leone addormentatosi per la stanchezza della lotta cogli elefanti? (Pañc I. 319 H.) Così chi ha coraggio di affrontare il dio della morte senza paura nella sua dimora e provocarlo a togliergli la vita? Certamente nessuno, (Pañc. I. 320 H), il Yamaloka è nominato accanto al Yamasadanaṃ.

Ai messi di Yama sono paragonati i pescatori (Yamakiṅkarābhair matsyabandhubiḥ) (pag. 270/₂ H). La preda cade sotto il cacciatore come spintavi sotto da Yama. (Pañc. II 60 H).

Altrove il giuoco è paragonato a un messo di Yama (dyûtam yamadûtâbham). (Pañc. I 45 H) (6).

Altre forme di Yama sono Kâla, il dio del tempo, e Mṛtyu = la morte. Ambedue si trovano nel Pañc. Yama porta a Kâla Suka. (Pañc. 106/₁₉ H).

(1) B. 6230.
(2) B. 1550.
(3) Simpl. V, 68.
(4) B. 549.
(5) Simpl. III 72.
(6) Simpl I. 58.

Mṛtyu in forma di gufo si presenta alle oche. (P. pag. $72/_{11}$ H) mṛtyur ulûkarûpenâyâtaḥ.

I fratelli di Yudhiṣṭhira assomigliano a Indra Kubera e Yama (Pañc. III 205, H) (1).

Il dio della morte tutto rapisce, re, ministri, donne, giardini, boschetti. (Pañc. III 224, H).

Le ricchezze oggetto di tanti sforzi, di tante pene non accompagnano mai il morto (Pañc. II 123, H) (2).

Yama non ha compassione di nulla (Pañc. V pag. $58/_{16}$, ed. Bühler).

La raccolta di B. ci dà queste altre sentenze in cui Yama compare, accordandosi colle sentenze del Pañc.:

Tra le nature del principe v'è quella di Yama, come dio inesorabile della giustizia (3).

Yama deve esaudire i re, che sono fedeli ai loro voti. Come potè in fatti Yama non esaudire principi dai voti veraci? (4)

Ogni dio ha i suoi difetti, così Yama ha i piedi ammalati (sarujapadayamaḥ) (5).

Yama conosce le azioni degli uomini (6).

Il dio della morte ci attende come nemico, alla fine della vita (7).

La tṛṣṇâ, o sete dei desiderii è paragonata al fiume infernale, l'ira è Yama, causa di morte (8).

Tutti i mali messi insieme e con essi Yama (antaka) non controbilanciano quel gran male, che sono le donne (9).

L'amore di Viṣṇu ci fa vittoriosi della morte ossia di Yama (10).

La sede di Yama è chiamata Yamâlayam (11).

Agni. Le donne sono godute prima dagli dei, poi da Soma, dai Gandharva e da Agni, per ultimo dagli uomini. (Pañc. III

---

(1) Simpl. III, 174. B. 7049.
(2) Simpl. II, 115. B. 2002.
(3) B. 3863.
(4) B. 1594.
(5) B. 2049.
(6) B. 930.
(7) B. 7231.
(8) B. 1974.
(9) B. 338.
(10) B. 512.
(11) B. 1625.

181 H). Col benvenuto si saziano dapprima i fuochi, (agnayaḥ) coll'offrir da sedere si soddisfa Indra, colla lavanda dei piedi, i Mani; col cibo e la bevanda Prâjapati. (Pañc. I 132, H) (1).

La qual sentenza è illustrata da un'altra. (Pañc. III 184, H), che dice, quando la ragazza divien pubere Soma la gode, all'apparir del seno la godono i Gandharva, quando è menstruata la gode Agni (2).

Soma dà alle donne la purezza, i Gandharva la bella voce, il fuoco tutte le purifica (Pañc. III 182, H) (3).

Il dio Agni, come Vâyu e Soma sono ancor essi soggetti alla legge del Karma, godono ora il frutto delle loro buone azioni (4).

Tra le nature del principe vi è quella di Agni.

Il fuoco, come gli altri dei, ha i suoi difetti, capitalissimo quello di essere un divora tutto (5).

Esso è il dio dei Brahmani, ma il dio degli asceti è nel loro cuore, il dio degli sciocchi è un'immagine, il dio, di chi ha raggiunto la suprema indifferenza è dappertutto (6).

Agni nel Kâm. Nît. è ricordato col nome di Jatavadas.

Nel Kautîliya Arthaśâstra è detto che il re deve unire in sè le nature di Indra, il dio compensatore e di Yama il dio punitore (Kaut. Arthś cap. XVIII).

Kubera. Per le discordie di Kubera, d'Indra, d'Agni, a Varuna, ogni prosperità si perde. (Pañc. I 433, H).

I tre fratelli di Yudhiṣṭhira paragonati a Indra Kubera e Yama (Pañc. III 205, H) (7).

Meraviglioso tesoro, che appare a chi s'immerge nel lago, per favore di Kubera. (Pañc. 280/$_{14}$ H).

Uno dei tesori di Kubera appare in sogno al mercante (Pañc. 257/$_{24}$ H).

I saggi onorano Śiva per la sua liberalità, non Kubera, che le ricchezze nasconde (8).

---

(1) Simpl. I. 172, B. 7335.
(2) B. 6299.
(3) B. 7176.
(4) B. 1564.
(5) B. 2049. B. 1110.
(6) B. 66.
(7) Simpl. III. 174.
(8) Simpl. II. 69.

Tra i tesori di Kubera vi e il famoso tesoro della conchiglia (Śaṅka). (Pañc. II 9, H) (1).

Kubera pensa a custodire le sue ricchezze. (Pañc. 266/16 H).

Râvana fu invano aiutato da Kubera coi suoi tesori, non potè vincere il destino (Pañc. Simpl. V. 90).

Un uomo, che spenda senza riguardo, sia pur ricco come Kubera, deve finire per divenire povero (Hit. ed. Schl. II 91) (2). Nessuna citazione a Kubera nell'Arthaś. e in Kâmandaka.

Soma, ricordato coi Gandharva e Agni a proposito della pubertà delle donne. cfr. Agni.

Come Agni e Vâyu è soggetto al Karma (3).

Âditya. Il venerando Âditya volge al tramonto (Pañc. 241. 6, H); è invocato come sposo della figlia del topo (Pañc. 241. 22, H).

Varuṇa. Ricordato come jaleśvara = sire delle acque, insieme con Kubera, Agni e Indra; per le loro discordie ogni prosperità va perduta, cfr. Agni. (Pañc. I. 433, H).

Nella silloge di B. si ricordano invece di preferenza i lacci di Varuṇa, quei lacci con cui questo dio, punitore della menzogna cinge i malvagi, il re deve in questo imitarlo.

Una delle cinque nature del re è quella di Varuṇa (4). Come Varuṇa deve il re tener a freno i malvagi Vâruṇair vrâtair (5), il farlo costituisce il metodo di Varuṇa (6) (vâruṇam vratam).

Curioso si è che il P. taccia su questo ufficio di giudice punitor del falso, proprio della regalità.

Varuṇa è citato nel Kaut. Arthś. lib. IV cap. XIII ma non nel Kâm. Nît.

Brahmâ.

Esso è il supremo creatore, lo sciacallo azzurro si fa passare per creato da Brahmâ (P. I. 10 pag. 55/12 B). Nella redazione di Purnabhadra a Brahmâ, è sostituito Indra (âkhaṇḍala) e non come creatore, ma come consacratore dello sciacallo nella signoria degli animali. (P. pag. 69/7 H).

---

(1) Simpl. II. 10.
(2) B. 2020.
(3) B. 1564.
(4) B. 3863. R. ed. B. 3. 40. 12, ed. G. 44. 12, 4. 17. 26.
(5) B. 5983. R. ed. Gorr. 2. 122. 22.
(6) B. 5984. M. 9. 308.

Brahma, Hari e Šiva proteggono chi ha compassione di un supplice. (I. 259, H) (1).

Pronuncia un discorso quando scorge Višnu nella battaglia (P. pag. 56, H.).

Neppur Brahmâ arriva al fondo di una frode ben architettata (suguptasya o suprayuktasya) (I. 197, 218 H).

L'uovo di Brahma è menzionato in P. I. 203 S.

Brahmâ come creatore (dhâtâ) è spesso ricordato nella silloge di B. e quasi sempre in unione cogli altri dei Višnu e Šiva.

Brahmâ è nato in Campâ, Šiva in Râjagrha, Višnu a Mathurâ, non si può dunque parlare di una sola forma per tutti e tre questi dei (ekamurtih) (2).

Ogni dio ha la sua macchia, Brahmâ è pervaso dal dolore Višnu ha un male sulle labbra, Šiva ha tagli lungo il corpo, a chi si può paragonare il principe? (3) oppure Brahmâ è nato dall'ombellico di Višnu, così hanno le loro macchie d'origine Višnu e Šiva, a chi paragoneremo il principe? (4).

Nessuno può sfuggire al destino, Višnu divenne il bersaglio di un montanaro selvaggio, Brahmâ (Vidhâtâ) s'ebbe una testa mozza, la Luna e il Sole sono preda di Râhu, Šiva è nudo (5).

Brahmâ, il creatore (dhâtâ) gode solo di creare il mondo, Šiva anela ad abbracciare Gaurî, Višnu porta i segni degli amplessi di Lakšmî, come mai potrà un mortale resistere alla passione? (6).

Brahmâ è un potentissimo iddio. Egli personifica in sè l'ideale più alto della vita religiosa, in lui s'identificano la verità, l'ascesi, la vittoria sulle passioni, là compassione verso tutti gli esseri (7). Alla sua sede anelano gli uomini, mai soddisfatti nei loro desideri (8) pure, nemmeno egli dura quaggiù (9) Egli, la personificazione del maestro, (10) egli che può largire il dono

(1) Manca nel T Simpl.
(2) B. 2256.
(3) B. 6277
(4) B. 5834.
(5) B. 2643.
(6) B. 3142.
(7) B. 6731.
(8) B. 3791.
(9) B. 738.
(10) B. 871.

della poesia (1), di cui si ricordano le penitenze ascetiche (2), è soggetto come gli altri alle frecce d'amore (3).

Non Viṣṇu, Šiva e Brahman e gli altri dei proteggono l'innamorato, ma il volto della sua fanciulla nell'amplesso amoroso (4).

Le purificazioni di Brahman sono ricordate (5).

Brahmâ non è citato nel Kâm. Nît., nè nel Kaut. Arthš.

Il solo punto, in cui Brahmâ nel P. è messo nella triade con Hari e Šiva, in accordo con molti passi nelle sentenze di B., trovasi nel textus ornatior, manca nel simplicior.

Prajâpati, o Brahmâ ci si cattiva quando s'offre all'ospite il cibo. P. I. 132 H (6).

Râkšasa. I Râkšasi sono nel P. come nell'epica demoni, che vengono per rapire le donne (P. 279/24 H), le vacche ai Brahmani (P. 207/20 H.), essi possono assumere le forme più varie, p. es. quella di un albero, il nyagrodha (P. 158/11 H). Il tessitore dalle due teste e dalle quattro braccia è scambiato per un râkšaso e ucciso (P. 275/17 H). A cavallo del Brahmano ha i piedi molli come loti (P. 285/14 H). Un râkšaso sorge dal fondo delle acque (P. 279. 24, H). È scacciato da un brahmano con una preghiera alla divinità preferita (devatâmantrâdhyanena). (P. 207. 20 H).

Tutti questi accenni ai râkšasi si trovano nella prosa del P. non nella parte poetica.

Un. *Vyantara*. Spirito affine ai Rakšasi, o un rakšaso stesso è dato come abitatore di un albero (P. 273/8 H).

Il figlio del re crede la gazzella posseduta da un *bhûta*, o spirito (P. 169/20 H).

I *Gandharvi* godono le donne prima che gli uomini. (P. III 181, H) (7) cfr. Agni.

Gli *Asura* fanno parte del sistema dell'universo (P. II. 107, H).

Râhu, il demone che a' tempi degli eclissi ingoia il sole

---

(1) B. 1093.
(2) B. 3300.
(3) B. 1087.
(4) B. 1035.
(5) B. 929.
(6) Simpl. I. 172.
(7) Manca in Simpl.

e la luna di così frequente menzione nella letteratura sanscrita è ricordato (1).

Il *Gange*, il fiume sacro è menzionato in due punti (P. 66. 15. H). in una comparazione, e (P. I. 282 H).

Vâsukî, il celebre re dei serpenti è ricordato (P. 105. 9 H).

Il *Râsâyanam*, elisir di lunga vita cfr. (P. I. 176 H) (2) il re deve godere il suo regno, secondo il suo potere come il dio il râsâyanam.

I *Lokapalâḥ* sono invocati cogli altri dei come testimoni delle azioni degli uomini. (P. 1. 141, 395, H) (3).

Sâgara, l'oceano e il fuoco Vâdava. I saggi accontentano con poco il nemico, che tutto vorrebbe prendere per se come l'Oceano il fuoco sottomarino (Vâdava). (P. IV. 23. H) (4).

Chi fuori dell'Oceano può sopportare il fuoco (Vâdava)? (P. V. 32 H.) (5).

Pâtâla, l'inferno è menzionato. (P. 105. 9. H).

Sudhâ, o ambrosia. Il re vedendo il tessitore in forma di Narâyana scendere presso la figlia per la gioia si sente come pieno d'ambrosia. (P. 52. 22 H).

Suraloka. Il falso monaco va nel Suraloka. (P. 103. 13 H).

Viśvedevâḥ. L'ospite che giunge dopo un sacrificio fatto ai Viśvedevâḥ, a tutti gli dei, conduce al cielo, è una benedizione, sia buono, sia malvagio. (P. IV. 2. H) (6).

Devâsurasamgrama, ricordato in P. 93. 21 H.

Viṣṇu. La maggior parte degli accenni a Viṣṇu trovasi nel racconto del tessitore in forma di Viṣṇu (P. I. 8 H.) racconto certamente aggiunto tardi al Pañcatantra, (7) che, per il motivo, per il tono, per i personaggi che si agiscono e per la mitologia molto si distacca dagli altri racconti del Pañc.

Il carpentiere fabbrica un Garuda, l'uccello, che Viṣṇu cavalca, di legno, movibile, poi dà al tessitore tutti i contrassegni di Viṣṇu, perchè egli si faccia passare come tale. « Presentati alla ragazza, ella ti crederà Vasudeva ». (P. 38. 10. ed. B).

(1) Simpl. I. 326.
(2) Simpl. I. 215.
(3) Simpl. I. 142, 405; cfr. pure MBh. I. 3017; Hit. II. 108; M. 8. 91.
(4) Simpl. IV. 25.
(5) Simpl. V. 35.
(6) Simpl. IV. 2.
(7) Il che riconobbe anche il Benfey. *op. cit.* pag. 158.

Così fa il tessitore, la ragazza lo saluta come purificatore del trimundio (trailokyapâvana) (1), Viṣṇu ossia il tessitore dichiara di aver abbandonata la sposa Lakṣmî, per lei. (P. Simpl. 38. 12), che ella è una incarnazione di Râdhâ (P. Simpl. 38. 16). Purnabhadra non fa nomi, dice semplicemente in forza di uno scongiuro, tu eri prima mia moglie, ed ora sei una fanciulla umana. Nel textus simplicior, il tessitore Viṣṇu ricorre alle minacce per vincere la resistenza della fanciulla, in Purnabhadra la fanciulla acconsente, senza resistenza al matrimonio.

Il punto più curioso del racconto si ha quando Viṣṇu e Garuda entrano nel corpo del tessitore e dell'uccello di legno e gli danno la vittoria sui nemici del re, più curioso perchè ci mostra Viṣṇu preoccupato del suo prestigio tra gli uomini. (P. 55. 9, H).

Nulla si può ottenere quaggiù senza sforzo, Viṣṇu l'uccisore di Madhu, abbraccia Lakṣmî, con quelle braccia, che si son stancate nel frullare l'oceano, (P. V. 31 (2)), dove abbiamo due allusioni a due gesta mitiche di Viṣṇu l'uccisione di Madhu e il frullamento dell'oceano.

La sete del desiderio fa si che Viṣṇu pigli la forma di un nano, benchè già signore del trimundio. (P. II. 99 H.) (3) riduzione a scopo morale di una nota leggenda vedica.

Viṣṇu è chiamato Ramâkantah, l'amico di Lakṣmî, e Lakṣmî è spesso ricordata accanto a lui, oltre i passi surriferiti, ne abbiamo uno in cui Lakṣmî, è considerata come la dea della prosperità, anzi come la prosperità stessa, e non è sempre facile distinguere dove la dea, è ancora dea e dove invece si accenni semplicemente alla fortuna e alla felicità, concetti astratti. (P. II. 133, H) (4).

Viṣṇu come Lakṣmî sono gli alleati della gente attiva dotata di energia (utsâha).

Di Viṣṇu si ricorda il disco e l'uccello Garuda, che egli

(1) Secondo il Textus Simpl. Purnabhadra è assai più stringato, e non dà Viṣṇu tanti titoli.

(2) Simpl. V. 32.

(3) Simpl. V. 81.

(4) manca in Simpl.

cavalca. (P. I. 196 H) (1), si ricorda la città Amaravatî. (P. 96. 2 H), e il cielo Vikuṇṭa (Vaikuṇṭiyâgatiḥ) (Vaikuṇṭasvarga) (P. 55. 9. H).

Il tessitore fingendosi Viṣṇu enumera egli stesso i demoni da lui uccisi Kaṃsa (Hiraṇyakaśipu), Madhu, Kaiṭabha (P. 54. 9. H).

Altra vittima di Viṣṇu sono Šaṃkha P. I. 283 H. e I. 56 H., e Pañcajanyam. (P. I. 56 H). Bali (P. 227. 11 H) (2).

Viṣṇu come Hari (P II. 13 H).

Importante nel ciclo di Viṣṇu è il posto che tiene *Garuḍa*, è la cavalcatura di Viṣṇu, (P. 50. 4 H.) è il re degli uccelli (P. 180. 14. H.) a lui gli uccelli ricorrono per aiuto, (P. pag. 156, I,) (in H. al contrario essi ricorrono a un vecchio cigno (P. 92. H)). Egli può far asciugare l'oceano, e obbliga l'oceano a render le uova alla tiṭṭibha minacciandolo con saette di fuoco (P. pag. 96. H.).

Nel Kâm. Nît. abbiamo un solo accenno a Viṣṇu (Kâm. Nît. I. 54. R., I. 56 Gâṇ). Nessun accenno nell'Arthš.

Nella silloge di B. Viṣṇu è spesso ricordato accanto a Brahma e a Śiva (3). Egli è una divinità potente, si raccomanda la sua religione (4). Chi è sul punto di morte deve pensare a Viṣṇu-Kṛṣṇa (5). L'amore a V. è un bene nella vita (6). V. salva dal peccato (7). V. riposa sull'oceano (8), sul serpente Šeṣa (9). Con particolar frequenza è ricordato quando si fà piccino, nano, per vincere Bali (10).

Si ricordano le sue imprese contro Hiraṇyakaśipu (11),

---

(1) manca in Simpl.
(2) P. I. 194 (Jib).
(3) B. 7369. Nîtiś. 39.
B. 6277.
B. 4205.
(4) B. 3328, 5030, 5987.
(5) B. 1297.
(6) B. 6669.
(7) B. 777.
(8) B. 7087, 929.
(9) B. 7173.
(10) B. 2600, 2644, 5436.
(11) B. 5540.

contro Kamsa (1), contro Bhrgu (2), contro Mura (3). Molte sentenze si riferiscono a V. e Lakšmî (4) V. è vittima come altri dei di Amore (5).

Šiva. cfr. Mahâkâladeva (P. 263. 21. H.), è contrapposto a Kubera, custode questi dei tesori, di cui quello è largitore, cfr. Kubera; possiede templi (Pañc. 134. 26 H.), è preso da Ravana (P. V. 43. H.); sua sposa è Gaurî. (P. III. 183, H). *Durgâ* è venerata dalle donne (P. 24. 13 H); (P. 224. 1 H); il collo di Šiva Haragala).

Affine a Šiva come divinità distruggitrice è Kâla egli beve il frutto dell'azione non compiuta (P. III. 200, H); (6). Il cacciatore è paragonato a Kâla il dio della morte. (P. III. 121 H). il tempo (Kâla tutto afferra (7) (P. II. 16, H) (8).

Svayambhu. Autore di una massima di politica citato (P. I. 359. H.), riferito probabilmente a Brahma.

---

(1) B. 5834.
(2) B. 4086.
(3) B. 416.
(4) ad es. B. 7388, 5030, 3768.
(5) B. 1088.
(6) Simpl. III. 171.
(7) Simpl. II. 20.
(8) Simpl. I. 377. III 129.

L'AZIONE DEL SOLVENTE E DELL'ELETTROLITO SULLE FORZE ELETTROMOTRICI DELLE LEGHE *Cu-Zn* (1)

Nota di LIVIO CAMBI

(*Adunanza del 1 luglio 1915*)

Per quanto ripetutamente studiata la tensione elettrolitica di varie leghe binarie non fu oggetto che di ricerche assai spesso incomplete, come notava recentemente anche G. Tammann (2). In alcuni casi anzi questo autore additava la necessità di una revisione di queste tensioni perchè il loro andamento era troppo discorde con la costituzione che attualmente dobbiamo attribuire alle leghe binarie (3) corrispondenti.

A M. Herschkowitsch (4) e sopratutto a N. Puschin (5) dobbiamo il maggior sviluppo sperimentale delle indagini sulle tensioni in questione. Se però queste ricerche hanno in molti casi valore per il lato qualitativo in rapporto alle fasi che possono costituire una lega binaria, da esse non si può trarre mai o quasi alcun dato quantitativo in modo da poter risalire dalle f. e. m. alla misura del lavoro esterno di formazione, od anche al calore di formazione, dei composti e delle soluzioni solide che possono esserci presentate dai varî sistemi.

Nel caso di alcune amalgame, limitatamente a brevi tratti di sistema, si poterono dedurre dalle f. e. m., in base ai ben noti principî termodinamici, le costanti termiche in buon accordo con

(1) Lavoro eseguito nel laboratorio di elettrochimica del R. Istituto tecnico superiore di Milano, diretto dal prof. G. Carrara.

(2) Lerbuch der Metallographye, 1914, pag. 338.

(3) Come *Zn-Cu*, *Sn-Cu*, *Zn-Au*, *Sn-Au*.

(4) Zeit. phys. Chemie 27 (1898) 142.

(5) Zeit. Anorg. Chemie 56 (1908) 1; 36 (1903) 232.

quelle determinate direttamente con i metodi calorimetrici (1). Ma già in altre amalgame come in quelle di sodio e di potassio si osservano notevoli oscillazioni nei valori del f. e. m. che non condussero che ad una valutazione assai incerta del calore di formazione delle amalgame stesse (2).

Varie sono le difficoltà che si incontrano comunemente: principale l'incostanza della f. e. m. che si verifica nel maggior numero dei casi in larghi tratti dei sistemi studiati. Gli elettrodi a lega manifestano fenomeni di passività, più spesso dovuti non ad una vera passività ma ad una alterazione della superfice metallica operata da reazioni fra la lega e l'elettrolito o l'ossigeno quando questo non venga eliminato completamente.

F. Haber (3) discutendo appunto le f. e. m. delle amalgame di sodio surricordate sviluppava i rapporti fra la tensione e il calore di formazione dei composti metallici e ricordava la contraddizione, già osservata da Herschkowitsch, fra il calore di formazione del composto $Cu\,Zn_2$ e la tensione da esso manifestata verso lo zinco. Fra la tensione dello zinco puro e quella di questo presunto composto si aveva una differenza di 0,728 Volta (4) (di 0,545 secondo Puschin): orbene, notava Haber, dai dati termici di T. J. Baker (5) si calcola invece una differenza di potenziale di 0,11 Volta (6).

Questa discordanza non è certo limitata al solo caso della coppia *Zn—Cu* ma si manifesta in altre coppie e forse è generale per tutte quelle leghe allo stato solido, che ci presentano composti, costituite da un metallo nobile, o pressochè nobile, mentre l'altro metallo è fortemente elettroaffine. E vien fatto di osservare come questi fenomeni di passività, se possono in qualche caso esaltare le differenze dovute alle variazioni nella costituzione della lega, debbono in altri casi mascherare le va-

---

(1) T. W. Riccard, u. G. N. Lewis Z. phys. 28 (1899) 1.

(2) Haber e Sack, Z. Elektroch. 8 (1902) 245, Sack, Z. Anorg. Ch. 34 (1903) 37, Reuter, Z. Elektroch. 8 (1902) 801.

(3) Zeit. Elektrochemie, 8 (1902) pag. 542.

(4) Herschkowitsch, *loc. cit.*, pag. 142.

(5) Zeit. phys. Chemie 38 (1901) pag. 633. Si hanno anche i dati termici di A. Galt. (Phil, Mag. 5 (49) 1900) che sono in molti punti assai diversi da quelli di Baker, ma sono anche affetti da errori sperimentali. *Cfr.* Macy Zeit. phys. 38 pag. 300.

(6) Sulle cause di queste differenze si svolse una breve polemica fra Reinders, Zeit. phys. 42 (1903) 225 e Sack, *loc. cit.* pag. 324. Secondo Haber e Sack la passività di queste leghe sarebbe appunto dovuta allo strato superficiale di rame che verrebbe a formarsi e ad impedire la manifestazione della tensione della lega.

riazioni stesse e condurre a quelle discordanze fra le f. e. m. e i dati dell'analisi termica e micrografica cui accennavo da principio.

Le alterazioni della superficie della lega possono essere dovute all'ossigeno eventualmente presente che naturalmente attacca il componente meno nobile e lo sottrae così dalla superficie stessa (1). Ma ove si escluda questa, altre cause possono intervenire. Reinders (2) osservava che si tenne conto in generale soltanto del componente meno nobile: le tensioni delle varie leghe si misurarono soltanto rispetto a soluzioni contenenti il solo catione di questo componente e necessariamente doveva avvenire lo spostamento di una parte di questo metallo per opera del meno elettroaffine per modo di aversi una soluzione in cui sia raggiunto l'equilibrio, rispettata cioè la condizione

$$\sqrt[n_1]{\frac{P_1}{p_1}} = \sqrt[n_2]{\frac{P_2}{p_2}} \quad (3).$$

Questa condizione assume un significato particolare per i casi di soluzione solida o liquida dove allora P_1 e P_2 rappresentano le tensioni di soluzione parziali dei due metalli in seno alla soluzione metallica stessa.

Ma, come osserva Reinders stesso, in generale abbiamo tale disparità nelle tensioni dei due metalli che le condizioni dell'equilibrio debbono essere raggiunte con concentrazioni estremamente piccole degli ioni del metallo più nobile, e si può osservare che praticamente basteranno le svariate cause, che difficilmente si evitano, che possono influire sulla dissoluzione della lega perchè l'equilibrio sia raggiunto. Se poi in questo caso la superficie del metallo è grande, questa causa potrà portare ad alterazioni quasi trascurabili in molti sistemi.

Ma un'altra fonte di alterazioni, e certo in alcuni casi la predominante, è quella dovuta all'azione del solvente sulla lega. Come ad esempio si osserva nelle leghe $Cu-Zn$, in alcuni tratti

(1) In molti casi si è trascurata completamente l'influenza dell'ossigeno, ricordo una ricerca recente di Vigoureux, Ducelliez, Bourbon sulle f. e. m. delle leghe $Fe-Zn$: gli autori avvertono che dopo qualche tempo si aveva la formazione di sale ferrico basico. Bulletin soc. chim. (4) 11 (1912) 799.

(2) Z. phys. Chemie 42 (1903) pag. 225.

(3) Come è ben noto P_1 P_2, p_1 p_2, n_1 n_2 rappresentano rispettivamente la tensione di soluzione, la pressione osmotica degli ioni metallici, la valenza dei due metali.

del sistema, con la soluzione acquosa di $Zn\,SO_4$ si ha un vero svolgimento di idrogeno e si rende ben manifesta la alterazione della superficie metallica. Questa azione oltre condurre ad una depolarizzazione dell'elettrodo ci dà infine una variazione non indifferente della superficie della lega. Tali fenomeni sono evidentemente più intensi nelle leghe di metalli più elettroaffini.

In rapporto al complesso dei fenomeni accennati sorgeva la necessità di esaminare l'azione del solvente e dell'elettrolito sull'andamento delle tensioni di leghe binarie. Si sono usati per opportunità di esperienze, in alcuni casi, solventi non acquosi (come l'alcoolmetilico, la piridina, l'etilamina) e sopratutto gli elettroliti più varî: così si hanno le tensioni dei bronzi e di altre leghe dello stagno in soluzioni di puro acido solforico (1), in altri casi si usarono soluzioni di idrati alcalini (2): ma sulle relazioni fra le tensioni di una stessa lega in varî solventi ed in elettroliti diversi mancava un esame sistematico.

Certo dal lato teorico assoluto, stando alla teoria svolta da Reinders, ove si usassero cioè soluzioni in cui entrambi i metalli siano in equilibrio con i corrispondenti cationi, ove si verificasse la condizione surricordata

$$\left(\frac{P_1}{p_1}\right)^{\frac{1}{n_1}} = \left(\frac{P_2}{p_2}\right)^{\frac{1}{n_2}},$$

le differenze tra le tensioni di due date leghe, degli stessi metalli, dovrebbero mantenersi costanti nei varî solventi ed elettroliti, purchè per ogni caso si mantenesse costante la somma delle pressioni osmotiche parziali dei due cationi metallici in soluzione. Ma per tutti i fenomeni secondari, che influenzano in modo così profondo l'andamento delle tensioni, per il fatto che in generale è assai difficile poter operare in condizioni iniziali di equilibrio, la ricerca si presentava neccessaria.

Venne scelto per questo primo gruppo di esperienze il sistema *Zn – Cu* come quello che presentava in modo assai spiccato e discusso le varie anomalie surricordate.

Iª Parte.

L'influenza del solvente. — Le leghe *Zn-Cu* vennero preparate da zinco puro e da rame elettrolitico fondendole in crogiuolo di grafite: le più ricche di zinco vennero fuse sotto

(1) PUSCHIN, *loc. cit.*
(2) PUSCHIN, Revue de métal. 1907, 932.

uno strato di miscela eutettica *LiCl-KCl* (1), quelle più ricche in rame sotto uno strato di polvere di carbone, in atmosfera inerte, di azoto. I lingotti vennero torniti o limati, a seconda della composizione, fino ad un diametro di circa 5 mm. La composizione venne stabilita mediante l'analisi. Vennero sottoposti alla ricottura rinchiudendoli in tubetti di vetro chiusi alla lampada: il riscaldamento venne prolungato per 5 giorni alla temperatura di 360° da 0-50 °/₀ *Cu*, di 500° dal 50-100 °/₀ *Cu*.

Prima di immergere i varî lingotti nelle soluzioni sperimentate, per le misure, la loro superficie venne rinnovata con smeriglio.

Le soluzioni acquose usate nelle misure stesse erano preparate con acqua bollita e mantenuta in atmosfera di azoto: il riempimento degli elettrodi venne pure compiuto in atmosfera di questo gas.

L'alcool metilico usato era assoluto, ridistillato su calce viva; la piridina pura, distillata su potassa fusa. Il solfato di zinco era esente da ferro, il cloruro anidro e rifuso.

Gli elettrodi vennero costruiti usando recipienti simili a quelli già da me adoperati per le f. e. m. delle amalgame di calcio e di magnesio (2). Gli elettrodi con le diverse leghe vennero opposti ad elettrodi normali ben noti: in ciò il metodo da me seguito diversifica da quello di Puschin che misura in genere le f. e. m. di coppie del tipo $Zn_x\,Cu_y\,/\,Zn\,SO_4$, acq. / Zn. Credetti più razionale scegliere un elettrodo di confronto sicuramente costante.

Le misure vennero compiute con un potenziometro graduato al 0,0001 di Volta, con un galvanometro a riflessione, ed usando come campione un elemento a cadmio tarato. Durante la misura le coppie vennero mantenute a 25° in termostato; tutte le misure riportate in questa nota si riferiscono a questa temperatura.

I. *Soluzione acquosa.* — Le coppie avevano la struttura seguente — $Zn_x\,Cu_{100-x}$ | $Zn\,SO_4$ 0,5 M | $K\,Cl$ 0,1 n; $Hg\,Cl$ | Hg.

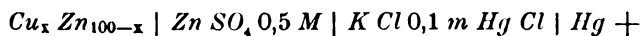
Queste coppie vennero studiate per una verifica dei dati di Puschin e principalmente per stabilire un termine di confronto sicuro del comportamento delle leghe nei varî solventi ed elettroliti che vennero successivamente adoperati.

I dati riportati nella tabella I rappresentano i valori raggiunti dopo 24 ore dall'immersione della lega nella soluzione

(1) Puschin e Rjarchsky, Zeit. Anorg. Chemie 82 (1912) 50.
(2) Rendiconti R. Accademia Lincei, 1914, II. pag. 606.
1915, I. pag. 818, 932.

di solfato di zinco. Fino al 30 °/₀ di *Cu* le coppie mostrarono una tensione costante, ma oltre questa composizione, le più ricche in rame mostrarono un comportamento assai incostante, specie all'inizio: per quanto abbia posto ogni cura per eliminare l'ossigeno. Giova osservare che i precedenti autori (1) notarono pure questa incostanza: Puschin scelse i valori offerti dalle varie coppie dopo tempi diveri nei diversi casi. Secondo questo autore le tensioni delle leghe tenderebbero a farsi costanti avvicinandosi in modo assintotico verso un proprio valore, con velocità diversa; ma non ho potuto verificare sempre questo fenomeno ed ho preferito prendere le f. e. m. delle varie coppie ad uguale distanza di tempo dall'immersione.

I.

$Cu_x\, Zn_{100-x}$ | $Zn\, SO_4$ 0,5 M | $K\, Cl$ 0,1 m $Hg\, Cl$ | Hg +

N.°	*Cu* °/₀ in peso	*F.E.M.*	ε_H	N.°	*Cu* °/₀ in peso	*F.E.M.*	ε_H
1	0	— 1.136	— 0.799	18	36.90	— 0.403	— 0,066
2	1.40	— 1.136	— 0.799	19	39.60	— 0.343	— 0.006
3	2.60	— 1.138	— 0.801	20	46.12	— 0.322	+ 0.015
4	6.22	— 1.138	— 0.801	21	47.76	— 0.343	— 0.006
5	9.36	— 1.128	— 0.791	22	49.90	— 0.290	+ 0.047
6	10.63	— 1.135	— 0.798	23	51.86	— 0.196	+ 0.141
7	11.80	— 1.112	— 0.775	24	57.28	— 0.175	+ 0.162
8	14.37	— 1.093	— 0.756	25	59.80	— 0.160	+ 0.177
9	16.50	— 1.101	— 0.764	26	62.79	— 0.172	+ 0.165
10	19.92	— 1.105	— 0.768	27	65.88	— 0.154	+ 0.183
11	23.90	— 1.104	— 0.767	28	69.29	— 0.141	+ 0.196
12	28.80	— 1.091	— 0.754	29	72.29	— 0.142	+ 0.195
13	29.45	— 1.083	— 0.746	30	75.28	— 0.124	+ 0.213
14	31.89	— 1.064	— 0.727	31	83.20	— 0.156	+ 0.181
15	33.60	— 0.813	— 0.476	32	88.25	— 0.114	+ 0.223
16	34.10	— 0.410	— 0.073	33	92.12	— 0.116	+ 0.221
17	35.20	— 0.387	— 0.050	34	98.79	— 0.106	+ 0.231

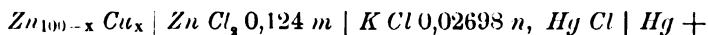
(1) PUSCHIN, *loc. cit.*; HERSCHKOWITSCH *col. cit.*

I potenziali ε_H sono dedotti detraendo direttamente dalla f. e. m. delle singole coppie il valore $\varepsilon_H = + 0.337$ Volta dell'elettrodo decinormale a calomelano.

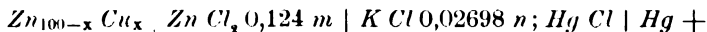
Noterò infine che la coppia N.° 1, a zinco puro, della tavola su esposta ha fornito una tensione che coincide con il valore determinato già per questa stessa coppia da Kistiakowsky (1).

Ricorderò poi che analogamente a quanto osservava già Puschin, le leghe a basso tenore di rame a contatto della soluzione si ricoprono in breve di bollicine di idrogeno. E che in diversi casi, per le leghe specialmente dal 30 °/₀ al 40 °/₀ di *Cu*, ho notato la formazione dello strato superficiale di rame, segno evidente della decomposizione avvenuta alla superfice metallica.

II. *Soluzione in alcool metilico.* — Le coppie erano del tipo seguente:

$$Zn_{100-x}\, Cu_x \mid Zn\, Cl_2\; 0{,}124\; m \mid K\, Cl\; 0{,}02698\; n,\; Hg\, Cl \mid Hg\; +$$

usai cioè come elettrodo normale l'elettrodo di Isgarischew (2). Le misure vennero limitate al tratto da 0-45 °/₀ *Cu*, sia per l'interesse maggiore offerto da queste leghe più ricche in zinco, sia per l'incostanza dei valori per quelle ad alto tenore di rame. Anche in questo caso venne escluso l'ossigeno operando nel modo indicato da Isgarischew, in atmosfera di azoto secco.

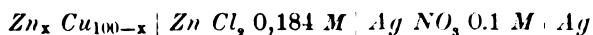
II.

$$Zn_{100-x}\, Cu_x \mid Zn\, Cl_2\; 0{,}124\; m \mid K\, Cl\; 0{,}02698\; n;\; Hg\, Cl \mid Hg\; +$$

N.°	*Cu* °/₀ in peso	*F. E. M.*	ε_H (3)	N.°	*Cu* °/₀ in peso	*F. E. M.*	ε_H
1	0	— 0.963	— 0.677	7	32.50	— 0.884	— 0.598
2	1.40	— 0.959	— 0.673	8	33.60	— 0.382	— 0.096
3	9.36	— 0.962	— 0.676	9	36.90	— 0.332	— 0.046
4	12.65	— 0.944	— 0.658	10	40.42	— 0.310	— 0.024
5	16.50	— 0.934	— 0.648	11	45.38	— 0.375	— 0.089
6	29.45	— 0.941	— 0.655				

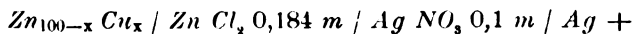
(1) Zeit. Elektrochemie 14 (1908) 113.
(2) Zeit. Elektrochemie 18 (1915) 509.
(3) Per il calcolo dei valori ε_H venne semplicemente detratto il valore

I valori riportati nella tabella II per lo zinco e per le leghe fino a circa il 15 °/₀ *Cu* si mantennero costanti per un periodo di oltre 24 ore. Dalla f. e. m. della coppia a zinco puro, applicando le correzioni di Isgarischew, si deduce per lo zinco in alcool metilico il valore $EP = 0{,}64$ più elevato di quello osservato da questo autore, ma sempre notevolmente inferiore al valore in acqua ($EP = 0{,}76$), in accordo a quanto osservarono Carrara e D' Agostini (1).

III. *Soluzione in piridina.* — Vennero costruite le seguenti coppie

$$Zn_x\, Cu_{100-x} \mid Zn\, Cl_2\; 0{,}184\, M \mid Ag\, NO_3\; 0.1\, M \mid Ag$$

Per l' elettrodo costante ad argento rimando a quanto ho esposto altrove (2). Anche in questo caso ho posto ogni cura ad escludere l' ossigeno e l' umidità. Contrariamente a quanto avevano osservato Abegg e Neustadt (3) per una coppia a zinco in piridina, analogamente costituita, ho notato una tensione assai costante per la coppia a zinco puro e per quelle a leghe più ricche in *Zn*.

III.

$$Zn_{100-x}\, Cu_x \mid Zn\, Cl_2\; 0{,}184\, m \mid Ag\, NO_3\; 0{,}1\, m \mid Ag\; +$$

Cu °/₀ in grammi	*F. E. M.*	*Cu* °/₀ in grammi	*F. E. M.*
0	— 1,185	29.45	— 0,702
10,63	— 1,179	33.00	— 0,710
12,65	— 0.899	36.90	— 0,630
16,50	— 0,785	—	—

$\varepsilon_H = + 0{,}288$ dell' elettrodo di Isgarischew. Per controllo questo elettrodo venne opposto a quello acquoso decinormale e la coppia

$$+ Hg \mid Hg\, Cl,\; K\, Cl\; 0{,}1\, n\, (H_2O) \mid K\, Cl\; 0{,}02698\, n\, (CH_3\, OH),\; Hg\, Cl \mid Hg\; -$$

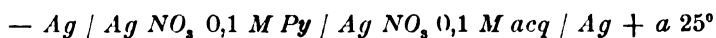
a 25° forni la f. e. m. di 0,050 Volta in accordo con il valore 0,048 osservato da Isgarischew (*loc. cit.*)

(1) Gazzetta chimica, 1905, I.

(2) Rendiconti R. Acc. Lincei, 1915, I, 818.

(3) Zeit. phys. Chem. 69 (1910) 492.

L' elettrodo a nitrato d' argento in piridina per controllo venne opposto a quello a nitrato d'argento decinormale acquoso, la coppia

$$- Ag \mid Ag\,NO_3\ 0{,}1\ M\,Py \mid Ag\,NO_3\ 0{,}1\ M\,acq \mid Ag + a\ 25^\circ$$

fornì una f. e. m. di 0,415, in accordo sufficiente con il dato di Abegg e Neustadt (0.418).

La fig. 1 seguente riunisce i diagrammi delle tensioni delle varie coppie misurate in acqua (I), ed in soluzione metilalcoolica (II).

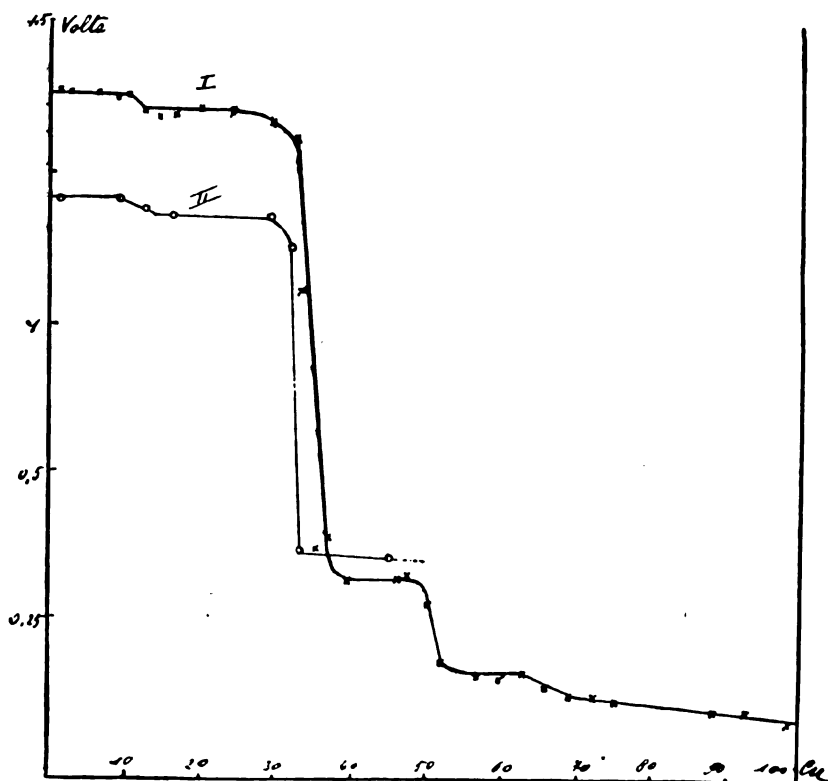



Fig. 1.

II^a Parte. *(In collaborazione con R. Paravicini).*

Influenza dell'elettrolito. — Venne scelto un caso estremo: il caso cioè delle soluzioni di cianuri. È ben noto come verso soluzioni dei cianuri doppi di rame e potassio, di zinco e po-

tassio, i potenziali dei due metalli risultino notevolmente alterati nei loro rapporti a causa della formazione degli ioni complessi cuprosocianici e zincocianici.

Dai dati di Spitzer (1) si ricava che a seconda della concentrazione del cianuro alcalino le tensioni dei due metalli risultano assai ravvicinate od anche invertite nel loro ordine, ad esempio, accoppiando i seguenti elettrodi con l'elettrodo a calomelano 0,1 n, questo autore osservò le f. e. m. seguenti:

Cu / $Cu\ CN$	0,0025 m;	KCN	0,5 m	= — 1,453	Volta
Cu / "	0,0025 m;	"	5,06 m	= — 1,693	"
Zn / $Zn\ (CN)_2$	0,0025 m;	"	0,5 m	= — 1,645	"
Zn / "	0,0025 m;	"	5,06 m	= — 1,670	"

In questi elettroliti, usando ad esempio una soluzione di cianuro doppio di zinco e potassio, per azione di una lega *Zn-Cu*, dovevano manifestarsi nel modo più spiccato i fenomeni discussi da Reinders in quanto poteva appunto aversi la possibilità di uno spostamento sensibile dello zinco da parte del rame.

Le misure vennero compiute usando i sali $K_2\ Zn\ (CN)_4$ e KCN purissimi, e l'acqua bollita e mantenuta in atmosfera di azoto come venne anzidetto. Così nel riempimento degli elettrodi venne con tutta cura esclusa l'aria.

Le tensioni delle leghe fino a circa il 30 % *Cu* mostrarono come nei casi precedenti i valori più costanti: l'andamento delle tensioni era alquanto diverso dai precedenti giacchè qui dapprima mostravano tendenza ad aumentare poi a decrescere.

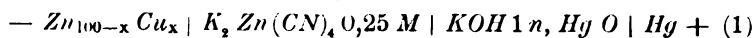
Le leghe del 55 % in *Cu* a quelle più ricche in questo metallo manifestarono spesso un lieve deposito di zinco ma non in modo costante, in molti casi non venne notato in modo appariscente.

Ricorderò inoltre che le leghe più ricche di zinco si ricoprivano dopo un certo tempo, a contatto della soluzione, di bollicine di idrogeno (fenomeno che è generale a tutte le leghe *Cu-Zn* allorchè si adoperino soluzioni di solo cianuro potassico), quindi anche in questo caso non è affatto esclusa l'azione depolarizzante del solvente, per l'azione combinata del solvente e dell'elettrolito.

I dati seguenti si riferiscono alle coppie:

(1) Zeit Elektrochemie 11 (1905) 345.

$$— Zn_{100-x}\,Cu_x \mid K_2\,Zn(CN)_4\ 0{,}25\,M \mid KOH\ 1\,n,\ Hg\,O \mid Hg + \quad (1)$$

IV.

N.°	*Cu* °/₀ in grammi	*F. E. M.*	N.°	*Cu* °/₀ in grammi	*F. E. M.*
1	0,0	— 1,183	11	33,60	— 1,085
2	2,60	— 1,176	12	37,80	— 0,978
3	9,36	— 1,168	13	48,05	— 0,991
4	10,63	— 1,144	14	51,85	— 0,990
5	12,65	— 1,133	15	55,45	— 1,010
6	14,37	— 1,141	16	61,23	— 0,980
7	16,50	— 1,138	17	64,84	— 0,992
8	19,59	— 1,122	18	68,29	— 0,963
9	23,92	— 1,142	19	74,44	— 0,936
10	29,45	— 1,122	20	78,63	— 0,915

Una seconda serie di misure venne compiuta con il solo cianuro potassico: a rigore gli elettrodi, $Zn_x\,Cu_y$ / *KCN acq.* non rappresentano elettrodi definiti: non è nota la concentrazione del sale di rame e di zinco in soluzione. Mi guidò il concetto che, dato l'attacco dell'elettrolito con svolgimento d'idrogeno, e le condizioni costanti in cui si operava per le varie leghe usando volume costante di elettrolito e una superficie pure sensibilmente costante di metallo, le f. e. m. potevano avere un valore comparativo. Aggiungerò che in questo caso osservammo anzi tensioni più costanti che non nei casi precedenti.

(1) Per l'elettrodo *Hg / Hg O, KOH* — Cfr. Wilsmore Zeit. phys. Chemie, 35 (1900) 325.

$- Zn_{100-x}\, Cu_x \mid KCN\; 0{,}25\, m \mid KON\; 0{,}1\, m,\; HgO \mid Hg.$

V.

N.°	*Cu* °/° in grammi	*F. E. M.*	N.°	*Cu* °/₀ in grammi	*F. E. M.*
1	0	— 1,348	16	42,84	— 1,257
2	2,60	— 1,344	17	45,38	— 1,246
3	6,22	— 1,322	18	48,05	— 1,243
4	8,60	— 1,342	19	49,90	— 1,230
5	9,36	— 1,342	20	53,70	— 1,218
6	16,50	— 1,326	21	55,45	— 1,202
7	19,92	— 1,345	22	61,23	— 1,198
8	23,90	— 1,339	23	69,40	— 1,190
9	28,80	— 1,336	24	71,70	— 1,213
10	29,45	— 1,338	25	75,28	— 1,215
11	33,25	— 1,254	26	89,11	— 1,247
12	34,10	— 1,245	27	92,74	— 1,234
13	36,90	— 1,237	28	99,36	— 1,229
14	39,60	— 1,220	29	100,—	— 1,225
15	40,42	— 1,225	—	—	—

La fig. 2 seguente riporta i diagrammi delle f. e. m. misurate per le coppie a cianuro doppio di zinco e potassio (IV). e per le coppie a solo cianuro potassico (V).

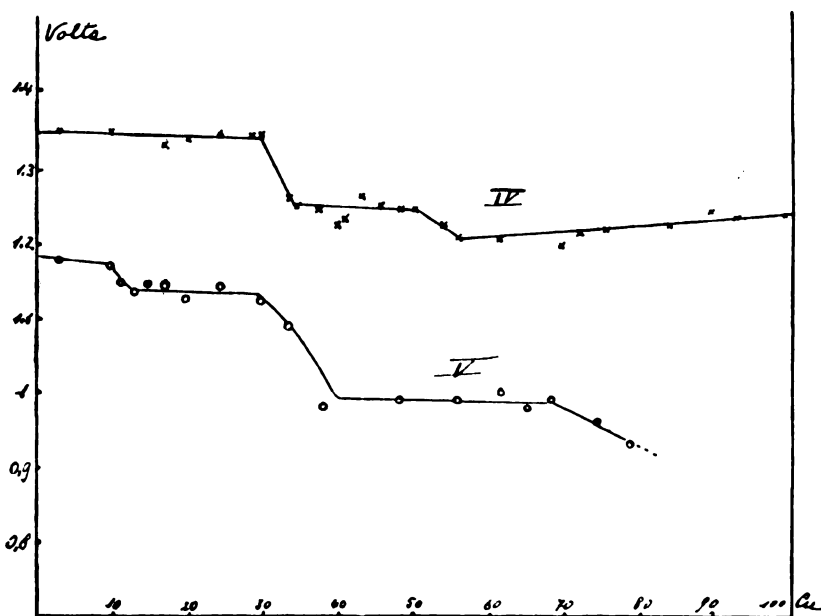



Fig. 2.

Conclusioni. — L'andamento delle f. e. m. delle leghe *Zn-Cu* verso la soluzione acquosa di solfato di zinco concorda con i dati già forniti da Puschin (1), qualche deviazione si nota nei valori per le leghe a più alto tenore di rame ma queste sono naturalmente dovute all'incostanza delle f. e. m., come ho già ricordato.

Puschin nel diagramma delle tensioni vedeva la manifestazione dei composti $Zn_6\,Cu$, $Zn_2\,Cu$, $Zn\,Cu$, $Zn\,Cu_2$. Ma ricorderò che, stando alla teoria delle fasi (Reinders), le tensioni ci manifestano la scomparsa successiva delle varie fasi componenti la lega e che i varî tratti orizzontali dei diagrammi debbono manifestarci le varie lacune di miscibilità allo stato solido che ci presenta il sistema *Zn-Cu*. I tratti di curva continua dovrebbero invece manifestarci i campi di completa miscibilità. A questo riguardo osserverò che la curva di Puschin, da me nuovamente verificata, segna con sufficente approssimazione, come già faceva osservare Mazzotto (2), la scom-

(1) loc. cit., pag. 29 e 30.
(2) Le leghe metalliche. Modena, 1913, pag. 272.

parsa successiva delle soluzioni solide η, ε, γ, β; non segna, almeno in modo apprezzabile, i campi omogenei ε, γ. Certo le tensioni sono troppo influenzate dai fenomoni secondari su discussi per avere da esse un quadro perfettamente rispondente alla costituzione delle leghe *Zn-Cu* in base alla teoria sulle f. e. m.

La maggiore variazione della f. e. m. nel sistema studiato si nota a circa 32 °/₀ *Cu*, questa venne attribuita da Puschin e da precedenti autori al composto Zn_2Cu. Ricorderò che l'esistenza di tale composto è resa assai probabile dai calori di formazione delle leghe *Zn-Cu* (1), dai volumi specifici (2): inoltre venne recentemente confermata dalle misure sulla conducibilità elettrica e del potere termoelettrico delle leghe stesse (3).

Tale composto deve però manifestarsi in seno al campo omogeneo delle soluzioni γ in quantochè le ricerche recenti di N. Parravano (4) hanno confermato che la lacuna di miscibilità $\gamma + \varepsilon$ non si estende oltre il 30 °/₀ di rame, e a questo riguado la curva delle tensioni non ci dà un'indicazione sufficente per poter distinguere ove il flesso segni la scomparsa delle soluzioni ε (procedendo dallo zinco al rame) e se si manifesti con un andamento caratteristico della curva delle tensioni γ il composto surricordato. Manchiamo del resto finora di ricerche sperimentali sulle tensioni di leghe che ci offrono soluzioni solide e che in un campo omogeneo di esse ci presentano un composto definito (5).

Passando infine all'esame delle tensioni delle leghe *Zn-Cu* nei varî solventi ed elettroliti troviamo in generale un evidente parallelismo fra i varî diagrammi delle figure 1 e 2. Dobbiamo riconoscere che le più salienti variazioni nella costituzione della lega si manifestano anche negli elettroliti più anormali come i cianuri. Il flesso a circa 14 °/₀ *Cu* (limite della lacuna $\varepsilon + \eta$) e il flesso a circa 32 °/₀ *Cu* si manifestano in tutti i casi studiati. Eccetto in piridina dove non si avverte questo secondo

---

(1) Baker, loc. cit.

(2) Maey, loc. cit. 300.

(3) Gazzetta chimica, 1914, II, 481.

(4) N. Puschin e W. Rajaschsky, Zeit. anorg. Chemie, 82 (1912) 50. — L. Norsa, Comptes Rendus, 155 (1912) 348.

(5) Vedi la recente discussione, a proposito di soluzioni solide e di composti in leghe metalliche, di N. S. Kurnakow (Zeit. anorg. Chemie, 88 (1914) 109.

flesso, manifestandosi già oltre il 14 % *Cu* dei noteveli fenomeni di passività.

Le varie curve si mostrano però nel modo più evidente l'enorme influenza dell'elettrolito e del solvente sui rapporti quantitativi reciproci delle f. e. m. delle leghe *Zn-Cu*. A circa 33 % *Cu* abbiamo nei cianuri una diminuzione di 0,15-0,10 Volta, nel solfato di zinco circa 0,70, in alcool metilico (soluzione di cloruro) circa 0,56.

È manifesta anche l'azione del solvente sui fenomeni di passività di queste leghe.

Queste ricerche verranno estese ad altri casi.

NOTE ETIMOLOGICHE E LESSICALI CÔRSE

del S. C. prof. Pier Enea Guarnerio

(Nota ultima)

Indice alfabetico delle voci.

(*Adunanza del 1 luglio 1915*)

(Il numero che segue immediatamente alla voce corrisponde ai §§ delle Note).

abachju, -á 13, 34
abbalddatá 198 n
abballatadora 198 n
abbici 12 n.
abbisestatu 43
abbrugata (all') 112 n
abbruscare 1 n
abbruscare, -ari log. sic. n 1
abbrustiare 1
abbuschjá, -ulá 1 n
abéghja 152
abinghji -lettu 157
abitaticciu 75 n
aboglie 13 n
abolgu 13 n
abrebiditu, aber- 64
abreccimme 191 n
abreju 13
abrukàta, -gàta 112 n
abrunisa 112 n
abruscá, -ulá 1 n
abruschju, -á 1
abulighjá 51
accendimme 191 n
accèndita, -ditata 2
accènnita 2
acchjurá, -assi 62
accinditá 2
accinnata 2
aċċotta, -á temp. 73
aċċottu. -ai camp. 73
acciuddá 4
accordio 30
accutrogliulatu 81
aciare sen. 18
Acqua -all' anghju 57 n
acquereccio 75 n
acqui -fraghji 91 n
acqui -fraghju 91 n
acqui -frighjula 91 n
adastare 17,30
addebbiare tosc. 83
adderdanassi 54 n
adebbiá 83
a d p o s t 21
•a d - r e n e g a r e 22
•a d - t a r d i a r e 112 n
•a d - t a r d i n a r e 54 n
aegua -fraśśa gen. 91 n
afforru log. 164
affucinà 83
africogno 3
afro, -etto, -uzzo 3
afru 3
agalabatu 180 n
agercidítu 64 n
aggiogliato 4
aggiugliá 4
aggrumbulatu 12 n
agguachjá 34
aghjelbulitu, -elp- 99
aghjerbulitu 99
agliastra 25 n
añata gall. 57
añuni sic. 57
a g n u s 57 n
agrancidi 64 n
agrazzu 5, 87
agresto 5
agrestu 5
agrimmi 191 n
agriviglià 87

agrura 5
aguèrla 34
àlaba 6
alabare, -es log. 6
alapa 6
alappiu 9
alari 64
alba 6
albèta 6 n
*albicata 112 n
Albitréccia 75 n
àlbitru 75 n
albòre 112 n
*alciu 11
alda 6 n
alèta 6 n
algachju, -òla 9 n, 94 n
algali, ar- 9 n
alira 25 n
alicògnu 53 n
allappiccassi, -ata 9
allèccitu, -itá 7
allentatu 119
allerdanassi 54 n
allecantare log. 8
allerantatu, alli- 8
allicciatu 124
allicere 7
allicicare 7
*allicitare 7
allogliato 4
allopiu 9
alloppicarsi 9
alloppio 9
allòru, al- 84
allucidá 7
allucitá, -uccitá 7, 112 n
allupiá, -biá 9
allupicassi 9
*alnicetu 11
alòccu 96 n
Altanaja 10
altano sp. 10
altanus 10
altòre 160
alrenter eng. 8
Alzi 11 n
Alzia 11 n
alzu 11
àmbacu 12
ambicci 12 n, 13 n
ambòlgu 13 n
ambrechju 13
ambrunali 14
ambrustulata (all') 14
ambustu 14
ambutu 14
amerganetta 6 n
amiliá, -azione 25 n
ammischju 139
ammòre 25 n
amparà 14
ampiata 14
ampji 14
anastu, -á gen. 15
anchjata 14
anciare aret. 18
ancona 14
*anfiare 14
ànfiu 14
anghjicula 25 n
anghjòle 25 n
anghjone 57
angu 57 n
ànghjulu, -èllu 57 n
anguentu 25 n
anguinachja 14, 94 n
anguinaglia 14
angulus 57
annastu, -iu 15
annéchju 16 e n
anniculus 16 n
annineu 16 n
annistá 17
annòdinu log. camp. 16 n
annòtina 16 n
annotinus 16 n
anore 25 n
ànota 112 n
ansaladina 14
ansciá 18
ansciata, -aròlu 18
ansciu 18
ansima, -are 116 n
anta 19
antachju, -aju 19
anticchia aret. 19
anticògnu 53 n
anticònu 53 n
àntula 19
ànuta 112 n
anzirla 29
appachjá 20, 151
appaiare 20
appanimme 191 n
appaspá 160
appaspu (all') 160
appicciá 156
appiccicá 156
appiccicágliula 156
appiccichèlla (erba) 156
appicciulá 156 n
appinnellá 158
appiu 9
appo 21
appòssu 21
apprime 25 n
appumessu 21
appus a. log. 21
arabiá, arr- 22
aracanatu 22
arachissi 114
arali 64
arancá, arr- 22
arazzu 87
arba 60
archimediu 160
arcifalu, alc- 9 n, 64
ardequi 25 n
ardignu 25 n
arecchja 25 n
arechjone 23
aréffice 25 n
aréghje, -esi 23
aréghju, -chju 24
areguuu camp. 122
aréssu 23 n
aréttu 23 n

arghitu 114
aricchjinu, *-cchjone* 25 n
arice 25
arichjèlla 25 n
ariciale 25, 64 n
ariézza 26
arifògliu, *or-* 84
arighjinale 25
arigiale 25
arimberscìu 172
arina, *-á* 25 n
aringuerscìu (*all'*) 172
ariviglià 87
arbi 25 n
armeghju 25 n
armègnulu 27
armighjá 25 n
arragai camp. 114
arraghitu 114
arrèere, *-ghere* log. 23
arressu log. 23 n
arrettu log. 23 n
arringa-arringa sass. 22 n
arringare log. 22 n
arrinikatu gall. 22
arrughire lucch. 114 n
Arsitinu 102 n
Artalèlli 25 n
Artali 25 n
articula 25 n
Artinula 25 n
arubaticciu, *arr-* 75 n
arucchjá 28
arva 6
arzilla 29
asceghju, 64 n
asceri 25 n
aschègiu, *-ale* 64 n
àscita 85
àsima 180 n
àstiu 30
asto 30
astòre 160
atrača, *-ada* 112 n
atračàta 112 n
atraču 112 n
atrečàda 112 n
attracchju (*all'*) 112
*auridiare 24
autan prov. 10
àuzinu calabr. 11
[avi]-vernula 111
avresticu 5 n
avversario 144
azotar sp. 73
azzotta log. sass. 73

babutrignu 160
bacchipènzulu 31
bachigliacciu 35
bachillacciu 35
bachillate 35
bachiltu 35
bacia 31
baciardu 31
badagnu 34
baddata, *-á* 198 n
baddatadora 198 n
bagnasciura 32
baina 34
baja 33
bajina 34
bajnetta 34
bájula 33
baliri 64
ballata 198 n
banastra gen. 162
banchigliacciu 35
banda 42, 75 n
bandarèccia 75 n
bandile 160
baracáttula, *-gàttula* 55
bari 64
barili 64
barra sar. 130
bastèlla 34, 36
batillum 35
batta 34
bazza 34
bèfalu, *-aru* 37
bèfulu 37
bègiu 38
benduniale 160
beniticciu 75 n
berbuttulimme 191 n
berciu 34
bescio tosc. 38
bessire log. 41
bèvaru 37
bevero 37
biaghjola, *via-* 40
bichjerchja 39
bieghja 39, 40
bièghju 39, 41
biegiu 41
bighe 53 n
bigògnulu 53 n
bimmu 42
biscica, *be-*, *bu-* 39
bisesto 43
bisestu 43
bissextus 43
bitrògnulu 53 n
bitru 53 n
Bivincu 162 n
bizanza 160
bizare log. 91 n
boccapandulà 31
boccapanzulà 31
bocchipenzulà 31
bocchire log. 41
bòcera 198
boja 162
bòlfido elb. 44
bòlfulu 44
bòlfitru 15, 44
bòlu 34
bòlžu 44
bomicare 45
bòmmicu 34, 45, 149
bone-nore 77 n
borga 53 n
bornio 162
bracaglione 63
bragia 46 n
Brancaziu 64
briciòlu 46 n
briciula 46 n, 171

brilluli 46
*brin'lus 46
briscá gen. 1 n
brisciólu 46 n
broncu 47
brots tic. 112
brúcinu 48
brucio, -i 48
brúciulu 46 n
brugiu, -i 48
bruna 112
brunchile log. 47
bruncili camp. 47
bruncus 47
bruscar prov. 1 n
bruscare 1 n
brusco 112 e n
bruscolo 112 n
brusta 46 n
brústicu (a) 112
bruzno sp. 112
bruzzaglia 112 n
bruzzo, -ico, -olo 112 e n
bubéghju 51
bucaticciu 75 n
bucca + pandere 31
bucchia 49
bucchja, -ala 49
bucchju 49
buccio gen. 52
bucértula 9 n, 160
bucherare,-rellare 198
buča 49 n
bucialatu, -ulatu 64 n, 198
bucina lucch. 52
bucino sen. 52
búčula 49 n
bugie liv. 135
bugliadiccia 75 n
buléghju 51
buleggbio lucch. 51
buliare log. 75 n
buliğğu gall. 51
buñeču 50 n
bumacheghju 34, 45
burdunale 160
burgógnulu 53 n
bũšĩ mil. 52
busciónu 52
busciu, -ula 49 n
bussica log. 39 n

cabágnulu 53
cacágliula, cag- 98
cacanná 177
kakkaná 177
cacciafori 108
Caccianincu 102
cachinnare 177
kačafóra 6 n, 108
cada 189 n
cadagnone, cat- 57
caderazza 54 n
càderu 54, 86
caegá gen. 34
cafanélla 31
cagarógnulu 53 n
caghè 34
caghjarone 180 n
caghju -á 91
kağare log. 91 n
caighé 34
càlaru 54, 86
calaticciu 75 n
calcicá, -gá 11, 197
calcio 11
calciu 11
callarécciu 75 n
calza, -i 11
calzu, -ólu 11
calzuolo 11
cámmara 62
camparécciu 75 n
campereccio 75 n
cancarena 180 n
canistréllu 134
kantanğólu 57 n
cantéchja 130
cantedu 31
kanteğğa gall. 130
canterécciu 75 n
kanterzu log. 130
cantherius 130
kantrežu comp. 130
capagnata lucch. 53
capagnu 53
kapra kòča 103 n
kapra kòğa 103 n
caprecce 75 n
caragnattu 55
carcanéddi 95
carcer 58
carciara 37 n, 58
carciófanu 37 n
caries + aranea 55
caries + cattus 55
carilium 94
kariñátula log. 55
karra sass. 164 n
karrada log. 164 n
karrainari a. log. 164 n.
caru 34
casarécciu 75 n
kaska di a nòte 112 n
cáschita, -e 85
casereccio 75 n
caspa 56
caspágliule 56
caspògnu, -ulu 53 n
càspi, -iá mil. 56
caspu 56
Castagniccia 75 n
cata + angulus 57
catagnònu 57
katañònu 57 n
catagnu 57
katañu 57 n
catanghjone 57
katanzu log. 57 n
càtaru, -eru 54
catinale 64 n
karita 94 n
kažare log. 91 n
celeuma, -ar port. 65
cenderi 68
čeppa log. 99
ceppa 83

čeravallu camp. 97
cermònia 6 n
cermuniá, -iòsu 6 n
černitu 94 n
certone, cior- 9 n
cherca -verca 32
chèrcila 58
cherciòfulu 37 n
chèrciula 37 n, 58
kerkužu, -olu log. 80
chère 85
chèrsita 85
chèrsu 85
chiáito 59
chiantare lucch. 59 n
chiatta 59 n
chiatto 59 n
chiba sp. 199 n
chieppa 99
kiokka lucch. 99 n
chioppo pis. 61
chiovo -are 62
kipu 162
chirchinare log. 67
kirkužu log. 80
chiruli 66 n
chispa sp. 72
chjáccula 71 n
chjalza, -u 60
chjanta (in) 59 n
čanuga 60, 97
čaraga 60
čarupulu 61 n
chjatta 59 n
chjattu 59 n
chjàvidi 59
chjelza, -u 60
čerupulu 61 n
chjòccula 99 n
čòkulu di šangwe 99 n
chjòppulu 49, 61
čòpulu, -a 61 n
chjòsu 62
chjòva 62, 99 n
chjucchju 191 n
chjucchjulimme 191 n
chjurèllu 62
chjurone 62
ciaba, -are tosc. 63
ciaba 63
ciabata, ciar- 13 n, 63
ciácciula 71 n
ciacculaju 71 n
ciafaglione 63
ciàiti, -á 34, 59
ciambacone 70
ciambata 13 n
ciampa 70
ciampicare 70
ciampicare 70
čaraballu gall. 97
ciaridulu 71 n
ciártula 9 n
ciati, -òsu 34, 59
ciatto lucch. 59 n
ciattulaju 71 n
ciarònu, -uná 63
cicèlbitra 15
cicerchia 39
cicercula 39
*cicinderiu 68
cifaru 9 n
cilente (a lu) 64
cilòma 65
cilumbrina 71 n
cimali 64 n
cincè 66
cincia 66
cinciá 66
cinciafri 66
cinciágliuli 66
cincianella aret. 66
cinciase gen. 66
cincimpòtola fior. 66
cinciná 67
cincinái camp. 67
cinciniòlu 67
cincipotora lucch. 66
cincinu (a) camp. 67 n
cincirri camp. 66
cincirrosu log. 66
cinderi 9 n, 68
cinderinu 68
ciòcciu 69
cioglìu 4
ciòllulu 5 n
ciòmpacu 70, 148
ciompicare lucch. 70
ciompico lucch.
ciompo 70
ciortella lucch. 9 n
čot b. eng. 103 n
čotin b. eng. 103 n
ciotola 71
ciottare 73
ciotto 71
ciottoro lucch. 37 n
ciòttula, -ola 71
cippus 83
circiná 67
circinái camp. 67
circinare 67
cispra 72
čüču gen. 69
ciuttá 73
ciutti-mergone 73
ciuttulaju 71
kokketta log. 77
coccia, -o 103
còccia 103
còcciuli 74
cocco 74
coccola 77
coccoli 74
coccum 77
còchja 74 n
*cocia 74
cochlea + coccum 77 n
cóciulu 74
còculu 74, 134
köden mil. 75
códule 75
códulu 75 n.
kodulu log. 75
kòga 103 n
cóllice 54
colmigno, -glio 37 n

cöltru 15
columbrina 13 n
columia lucch. 106
coma, _-mma_ 76
koma camp. 76
còmbidu 13 n
confortino 79
kontravèntu 6 n
*corpoc'lu 64
coriżone log. 94
corso boddaglio lucch. 81
koručulu 49 n
cotano lucch. 37 n, 75
cotrozzolo, _-ssolo_ lucch. 81 n
cotulus 75
kòzzuli sass. 74
krepuskulu, _-busk-_ 112 n
criminzone log. 70 n
cróscia 70 n
crupocchju 64
crurelli 143 n
cucculà 77
cùcculu, _-a_ 77
kukkuru log. 77
kuketu gen. 77
cuchjerchja 39
cucone 131
cucòzzulu 37, 77 n
cucùzzaru 37, 77 n
cucuzzolo 77 n
cudicci 75
cugnòlu 78
cùgnulu 78
cuittassi 73
culandi 102
culliola 78
cumà d'abruschju 1
cumpà d'abruschju 1
cunfòrtu 79
kurnučulu 49 n
kurnúčulu 49 n
cursale 64 n
cursor 81
curtalinu, _-a_ 64
curtio 81
*curtoniulu 81
cuscògliulu, _-a_ 80
kuskuġa gall. 80
kuskużu log. 80
cusculium 80
cutrògliulu 81
cutrògnulu 81

dalfinu 93
debbio, _-are_ tosc. 83
dèspa 82
detta 124
diboscare 83
dibramare 83
dibruscare 1 n, 83
dicceppu 83
diccia sar. 124
dicervellare 83
dicha sp. 124
diddòra 84
disdetta 124
disdicciato 124
disdichado sp. 124
dispar 82
dispari 82
dispu 82
dòdula 86 n
drumbasciu 172
dzota mod. 101

èghju 103 n, 195
èlbatri 75 n
elbetriccia 75 n
èmpie 14
enfiare 14
Ergali 9 n
ercivalu 9 n, 64
erghitu 114
ermuraccia 160
èscitu 85
*ex-halattare 178

fari-fari log. 87
faux cis 92
femminiccia 75 n
feniccia 75 n
ferla 6 n
fiadone 86
fiala 90
fiale, -one 86
fiara 87
filachjone 88
filagna 53 n
filagnu 53 n
filare 88
filetticcia 75 n, 89
filettu 89
filettuccu, _-ttulu_ 89
filone 88
fiola 68, 90
fiola prov. 90
fiole fr. 90
flagrare 87
flar prov. 87
flaria camp. 87
foce 92
foġe log. 92
fòlga 6 n
fračiku gall. 91 n
fraghjotura 91
fraghjiatu 91
fraghju 91
fraġare fonn. 91 n
fràgigu 91 n
*frag'lare 91
fraššu gen. 91
frażare log. 91 n
frażatura 91
frażiku gall. 91 n
frażiggu sass. 91 n
frażu, _-à_ 91
frażżu, _-à_ 91
frażżicu, _-gu_ 91
frischjà, _-u_, _-ulu_ 1
frisciu, _-à_ 66
fristià 1
frumità 143 n, 172
frunètiche 143 n
fucaraghju, _-a_ 1 n, 94 n
fucaraglia 1 n, 94 n
fuciali 92 n
fugata 92
furmaghju, _-agliu_ 1 n

gadağòne 57 n
gaita sp. 108
galfinu 93
garfinu tarent. 93
garg- 95
Gàrgali, -ri 95
gargalone 95
gargana, -elli 95
garganeddi 95
garganetri 95 n
gargara sp. 95
gargarozzo, -gherozzo 95
gargione, -èlla 94
gargola sp. 95
gargòzzulu 95
gariglio 61 n
gastel a. fr. 36
gesta, -ante 100
gestra ven. 100
gheda lomb. 98
Ghèrgalu 95
ghergherèlla 95
ghiaccio 41
ghierla 111
ghiova 62
ghizibu 200
ghjaghjòla 40
ghjallu, -ina 95
ghjamba, -etta 95
ghjamberluccu 96
ğarabòkulu 61 n
ghjaravàddulu 97
ghjàrgalu 95
ghjeda 98
ghjèrgalu 95
ghjeghja 40
ghjeppa 99
ğeppa gall. 99
ghjelba, -erba 99
ghjestra 15, 100
ghjeva 99
ghjòccaru 96
ghjogliu 4
ghjòmbulu 12 n
ghjòsu 62
ghjòtta 101
ghjòva 62
ghjumèllu 143 n, 172
ghjumitulu 12 n
ghjundineu 102
giòcca 71 n, 103
gioglio 4
giogliu, -ulu 4, 5 n
giolito 104
giòlitu 7, 104
ğotta breg. 101
ğirujia 6 n
gleba + toppa 99
*glebula 99
gòbalu 105
gobbio 127
gòbiu 127
gòce 34
gòlfidu 44
golfin galiz. 93
golfinho port. 93
gòlpe 34
gòlu 34
Gòlu 34
gomire 45
gomitare, gomb-lucch. 45 n
gòmmera 34
gòmmitu 24, 45
gònfiu 44
gorgozzule 95
grala 87 n
gramante 106
graspo 56, 107
graspòllu 107
graspullà 107
greio prov. 94
gridata 198 n
griviglia 87
gròmbulu 12 n
gròmmu, -ulu 12 n
guadagnu 34
Guagnu 34 n, 110
guaime 196
guainette 34
guàita 108
guaita prov. 108
guaite fr. 108
guàitu 169
guaja 34
gualcare 197
guara 34, 108
guarèstu, -a 109
guaru 109 n
guaspo 56
guastedda 36
guastèlla 34, 36
guastella lucch. 36
guatà 34
guatta 34
gubbio lucch. 127
gubia 127
gudelle 34
guègnulu 110
guerciu 34
guèrla 34, 111
guèru 34, 109
gugnu 34, 50
gummi 34, 45
gurgus 45
guscio 49
gutupone di šangwe 99 n

halitare 6 n

*ilicitanus
imbòglie 13 n
imbrustuli 14
imbruzzatu 112
imbugnatu 50
immina log. 149
inciompichitu 70
incona 14
indincanti 113
ingherghitu 114
inghjestratu 100
ingruesciu 172
inguerà, -atu 109
Inguizzetta 126
innarigià 25
innastru 15
insambuchitu, -cunitu 9 n
insuari 9 n
intastà, -assi 17
interito 117

internecare 115
internichi 115
intilitu 117
intima 116
intima 116 n
intracàda 112 n
intraġa 112 n
intrighinitu 117
intupiccimme 191 n
invercìu (*all'*) 172
invernenga a. lig. 75 n
iskurtone log. 81
isgarrare log. 109
istentarżu, *istan*-log. 186

jaciu sic. 41
Jédi-rossu 98
jpiccitti sass. 160
jutta 101

lagnulu, *-á* 64 n, 118
lamicare, lim- 12
lámpana 37 n
lampazio 13 n
lampazzu 13 n
lámpera 37 n
lande log. 127
lapazzu 13 n
làppola 120
lari lucch. 164
laru log. 189 n
lazarólu 147
lazzo 118
lazzu, *-ulu* 118
làzzura 118
lecendèri 68
lèemo a. lomb. 122
leġu 9 n, 103 n
legitimus 122
légolo aret. 37 n
légoro lucch. 37 n.
léqumu 122
Lelléna 9 n
léllera 9 n
léllora lucch. 9 n
lendiciu 9 n
lentra 15, 119
lentru 15
lèppiche 120
lèrfia, *-e* 121
lẹrfia, *-e* lucch. liv. 121
lerfione, *-ó*, *-utu* 121
lẹrfu gen. 121
Lergali 9 n
léumu 122
levantar sp. port. 8
leventá mesolc. 8
lèvitu 147 n
lèzina 37 n, 123
lèzzola, *-ora* 37 n, 123
lezzola, -ora 37 n, 123
liccia 124
liccitanu 125
ligramanti 106
ligula 37 n
*limicare 12
limicu 12
Linguizzetta 126
Liparata (*Santa*) 64 n
lipari, *lib-* 162
livéllu 147
livognu 53 n
lóbbiu, *lóp-* 127
lódina 103 n
Lónda 9 n
loppio 9
lórumu log. 127
lubbiònu, *lup-* 127
lucenda 128
lucendèri 68
lucianu (*mare*) 9 n
luciferu 9 n
lucignale 64 n
lumbrina 9 n
lumero lucch. 106
Lunèta, *-ese* 64
Lúmiu 64
lupia log. 127
lusco e brusco (fra) 112
lustincu, *li-* 64

macéghja 129
Maceghje (*Le*) 129
macenila tarent. 130
*mac[h]inula 130
machjale, *maghj-* 13
macone 9 n
maferu, *-rata* sic. 132
maffulu camp. 132
magenula 130
mamatrigna 160
mammalóccu 96 n
mammalucco 96
manco 70
mandicare-ucare 112 n, 143
mandicá, *-ucá* 143
mandile 160
mandragola 64
mandria 160
mandriselva 160
manfano 131
manfara, *-ròna* 131 n
manfarina 31
manfaróttulu 131 n
mánfaru 131
manfero, *-ano* sen. 131
manghjicá 143
mansa 12 n
maremma 122
maritimus 122
maruffu 132
mašu 198 n
massa 12 n
massedda 133
maxilla 133
melġǫ mil. 136 n
melica 136 n
melicam 137
melicus 137
melinam 137
melinus 137
menaiççọ a. lomb. 138
mentastru 64
meranzana 6 n
mermuracciu 160
merzana 6 n
mescid gen. 139
mestare 139
michetta 134

micio 135
miçu, -i 135
mighécca 134
migi 135
migiu 135
miğu, -i 135
mignágnora lucch. 136
mignimignd 136
mignóculu 136
mignolo 136
miñoni sass. 136
mignúculu 136
mileccu 137
minάica 138
minaicus 138
minghjògula 136
mingona 136 n
mintrastu 64
minuscolo 112 n
minuzzolo 112 n
mirto 140
mischiare 139
mischjá 139
misciá 139
misciare log. 139
*miscitare 139
mistiglia 139
mistulá -éghju 139
módina 37 n, 103 n
molliccio 142
mollis 142
mouco 70
mórta 140
mortora lucch. 37 n
mórtula, -ura 37 n, 140, 153
mórtule 75 n, 140 n
[moru]celsa 60
mótina 37 n, 103
mucchji 75 n
mucchjiccia 75 n
múcicu 37 n
muddizzu 142
muddizzu sass. 142
mudracchéri 141
múferu 37 n
múfulu 37 n
muğere 94
mugliacchéri, -ru 141
muliere 94
mullizzu 142
mundicá 143
murikersa a. log. 60
murtaléccin 75 n
murta 140
Murteta 140 n
murtuliccia 75 n
muruğessa camp. 60
mutulus 76 n

nasitare 15
nataléccin 75 n
nazaròlu 147
nece 144
neciu, -sciu 144
negromante 106
nesci 144
nicchia 16
nicchju 16
nice 144
niciu 144
nimicu 145
nivéllu 147
noirim prov. 148
nòlitu 104
nonza 146
nucéllula 147
nuirme 148
numicu 143 n, 145
nuntas log. 146
nuntius 146
nutrimen 148

obus od. log. 150
occhjali 160
oföğu gen. 84
Olmeta 64
Òlmia 64
Olmiccia 75 n
òmacu, omm- 149
onghjòle 25 n
opu 150
opulus 9
opus a. log. 150
opus 150
oreggio 24
órice, -ice 25
*oric'lu 25
oriscello 25
orofoeuggiu a. gen. 84
òrta 25 n
osceri 25 n
oskura 6 n
*osmicare 149

pachjélla, -ghjélla 151
pachju, -ghju 20
paçali 64 n
pacciali 64 n
paddaghju 4
padélla 160
paffittone 187 n
paghjellá 151
paghiu 151
pagone 167
pagu 189 n
pagunazzu 167
pala (in) 152
palam 152
palélla 160
panastra 162
paone 167
paracòcciulu 74
pararèntu 6 n
pariglia 37 n
parigna 37 n
pasciale 64 n
pasturecciale 64 n
pecchia lucch. 153
péghja 153
péghjure 153
peglia aret. 153
péja 153
pejo gen. 153
peña sp. 185 n
penda 160
pennécchju 154
pernécchju 154
persiana 6 n

perticale 64 n
Petrincu 102 n
petta, -ata 155
pèzu di šangwe 99 n
phiala 90
*phiola 90
piato 59
piattá, pie- 53 n
picchjulimme 191 n
piccia 156
picciaja 156
picciólu 156 n
picciòsa 156
piettágnula 53 n
pifana, -anu 37 n
pifara 37 n
piff-paff 187 n
pilleum 153
pinghji-lettu 157
pinna 157, 185
pinnacciulu 154 n
pinnaculum 154
pinnèllu 158
pióba 159
piógia 159
pióua 159
piova 159
pippione 160
piólu 160
piumice lucch. 160
piumiccia 160
piummiča gall. 160
piuppione 160
pižu log. 153
placitum 59
plait fr. prov. 59
plovere 159
*plovia 159
Po-d'-Anghju 57 n
pója 162
pone-e-leva 32
*porcorium 161
pórniu 162
pòtima 116 n
premicciula 143 n
pricóghju 161 n
prisacca 112, 162
prizinatu 112
procójo 161
proquójo 161
prubbèticu 64
Prucinèlla 64
prucóghju, -óchju 161
prumesta 143 n
prumicciula 143
prunèlla 112
prúsculu 112
publicu 179
puchjatu 162
pudestra 15, 109
Pumonte 102
pumuntincu 102
Punta-di-le-Mortule 140 n
punticchjósu 94 n
puntiglia 163
puntigliósu 94 n
puppora lucch. 37 n
Purnetu 64
purri, pur- 161
purtillinu 6 n
pustimme 191
putimósu 116 n
*putrere 164

quaerere 85
quajondi 102
qualandi 102
quarino lucch. 164
quassundi 102
querinu 164, 165

racciu 46 n
racu 46 n
radacchju, -a 87 n
raghja 174
raghjá 174
raghjólu 174 n
raghju 174
rágnulu, -á 64 n
rala 87 n
ramasu di šangwe 99 n
ramengolo aret. 27
ramingo 27
ramigna 87 n
rancico lucch. 37 n
ráncicu 37 n
rancunata 46 n
ranone 87 n
rántana 37 n
rasachjóla 173
rasèlla 173 n
rasiccia 173 n
raspo, -are 56, 107 n
raspollo 107
raspóllu 107
raspu 107 n
raspullághju, -atu 107
rata 87 n
raticciu 87 n
ráttula 87 n
raucus 114
rečer valtel. 169
recere 169
recipe 64
recobrar cat. prov. 166
recuperare 166
regere 23
réghje 23
reghjone 23
regulare 173
*reicere 169
*reǐtia 26
repice 64
reš ticin. 169
retiolum 123
*reverseu 172
rèzzola 123
rice 25
ricèlla 25
riciale 25
ricoverare 166
ricóveru 166
ricuverá 166
rièzza 26
rige 25
rigèlla 46 n
righèzza 26
rigiólu 46 n

rigiu 87 n
rigo 166
rigu, *-one* 166
rigumà 168
rigunata 167
rilluli 46
r i m a r e 175
rimbeccu, *-á* 176
rimbersciu 172
rimbesciu 172
rimiccia 75 n
rimigna 87 n
robbio 170
rocchio 28
rócchju 28
róccia 169
ròcitu, *ròg-* 169
ròfficu 170
rógge 169
*r o t ' l u 23
*r o t u l a r e 28
r o t u l u s 28
rovescio 172
rubaticciu 75 n
r u b e u s 170
rucchina 28
rucchjá 23
rucchjata 23
rucchjata, *-ella* 28
rucchjone 23, 28
ruchjone 23
ruccia 169
ruciá 169
rùciulu 46 n, 171
ruclare a. log. 28
ruesciu 172
r u f u s 170
rugghia, *-are* lucch. 173
rugghiare 174
rughja, *-á* 169. 173
rughjone 23
rughju, *-gghju* 174
rugiu 48
rùgiula 46 n
rugliare 174
rugru log. 28
rugumare 168
rujare log. 28
ruju log. 28
rumaca lucch. 87 n
rumare 175
rumbeccu 176
rumbu 12 n
r u m i g a r e 168
rummá, *-má* 175
runkile 47
rupéra 87 n
rusciu, *-lèllu* 171
russume 87 n
rusta 46 n
rustaghja, *-glia* 94 n
rustincu 64
ruzzaghju 94 n, 123 n, 169

saccanà 177
sagramassá 64
salomar sp. 65
salomear port. 65
Saltaréccia 75 n
sambucònu 9 n
sangwe kağatu 99 n
sarpi 60
sarragare log. 114
sbachillá 35 n
scaccaná 177
scaccanata 160, 177
scaccanimme 177, 191 n
scamattimme 191 n
scaméllu 13 n
skaraċċata 103 n
scataficciu 191 n
scataficcinimme 191 n
scatenacciu 35
scęppre lucch. 72
schiera 198 n
skinku 112
šeso sp. ebr. 182 n
sciaccá, *-ata* 198 n
sciacchera 198 n
šačču 198 n
sciàcci 198 n
sciaccia 198 n
sciaratto 178
sciarattu 178
šarattu a. gen. 178
sciaridulu 71 n
sciarra, *-ata* 178
šàtu gen. 178
sciloma 65
scilumbrina 71 n
šòka 103 n
sciòcca 71 n, 103
scirata 198 n
sciublicu 179
šušo march. 69
skomá friul. 76
skomái camp. 76
scóranu 180
scornu 180
scorzone 81
scotano 37 n, 181
scótanu 37 n, 181
scótaru 37 n, 181
scracchio 180 n
scrascianata 160, 177
screttu 70 n
scrisciata 70 n
scupiccia 75 n
scurço a. pav. 81
skürs canav. 81
skuru, *-a* 6 n
seccaréccia 75 n
sembula 13 n
seretina 112 n
ses a. fr., cat. 182
sesso port. 182
sesso 182
sessu camp. 182 n
séssulu 182
s e s s u s 182
sétanu 37 n
sétula 37 n
sgallissi 108
sgambéllu, *scam-* 13 n
sgrachja 180 n, 183
sgragna 183
sguallissi 108

squaltru 34
squarrá gen. 109
squèltru 34
sieso sp. 182
siessu merid. 182
singhje, -i 184
singhjunu 184
singuli 184
singulus + unus 184
soccodagnolo 189
sondro, -io 37 n, 190
songhjuni 143 n, 184
spacchju, -cciu 49
specchjali 160
specchju 160
spignone 185 n
spinnassi, spen- 185
spinnatóchja 185
spinnatura 185
spusaréeciu 75 n
stántaru 186
stanterá 186
*statarius 186
stazzona 186 n
stazzone 186 n
stazzu 64 n, 186 n
stazzunaru, -achju 186 n
stelmu 64
stermu 64
sticaru 37 n
stincu 112
stinculu 64
stintinu 64
stombru 64
strambacá, -ata 70 n
strantažu camp. 186
stremu 64
strettu 70 n
stricchistrá 187
strinéllu 64
strineru 64
strinta di a nótte 112 n
strombu 64
stroppolo 188
stróppulu 188
strufinimme 191 n
sturzá -ulá 64
sturzale 64
suale 64 n
súara, -u 9 n
succuanghja, -angna 189
succudagna 189
suǵǵika sic. 37 n
súggigu 37 n
suññulu gall. 184 n
sundariccia 75 n
súndaru 37 n, 75 n, 153, 190
sundincu 102
sundulus 37 n, 190
suvale 64 n
súvara, -u 9 n
suvu, suu 64 n

tábanu 37 n
taficchju 193
tafone 193
tafunatu 193
Tamariccia 75 n
tamarittu log. 75 n
tambacone 70 n
támbara 70 n
tambarone 96
tanghiniccia, -etu 75 n
tangu 75 n
táppanu, táb- 37 n. 194
tarabattá 187 n
tavónu 193
tazzu, -á 191
tazzulimme 191 n
téchja, -ghja, -ja 191
Téghjimme 191
tenitorio lucch. 192
tenitoriu 192
terit-, teret- 117
testélla 160
testu 160
ticinu calabr. 11
tiebbito lucch. 44 n
tiffa osco 155
tintinnacchju -ghju 94 n
torciádegh mil. 56
toritsa mant. 195
toupet fr. 194
touriča trent. 195
tramangula 64
trasaléeciu 75 n
trich -trach 187
trikki -trakkis camp. 187
trimbid 13 n
triminzone log. 70 n
triqui -traque sp. 187
troaca lucch. 70 n
tronaca 70 n
trósciu 70 n
tróvula 105
trúciulu 46 n, 170
tubè 194
tubbezzu 194
tubizzu log. 194
tufone 193
tufuná 193
tufunachja 193
tumaglia 1 n
tupèzzu 194
tupizzu gall. 194
turicciu, -a 195

uatá 34
ugèrtula 9 n
ulcifaru 9 n
urice 25
urigiale 25
ùscitu 85

vaghigliacciu 35
vaghigliu 35
vaghjimata 196
vaghjimu 196
valcá 197
vanghiglu -inu 35
varu 34
vastèdda 36
vastélla 36
vatá 34
vatta 34
véfalu 37
veghja, -á 91

veghjèra 91 n
vernaccia 75 n
vernerecci 64 n, 75 n
veru 34
vescia 85
vęspre lucch. 72
vime 42
vimma 42
vóceru 198
vóciaru 198

voga, -are 105
vòlu 34
Vòlu 34
vorga 53 n
vucchja, -u 49
vuciaratu 64 n, 198
vuscica, ve- 39

żeba 199
żibibbo 200

żiga 199
żighibu 200
żighina, -etta 199
żiğinu 199
żiribu 200
żòka 103 n
žuka 103 n

wuča, -ula 49 n

ESPERIMENTI SULLA PROFILASSI DEL TETANO PER MEZZO DELLA IMMUNIZZAZIONE PASSIVA

Nota del S. C. prof. GIUSEPPE SORMANI

(Adunanza del 1 luglio 1915)

Nella precedente mia Lettura del 27 Maggio sulla *Cura preventiva del tetano nei feriti in guerra*, determinai con ricerche sperimentali essere i preparati di jodio gli specifici neutralizzanti del virus tetanico; ed annunciai che mi preparavo a precisare con ulteriori ricerche sperimentali, quale formula fosse la preferibile.

Il sopraggiuntomi incarico di assumere la Direzione dell'Ospedale di Riserva in Pavia, mi impedì di continuare quella serie di esperimenti, che spero poter presto riprendere.

Mi limito perciò oggi a riferire il risultato di altre ricerche sperimentali su un argomento analogo, cioè sugli effetti della *immunizzazione passiva*, che si ottiene inoculando il siero antitetanico. Vediamo perciò in questa serie sperimentale per quanto tempo duri l'effetto di una immunizzazione passiva negli animali.

Ad una serie di 12 cavie, del peso medio di 350 a 400 grammi, ho inoculato nel cellulare sottocutaneo mezzo cent. cubo di siero antitetanico della fabbrica inglese Wellkome.

Questo esperimento incominciò il 4 Giugno ultimo.

Nello stesso giorno si innestarono con coltura di tetano le tre cavie seguenti:

1° Ad una delle cavie precedenti, appena iniettato il siero, si inoculò nel medesimo luogo il virus tetanico.

---

(1) *Ricerche sperimentali sulla cura preventiva del tetano nei feriti in guerra*. Comunicazione all'Istituto Lombardo nella seduta del 27 Maggio 1915.

II° Ad una seconda si inoculò il virus tetanico in parte del corpo lontana dal luogo, ove fu iniettato il siero.

III° A una terza cavia (*non inoculata di siero*) si innestò il *tetano solo*. Questa servì di controllo per misurare la virulenza della coltura.

Dirò subito che questa cavia, dopo le 24 ore d'incubazione cominciò a mostrare i primi sintomi del tetano, e dentro le altre susseguenti 24 ore, morì. Il *virus tetanico* era dunque *attivissimo*. Ma ad onta di ciò le altre due cavie predette non presentarono mai alcun sintoma di tetano; e soppravvivono tutt'ora. Il siero inoculato era dunque veramente un *siero antitetanico*.

Questa prima ricerca dimostra, che il *siero antitetanico* realmente *neutralizza il virus tetanico*, quando i due elementi entrano nell'organismo nel medesimo tempo, sia che essi elementi si trovino vicini, oppure anche inoculati in posti distanti del corpo dell'animale.

Le altre cavie immunizzate col siero furono poi giornalmente inoculate di tetano successivamente, a distanza di uno o di due giorni.

Si continuò così l'inoculazione tetanica fino al 22 Giugno.

Oggi 1° Luglio posso riferire il risultato di queste ricerche sperimentali.

Tutte le cavie infettate di tetano dal 4 al 12 Giugno non subirono il tetano, e sopravvissero, come le due infettate fin dal primo giorno, delle quali ho già detto.

La cavia infettata il 14 Giugno ebbe i sintomi tetanici dopo 24 ore, e morì due giorni dopo di tetano.

La cavia infettata il 16 sopravvisse, senza aver subito il tetano.

Quella infettata il 18 morì di tetano il 20.

Quella infettata il 20 morì di tetano il 24.

Quella infettata il 22 morì di tetano il 25.

Un secondo controllo, infettato il 22, cioè cavia non iniettata di siero, morì il giorno 25.

I risultati si possono così classificare:

L'iniezione di siero antitetanico precessa all'infezione tetanica, salvò dagli effetti dall'infezione tetanica tutte le cavie infettate nei successivi otto giorni. Successe un periodo di

incertezza di 4 giorni, con casi positivi e negativi; ma successivamente l'esperimento dimostrò che dopo il 12° giorno l'infezione diede costantemente esito mortale.

Volendo applicare all'uomo il risultato di questi esperimenti, con le debite riserve, si potrebbe arguire:

a) che l'iniezione preventiva di siero antitetanico, neutralizza gli effetti del virus tetanico per la durata di almeno *otto* giorni.

b) che tale effetto resta alquanto incerto ed oscillante dall'ottavo al dodicesimo giorno.

c) che dopo dodici giorni il siero antitetanico cessa di esercitare la sua azione profilattica.

GIUGNO 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass. min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	748.7	748.0	748.7	748.5	+19.7	+24.2	+19.2	+25.6	+15.2	+19.9	gocce
2	49.2	48.8	49.0	49.0	18.7	19.4	18.0	20.3	14.8	18.0	4.1
3	50.5	49.5	50.4	50.1	18.8	23.7	21.2	27.0	15.5	20.6	17.1
4	51.3	50.2	51.7	51.1	21.9	28.7	24.9	30.4	15.4	23.1	gocce
5	52.6	51.6	51.9	52.0	24.9	31.9	26.0	32.6	18.2	25.4	—
6	751.7	750.2	750 5	750.8	+25.8	+32.4	+26.5	+33.3	+20.3	+26.5	—
7	51.3	50.2	50.5	50.7	27.4	31.1	22.8	33.2	21.2	26.2	—
8	50.9	49.0	49.6	49.8	23.3	26.3	18.6	27.2	16.4	21.4	12.7
9	48.6	47.8	48.2	48.2	22.6	26.0	20.8	27.4	16.1	21.7	12.5
10	47.9	46.7	48.7	47.8	23.7	27.4	19.8	28.2	17.1	22.2	9.7
11	749.9	749.2	750.3	749.8	+22.7	+28.8	+23.8	+30.3	+16.8	+23.4	—
12	50.9	49.9	49.6	50.1	24.9	31.4	26.4	32.3	18.4	25.5	—
13	48.2	46.6	45.6	46.8	25.8	31.8	23.6	31.8	19.7	25.2	—
14	44.9	43.2	43.6	43.9	25.2	29.8	24.8	30.4	18.2	24.7	—
15	46.0	48.0	49.7	47.9	22.2	23.4	20.2	24.4	18.6	21.3	—
16	751.0	750.1	749.4	750.2	+21.5	+26.6	+22.4	+27.0	+15.9	+21.7	0.2
17	49.1	47.5	47.5	48.0	22.6	27.6	23.4	28.6	17.3	23.0	—
18	48.9	47.6	48.0	48.2	21.2	27.1	22.0	28.0	17.6	22.2	—
19	47.6	46.5	46,0	46.7	16.7	21.4	16.8	24.0	15.2	18.2	33.4
20	45.0	44.5	46.4	45.3	19.3	26.2	18.4	27.2	14.7	19.9	—
21	746.9	746.2	746.5	746.5	+21.6	+25.1	+20.2	+25.7	+15.1	+20.7	—
22	47.3	46.8	47.9	47.3	22.5	22.4	22.2	26.8	16.3	21.9	—
23	48.8	47.8	48.3	48.3	20.4	25.4	21.0	26.0	16.5	21.0	9.0
24	49.6	48.0	48.7	48.8	18.8	25.0	19.4	26.5	17.3	20.5	6.0
25	48.0	47.3	48.9	48.1	19.9	19.5	17.6	21.4	16.3	18.8	2.7
26	749.0	747.9	747.8	748.2	+19.9	+26.7	+22.9	+28.5	+13.1	+21.1	—
27	48.1	46.1	45.0	46.4	23.9	27.5	19.4	28.4	17.7	22.4	gocce
28	42.8	41.6	41.8	42.1	21.3	26.0	22.6	27.6	16.6	22.0	—
29	41.8	40.0	40.9	40.9	22.4	28.7	22.4	30.0	16.0	22.7	—
30	43.8	42.8	44.9	43.8	+21.6	+26.4	+17.8	+27.7	+15.8	+20.7	16.3
M	748.34	747.32	747.87	747.84	+22.04	+26.60	+21.50	+27.93	+16.78	+22.06	124.0

			mm							
Altezza	barom.	mass.	752.6	g. 5	Temperatura	mass.	+	33.3	g.	6
"	"	min.	740.0	" 29	"	min.	+	13.1	"	26
"	"	media	747.84		"	media	+	22.06		

Temporale il giorno 7, 8, 9, 10, 13, 18, 19, 22, 23, 24, 25, 27, 29, 30

Grandine " " —

Nebbia " "

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

GIUGNO 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21.	9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	12.0	12.0	12.5	12.0	70	54	75	70.1	10	7	9	E	SE	NE	9
2	12.0	11.9	12.9	12.1	75	71	84	80.5	10	10	10	E	NE	NE	7
3	13.9	13.1	14.0	13.5	86	60	75	77.5	8	5	3	N	N	SW	4
4	14.3	13.6	15.1	14.2	73	46	64	64.8	3	3	9	SW	SW	E	2
5	15.6	14.3	13.4	14.3	66	41	53	57.1	2	4	8	SE	S	W	4
6	14.3	14.9	15.1	14.6	58	41	59	56.5	1	2	4	SE	S	E	4
7	15.8	13.3	13.1	13.9	58	40	63	57.5	5	4	5	CALMA	NE	N	6
8	14.5	13.3	13.1	13.4	68	52	82	71.1	8	7	10	W	SW	N	7
9	14.3	15.8	14.6	14.7	70	63	80	74.8	9	9	8	CALMA	SE	N	4
10	15.1	15.1	15.2	15.0	69	56	89	75.1	7	5	10	S	SE	N	5
11	15.4	15.5	15.4	15.3	75	53	70	69.9	2	7	4	SW	SE	E	2
12	16.5	13.7	16.2	15.3	70	40	63	61.6	2	1	7	SW	S	CALMA	3
13	14.7	12.2	12.7	13.0	60	35	59	55.2	2	8	8	NW	SW	SW	5
14	13.4	16.7	15.8	15.2	56	54	68	63.2	6	6	4	SW	W	SW	9
15	13.6	11.1	10.1	11.4	68	52	57	62.9	10	10	10	SE	SE	NE	16
16	9.5	9.2	9.6	9.3	49	35	48	47.9	4	4	3	SE	S	S	7
17	10.8	11.4	11.4	11.0	53	42	53	53.2	5	5	7	SE	S	SE	4
18	11.8	11.2	11.7	11.4	63	42	60	58.9	8	7	8	NE	SW	E	6
19	11.8	11.4	11.3	11.4	84	60	79	78.3	10	7	8	W	N	N	5
20	12.0	11.3	12.4	11.7	72	45	79	69.2	5	2	3	SE	SE	SE	6
21	11.2	12.1	11.9	11.5	58	51	67	62.6	7	6	8	E	SW	W	7
22	12.0	11.1	12.8	11.8	59	55	64	63.2	6	6	7	CALMA	NE	E	5
23	13.6	12.4	13.8	13.1	76	52	75	71.6	10	6	8	SE	SE	N	5
24	13.8	13.7	12.7	13.2	85	58	76	76.9	10	6	8	E	E	N	5
25	15.1	14.1	12.9	13.9	88	84	86	89.9	10	10	3	SE	E	SE	9
26	13.6	12.6	14.3	13.3	78	48	69	68.9	6	4	3	SW	CALMA	E	4
27	14.0	13.3	12.3	13.0	64	49	74	66.2	3	8	10	E	SE	NW	6
28	13.0	13.7	13.5	13.2	69	55	66	67.2	8	9	5	NW	W	SE	6
29	10.8	9.4	11.4	10.3	54	32	57	51.6	3	4	7	NE	SW	SW	8
30	11.6	10.2	9.3	10.3	60	40	62	57.9	6	6	10	SW	SW	W	7
M	13.33	12.79	13.02	12.87	67.8	50.2	68.5	66.04	6.2	5.9	6.9				5.9

Tens. del vap. mass. 16.7 g. 14
" " " min. 9.2 " 16
" " " media 12.87
Umid. mass. 89 % g. 10
" min. 32 % " 29
" media 66.04 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
10	8	13	20	7	17	7	3	5

Media nebulosità relativa del mese 6,3

GIUGNO 1915

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	+ 1.41	+ 1.01	+ 1.78	+ 1.86	+ 1.55	+ 0.84	+ 1.23
2	+ 1.39	+ 1.00	+ 1.78	+ 1.84	+ 1.54	+ 0.87	+ 1.25
3	+ 1.36	+ 1.00	+ 1.75	+ 1.80	+ 1.50	+ 0.87	+ 1.27
4	+ 1.32	+ 0.98	+ 1.70	+ 1.76	+ 1.46	+ 0.86	+ 1.29
5	+ 1.29	+ 0.96	+ 1.65	+ 1.74	+ 1.44	+ 0.86	+ 1.29
6	+ 1.29	+ 0.93	+ 1.69	+ 1.73	+ 1.43	+ 0.87	+ 1.29
7	+ 1.29	+ 0.90	+ 1.69	+ 1.74	+ 1.44	+ 0.88	+ 1.30
8	+ 1.29	+ 0.90	+ 1.71	+ 1.78	+ 1.47	+ 0.88	+ 1.31
9	+ 1.29	+ 0.91	+ 1.74	+ 1.80	+ 1.49	+ 0.75	+ 1.31
10	+ 1.26	+ 0.90	+ 1.72	+ 1.79	+ 1.48	+ 0.73	+ 1.31
11	+ 1.23	+ 0.89	+ 1.72	+ 1.79	+ 1.48	+ 0.73	+ 1.32
12	+ 1.21	+ 0.88	+ 1.70	+ 1.77	+ 1.46	+ 0.72	+ 1.33
13	+ 1.19	+ 0.86	+ 1.68	+ 1.74	+ 1.43	+ 0.71	+ 1.33
14	+ 1.19	+ 0.85	+ 1.68	+ 1.74	+ 1.43	+ 0.70	+ 1.33
15	+ 1.17	+ 0.83	+ 1.64	+ 1.73	+ 1.42	+ 0.70	agitato
16	+ 1.14	+ 0.81	+ 1.62	+ 1.70	+ 1.40	+ 0.68	+ 1.36
17	+ 1.08	+ 0.78	+ 1.60	+ 1.66	+ 1.37	+ 0.68	+ 1.37
18	+ 1.01	+ 0.74	+ 1.55	+ 1.67	+ 1.32	+ 0.66	+ 1.34
19	+ 0.97	+ 0.72	+ 1.50	+ 1.57	+ 1.28	+ 0.66	+ 1.34
20	+ 0.92	+ 0.70	+ 1.48	+ 1.54	+ 1.25	+ 0.62	+ 1.38
21	+ 0.85	+ 0.69	+ 1.43	+ 1.48	+ 1.19	+ 0.60	+ 1.37
22	+ 0.79	+ 0.67	+ 1.38	+ 1.43	+ 1.14	+ 0.60	+ 1.37
23	+ 0.75	+ 0.66	+ 1.32	+ 1.37	+ 1.09	+ 0.56	+ 1.36
24	+ 0.70	+ 0.72	+ 1.26	+ 1.32	+ 1.04	+ 0.54	+ 1.36
25	+ 0.78	+ 0.82	+ 1.28	+ 1.37	+ 1.08	+ 0.52	+ 1.36
26	+ 1.00	+ 0.83	+ 1.30	+ 1.39	+ 1.10	+ 0.51	+ 1.36
27	+ 1.02	+ 0.84	+ 1.32	+ 1.39	+ 1.10	+ 0.50	+ 1.36
28	+ 1.02	+ 0.86	+ 1.31	+ 1.40	+ 1.11	+ 0.50	+ 1.37
29	+ 1.00	+ 0.86	+ 1.30	+ 1.39	+ 1.10	+ 0.48	+ 1.37
30	+ 0.98	+ 0.84	+ 1.27	+ 1.35	+ 1.06	+ 0.46	+ 1.38

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare

LUGLIO 1915*

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	+ 0.90	+ 0.86	+ 1.27	+ 1.34	+ 1.06	+ 0.45	+ 1.37
2	+ 0.86	+ 0.84	+ 1.23	+ 1.30	+ 1.02	+ 0.50	+ 1.38
3	+ 0.80	+ 0.82	+ 1.20	+ 1.25	+ 0.97	+ 0.53	+ 1.38
4	+ 0.73	+ 0.80	+ 1.15	+ 1.20	+ 0.93	+ 0.54	+ 1.38
5	+ 0.62	+ 0.78	+ 1.10	+ 1.15	+ 0.88	+ 0.53	+ 1.40
6	+ 0.61	+ 0.76	+ 1.09	+ 1.11	+ 0.84	+ 0.50	+ 1.40
7	+ 0.60	+ 0.74	+ 1.05	+ 1.08	+ 0.82	+ 0.49	+ 1.39
8	+ 0.59	+ 0.71	+ 1.02	+ 1.06	+ 0.80	+ 0.47	+ 1.39
9	+ 0.59	+ 0.69	+ 1.02	+ 1.09	+ 0.82	+ 0.45	+ 1.37
10	+ 0.57	+ 0.67	+ 1.04	+ 1.13	+ 0.86	+ 0.44	+ 1.37
11	+ 0.55	+ 0.65	+ 1.07	+ 1.15	+ 0.88	+ 0.45	+ 1.37
12	+ 0.52	+ 0.62	+ 1.06	+ 1.16	+ 0.89	+ 0.46	+ 1.36
13	+ 0.49	+ 0.60	+ 1.05	+ 1.14	+ 0.86	+ 0.45	+ 1.36
14	+ 0.69	+ 0.64	+ 1.05	+ 1.12	+ 0.85	+ 0.43	+ 1.36
15	+ 0.72	+ 0.62	+ 1.12	+ 1.15	+ 0.88	+ 0.42	+ 1.36
16	+ 0.70	+ 0.62	+ 1.12	+ 1.18	+ 0.91	+ 0.44	+ 1.35
17	+ 0.67	+ 0.62	+ 1.11	+ 1.15	+ 0.88	+ 0.43	+ 1.35
18	+ 0.70	+ 0.69	+ 1.14	+ 1.21	+ 0.93	+ 0.46	+ 1.34
19	+ 0.69	+ 0.67	+ 1.12	+ 1.20	+ 0.92	+ 0.45	+ 1.33
20	+ 0.62	+ 0.65	+ 1.10	+ 1.15	+ 0.88	+ 0.44	+ 1.33
21	+ 0.57	+ 0.64	+ 1.05	+ 1.11	+ 0.83	+ 0.44	+ 1.32
22	+ 0.52	+ 0.62	+ 1.01	+ 1.06	+ 0.80	+ 0.40	+ 1.32
23	+ 0.49	+ 0.60	+ 0.97	+ 1.04	+ 0.78	+ 0.40	+ 1.31
24	+ 0.63	+ 0.61	+ 1.06	+ 1.05	+ 0.78	+ 0.38	+ 1.31
25	+ 0.74	+ 0.61	+ 1.13	+ 1.19	+ 0.90	+ 0.37	+ 1.30
26	+ 0.76	+ 0.60	+ 1.12	+ 1.15	+ 0.87	+ 0.39	+ 1.30
27	+ 0.75	+ 0.58	+ 1.14	+ 1.19	+ 0.90	+ 0.38	+ 1.29
28	+ 0.82	+ 0.58	+ 1.12	+ 1.20	+ 0.91	+ 0.38	+ 1.29
29	+ 0.91	+ 0.60	+ 1.14	+ 1.25	+ 0.96	+ 0.36	+ 1.29
30	+ 0.92	+ 0.70	+ 1.28	+ 1.35	+ 1.05	+ 0.32	+ 1.29
31	+ 0.89	+ 0.70	+ 1.28	+ 1.37	+ 1.07	+ 0.34	+ 1.29

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

Adunanza del 4 Novembre 1915

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. G. CELORIA

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Berzolari, Brugnatelli, Buzzati, Celoria, Del-Giudice, Gabba B., Gobbi, Golgi, Gorini, Jorini, Jung, Mangiagalli, Menozzi, Minguzzi, Murani, Sabbadini, Salvioni C., Taramelli, Vivanti.

E i SS. CC.: Fantoli, Guarnerio, Martorelli, Porro C., Supino F., Tansini.

Hanno scusato l'assenza per motivi di salute i MM. EE.: Gabba L. senior, Sayno, Lattes E, De Marchi A., Forlanini, Vidari E.; e, per motivi di famiglia il M. E. segretario Zuccante.

L'adunanza è aperta alle ore 1,45.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Murani legge il verbale della seduta precedente, che viene approvato. Dopo di che il presidente apre l'anno accademico col seguente discorso:

« Permettano che io anzitutto porga Loro, colleghi chiarissimi, a nome di questa Presidenza il saluto più riverente e cordiale.

Oggi noi riprendiamo le nostre adunanze ordinarie in un momento solenne, tragico, eroico della vita italiana, e le riprendiamo, ciò malgrado, con animo cosciente e calmo, con intera serenità di spirito. Noi sorregge il pensiero che nei tempi appunto di meste ed assillanti preoccupazioni nazionali sia proprio di un popolo forte il non interrompere il corso normale della vita sociale nelle svariate e diverse sue manifestazioni.

Più che un errore sarebbe una colpa il trascurare oggi

le ricerche scientifiche, gli studii letterarii e storici, le ispirazioni dell'arte che nella vita sociale hanno così gran parte, che della patria sono la più alta personificazione, fattori efficacissimi di quella civiltà che con orgoglio possiamo dire essere una tradizione secolare della stirpe nostra.

Quali sieno per essere le prossime sorti delle armi, certo è che una pace da esse sole imposta finirebbe per diventare una breve tregua, nè l'Europa, travagliata dalla più accanita delle guerre, potrà ritrovare le perdute vie dell'ascensione sua civile e godere di una pace duratura, se questa non si ispiri inoltre ad una chiara visione dei principii di libertà, di nazionalità, di equità internazionale che il pensiero scientifico soltanto, se libero da passioni e da preconcetti, può e sa dare, e che la forza bruta arriva forse a soffocare temporaneamente non a spegnere ».

Il Corpo accademico fa plauso alle alte e nobili parole del presidente.

Il segretario comunica le pubblicazioni inviate in omaggio all'Istituto. Esse sono le seguenti: per la Classe di scienze:

BARRINGER M. Meteor crater (formerly ealled coon mountain or coon butte) in northern central Arizona. Philadelphia, 1909.

CAVASINO A. Il terremoto nella Marsica del 24 febbraio 1904. Modena, 1914.

— Qualche osservazione sull'ampiezza massima delle onde sismiche. Modena, 1914.

FAVARO A. Quarant'anni di studi galileiani (1876-1915). Venezia, 1916.

FIALLO CABRAL A. Cuadro sinoptico de la doctrina biocosmica de la gravitacion universal y de la jeneracion de los mundos. Santo Domingo, 1915.

MANGARINI G. L'eclisse totale di sole del 21 agosto 1914. Roma, 1915.

MINISTERO DI AGRICOLTURA, INDUSTRIA E COMM. Il bonificamento dell'Agro romano. Stato di lavori al 30 giugno 1914. Roma, 1915.

MORANDI L. Rimedio contro l'afta epizootica e contro il colera delle galline. Como, 1915.

OBSERVATORIO ASTRONOMICO DE MADRID. Eclipse de sol del 17 de abril de 1912. Trabajos de la Comision oficial engargada de su observación en Cacabelos (Leon). Madrid, 1915.

Ricerche eseguite nel Laboratorio di chimica agraria della R. Scuola sup. d'agricoltura. Milano, 1898... Vol. I...

SERKOWSKI S. Epidemiologia i profilaktyka cholery. Varsavia, 1915.

Studies in chemistry of the University of Minnesota. Minneapolis, 1912... N. 1...

Studies in public health of the University of Minnesota. Minneapolis, 1913... N. 1...

Studies in the physical sciences and mathematics of the University of Minnesota. Minneapolis, 1914... N. 2...

VANNI G. Progressi e stato attuale della telegrafia e telefonia senza fili. Roma, 1915.

VERRI A. Carta geologica di Roma, pubblicata dal R. Ufficio Geologico. Novara, 1915.

E per la classe di lettere:

FIALLO CABRAL A. Codigo organico y reglamentario de educacion comun. S. Domingo, 1915.

GALLI I. Il prof. D. Giuseppe Mercalli. Elogio e bibliografia. Roma, 1915.

ORSENIGO A. La composizione nelle elegie di Properzio. Monza, 1915.

Problems (Current) of the University of Minnesota. Minneapolis, 1913... N. 1...

Relazione sulla partecipazione ufficiale dell'Italia alla Esposizione intern. del libro e d'arte grafica di Lipsia 1914. Bergamo, 1915,

Statistica dei riformatori. Anno 1911... Roma, 1913...

Studies in economics of the University of Minnesota. Minneapolis, 1913,... N. 1...

Studies in language and literature of the University of Minnesota. Minneapolis, 1914... N. 1.

Il presidente comunica la morte del S. C. straniero prof. Wendelino Foerster avvenuta a Bonn il 18 maggio del volgente anno, e invita il M. E. Salvioni a commemorare l'estinto. Il prof. Carlo Salvioni così si esprime:

« Il prof. Wendelino Foerster è morto settantenne il 18 maggio p. p.; e s'è spento con lui, che a Bonn era successo a Federico Diez, uno dei più vigorosi romanologhi. La sua attività finì coll'accentrarsi sull'antico francese e culminò in quell'edizione delle opere di Cristiano di Troyes, dove tutti gli accorgimenti di un acume straordinario e di una erudizione sconfinata sono posti sapientemente in opera; risultandone come una miniera di notizie importanti su i più svariati punti

della filologia, della linguistica, della storia letteraria dell' antica Francia.

Ma la sua attività si volse pure all'Italia. Fu lui a pubblicare quelle prediche gallo-italiche che costituiscono il più antico documento linguistico della regione subalpina e insieme uno dei più antichi della lingua nostra; a pubblicare anche quel Grisostomo, che la critica ha poi potuto dimostrare come una importantissima scrittura di dialetto pavese; fu lui a corroborare con sottili e stringenti nuove ragioni la tesi della falsità delle carte d'Arborea. Anche passò egli mesi e mesi a scorazzare per la Sardegna e per le campagne del Piemonte, facendovi incetta di copiosi materiali linguistici moderni che speriamo possano veder la luce.

E l'Italia non amava egli solo in quanto oggetto de' suoi studi; non sceverava egli dalla lingua loro gli abitanti, ben lontano da quella odiosa distinzione che intorbida l'animo di tanti studiosi stranieri delle cose nostre. Ogni anno scendeva egli per parecchi mesi tra noi, e viveva con noi, della nostra vita. Non vi ha città italiana, dove egli non contasse numerosi conoscenti, e non solo tra gli studiosi; e tutti finivano col voler bene al gigante dalla scorza rude, ma sotto a cui si sentiva battere un cuore leale. E le sue simpatie traduceva egli in manifestazioni pubbliche e pratiche. È p. es. caratteristico che uno de' volumi della edizione di Cristiano sia dedicato a uno de' suoi *collaboratori*, il medico prof. Fenoglio di Torino: collaboratore in quanto l'aveva felicemente consigliato in faccende riguardanti la salute. La morte avvenuta pochi giorni prima che si aprisse l'attuale momento storico, gli tolse di pronunciarsi sugli avvenimenti ai quali l'Italia partecipa con tanto fervore. Questi eventi avrebbe egli forse giudicati con una certa equanimità; egli il cui nome, pur tanto illustre tra gli studiosi tedeschi, non figura nella famosa dichiaraziono doi 93 ».

Si passa indi alle letture

Il M. E. avv. Bassano Gabba legge la sua nota: *Le dottrine del conte di Gobineau.*

Il M. E. prof. Carlo Salvioni legge le sue *Note di dialettologia còrsa.*

Sulla nota del prof. Attilio Vergerio: *Sull'equazioni integrali di seconda specie a limiti costanti*; ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche, non essendo presente l'autore, dà alcuni chiarimenti il M. E. prof. Giulio Vivanti.

Parimenti il prof. Vivanti spiega il contenuto di un'ultima

nota ammessa alla lettura del prof. Filippo Sibiriani, pure assente, la nota ha per titolo: *Sopra alcuni sistemi di equazioni vettoriali.*

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in seduta privata.

Il M. E. prof. Livio Minguzzi propone che, mentre è a Milano ospite graditissimo e festeggiato S. E. il Presidente Salandra, la Presidenza dell'Istituto si rechi a presentare gli omaggi del Corpo accademico all'illustre statista, che con alto intelletto, fervido e illuminato patriottismo regge le sorti d'Italia in questo momento solenne e decisivo della sua storia. Gli Accademici fanno plauso, e la Presidenza accoglie di molto buon grado la proposta, invitando il prof. Minguzzi ad unirsi a lei per i detti omaggi.

Il presidente legge quindi una lettera della Commissione nazionale per la storia del risorgimento, con la quale s'invita l'Istituto a dare la sua collaborazione all'importante materia; gli Accademici consentono.

Finalmente, all'ordine del giorno è la relazione sul concorso all'assegno della fondazione Vittorio Emanuele II della Cassa di risparmio delle provincie lombarde; il M. E. prof. Berzolari legge la relazione della Commissione, dalla quale risulta che si propone di assegnare il premio al sig. dott. Boari per un anno di perfezionamento nello studio delle matematiche.

Terminata la lettura, la seduta è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
O. MURANI

Adunanza del 18 novembre 1915

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. GIOVANNI CELORIA

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: BERZOLARI, BRIOSI, CELORIA, DEL GIUDICE, GABBA B., GOBBI, GOLGI, JORINI, JUNG, KÖRNER, MANGIAGALLI, MURANI, SABBADINI, SALVIONI C., TARAMELLI, ZUCCANTE.

E i SS. CC.: BARASSI, BRIZI, CAPASSO, CARRARA, COLETTI, DE MARCHI M., FANTOLI, GUARNERIO, JONA, PORRO C., SORMANI, TANSINI.

Giustificano la loro assenza i MM. EE. PALADINI per ragioni d'ufficio, DE MARCHI A., GABBA L. senior, LATTES E., per motivi di salute.

L'adunanza è aperta alle ore 13.30.

Dietro invito del presidente, il segretario, M. E. prof. Murani, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale viene approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono, per la Classe di lettere e scienze morali e storiche, le seguenti:

BONIFACI V. Socino, Teramo, 1907.

D'ANCONA A. Bibliografia de' suoi scritti, nel primo anniversario della morte. Firenze, 1915. (Acquistato).

Per la Classe di scienze matematiche e naturali, le seguenti:

CASSINIS G. L'influenza della oscillazione del supporto sulle misure di gravità relativa compiuta a S. Pietro in Vincoli coll'apparato di Sterneck a tripode. Roma, 1915.

CODEGA D. L'elisse e l'elissografo. Milano, 1915.

Il presidente comunica quindi che, in seguito alla deliberazione presa dall'Istituto nella precedente adunanza del 4 novembre, la Presidenza e il prof. Minguzzi recavansi, subito dopo l'adunanza, a rendere omaggio a S. E. il Presidente del Consiglio, On. Antonio Salandra, ospite in quel giorno graditissimo di Milano; S. E. l'On. Salandra gradiva il cortese

pensiero e commetteva al Presidente l'incarico di esprimere all'Istituto i suoi più vivi ringraziamenti.

Si passa alle letture.

Il M. E. avv. Bassano Gabba legge una seconda nota su *Le dottrine del conte di Gobineau*. La presente nota e la precedente, letta nell'adunanza 4 novembre, verranno pubblicate nelle Memorie;

Il M. E. prof. Carlo Salvioni presenta la seconda serie delle sue *Note di dialettologia còrsa;*

Una nota *Sull' Ozono atmosferico*, presenta il prof. Pericle Gamba. Essa era stata ammessa dalla sezione di scienza fisicochimiche, e, in assenza del prof. Gamba, ne discorre brevemente il segretario prof. Murani.

Terminate le letture, l'adunanza è sciolta alle ore 14.15.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
G. ZUCCANTE

NUOVA DIMOSTRAZIONE DEL TEOREMA DI POINCARÉ SULLE CARATTERISTICHE TOPOLOGICHE DI UNA SUPERFICIE

Nota di GIULIO ANDREOLI

(*Adunanza del 10 giugno 1915*)

Scopo di questa breve Nota è di dare una dimostrazione nuova (suscettibile di estensione) del teorema di Poincaré: che cioè una superficie è topologicamente individuata quando se ne conoscono *genere*, *orli* e *lateralità*, e solo allora.

Il metodo che adoperiamo si può dire che sia l'inverso di quello usato abitualmente.

Infatti se una superficie è a connessione finita, mediante un certo numero di tagli, essa si potrà spezzare in tante superficie elementari (dei dischetti); ora, per la determinazione delle caratteristiche topologiche noi, seguendo il procedimento con cui questi pezzi vanno riuniti per poter ridare la superficie primitiva, studieremo quali siano le operazioni fondamentali e le relazioni intercedenti fra esse.

Troveremo inoltre un teorema su quei sistemi di tagli chiusi che non spezzano la superficie, e tali che aggiungendo ad essi un altro taglio qualunque, la superficie si spezza. Tali sistemi li diremo *completi:* è noto che per le superficie bilatere il numero di questi tagli è fisso, e rappresenta il genere; per le monolatere, invece, esso non è fisso: su tale numero verte il teorema.

La teoria della connessione degli spazî si può dire che abbia avuto origine dalle ricerche del Riemann e dal suo teorema sulla possibilità di istituire una corrispondenza biunivoca fra due superficie chiuse bilatere, aventi lo stesso genere.

Indi il Betti [1] nelle sue classiche ricerche, poco dopo, cercava di estendere agli spazii superiori le ricerche del Riemann, ed infatti assegna delle condizioni necessarie per l'equivalenza topologica di due S_n. Al Betti seguì il De Paolis [2] il quale, con un teorema diviso in due parti, giunge ad assegnare le condizioni necessarie e sufficienti per l'equivalenza di due superficie bilatere o monolatere, aperte o chiuse: egli le dà come necessarie.

Il von Dyck [3] tratta anche le stesse questioni con metodi analitici; cioè le caratteristiche di Kronecker.

Infine recentemente il Poincaré [4] ha ripreso le ricerche dimostrando la sufficienza delle condizioni enunciate dal De Paolis: stessa lateralità, stesso numero di orli, stesso genere, nel caso della superficie. Per gli spazî ad un numero maggiore di dimensioni dà altre condizioni necessarie, ma non ancora sufficienti.

2. Diremo *elemento primitivo* di una superficie piana (supposto rappresentato biunivocamente con coppie di numeri reali ogni suo punto), l'insieme di punti $(x_i\ y_i)$, tali che

$$(x - x')^2 + (y - y')^2 \leq r^2.$$

I punti soddisfacenti all'uguaglianza si diranno l'*orlo*.

Diremo *trasformazione topologica* di una porzione di piano (o di una superficie rappresentabile però punto per punto nel piano, almeno in quella porzione), in un'altra, qualunque corrispondenza *biunivoca*, *continua* fra le sue porzioni, che muta le linee *chiuse* in linee *chiuse*, e le linee *aperte* anche in linee *aperte*.

La *forma primitiva* sarà l'elemento primitivo cui sia stata applicata una trasformazione topologica, il suo orlo sarà il trasformato dell'orlo di quello.

---

(1) E. BETTI, *Annali di Matematica. 1871.*

(2) R. DE PAOLIS, *Teoria dei gruppi geometrici*. Memorie della Soc. It. delle Scienze, detta dei XL, 1889. Tomo VII. Serie III. Memoria 6ª, pag. 122-124.

(3) W. von DYCK, *Beiträge zur Analysis Situs*. Note I, II, III Ber. d. K. Sächs. Ges. der Wiss. 1885 pg. 314-325; 1886 pg. 53-69; 1887 pg. 40-52.

Beiträge zur Analysis Situs. Nota I, II. Math. Annalen Bd. XXXII pg. 457-512 Bd. XXXVII pg. 273-316.

(4) H. POINCARÉ, *Mémoire sur l'Analysis Situs*. Journal de l'Ecole Polythéchnique 1895. Compléments etc. Rendic. Circ. Matem. Pal. 1899-1904.

Si vede che le trasformazioni topologiche formano gruppo; questo gruppo contiene la identica e l'inversa di ogni trasformazione data.

L'*operazione dell' unire* (1) due forme primitive consiste nel considerare come un sol punto, ogni coppia di punti P, P', appartenenti a due sistemi chiusi I, I' di ugual potenza, ed in corrispondenza biunivoca, situati sulle due forme date.

Orlo di una forma ottenuta da due altre mediante l'operazione dell'unire, sarà l'insieme ottenuto considerando quelle porzioni di orlo delle due forme date, non soggette all'operazione dell'unire, più l'insieme derivato.

L'operazione tagliare è l'inversa di quella dell' unire.

Diremo *punto di diramazione* d'una forma (ovviamente secondaria) qualunque punto della forma data, tale che l'intersezione di questa e d'una forma primitiva contenente il punto dato, sia una linea avente quel punto come punto multiplo.

I punti di diramazione possono formare anche una linea.

Chiameremo operazioni regolari (2), *quelle che evitano l'introduzione di elementi di diramazione* [è ovvio che esse devono allora operare sugli orli solamente], *e che operano su linee o pezzi di linee* [non su punti].

Infine è noto quale sia il concetto d'indicatrice: un cerchietto orientato, o una terna di punti orientata, ecc....

Da quanto precede risulta che: *l'orlo di una forma primitiva o secondaria o non esiste, o consta di linee chiuse, se abbiamo applicato sempre operazioni regolari.*

È ovvio poi che noi invece di saldare due forme qualunque potremo limitarci sempre a saldare una forma o primitiva o secondaria, ed una primitiva.

Infine, quando giungiamo a superficie prive di orlo, non possiamo applicare più nessuna operazione regolare.

3. Supponiamo già data una forma composta. È evidente che, due a due, si possono dare i seguenti casi:

I. Saldiamo lungo uno, due o più pezzi (per pezzo intendiamo una forma ad una dimensione) di orlo della forma data la forma primitiva da aggiungere.

Supposto esaurito questo caso come vedremo, si ha ancora:

II. Saldiamo la forma primitiva nelle sue due parti di orlo ad uno stesso orlo della forma data, oppure a due orli differenti.

---

(1) O saldare semplicemente.

(2) Per le operazioni *non regolari* cfr. Tav. V.

III. Il modo di saldare stabilisce un'inversione dell'indicatrice oppur no (1).

In quanto al primo caso si può subito osservare che il saldare l'elemento primitivo lungo un sol pezzo di orlo, equivale proprio a non mutare niente; resta perciò una sola operazione c equivalente a saldare un elemento primitivo lungo tutto un orlo (chiudere un buco in una superficie). Non v'ha luogo a considerare l'analoga operazione γ (che inverte cioè l'indicatrice); infatti se dopo aver chiuso un orlo con un'operazione γ ed un elemento primitivo K, noi buchiamo questo elemento primitivo, otteniamo un'altra forma: da questa, per passare a quella dedotta prima, basta applicare una c.

Oppure, precorrendo un poco, si può supporre di unire K alla forma F lungo quell'orlo mediante due pezzi di esso, in modo che risulti invertita l'indicatrice; allora, come vedremo, resta ancora un orlo che si chiude mediante una c. Dunque la γ è perfettamente inutile, perchè si scinde nel prodotto di c per altre operazioni.

In modo analogo supponiamo di dover saldare K ed F lungo dei pezzi di orli in numero di m. Se m fosse dispari cominceremmo a saldare K con F lungo un solo pezzo, con che F rimane immutata. Indi salderemo altri $\left[\frac{m-1}{2}\right]$ elementi primitivi K' con F lungo i rimanenti $(m-1)$ pezzi di orlo, a due a due, ciò che si può fare perchè sono in numero pari.

Si vede che le due operazioni sono equivalenti; infatti se indichiamo con $+$ l'applicazione di due di dette operazioni, si ha:

$$\begin{cases} K + K' = K \\ F + (K + K') = F + K \end{cases}$$

$$\begin{cases} F + K = F \\ (F + K) + K' = F + K'. \end{cases}$$

Dunque

$$F + K' = F + K.$$

In conseguenza restano solo le operazioni consistenti nel saldare un elemento principale lungo due pezzi di orlo.

(1) Fissiamo però che se più operazioni vanno fatte nello stesso orlo, esse devono congiungere due pezzi di quest'orlo, i quali non siano separati sull'orlo primitivo non ancora assoggettato ad operazioni, da altri pezzi da congiungersi mediante altre operazioni.

In conformità al II e III caso, risultano definite quattro operazioni fondamentali, che chiameremo rispettivamente:

m quella congiungente pezzi del medesimo orlo e che non altera l'indicatrice (1);
μ la stessa, che però inverte l'indicatrice.

d quella congiungente pezzi di orli differenti se non altera l'indicatrice.
δ la stessa, che inverte l'indicatrice.

4. Bisogna ora dimostrare dapprima che tutte le operazioni c, m, μ, d, δ, sono permutabili fra loro: passeremo poi a stabilire un'altra relazione fra m, μ, e d, δ.

Notiamo che la c è inutile adoperarla più d'una volta. Come vedremo anche in seguito, essa ha solo l'effetto di diminuire di uno il numero degli orli; ma, se anche fosse adoperata più d'una volta, l'orlo su cui opera viene completamente a sparire ed è così sottratto all'influenza di altre operazioni. Tanto vale dunque eseguirla per l'ultima, e, come abbiamo detto, l'eseguiremo una sola volta per passare dalle varietà ad un orlo a quelle senza orlo, o chiuse.

In quanto alle altre si può subito osservare che se esse operassero su orli differenti, sarebbero evidentemente permutabili; ma è precisamente ciò che in generale non accade poichè esse possono operare sullo stesso orlo.

Dunque cominciamo a seguire più attentamente i risultati di queste operazioni.

Chiamiamo « *genere* » il massimo numero di tagli chiusi staccati che si possono effettuare senza spezzare la superficie.

È chiaro che le operazioni c, m non aumentano il genere, mentre le operazioni d l'aumentano di uno (ved. tav. VI).

In quanto a δ si può osservare subito una cosa, della quale bisognerà tener conto nell'ulteriore sviluppo; se δ è eseguita su una certa superficie F [che non sia spezzata da ν tagli, e lo sia invece da $\nu + 1$, ove ν è il massimo dei numeri possibili]

(1) Dire che un'operazione non altera l'indicatrice significa dire quanto segue: Fissati due punti P e Q sui pezzi d'orlo da congiungere, sulla superficie si tracci una linea l, e partendo con una certa indicatrice da P, si arrivi in Q con la stessa. Se P' e Q' sono i punti corrispondenti a P e Q sull'orlo di K, e sono congiunti con una linea l', dopo saldato, percorrendo da P a Q la l' si deve ritrovare l'indicatrice avuta da l.

e tale che esistono contemporaneamente due sistemi di tagli chiusi; aggregando a ciascuno dei due sistemi un altro taglio chiuso, la δF si spezza; quindi in conformità delle nostre definizioni, diremo che δ aumenta di 2 il genere.

Sicchè complessivamente abbiamo il seguente

QUADRO

operazione	c	m	d	μ	δ
genere $= p$	0	0	1	1	2
orli $= \bar{\omega}$	-1	1	-1	0	-1
indicatrice $= j$	0	0	0	1	1

ove 0 per l'indicatrice indica che essa non s'inverte lungo il nuovo cammino, ed 1 che s'inverte.

Ora possiamo ritornare alla permutabilità delle operazioni, salvo la c, già esaminata. È ovvio che il prodotto di più operazioni è associativo. Osserviamo il prodotto $m\,d$ ed il prodotto $d\,m$, operanti sullo stesso numero di orli (ved. tav. VII fig. 1-5). Si ottiene appunto $m\,d\,F = d\,m\,F$, qualunque sia F; lo stesso risultato si otterrebbe per qualunque altra coppia di operazioni Dunque: *tutte le operazioni sono permutabili.*

5. Dimostriamo ora le seguenti proprietà:

$$\mu\, d = \mu\, \delta\,;\;\; \mu^2 = m\, \delta\,;\;\; \delta^2 = d\, \delta \qquad (A).$$

La prima di queste si trova dimostrata dalle figure 1-5 della tav. VIII, nel caso che si operi sullo stesso gruppo di orli. La dimostrazione va così:

Se ad un orlo ϱ applichiamo la μ, otteniamo un orlo r; se a questo e ad un orlo s applichiamo d otteniamo un solo orlo t. Intanto è evidente che se l'attacco ottenuto su r mediante d, si fa scorrere lungo r, dopo aver percorso uno dei due pezzi di orlo (appartenenti ad r) ottenuti da ϱ con la μ, avremo un'altra via che inverte l'indicatrice: ossia la d diventa una δ, e quindi

$$\mu\, d = \mu\, \delta.$$

Più generalmente se μ e d non operano sugli stessi orli, ma μ su r, e d su s t, allora noi potremo porre $F' = m\,F''$, ove F'' al posto di r ed s abbia un orlo solo v.

Allora per i principî svolti:

$$\mu\, d\, F' = \mu\, d\,(m\, F'') = m\,(\mu\, d\, F'')$$

$$\mu\, \delta\, F' = \mu\, \delta\,(m\, F'') = m\,(\mu\, \delta\, F'').$$

Intanto F'' si trova nelle condizioni indicate prima, quindi:

$$\mu\, d\, F'' = \mu\, \delta\, F''$$

ed in conseguenza:

$$m\,(\mu\, d\, F'') = m\,(\mu\, \delta\, F'')$$

cioè

$$\mu\, d\, F' = \mu\, \delta\, F'$$

Le stesse considerazioni si possono fare per dimostrare che:

$$\mu^2 = m\, \delta \qquad \delta^2 = d\, \delta$$

basta guardare la fig. 4, 5 e 6, 7 della tav. VIII.

6. Ora possiamo cercare le caratteristiche topologiche della superficie.

Ogni superficie si può scrivere, indicando con K l'elemento primitivo (si vede che $K = m$):

$$F' = c^u\, m^{v-1}\, \mu^w\, d^x\, \delta^y = K = c^u\, m^v\, \mu^w\, d^x\, \delta^y\,.$$

I numeri u, v, w, x, y non sono tutti indipendenti, a causa delle (A). Si noti però che si possono dare due casi:

I). $w = 0$, $y = 0$. Allora la superficie è bilatera (cioè non ammette vie invertenti l'indicatrice).

Sicchè

$$F' = c^u\, m^v\, d^x = c^{u'}\, m^{v'}\, d^{x'} \quad (v - u = v' - u') \qquad (2).$$

In tal caso si vede che $j = 0$, mentre per individuare la F' occorre ed è sufficiente conoscere $v - u = x$.

Intanto pel quadro (1) si ha:

$$\begin{cases} p = x \\ \omega = (v - u) - x \end{cases}$$

Dunque

$$\begin{cases} x = p \\ v - u = \omega + p \end{cases} \qquad (B)$$

ossia:

Se j $= 0$ *la superficie è individuata se si conosce* p *e* ω.

II). Se w o y fossero diversi da zero, allora vi sarebbe almeno un μ o un δ; quindi tutti gli ulteriori d si potrebbero trasformare in δ (ed è questa la trasformazione da fare per legare x, y a p, poichè le d ammetterebbero p di 1 e le δ di 2: ora per noi il genere ha la solita definizione).

In questo caso $j = 1$.

Se inoltre si trasformano tutti i μ^2 in $\delta\, m$, si ottiene la forma F scritta così

$$F = c^u\, m^v\, \mu^w\, d^x\, \delta^y = c^u\, m^{v+w'}\, d^x\, \delta^{y+w'}\, \mu^{w-2w'}$$

ove:

$$w' = \left[\frac{w}{2}\right], \qquad w - 2\,w' = w - 2\left[\frac{w}{2}\right] = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}.$$

Ed ancora per le (A), avremo uno dei due tipi canonici:

$$F = c^u\, m^{v+w'}\, \delta^{x+y+w'}\, \mu^{w-2w'} = c^u\, m^{v_1}\, \delta^{y_1}\, \mu \tag{3}$$

oppure, se $w - 2\,w' = 0$

$$F = c^u\, m^{v+w'}\, d^{x+y+w'-1}\, \delta = c^u\, m^{v_1}\, d^{y_1}\, \delta \tag{4}$$

e se $w - 2\,w' = 1$

$$F = c^u\, m^{v+w'}\, d^{x+y+w'}\, \mu = c^u\, m^{v_1}\, d^{y_1}\, \mu \tag{5}.$$

La forma (3) è quella che ci dà la relazione col genere e col numero degli orli: è chiaro che la superficie è conosciuta perfettamente se si danno i tre numeri:

$$v_1 - u \quad , \quad x_1 \quad , \quad \varepsilon.$$

Intanto si vede che:

$$\begin{cases} p = 2\,y_1 + \varepsilon \\ \bar{\omega} = (v_1 - u) - y_1 \end{cases}$$

da cui si trae immediatamente:

$$y_1 = \left[\frac{p}{2}\right]$$

$$\varepsilon = p - 2\,y_1 = p - 2\left[\frac{p}{2}\right] \tag{C}$$

$$v_1 - u = \bar{\omega} + y_1 = \bar{\omega} + \left[\frac{p}{2}\right]$$

Le formole (B) e le formole (C) con l'introduzione di j si possono unire in una: j si riconosce subito se è 0 o 1.

Se poniamo quindi

$$F = c^u m^v d^{x(1-j)} \delta^{yj} \mu^{\varepsilon j} \tag{6}$$

si vede che per $j = 0$ si ha la (2), per $j = 1$ la (3), ed inoltre:

$$x = p \qquad\qquad \varepsilon = p - 2\left[\frac{p}{2}\right]$$

$$y = \left[\frac{p}{2}\right] v_1 - u = \omega + p(1 - j) + \left[\frac{p}{2}\right] j.$$

In ogni caso però, dati lateralità, genere ed orli, risulta individuata perfettamente ed in modo unico la superficie.

Ed ecco ritrovato il teorema di Poincaré.

Facciamo un'osservazione sulle (4), (5).

Esse ci dicono conformemente ai risultati ottenuti (1) da W. von Dyck che possono esistere sulle superficie monolatere dei sistemi di ν tagli chiusi che non spezzano la superficie; (mentre aggregando un altro taglio, questa si spezza) ove $\nu < p$.

Le (4), (5) ci danno il modo di calcolare il minimo di tali numeri ν. Infatti da esse si ricava appunto come numero ν un sistema completo, che evidentemente è minimo, non potendosi ridurre altri δ a d; che (4) e (5) si possano scrivere in una sola:

$$F = c^u m^{v_1} d^{y_1 + \varepsilon - 1} \delta^{1-\varepsilon} \mu^{\varepsilon}$$

e quindi:

$$\nu = \left[\frac{p}{2}\right] + p - 2\left[\frac{p}{2}\right] = p - \left[\frac{p}{2}\right] = \left[\frac{p+1}{2}\right]$$

e però si ricava questo nuovo teorema:

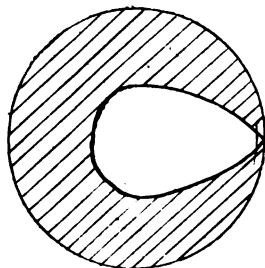
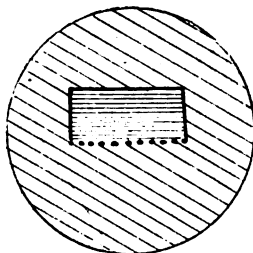
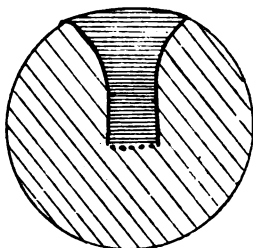
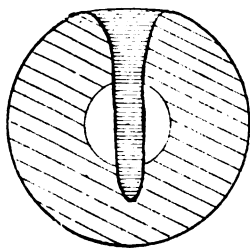
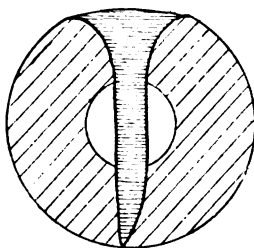
Su una superficie monolatera esistono dei sistemi completi di ν tagli dove:

$$p \geqq \nu \geqq \left[\frac{p+1}{2}\right].$$

7. Facciamo alcune altre considerazioni sulle superficie.

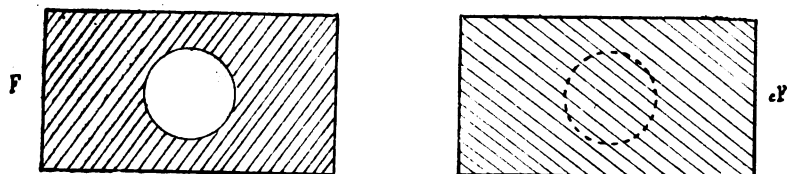
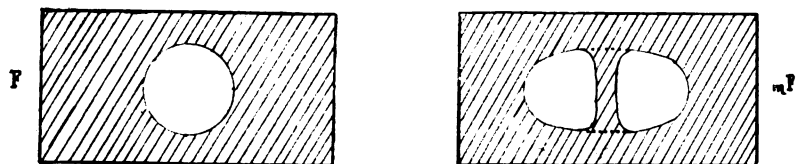
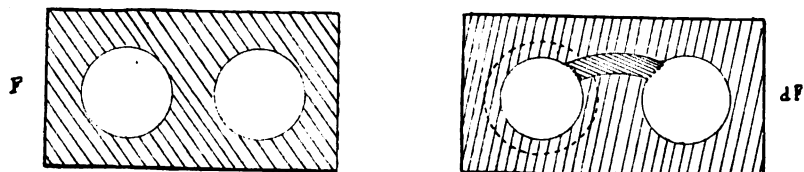
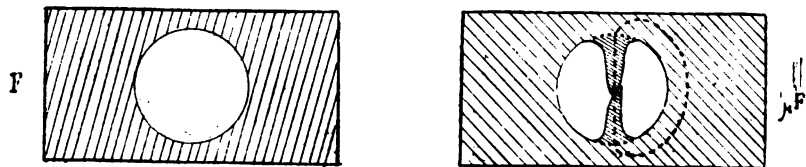
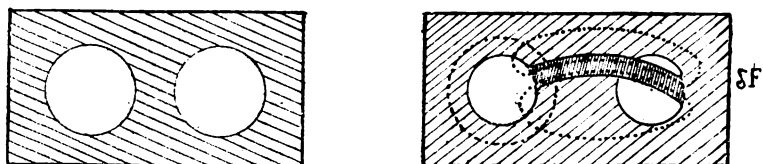
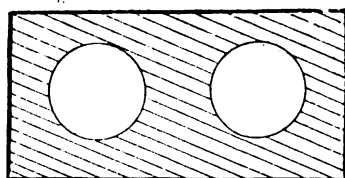
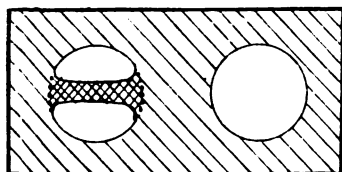
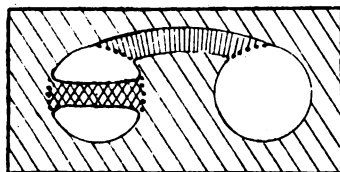
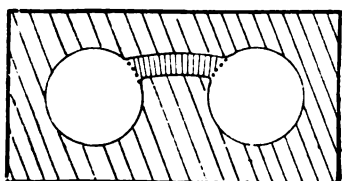
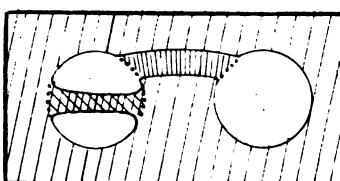
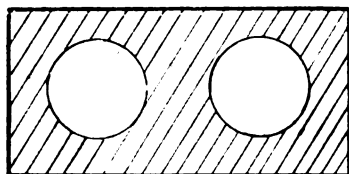
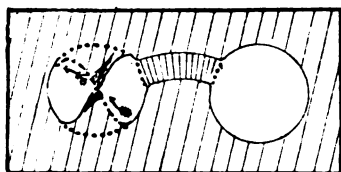
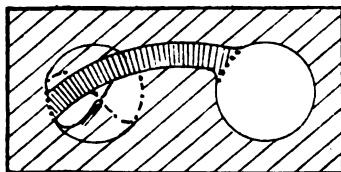
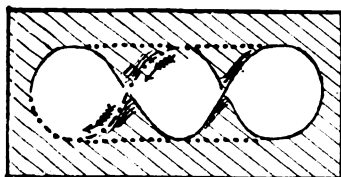
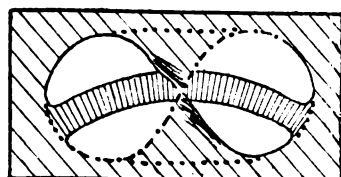
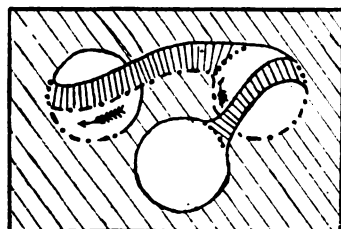
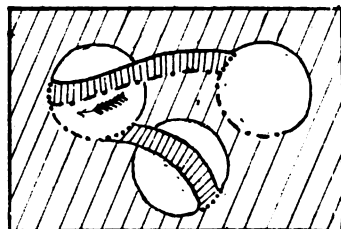
Cominciamo col definire un altro invariante topologico k, che diremo costante di connessione, o semplicemente connessione della superficie; pel teorema di Poincaré esso deve dipendere da p, ω, j.

Da un lato esso è eguale, a meno di prodotti $c\, m$, al numero delle operazioni occorrenti a formare la superficie, con-

(1) Vedi loc. cit.

Rendiconti del r. Ist. Lomb. di sc. e lett. Serie II, Vol. 48, Tav. V.

G. ANDREOLI. *Nuova dimostrazione, ecc.*

G. Andreoli, *Nuova dimostrazione*, ecc.

Rendiconti del r. Ist. Lomb. di sc. e lett. Serie II, Vol. 48, Tav. VII.

G. ANDREOLI, *Nuova dimostrazione, ecc.*

F
μdF
$\mu \delta F = \mu dF$
$\mu^2 F$
$m \delta F = \mu^2 F$
$\delta^2 F$
$d\delta F = \delta^2 F$

tando per 1 la forma fondamentale K; quindi se

$$F = c^{u}\, m^{v}\, \mu^{w}\, d^{x}\, \delta^{y}$$

si ha
$$k = (v - u) + w + x + y.$$

D'altro lato se, dati due punti A e B sulla superficie, noi consideriamo il massimo numero di linee, non intersecantisi fra loro e prive di punti doppi, e non riducibili l'una all'altra con deformazione continua sulla superficie, vediamo agevolmente che c diminuisce di 1 questo numero; m, μ, d, δ l'aumentano di 1, e si vede facilmente dalle (3), (4), che questo numero di linee è proprio il numero k (1).

Per le superficie bilatere si ha $x = y = 0$, e inoltre dalle (**B**) si deduce agevolmente:

$$k = p + \omega.$$

Ossia si vede che

$$k = (j + 1)\, p + \omega.$$

Definiamo inoltre su una superficie i tagli chiusi di I^{a} e di II^{a} specie; i primi sono quelli tali che, partendo da un punto con un'indicatrice, si ritorna ad esso (dopo aver eseguito il taglio) con la stessa indicatrice.

Sono di seconda specie se avviene l'inversione dell' indicatrice. È bene notare che questi possono esistere solo nelle superficie monolatere.

Si vede subito (anche dalla Tav. VI, ad es.), che un taglio di I specie dà due orli, ed equivale a due tagli di II specie; uno di questi dà un solo orlo. Indicando con n e ν il numero di tagli di un sistema completo, si ha che *due sistemi completi* (n, ν) (n', ν') *sono equivalenti se:*

$$n - n' = 2\,(\nu' - \nu).$$

Cioè si ha

$$n + 2\,\nu = n' + 2\,\nu'.$$

Con ciò resta esaurita la trattazione delle forme regolari a due dimensioni.

---

(1) Qui occorre notare che per la sfera si otterrebbe $k = 0$: ciò proviene dal fatto che: due linee aperte sulla sfera, aventi i medesimi estremi si possono ridurre l'una all'altra in due modi differenti, mentre sull'elemento piano ciò è possibile in un sol modo: come « connessione » il significato poi è evidente.

SULL' EQUAZIONI INTEGRALI DI SECONDA SPECIE A LIMITI COSTANTI

Nota di ATTILIO VERGERIO

(Adunanza del 4 novembre 1915

L' equazione integrale di 2ª specie, a limiti costanti,

$$u(s) = h(s) + \lambda \int_a^b K(st)\, h(t)\, dt$$

è già stata studiata e completamente risoluta dal Fredholm (*) e dallo Schmidt (**), i quali, come è noto, hanno dato delle formule risolutive, partendo da punti di vista affatto diversi.

I loro risultati però non sono scevri da inconvenienti, talora non lievi, che si presentano specialmente quando si voglia passare dal campo teorico a quello pratico. Invero mentre la formula risolutiva dello Schmidt richiede la conoscenza degli autovalori del nucleo (simmetrico) dell' equazione data e delle corrispondenti autofunzioni, quella del Fredholm è di lunga e piuttosto laboriosa applicazione.

In questa Nota, risolviamo per altra via la stessa equazione. I risultati qui esposti mancano di quella generalità di cui godono quelli dello Schmidt, e più specialmente quelli del Fredholm; hanno però su questi il vantaggio della maggior semplicità e della conseguente maggior portata pratica.

Dopo aver richiamato nel § I alcuni risultati già noti, parte dello Schmidt e parte miei, relativi all' equazione integrale di 1ª specie a limiti costanti, passo nel § II a trattare,

(*) *Sur une classe d' équations fonctionnelles* — Acta Math. 1903: t. XXVII.

(**) *Entwicklung willkürlicher Functionen nach Systemen vorgeschriebener*. Inaugural-Dissertation — Goettingen 1905.

in modo generale, della risoluzione dell'equazione di 2ª specie a nucleo simmetrico. Nel § III mi servo dei risultati ottenuti nel § II per risolverla in un caso particolare abbastanza esteso.

§ I.

Richiamo di alcuni risultati relativi all' equazione integrale di 1ª specie a limiti costanti.

1. Richiamiamo anzitutto qualche risultato dello Schmidt (*). Supposto che $K(st)$ sia una funzione finita e simmetrica, poniamo

$$U_n = \int_a^b K_n(s, s)\, ds.$$

Sarà allora

$$U_{\mu+\nu} = \int_a^b \int_a^b K_\mu(sr)\, K_\nu(sr)\, dr\, ds,$$

$$U_{2\nu} = \int_a^b \int_a^b \{K_\nu(sr)\}^2\, dr\, ds.$$

Applicando la disuguaglianza di Schwarz alla prima di queste due ultime disuguaglianze, dopo aver posto in essa $\mu = n+1$, $\nu = n+1$, s' ottiene

$$U_{2n}^2 \leq U_{2n+2}\, U_{2n-2},$$

da cui

$$\frac{U_{2n}}{U_{2n-2}} \leq \frac{U_{2n+2}}{U_{2n}}.$$

Posto

$$\frac{U_{2n+2}}{U_{2n}} = \gamma_n,$$

sarà

$$\gamma_{n-1} \leq \gamma_n.$$

Lo Schmidt ha poi dimostrato

$$\lim_{n=\infty} \gamma_n = \gamma$$

dove γ è una quantità finita e positiva; ed inoltre che la funzione $\dfrac{K_{2n}(st)}{\gamma^n}$ (in cui $K_{2n}(st)$ rappresenta il nucleo iterato

(*) loc. cit. § 11.

d' ordine $2n$-esimo), al crescere di n, tende *uniformemente* ad una funzione finita continua e positiva $H(st)$, che non può essere identicamente nulla in s ed in t.

2. Io ho poi dimostrato (*) che, data l'equazione a nucleo simmetrico,

$$(A) \qquad g(s) = \int_a^b K(st)\, h(t)\, dt\,,$$

se si formano le funzioni iterate di $g(s)$

$$g_n(s) = \int_a^b K(st)\, g_{n-1}(t)\, dt \quad ; \quad (n = 1, 2, 3 \ldots\ldots)$$

ed inoltre si pone

$$\int_a^b \{ g_n(s) \}^2 ds = V_n \quad ; \quad \frac{V_{n+1}}{V_n}\, c_n\,,$$

sarà:

$$c_{n-1} \leq c_n\,;$$

ed ancora

$$\lim_{n=\infty} c_n = c\,,$$

dove c è una quantità finita, positiva o diversa da zero.

Ho poi dimostrato i seguenti teoremi:

α) Condizione sufficiente affinchè la (A) *ammetta soluzione è che le costanti* c_n $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ *siano tutte eguali tra loro; in tal caso, sarà, qualunque sia* n,

$$\frac{g_{2n}(s)}{c^n} = g(s)\,;$$

e $\dfrac{g_1(s)}{c_0}$ *sarà una soluzione della* (A) (**).

β) Se le costanti γ_n, *relative al nucleo* $K(s,t)$ *dell'equazione* (A), *sono tutte eguali tra loro, sarà* $c_n = \gamma$ *per tutti i valori di* $n \geq 1$, *ammetta o no la* (A) *soluzione; l'uguaglianza poi* $c_0 = \gamma$ *rappresenterà la condizione necessaria e sufficiente affinchè l'equazione data ammetta soluzione* (***).

(*) VERGERIO — *Sull'equazione integrale di 1ª specie* — Rend. Acc. dei Lincei - Vol. XXIII; serie 5ª, 2º sem., fasc. 9º, p. 385.

(**) loc. cit.

(***) VERGERIO — *Una condizione necessaria e sufficiente per l'esistenza di soluzioni nell'equazione integrale di 1ª specie* — Rend. della

§ II.

L' equazione di 2ª specie a nucleo simmetrico.

3. Abbiasi l' equazione

$$(1)\qquad u(s) = h(s) + \lambda \int_a^b K(st)\, h(t)\, dt \ ,$$

nella quale supporremo che il nucleo $K(st)$, oltre ad essere simmetrico, sia una funzione finita e continua delle variabili s, t; non escludendo però che possa presentare delle discontinuità tali da non infirmare i risultati dello Schmidt.

Posto

$$(A)\qquad g(s) = \int_a^b K(st(\ h(t)\, dt \ ,$$

$$g_n(s) = \int_a^b K\ \ st)\, g_{n-1}(t)\, dt = \int_a^b K_{n+1}(st)\, h(t)\, dt \ ,$$

si formi la successione delle funzioni iterate $u_n(s)$ di $u(s)$, moltiplicando i membri della (1) successivamente per $K(sr)\,dr$ ed integrando, dopo aver cambiato s in r. — Otterremo:

$$u_n(s) = \int_a^b K_n(st)\, h(t)\, dt + \lambda \int_a^b K_{n+1}(st)\, h(t)\, dt = g_{n-1}(s) + \lambda\, g_n(s)$$

$$(n = 1, 2, 3 \ldots\ldots)$$

Dividiamo per γ^n i membri della $2n$-esima uguaglianza così ottenuta

$$\frac{u_{2n}(s)}{\gamma^n} = \int_a^b \frac{K_{2n}(st)}{\gamma^n}\, h(t)\, dt + \lambda \int_a^b \frac{K_{2n+1}(st)}{\gamma^n}\, h(t)\, dt =$$

$$= \frac{g_{2n-1}(s)}{\gamma^n} + \lambda\, \frac{g_{2n}(s)}{\gamma^n}$$

e passiamo al limite per $n = \infty$.

Poichè esistono determinati e finiti i limiti $H(st)$ ed $\dot{H}(st)$ di $\frac{K_{2n}(st)}{\gamma^n}$ e $\frac{K_{2n+1}(st)}{\gamma^n}$ (§ I, n. 1), e quindi, supposto che la (1)

R. Acc. dei Lincei (sed. del 6 giugno 1915). In questa Nota ho anche dimostrato che $\lim_{n=\infty} c_n = \gamma$; perciò le due uguaglianze $c_0 = c_n$ e $c_0 = \gamma$ si equivalgono.

ammetta soluzione, anche quelli di $\frac{g_{2n-1}(s)}{\gamma^n}$, $\frac{g_{2n}(s)}{\gamma^n}$, che indicheremo rispettivamente con $G(s)$ e $\overline{G}(s)$, esisterà pure, determinato e finito il $\lim_{n=\infty} \frac{u_{2n}(s)}{\gamma^n}$, che indicheremo con $U(s)$. Per la convergenza uniforme delle funzioni $\frac{K_{2n}(s)}{\gamma^n}$ e $\frac{K_{2n+1}(s)}{\gamma^n}$ verso i rispettivi limiti, potremo invertire i segni di limite e d'integrale; avremo così l'uguaglianze:

$$(2) \quad U(s) = \int_a^b [H(st) + \lambda \overline{H}(st)]\, h(t)\, dt = G(s) + \lambda \overline{G}(s) \; ;$$

alla prima delle quali può darsi la seguente forma:

$$(3) \quad \int_a^b H(st) \left[u(t) - h(t) - \lambda \int_a^b K(tr)\, h(r)\, dr \right] dt = 0 \,,$$

dalla quale si vede che le soluzioni della (1) dovranno soddisfare la (3) e quindi anche le (2).

Si moltiplichino il 1° ed il 3° membro delle (2) per $K(st)\,dt$ e si integri dopo aver cambiato s in t.

Posto

$$\overline{U}(s) = \int_a^b H(st)\, U(t)\, dt \,,$$

osservando che

$$\int_a^b K(st)\, \overline{G}(t)\, dt = \lim_{n=\infty} \int_a^b K(sr)\, dr \int_a^b \frac{K_{2n+1}(rt)}{\gamma^n}\, h(t)\, dt =$$

$$= \lim_{n=\infty} \gamma \int_a^b \frac{K_{2n+2}(st)}{\gamma^{n+1}}\, h(t)\, dt = \gamma \int_a^b H(st)\, h(t)\, dt = \gamma\, G(s) \,,$$

ed ancora che

$$\int_a^b K(st)\, G(t)\, dt = \overline{G}(s) \,,$$

avremo il sistema:

$$(4) \quad \begin{cases} U(s) = G(s) + \lambda \overline{G}(s) \\ \overline{U}(s) = \overline{G}(s) + \lambda \gamma\, G(s) \,; \end{cases}$$

da cui, supposto $1 - \lambda^2 \gamma \neq 0$, si ha

$$G(s) = \frac{U(s) - \lambda \overline{U}(s)}{1 - \lambda^2 \gamma} \,.$$

E poichè $G(t)$ è una soluzione dell' equazione

$$G(s) = \int_a^b H(st)\, h(t)\, dt \ ,$$

questa ammetterà le soluzioni

$$(5) \qquad h(t) = G(t) + \theta(t) = \frac{U(t) - \lambda \overline{U}(t)}{1 - \lambda^2 \gamma} + \theta(t) \ ,$$

dove $\theta(t)$ è una soluzione dell' equazione

$$(6) \qquad \int_a^b H(st)\, \theta(t)\, dt = 0 \ .$$

Per determinare la $\theta(t)$, si sostituisca ad $h(t)$ nella (1) il suo valore dato dalla (5); tenuto conto della prima delle uguaglianze (4), s' ottiene

$$(7) \qquad u(s) - U(s) = \theta(s) + \lambda \int_a^b K(st)\, \theta(t)\, dt \ .$$

4. Per risolvere quest' equazione, se ne moltiplichino successivamente ambo i membri, dopo aver cambiato s in t, per $-\lambda K(st)$, $\lambda^2 K_2(st)$, $-\lambda^3 K_3(st)$ .... e si integri.

Posto

$$u_n(s) = \int_a^b K(st)\, u_{n-1}(t)\, dt = \int_a^b K_n(st)\, u(t)\, dt \ ,$$

ed analogamente

$$\theta_n(s) = \int_a^b K(st)\, \theta_{n-1}(t)\, dt = \int_a^b K_n(st)\, \theta(t)\, dt \ ,$$

avremo la successione:

$$u(s) - U(s) = \theta(s) + \lambda\, \theta_1(s)$$
$$-\lambda\, [u_1(s) - \overline{U}(s)] = -\lambda\, \theta_1(s) - \lambda^2\, \theta_2(s)$$
$$\lambda^2\, [u_2(s) - \gamma U(s)] = \lambda^2\, \theta_2(s) + \lambda^3\, \theta_3(s)$$
$$-\lambda^3\, [u_3(s) - \gamma \overline{U}(s)] = -\lambda^3\, \theta_3(s) - \lambda^4\, \theta_4(s)$$

. . . .

. . . .

. . . .

$$\lambda^{2n}\, [u_{2n}(s) - \gamma^n U(s)] = \lambda^{2n}\, \theta_{2n}(s) + \lambda^{2n+1}\, \theta_{2n+1}(s)$$
$$-\lambda^{2n+1}\, [u_{2n+1}(s) - \gamma^n \overline{U}(s)] = -\lambda^{2n+1}\, \theta_{2n+1}(s) - \lambda^{2n+2}\, \theta_{2n+2}(s)$$

. . . .

Sommando, membro a membro, le prime $2n$-uguaglianze, s' ottiene

$$\sum_{r=0}^{n-1} \Big\{ u_{2r}(s) - \lambda\, u_{2r+1}(s) - \gamma^r \big(U(s) - \lambda\, \bar{U}(s) \big) \Big] \lambda^{2r} =$$

$$= \theta(s) - \lambda^{2n}\, \theta_{2n}(s)\,;$$

convenendo che sia $u_0(s) = u(s)$. — Il resto della serie sarà perciò rappresentato da

$$R_n(s) = \lambda^{2n}\, \theta_{2n}(s) = (\lambda^2 \gamma)^n \int_a^b \frac{K_{2n}(st)}{\gamma^n}\, \theta(t)\, dt\,.$$

Supposto, pel momento, che $R_n(s)$ tenda a zero per $n = \infty$ indipendentemente da s, avremo per la $\theta(s)$ la seguente espressione:

$$\theta(s) = \sum_{r=0}^{\infty} [u_{2r}(s) - \lambda\, u_{2r+1}(s) - \gamma^r \{U(s) - \lambda\, \bar{U}(s)\}]\, \lambda^{2r} + \sum_{r=1}^{n} a_r\, \varphi_r(s),$$

dove le a_r indicano delle costanti arbitrarie e le $\varphi_r(s)$ sono le n eventuali soluzioni indipendenti dell' equazione omogenea

$$\varphi(s) = -\lambda \int_a^b K(st)\, \varphi(t)\, dt.$$

Avremo così, ricordando la (4)

$$h(t) = \frac{U(t) - \lambda\, \bar{U}(t)}{1 - \lambda^2 \gamma} + \tag{8}$$

$$+ \sum_{r=0}^{\infty} [u_{2r}(t) - \lambda\, u_{2r+1}(t) - \gamma^r \{U(t) - \lambda\, \bar{U}(t)\}]\, \lambda^{2r} + \sum_{r=1}^{n} a_r\, \varphi_r(t).$$

dove l' ultimo termine del secondo membro sarà nullo soltanto quando λ non sia un autovalore del nucleo $K(st)$.

Nel caso in cui sia $\lambda^2 \gamma < 1$, la (8) assume una forma più semplice. Essendo infatti

$$\sum_{r=0}^{\infty} [U(t) - \lambda\, U(t)]\, \lambda^{2r} \gamma^r = [U(t) - \lambda\, U(t)] \sum_{r=0}^{\infty} (\lambda^2 \gamma)^r =$$

$$= \frac{U(t) - \lambda\, U(t)}{1 - \lambda^2 \gamma}\,,$$

la (8) diventa

$$h(t) = \sum_{r=0}^{\infty} [u_{2r}(t) - \lambda\, u_{2r+1}(t)]\, \lambda^{2r} = \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r \lambda^r\, u_r(t)\,, \tag{8'}$$

la quale altro non è se non la soluzione della (1), che il Volterra (*) ha ottento mediante il metodo delle approssimazioni successive.

Noteremo che, nel caso ora considerato, le $\varphi_r(t)$ sono tutte nulle, non potendo essere λ un autovalore di $K(st)$. Invero il minimo valore singolare di $K(st)$ essendo dato dall'espressione (**)

$$\left[\lim_{n=\infty} \frac{U_{2n}}{U_{2n+2}}\right]^{\frac{1}{2}} = \lim_{n=\infty} \frac{1}{\sqrt{\gamma_n}} = \frac{1}{\sqrt{\gamma}},$$

se λ è un autovalore del nucleo, dovrà sempre aversi $\lambda \geq \frac{1}{\sqrt{\gamma}}$, e quindi $\lambda^2 \gamma \geq 1$.

5. Veniamo ora a considerare il caso in cui sia $\lambda^2 \gamma = 1$.

Riprendiamo l'equazione (2), il cui nucleo è evidentemente simmetrico. Posto

$$M(st) = H(st) + \lambda \bar{H}(st),$$

calcoliamo i nuclei iterati $M_n(st)$; notando che

$$\int_a^b H(sr)\, \bar{H}(rt)\, dr = \bar{H}(st),$$

$$\int_a^b \bar{H}(sr)\, H(rt)\, dr = \bar{H}(st),$$

$$\int_a^b \bar{H}(sr)\, \bar{H}(rt)\, dr = \gamma H(st),$$

avremo, ricordando l'eguaglianza $\lambda^2 \gamma = 1$,

$$M_2(st) = 2\{H(st) + \lambda \bar{H}(st)\} = 2 M(st).$$

Operando analogamente si troverebbe $M_3(st) = 2 M_2(st)$ ed, in generale,

$$M_n(st) = 2 M_{n-1}(st);$$

(*) *Leçons sur les équations intégrales et les équations intégro-différentielles*. Gauthier-Villars. Paris, 1913, pag. 121.

(**) Cfr., per es., Vivanti, *Sui nuclei simmetrizzabili*. Rend. del R. Ist. lombardo di sc. e lettere, vol. XLVIII, fasc. 2-3; nota a pag. 121.

il che mostra che le costanti Γ_n, relative al nucleo $\mathbf{M}$ $st)$, sono tutte eguali tra loro ed inoltre che è $\Gamma = \Gamma_n = 4$. La (2) ammetterà perciò soluzione *solo* nel caso che sia (§ I, n° 2, *β)*

$$\mathrm{U}(s) = \frac{\mathrm{U}_2(s)}{\Gamma} = \frac{\mathrm{U}_2(s)}{4}.$$

Calcoliamo ora le funzioni iterate $\mathrm{U}_1(s)$ ed $\mathrm{U}_2(s)$.
Si ha

$$\mathrm{U}_1(s) = \mathrm{U}(s) + \lambda\,\bar{\mathrm{U}}(s)$$
$$\mathrm{U}_2(s) = 2\,[\mathrm{U}(s) + \lambda\,\bar{\mathrm{U}}(s)];$$

quindi la (2), e perciò anche la (1), ammetterà soluzione *soltanto* quando sarà soddisfatta l'uguaglianza

$$\mathrm{U}(s) = \frac{\mathrm{U}(s) + \lambda\,\bar{\mathrm{U}}(s)}{2},$$

cioè l'altra

$$\mathrm{U}(s) = \lambda\,\mathrm{U}(s). \text{ (*)} \tag{9}$$

Supposto che sia soddisfatta la (9), essendo

$$\frac{\mathrm{U}_1(s)}{\Gamma} = \frac{\mathrm{U}(s)}{2}$$

una soluzione della (2) (§ I, n. 2, *a)*, la (1) ammetterà le soluzioni

$$h(t) = \frac{\mathrm{U}(t)}{2} + \psi(t),$$

dove $\psi(t)$ è una soluzione dell'equazione

$$\int_a^b [\mathrm{H}(st) + \lambda\,\mathrm{H}(st)]\,\psi(t)\,dt = 0. \tag{6'}$$

Sostituendo ad $h(t)$ nella (1) il valore per essa trovato, si trova che la $\psi(t)$ è una soluzione dell'equazione (7); avremo perciò *formalmente* le soluzioni

$$h(t) = \frac{\mathrm{U}(t)}{2} + \sum_{r=1}^{\infty} \{u_{2r}(t) - \lambda\,u_{2r+1}(t)\}\,\lambda^{2r} + \sum_{r=1}^{n} a_r\,\varphi_r(t), \tag{8''}$$

(*) La condizione (9) si può dedurre anche direttamente dalle (4).

dove l'ultimo termine del secondo membro non può essere nullo, per l'osservazione fatta alla fine del n, precedente.

6. Poichè le (8), (8'), ed (8'') soddisfano la (1), esse rappresenteranno le sue soluzioni se la serie, che in esse figura, è uniformemente convergente. Si tratta ora di vedere se e sotto quali condizioni tale fatto si verifichi.

Sappiamo dalla teoria dello Schmidt (§ I, n. I) che, qualunque siano s e t entro il loro campo di variabilità, si avrà sempre, da un certo indice $\bar{n}$ in poi,

$$\left| \frac{K_{2n}(st)}{\gamma^n} - H(st) \right| < \varepsilon$$

essendo ε una quantità positiva piccola a piacere indipendente da s e t.

Posto allora

$$\frac{K_{2n}(st)}{\gamma^n} - H(st) = \Phi_n(st), \tag{10}$$

sarà, per $n \geq \bar{n}$,

$$|\Phi_n(st)| < \varepsilon. \tag{11}$$

Si moltiplichino i membri della (10) per $\theta(t)\,dt$ e si integri. Ricordando, che, se $\lambda^2 \gamma \neq 1$, $\theta(t)$ è soluzione della (6), s'avrà

$$\int_a^b \frac{K_{2n}(st)}{\gamma^n}\,\theta(t)\,dt = \int_a^b \Phi_n(st)\,\theta(t)\,dt\,;$$

ed anche, ricordando l'espressione del resto della serie (8),

$$R_n(s) = (\lambda^2 \gamma)^n \int_a^b \Phi_n(st)\,\theta(t)\,dt.$$

Avremo quindi per la (11), qualunque sia s per $n \geq \bar{n}$,

$$|R_n(s)| < (\lambda^2 \gamma)^n\,\varepsilon \int_a^b |\theta(t)|\,dt.$$

Se $\lambda^2 \gamma < 1$, il resto $R_n(s)$ è piccolo a piacere; perciò la serie della (8') è uniformemente convergente.

Se invece è $\lambda^2 \gamma > 1$, la serie della (8) sarà equiconvergente soltanto nel caso che il prodotto

$$(\lambda^2 \gamma)^n \, \Phi_n(st)$$

tenda, al crescere di n, allo zero indipendentemente da s e da t.

Nel caso poi che sia $\lambda^2 \gamma = 1$, le considerazioni qui fatte cessano di aver valore, perchè la $\theta(t)$ non è più soluzione della (6), ma bensì della (6′). Però si vede subito che, in questo caso, la (8″) è sempre divergente perchè $\lambda = \frac{1}{\sqrt{\gamma}}$ è un punto singolare per la funzione analitica rappresentata da quella serie di potenze; essa non potrà quindi *mai* rappresentare le soluzioni della (1), *a meno che* la serie non si riduca alla somma d'un numero finito di termini.

§ III.

L'equazione a nucleo simmetrico in un caso particolare.

7. Presenta qualche interesse un caso particolare, abbastanza frequente, nel quale le soluzioni della (1) si possono ottenere con grande facilità.

Suppongasi che il nucleo $K(st)$ sia ancora simmetrico e che le costanti γ_n, ad esso relative siano tutte eguali a γ.

Consideriamo l'equazione ausiliaria

$$u_1(s) = \int_a^b K(st)\, u(t)\, dt.$$

Poichè questa ammette soluzione, le costanti c_n relative ad $u_1(s)$ saranno tutte eguali tra loro per $n \geq 1$ (§ I, n. 2, β); e dovrà quindi aversi (§ I, n. 2, α)

$$\frac{u_{2n+1}(s)}{\gamma^n} = u_1(s) \;\; ; \;\; \frac{u_{2n+2}(s)}{\gamma^n} = u_2(s) \;\; ; \;\; (n = 1, 2, 3, \dots)$$

e perciò anche

$$U(s) = u_1(s) \qquad ; \qquad \gamma\, U(s) = u_2(s).$$

Supposto che sia $\lambda^2 \gamma \neq 1$, avremo dalla (8) le soluzioni

$$(8_a) \qquad h(t) = u(t) + \lambda \, \frac{\lambda\, u_2(t) - u_1(t)}{1 - \lambda^2 \gamma} + \sum_{\nu=1}^{n} a_\nu \, \varphi_\nu(t).$$

Possiamo pertanto affermare che *se* $\lambda^2 \gamma \neq 1$ *e le costanti relative al nucleo* K(st) *sono tutte eguali tra loro, la* (1) *ammette soluzione.*

Se invece $\lambda^2 \gamma = 1$, la (1) ammetterà soluzione soltanto se la (9) è soddisfatta, cioè quando sia

$$(9') \qquad \frac{u_2(s)}{\gamma} = \lambda\, u_1(s); \qquad \text{ossia} \qquad \lambda\, u_2(s) = u_1(s).$$

In tal caso, si hanno dalle (8″) le soluzioni:

$$(8''_a) \qquad h(t) = u(t) - \lambda \frac{u_1(t)}{2} + \sum_{\nu=1}^{n} a_\nu\, \varphi_\nu(t)\,.$$

8. Applichiamo i risultati precedenti alla risoluzione dell'equazione

$$\text{sen}\, s = h(s) + \lambda \int_0^\pi (\cos s + \cos t)\, h(t)\, dt\,.$$

Si ha:

$$K_{2n+1}(st) = \left(\frac{\pi^2}{2}\right)^n (\cos s + \cos t)$$

$$K_{2n}(st) = \left(\frac{\pi^2}{2}\right)^{n-1} \left\{ \pi \cos s \cos t + \frac{\pi}{2} \right\},$$

da cui

$$U_{4n+2} = \int_0^\pi \int_0^\pi \{K_{2n+1}(st)\}^2\, ds\, dt = \pi^2 \left(\frac{\pi^2}{2}\right)^{2n},$$

$$U_{4n} = \int_0^\pi \int_0^\pi \{K_{2n}(st)\}^2\, ds\, dt = \pi^2 \left(\frac{\pi^2}{2}\right)^{2n-1},$$

e quindi, qualunque sia n,

$$\gamma_n = \gamma = \frac{\pi^2}{2}\,.$$

Si ha ancora:

$$u(s) = \text{sen}\, s$$

$$u_1(s) = \int_0^\pi \{\cos s + \cos t\}\, \text{sen}\, t\, dt = 2 \cos s\,,$$

$$u_2(s) = \int_0^\pi \{ \cos s + \cos t \} \, 2 \cos t \, dt = \pi .$$

Avremo quindi, per la (8_{R}), se $\lambda^2 \gamma \neq 1$, le soluzioni

$$h(t) = \operatorname{sen} t + \lambda \frac{\lambda \pi - 2 \cos t}{1 - \lambda^2 \frac{\pi^2}{2}} + \sum_{\nu=1}^{n} a_\nu \varphi_\nu(t) .$$

Se $\lambda^2 \gamma = 1$, cioè se $\lambda = \pm \frac{\sqrt{2}}{\pi}$, l'equazione data non ammette soluzione, non essendo soddisfatta la (9').

Come altro esempio, si consideri l'equazione

$$s = h(s) + 3 \int_0^1 (st) \, h(t) \, dt .$$

Si ha

$$K_n(st) = \frac{1}{3^{n-1}} st ,$$

e quindi

$$U_{2n} = \frac{1}{3^{2n}} \quad ; \quad \gamma = \frac{1}{3^2} \quad ; \quad \lambda = 3 .$$

Abbiamo ancora

$$u(s) = s \quad ; \quad u_1(s) = \frac{s}{3} \quad ; \quad u_2(s) = \frac{s}{3^2} .$$

In questo caso è $\lambda^2 \gamma = 1$; essendo però soddisfatta la (9'), l'equazione proposta ammetterà le soluzioni

$$h(t) = \frac{t}{2} + \sum_{\nu=1}^{n} a_\nu \varphi_\nu(t) .$$

Invece per $\lambda = -3$, la (9') non è soddisfatta; non vi saranno perciò soluzioni per l'equazione data.

SULL' OZONO ATMOSFERICO

Nota del prof. PERICLE GAMBA

(Adunanza del 18 novembre 1915)

Nella ricca letteratura dell' Ozono atmosferico si è cercato fino dalla scoperta di questo gas di determinarne le ragioni della presenza nei bassi strati dell'aria e le cause che lo producono, senza però raggiungere un completo accordo nella questione. Non mancano i casi nei quali i risultati delle discussioni di lunghe serie di osservazioni ozonometriche si presentano diametralmente opposti; nè è facile stabilire se tali contrasti derivino da influenze locali che realmente ed intensamente agiscono sul tenore dell' Ozono nell'aria atmosferica, o se le deficienze che si verificano nelle osservazioni stesse sieno tali da alterare sensibilmente i risultati di queste.

Già vari autori hanno messo in evidenza quali siano gli inconvenienti cui si va incontro nella dosatura dell'Ozono nell'atmosfera coll'uso delle carte sensibili. È un procedimento tutto affatto soggettivo e d'altronde le stesse scale ozonometriche di confronto non presentano colorazioni identiche a quelle che si producono sulle cartine; e l'assegnamento per approssimazione ad uno od altro grado della scala non è certamente vantaggioso per l'esattezza delle misure.

Inoltre è stata pure constatata la incostante sensibilità delle cartine metriche e lo scolorimento che in esse si produce dopo la reazione dell' Ozono per una prolungata esposizione alla luce. Infine alcune influenze dell'ambiente, che non sono facilmente apprezzabili, sulle carte ozonometriche non risultano le stesse per tutte le Stazioni di osservazione e quindi occorrerebbe neutralizzarle; fra le quali una delle principali è la velocità del vento che certamente influisce sulla sensibilità delle cartine e la cui azione secondo quanto giustamente consiglia il Bauer potrebbe essere notevolmente limitata col semplice procedimento di sottoporre la cartina ad una corrente di aria artificiale costante.

Si deduce da tutto ciò che le osservazioni ozonometriche, effettuate come lo furono fino ad ora, non sono suscettibili di confronto e tanto meno permettono valutazioni quantitative assolute. Ad ogni modo però hanno un valore locale per quello che riguarda le azioni determinanti la presenza di tale gas e permettono di stabilire con buona approssimazione l'andamento generale del quantitativo in Ozono che si trova nell'aria in prossimità del suolo nei vari mesi e nelle varie stagioni dei singoli anni in ogni Stazione di osservazione (1).

Abbondante messe di dati a questo riguardo ce li fornisce la lunga serie di osservazioni effettuate nell' Osservatorio meteorologico annesso all'Istituto di Fisica della R. Università di Pavia. Tali osservazioni iniziate nel 1894 per cura dell' illustre prof. Bartoli ed eseguite sia personalmente, sia dal suo assistente sig. Raffo e continuate, dopo la dolorosa perdita dell'esimio scienziato, dai chiar.mi professori che gli succedettero M. Cantone prima, ed E. Salvioni poi, ed eseguite con assiduità dall'aiuto alla Cattedra di Fisica dott. F. Sozzani proseguirono ininterrottamente fino al 1908. Cioè per un quindicennio, durante il quale non si verificarono che piccolissime lacune di poco conto.

Dette osservazioni si facevano al mattino alle ore 9, cambiando le cartine sensibili che indicavano la reazione dell'Ozono per le 24 ore precedenti. Il confronto era fatto con la scala-tipo a 14 divisioni del Lender, essendosi ritenuta questa più adatta per l'apprezzamento delle varie gradazioni di colore dell'altra proposta dallo Schönbein a 10 divisioni. E perciò l'indicazione quantitativa dell'Ozono era data da numeri che andavano da: o = mancanza assoluta di ozono, a: 14 = massima quantità di Ozono nell'aria atmosferica.

Nell'esame dei dati così ricavati dopo aver dedotto l'andamento generale dell'Ozono nella località durante l'anno, mi sono più specialmente indugiato sullo studio delle influenze esercitate sulla sua presenza dai vari elementi meteorologici: vento, nebulosità, pressione atmosferica, umidità, temperatura, pioggia, etc., e di volta in volta mi sono anche occupato di confrontare i risultati da noi ottenuti con quelli già esposti da altri studiosi sullo stesso argomento.

---

(1) Basandosi naturalmente nella formazione delle medie dei valori dell'Ozono nelle singole osservazioni sul risultato delle misure comparative effettuate dal Lewy (1878), dalle quali risulta una sufficiente proporzionalità tra il contenuto dell'Ozono nell'aria e i gradi della scala di riferimento.

Nel I° Quadro, che segue, riporto i valori medi mensili dell'Ozono nei singoli anni. Esaminando tali valori si trova che le quantità più notevoli di Ozono nell'atmosfera si registrano nei mesi di: aprile (7 volte), maggio (3 volte), settembre (3 volte), giugno e agosto (1 volta). Tali massimi non cadono, mai nei mesi di gennaio, febbraio, marzo, luglio, novembre e dicembre. Massimi secondari ben distinti si trovano anche nei mesi di settembre, ottobre e aprile. Ma la distribuzione dell'Ozono nel decorso dell'anno risulta ancora meglio dal Quadro II° che segue, in cui riporto le medie decadiche per il quindi-

MEDIE MENSILI E MEDIE ANNUE NEI SINGOLI ANNI

Quadro I°.

Mesi	1891	1895	1896	1897	1898	1899	1900	1901	1902	1903	1904	1905	1906	1907	1908
Gennaio	2.13	2.37	0.20	0.67	0.00	0.03	0.00	0.53	0.00	0.43	0.63	0.43	0.00	0.00	0.00
Febbraio	0.77	4.77	0.27	0.43	0.20	0.10	0.47	0.57	0.97	0.00	0.90	0.77	0.17	0.03	0.00
Marzo	1.17	3.87	3.07	5.30	4.23	2.17	2.93	4.83	3.77	2.43	3.57	2.07	2.70	1.80	0.77
Aprile	6 63	**8.37**	6.10	**8.40**	**7.30**	**8 73**	4.07	5.40	**7.07**	5.90	*5.90*	**6.90**	*4.53*	*6.10*	**5.93**
Maggio	**8.13**	7 20	**7.13**	6.43	6.50	7.53	4.27	**6.63**	7.03	6 70	4.37	6.83	1.50	5.80	3.97
Giugno	3.73	6.17	6.57	3.03	1.43	6.77	2 20	5.47	6.60	**7.40**	5.20	6.00	3.67	5.20	4.27
Luglio	3.57	3.33	3.43	3.27	5.27	6.03	2.23	6.33	1.73	4.93	3.60	5.13	4.87	4.20	4.57
Agosto	5.30	3 07	6.70	6.07	4.37	4.67	**6.83**	4.53	4.73	4.40	5.90	5.60	4.37	4.97	4.70
Settem.	*7.30*	4.50	5.30	2.30	6.43	*5.57*	5.63	*6.40*	4.30	*4.83*	**6.27**	4.33	**5.20**	**6.63**	5.27
Ottobre	7 13	*6.10*	*7.03*	*6.33*	*6.43*	3.90	4 97	5.43	3.60	3.83	3.77	4.00	4.53	6.30	*5.83*
Novem.	1.33	0.17	1.07	0.70	0.63	0.90	4.77	1.20	0.37	0.47	0.10	0.47	0.73	0.23	0.27
Dicemb.	0.17	0.27	0 93	0.73	0.20	0.00	1.60	0.43	0.17	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Medie annue	3.95	4 21	3.99	3 64	3.83	3.89	3.33	3 91	3.61	3 46	3 36	3.54	0.91	3.44	2.97

Valore medio: 3.61

cennio; Quadro che è accompagnato dalla *Tav. IX* nella quale graficamente è rappresentato tale andamento. Troviamo che il massimo valore di Ozono si riscontra tra i mesi di aprile e maggio, che un massimo secondario bene evidente si registra tra i mesi di settembre e ottobre e che il minimo assoluto compete ai mesi invernali ed un minimo secondario ai mesi più propriamente estivi: luglio e agosto. Siamo quindi in presenza nel corso annuale dell'Ozono di un onda a doppio periodo con due massimi e due minimi di valore però differente; i massimi corrispondono alle stagioni primaverile e autunnale; i minimi alle altre due. Tale andamento risulta anche dal

Quadro III°, che segue, e dalla corrispondente *Tav. X*, nella quale si rappresenta graficamente l'andamento annuo medio per mesi dell' Ozono atmosferico nel quindicennio considerato. In quanto all' andamento per stagioni risulta che v. Quadro IV) il massimo valore di Ozono comparisce nella primavera, cui segue l'estate e quindi l'autunno e l'inverno con valori via via minori (1).

MEDIE DECADICHE NEL QUINDICENNIO

Quadro II.°

Mesi	Decadi	Medie decadiche	Mesi	Decadi	Medie decadiche
Gennaio	1. decade	0.55	Luglio	1. decade	4.50
	2. »	0.41		2. »	4.53
	3. »	0.53		3 »	4 40
Febbraio	1. decade	0.68	Agosto	1. decade	5.18
	2. »	0.64		2. »	4.93
	3. »	0.76		3. »	5.36
Marzo	1. decade	1.74	Settembre	1. decade	4.98
	2. »	2.78		2. »	5.47
	3. »	4.47		3. »	5.75
Aprile	1. decade	6.17	Ottobre	1. decade	*6.21*
	2. »	6.42		2. »	5.77
	3. »	**6.94**		3. »	3.81
Maggio	1. decade	6.90	Novembre	1. decade	1.41
	2. »	6.31		2. »	0.69
	3. »	5.92		3. »	0.65
Giugno	1. decade	5.49	Dicembre	1. decade	0.15
	2. »	5.37		2. »	0.12
	3. »	1.63		3. »	0.38

(1) Le recenti analisi ozonometriche effettuate a Montsouris hanno dato nell'aria una percentuale di Ozono un po' più grande nell'estate che nella primavera, meno nell'autunno e meno ancora nell'inverno. Il ROUEN trova invece che la presenza dell'Ozono si verifica con maggior frequenza da aprile a giugno, e successivamente con frequenza via via minore nei periodi da luglio a settembre, da gennaio a marzo e da ottobre a dicembre.

L'andamento generale dell' Ozono atmosferico, che a noi si presenta, è sensibilmente differente da quello indicato nel recente lavoro del Bauer, nel quale egli discute un trentacinquennio di osservazioni ozonometriche (1874-1910) effettuate all'Höhe Warte di Vienna e che io avrò anche in seguito occasione di richiamare appunto perchè tra i più recenti e interessanti studi sull' Ozono. Il Bauer trova che il corso annuale dell' Ozono nell'aria si può rappresentare con una semplice onda periodica, il cui massimo cade tra maggio e giugno ed il minimo in ottobre.

La differenza che noi troviamo è sostanziale sopratutto per ciò che riguarda il tenore in Ozono dell'aria nei mesi invernali, che nella nostra regione è quasi nullo, mentre a Vienna avrebbe un valore considerevole.

MEDIE MENSILI NEL QUINDICENNIO (1894-1908)

Quadro III.°

Genn.	Febb.	Marzo	April.	Mag.	Giug.	Lugl.	Agos.	Sett.	Ottob.	Nov.	Dic.
0.50	0.69	3.00	6.51	6.38	5.13	4.48	5.11	5.40	5.26	0.92	0.32

MEDIA PER STAGIONI

Quadro IV.°

Inverno	Primavera	Estate	Autunno
0.50	5.30	4.92	3.86

La causa di tale sconcordanza non è facile determinarla; vedremo nel seguito della discussione dei nostri dati quali ragioni possano giustificarla.

Vediamo intanto quale sia l'influenza del vento sulla quantità di Ozono contenuta nell'atmosfera, presso il suolo.

Già dalla discussione dei primi dati raccolti in proposito in altre località risultava un'azione diversa a seconda della direzione posseduta dal vento; soltanto i risultati di quelle osservazioni, come delle susseguenti, compaiono anche in questo campo in contrasto.

Per quello che riguarda la nostra Stazione di osservazioni per determinare tale influenza della direzione del vento abbiamo

proceduto nel modo seguente: Abbiamo suddiviso tutte le nostre osservazioni ozonometriche in due grandi categorie; la prima che comprende tutte le dosature comprese tra i gradi 6 e 14 della scala-tipo, la seconda quelle tra 1 e 5; abbiamo poi calcolato a parte la frequenza del vento nei giorni corrispondenti sia alle prime come alle seconde osservazioni, onde ricavare se alla quantità di Ozono misurato corrisponde una data direzione in maggior grado, che non alle osservazioni denotanti quantità minori.

Nello spoglio delle osservazioni anemometriche abbiamo riunito tutte le direzioni comprese tra NE e SE, indicandole come venti orientali e quelle tra NW e SW denotandole come venti occidentali e non ci siamo occupati che di queste due direzioni, essendo le predominanti sulla nostra regione e perchè effettivamente non risulta per le direzioni decisamente settentrionali e meridionali nei rari casi (1) in cui si presentano esercitino alcuna influenza decisamente favorevole o contraria sul contenuto ozonico dell'aria.

Confrontando dunque i risultati dello spoglio delle osservazioni anemometriche nei due casi su indicati — dosatura grande di Ozono ($>$ di 6), dosatura piccola ($<$ di 6) – abbiamo trovato che:

La direzione di E che è predominante su tutte le altre direzioni, si presenta rispetto alla direzione W un numero di volte pressochè doppio nel caso di maggior tenore di Ozono atmosferico; nel caso secondo di minor quantità di Ozono la stessa direzione di E pure essendo ancora predominante eccede di poco la frequenza della direzione W.

Nel 1° caso ($>$ quantità di Ozono atmosferico) abbiamo che il rapporto tra la frequenza della direzione E e quella W è dato da $\frac{E}{W} = 1{,}96$ ($E = 54\,\%$, $W = 28\,\%$); mentre nel secondo caso è dato da $\frac{E}{W} = 1{,}28$ ($E = 46\,\%$, $W = 36\,\%$).

Risulta quindi da quanto sopra che la direzione del vento che favorisce il maggior tenore di Ozono dell'aria atmosferica è quella di E.

Dirò subito che il risultato delle nostre osservazioni non è in accordo con quello esposto da altri autori. I sigg. H. Henriet e M. Boussigny nel riassunto delle loro osservazioni in proposito vengono alle seguenti conclusioni:

(1) Troppo rari per essere discussi.

« La proporzione di Ozono è massima per venti di W e SW, minima per venti di E ». Il Bauer ugualmente ritiene che « nella rosa dei venti ozometrica si manifesta riguardo al contenuto ozonico una notevole preponderanza dei venti W e WSW ».

Di fronte a tali risultati poteva sorgere il dubbio della esattezza delle nostre osservazioni. Per eliminare qualsiasi incertezza mi sono valso dello studio « Sulla frequenza dei venti a Pavia » (1) da me compiuto per un periodo di tempo, che coincide con gran parte di quello delle osservazioni ozonometriche (decennio: 1895-1904); mettendo a confronto i risultati medi ottenuti con la curva dell'andamento annuo dell'Ozono. Come abbiamo sopra veduto tale curva si svolge presentando un suo massimo principale in aprile-maggio, un massimo secondario in settembre; un minimo principale in dicembre ed un minimo secondario in luglio. Ebbene dall'andamento generale della frequenza del vento a Pavia risulta che: Al massimo principale dell'Ozono corrisponde un massimo di frequenza della direzione E sulle altre direzioni; al massimo secondario pure un massimo di frequenza della stessa direzione; al minimo principale un massimo principale della frequenza per la direzione W, sia rispetto alle altre direzioni come rispetto a quella di E; al minimo secondario corrispondono per la direzione W valori nella frequenza quasi uguali a quelli della direzione E.

Questa direzione sembra dunque definitiva per un maggiore valore di Ozono nell'aria atmosferica. La curva, che ne rappresenta l'andamento (vedi Tav. Xª) sulla nostra regione, procede quasi simmetricamente a quella dell'Ozono, mentre si sviluppa in modo pressochè contrario quella della direzione W.

Di modo che nessuna incertezza permane sulla esattezza e verità dei risultati da noi ottenuti; vediamo piuttosto come possa giustificarsi la discordanza delle conclusioni su esposte con quelle presentate dagli autori citati.

Il Bauer attribuisce la maggiore ricchezza di Ozono dell'aria per i venti occidentali e settentrionali al più facile accesso di questi venti sulla Höhe Warte, situata sul confine settentrionale della città di Vienna; per cui i venti sud-orientali debbono giungervi privi di Ozono avendo dovuto attraversare tutta la città, mentre quelli di W e di N vi possono

(1) Vedi: P. Gamba = *Sulla frequenza dei venti a Pavia*. Boll. della Soc. Aereon. Ital., Fasc. 7. 1907.

giungere più che mai ricchi di Ozono, incontrando lungo il cammino le ampie foreste, che si trovano al NW della città.

Seguendo questo ragionamento e considerando l'ubicazione dell'osservatorio dell'Università di Pavia, situato sull'orlo Nord-orientale della città stessa dobbiamo dedurne che i venti di E e NE, giungendovi liberamente dalla Valle Padana, debbono contenere maggiore quantità di Ozono; mentre qu lli di S e SW debbano esserne più poveri, dovendo attraversare la città prima di giungere al luogo di osservazione. Ciò dunque giustificherebbe la prevalente azione dei venti orientali.

Stabilita così l'azione di tali correnti sul contenuto ozonico dell'aria, vediamo che si può anche giustificare il diverso andamento generale dell'Ozono sulla nostra regione rispetto a quello che si presenta altrove. Infatti la corrente di E si presenta da noi nel suo decorso annuo con un onda a doppio periodo analogamente a quello che si verifica per l'Ozono, con i rispettivi massimi e minimi in corrispondenza.

Nè tale coincidenza può considerarsi come fortuita, in quanto che vediamo ad es. che i venti di W, in corrispondenza dei quali è minore il tenore in Ozono dell'aria, si presentano con un onda pure a doppio periodo, ma inversa, rispetto ai massimi e ai minimi, a quella dell'Ozono.

Certamente altre cause intervengono come vedremo in appresso per favorire la presenza dell'Ozono nell'aria in certe date epoche dell'anno; ma certo fra le prime va annoverata l'influenza dei venti orientali, come noi li abbiamo considerati.

I sigg. H. Henriet et M. Boussigny, trovano pure, come ho su accennato, che si ha maggiore quantità di Ozono nell'aria per correnti di W e SW. Non è indicata nella loro relazione già citata l'ubicazione della Stazione di osservazione e quindi nulla possiamo dire al riguardo, che giustifichi l'influenza predominante di queste direzioni, tanto più che gli stessi A.A. non sembrano tener gran conto della posizione dell'Osservatorio e che le osservazioni in esso compiute possano essere alterate dalla vicinanza, o meno, di luoghi abitati che impediscano la libera circolazione dell'aria. Mentre attribuiscono il maggior contenuto in Ozono delle predette correnti occidentali alla loro provenienza degli strati superiori dell'atmosfera. Essi ritengono cioè che le correnti di W e SW godano della proprietà di essere più ricche in Ozono delle altre che spirano sulla regione, perchè sono correnti discendenti. E ciò basandosi sulla ipotesi che gli altri strati dell'atmosfera — fino dall'altezza delle nubi inferiori ed intermedie — sieno più ricchi di Ozono che

non quelli più in basso. Ipotesi che può venire accolta, se si considera che l'Ozono per le sue notevoli proprietà ossidanti è più facilmente distrutto in basso presso il suolo che non in alto e che per di più l'azione delle radiazioni ultra violette del sole, alle quali si attribuisce principalmente la sua formazione, è più intensa e può facilmente esplicarsi negli strati superiori dell'atmosfera, che sono anche i primi ad essere incontrati. Ed allora nulla contrasta che i venti discendenti posseggano in realtà un maggiore tenore in Ozono, qualora ben inteso non intervengano altre cause che producano lo stesso effetto senza bisogno di ricorrere alla ipotesi precedente. I sigg. Henriet e Boussigny non parlano di tale possibilità; ma, ripeto, attribuiscono solo tale proprietà dei venti sud-occidentali alla componente verticale discendente che posseggono. Si può obbiettare però che non si comprende perchè detti venti debbano essere i soli nella rosa che spira su quella regione a possedere tale movimento discendente, o per lo meno in maggior misura delle altre direzioni. In un recente lavoro in cui si discutono i risultati di un discreto numero di inseguimenti doppi di palloni piloti (1), ho trovato che, in riguardo alla relazione che passa tra le componenti ascendenti e discendenti delle varie correnti aeree e la direzione di queste, è difficile stabilire un rapporto costante. Giacchè l'andamento dei movimenti verticali dipende dalle condizioni meteorologiche generali, che esistono sulla regione, e a seconda della posizione dei maggiori centri di azione rispetto al luogo di osservazione tutte le varie correnti possono essere animate da componenti verticali ascendenti o discendenti a seconda dei casi. Perciò l'asserzione dei sigg. Henriet e Boussigny, che ha valore partendo dalla ipotesi su accennata, manca di indicazioni che persuadano della effettiva provenienza delle correnti di W e SW dagli alti strati dell'atmosfera.

Ad ogni modo nel caso nostro possiamo trovare nella ipotesi su riportata una nuova giustificazione della maggior ricchezza di Ozono posseduto dalla corrente di E; infatti nella stessa memoria citata leggiamo: « Troviamo ad esempio che la corrente di E ci si presenta talora ascendente, tal altra discendente, così quella di S, la SW invece si presenta sempre ascendente nei bassi strati dell'atmosfera e discendente spesso

(1) P. Gamba e A. Viterbi. *Osservazioni simultanee di Palloni-piloti fatte da due Stazioni mediante teodoliti.* Ann. dell' Uff. Centr. di Meteor. e Geodin. di Roma. Vol. XXXV. Parte I. 1915.

sopra i 3000 m. di altezza; così la direzione W presenterebbe la tendenza a salire e la NW a discendere; ma il numero dei casi che ci permette tali considerazioni è troppo limitato per dedurne delle proprietà generali di tali correnti ».

Vedremo dopo il compimento delle nuove osservazioni aereologiche, se quanto sopra è detto per le correnti di E e di W sarà confermato; per ora ci limitiamo a constatare la maggiore possibilità che la corrente di E provenendo talvolta dalle zone superiori dell'atmosfera abbia maggior contenuto in Ozono che non la corrente di W, che mai si trova animata da movimento verticale discendente.

In quanto alla influenza della velocità del vento sulla ricchezza ozonica dell'aria si comprende facilmente che debba essere favorevole. Il più attivo ricambio di aria sulla cartina sensibile ne facilita la reazione per la maggior quantità di Ozono che può così venire in contatto con essa; infatti dal risultato delle nostre osservazioni si può dedurre che per ogni direzione la reazione caratteristica dell'Ozono si rende tanto più manifesta quanto maggiore è la velocità delle correnti di aria che si sono presentate nel frattempo; il che era appunto prevedibile ed era d'altronde stato già constatato dovunque.

Da ciò può derivare il grave diffetto delle osservazioni ozonometriche, cui ho in principio accennato, per evitare il quale occorrerebbe assoggettare le cartine sensibili in ambiente chiuso ad una corrente di aria a velocità costante artificiele; eliminato così l'effetto della velocità del vento, salterebbero fuori più spiccate e più evidenti le azioni dovute ad altre cause.

Un altro degli elementi meteorologici che ha notevole importanza per il contenuto ozonico dell'aria è la Nebulosità. È generalmente ammesso che uno dei fattori principali dell'Ozono atmosferico sia la radiazione solare; si comprende facilmente come l'efficacia di tale radiazione sia considerevolmente ridotta dalla maggiore o minore Nebulosità che ostacoli il passaggio dei raggi solari per un tempo più o meno lungo durante il giorno.

Per conoscere tale azione sulla presenza dell'Ozono nell'aria sulla nostra ragione mi son valso dei risultati ottenuti nello studio da me compiuto sulla « Nebulosità a Pavia » (1); nel quale

(1) Vedi: P. Gamba, *La Nebulosità a Pavia*. Rivista di Fisica, Matematica e Scienze Naturali. Pavia, anno XI, febbraio 1910, n. 122.

sono riportati e discussi i dati raccolti nell'Osservatorio geofisico di Pavia dal 1895 al 1909, quindicennio che corrisponde quasi identicamente a quello in cui furono effettuate le osservazioni ozonometriche. Nella *Tav. XI*ª riporto la rappresentazione grafica dell'andamento medio nel quindicennio dell'Ozono e della Nebulosità. Colpisce subito il fatto che al minimo di tenore ozonico dell'aria corrisponde il massimo di Nebulosità e che nei mesi a minima Nebulosità corrisponde un notevole contenuto di Ozono nell'aria. Non può però dirsi lo stesso rispetto al massimo di contenuto di Ozono nell'aria, che viene a trovarsi in corrispondenza di epoche dell'anno che pure presentano una notevole Nebulosità; ma intervengono altre cause in tali mesi (come ad es. le maggiori precipitazioni, il più frequente richiamo di aria dalle alte regioni, etc.) per le quali l'aria si arricchisce di Ozono anche indipendentemente dall'azione diretta delle radiazioni solari.

Sulla influenza che la pressione atmosferica esercita sul contenuto ozonico dell'aria si è già intrattenuto il Bauer nella Memoria citata. Parte anch'egli dal concetto che principale fonte dell'Ozono è l'azione dei raggi ultravioletti del sole e che quindi ne sono più ricchi per le ragioni su esposte gli strati superiori dell'atmosfera, che non quelli presso terra; per conseguenza correnti discendenti in corrispondenza di certi tipi meteorologici, durante l'azione dei quali tali correnti si esplicano, dovrebbero essere più ricche di Ozono; mentre durante l'azione di correnti ascendenti l'aria ne dovrebbe essere più povera. Egli in un primo esame del rapporto tra il tenore ozonico dell'aria e il valore della pressione atmosferica giunge alla seguente conclusione: « il tenore in Ozono dell'aria cresce proporzionalmente alla pressione atmosferica » rilevando però che tale risultato contradice a lavori precedenti. Per una verifica più esatta della questione egli procede alla ricerca di alcuni tipi meteorologici, massimi e minimi barometrici e misure intermedie per due semianni e raccoglie in una media i rispettivi valori ozonici; ottenendo un risultato che non fornisce nessuna conferma alla ipotesi su accennata, inquantochè le reazioni ozoniche più forti non apparterrebbero nè ai massimi, nè ai minimi barometrici.

Ma mentre troviamo che la diretta proporzionalità fra la pressione atmosferica e il contenuto ozonico dell'aria è piena-

mente giustificata, giacchè basta pensare che ai massimi di pressione suol precedere un notevole movimento verticale discendente delle masse di aria, mentre per i minimi barometrici si verifica il contrario (1), per trovare una conferma alla ipotesi non ci sembra che il procedimento seguito per la verifica sia il più adatto a tal fine. Ed è forse solo per questo che i risultati del Bauer non convalidano l' opinione della maggiore ricchezza in Ozono degli strati superiori dell'atmosfera e quindi anche dei più prossimi al suolo quando quelli discendono.

Mentre ciò è confermato dal risultato delle nostre osservazioni, ottenuto seguendo un procedimento affatto differente da quello seguito dal Bauer.

Anzichè riunire e considerare le situazioni barometriche corrispondenti ai diversi valori massimi e minimi della pressione atmosferica, abbiamo preso in esame tutti quei periodi di 24 ore durante i quali la pressione atmosferica è andata sempre crescendo o diminuendo in modo continuo senza tener conto del valore iniziale della pressione; giacchè abbiamo visto che in tali condizioni dominano nell' atmosfera movimenti verticali discendenti o ascendenti di aria.

Abbiamo pensato che se l' ipotesi su accennata avesse avuto fondamento avremmo dovuto trovare in media valori per l'Ozono maggiori nel I° caso (correnti discendenti), che nel II° (correnti ascendenti). Così infatti è accaduto.

Abbiamo potuto rilevare 189 giorni nel quindicennio considerato durante i quali la pressione atmosferica è andata sempre continuamente crescendo (periodo di 24 ore dalle 9 del giorno precedente alle 9 del giorno dell'osservazione) e 108 giorni durante i quali la pressione è andata continuamente e gradatamente discendendo. Al primo caso corrisponde un tenore di Ozono = 3,30; al secondo = 2,86, indipendentemente dalla direzione e velocità delle correnti dominanti, che come abbiamo visto influiscono notevolmente sul tenore ozonico dell' aria. Come si vede al I° caso corrisponde come avevamo previsto e malgrado tutto un maggiore tenore in Ozono dell' aria.

Analizzando anche un discreto numero di giornate durante le quali la pressione atmosferica si è mostrata alternativamente in aumento ed in diminuzione abbiamo pure trovato una ricchezza di Ozono superiore alla media, ciò che potrebbe giustificarsi colla rimescolanza dei vari strati dell' aria, che si compie in virtù della inversione dei movimenti verticali dell' aria;

(1) Vedi Memoria citata.

l' estensione di tale analisi a tutto il periodo di tempo considerato avrebbe richiesto però un lunghissimo lavoro, che abbiamo tralasciato per considerazioni facili a comprendersi.

Potrebbe sembrare che l'aumento trovato di tenore di Ozono negli strati inferiori dell' aria per variazioni positive della pressione atmosferica, non sia tale da giustificare l'ipotesi che le correnti verticali discendenti, che ne derivano, sieno più ricche delle superficiali di Ozono. Ma, oltre al fatto che abbiamo indicato dell' intervento della diversa direzione ed intensità del vento inferiore, e come vedremo in seguito anche di altre cause, alla presenza di tali movimenti ascendenti, o discendenti, non si può assegnare in modo assoluto, indipendentemente da tutto il resto, la variabilità dell' Ozono negli strati inferiori dell'atmosfera; inquantochè (1) tali movimenti verticali interessano talvolta uno spessore così piccolo da non poter provenire l'aria discendente da altezze, alle quali questa è assai più ricca di Ozono. Quindi solo nei casi di notevole profondità di spazio interessato dalle correnti verticali discendenti si può avere una maggiore influenza sul tenore dell' Ozono nell'aria presso terra; ed è perciò che nel suo andamento generale tale gas non si presenta in notevole prevalenza nei casi di continuato aumento di pressione (correnti discendenti), che nel caso inverso.

Presenta un particolare interesse lo studio dei vari elementi meteorologici nei giorni nei quali la reazione ozonica si presenta del più alto valore.

Nel lungo periodo di tempo considerato abbiamo trovato 3 volte registrato il massimo valore indicato dalla scala-tipo = 14, 3 volte il valore di 13 e 14 volte il valore di 12; in tutto 20 casi.

Nel Quadro V°, che segue, riporto l' andamento dei dati meteorologici raccolti in tali giorni e precisamente durante le 24 ore che corrono tra la osservazione delle 9 del giorno precedente e quella pure delle 9 del giorno indicato.

Esaminando i dati così raccolti nei 20 giorni considerati troviamo che per ciò che riguarda la pressione atmosferica si ha: in 17 giorni la pressione si presenta in aumento o con tendenza di aumentare, in 2 giorni la pressione si presenta in diminuzione o con tendenza a diminuire, in 1 giorno la pres-

(1) Vedi memoria citata.

sione si presenta oscillante (ora in aumento, ora in diminuzione); per la temperatura: in 19 giorni la temperatura presenta un andamento irregolare ed anormale, in 1 giorno la temperatura presenta un andamento regolare; per la umidità relativa: in 18 giorni l'umidità relativa presenta un andamento irregolarissimo, in 2 giorni l'umidità relativa presenta un andamento regolare.

Per il vento: riguardo alla direzione dominarono venti di E; giacchè dalle osservazioni anemometriche eseguite risulta che si è riscontrato 17 volte vento del I° quadrante, 6 volte vento del II°, 2 volte vento del III° e 5 volte vento del IV° quadrante (NNW); in quanto alla velocità si riscontrarono in prevalenza venti da moderati a deboli; e più precisamente si registrano nelle diverse osservazioni: 7 volte venti forti, 9 volte venti moderati e 16 volte venti deboli. Ma quello che maggiormente interessa si è che su 20 giorni considerati in 18 vi è stata precipitazione, in 1 nebbia al mattino.

In tutti si è presentato il cielo coperto per la maggior parte del tempo e con grado generalmente elevato.

Anche considerando questi soli giorni, troviamo una conferma a quanto abbiamo su esposto sia riguardo all'influenza delle variazioni della pressione atmosferica sul contenuto ozonico dell'aria: che cioè è massimo per aumenti di pressione (correnti discendenti), sia per quello che riguarda la corrente di E, la quale è predominante in caso di notevole contenuto di Ozono nell'aria.

Per quello che riguarda l'andamento irregolarissimo della temperatura e dell'umidità relativa in questi giorni a massimo contenuto ozonico, si comprende che ciò sia una conseguenza della grande Nebulosità in essi riscontrata e della pioggia che in quasi tutti i giorni è caduta. Ma mentre il fatto di aver registrato in tali giorni di grande contenuto ozonico nell'aria una considerevole Nebulosità starebbe quasi a contradire a quanto abbiamo sopra esposto sulla origine probabile dell'Ozono stesso, vediamo che la contraddizione è soltanto apparente; inquantochè la Nebulosità è accompagnata da precipitazioni, che trasportando in basso notevoli quantità di tale gas arricchiscono l'aria degli strati prossimi al suolo. Ciò che si accorda perfettamente con quanto è stato già segnalato dai signori H. Henriet e M. Boussigny nella relazione citata, nella quale essi riportano: « La pioggia produce sempre, restando uguali tutte le altre condizioni, un aumento del tenore di Ozono nell'aria.... »

ANDAMENTO DEGLI ELEMENTI METEOROLOGICI (pressione - temperatura - umidità relativa - vento - nebulosità - pioggia) NEI GIORNI DI MASSIMA INDICAZIONE OZONOMETRICA.

Quadro V.°

4 Maggio 1895	25 Maggio 1895
Ozono 14	Ozono = 14
Pressione = alter. in aum. o dim.	Pressione = oscill. e tend. ad aum.
Temp. = andam. irreg. ed anor.	Temp. = andamento irregolare
Umid. rel. = andam. anorm. irreg.	Umid. rel. = andam. »
Vento direz. = 1.° Quadrante	Vento direz. = 1.° e 2.° Quadrante
» vel. = da forte a moderato	» vel. = debole
Cielo = Coperto e pioggia	Cielo = Coperto e pioggia

21 Aprile 1896	15 Aprile 1895
Ozono = 14	Ozono = 13
Pressione = staz. con tend. ad aumd.	Pressione = in aumento
Temp. = and. irreg. ed anormale	Temp. = andam. irreg. e anorm.
Umid. rel. = » »	Umid. rel. = » »
Vento direz. = 1.° Quadrante	Vento direz. = 1.° e 2°. Quadrante
» vel. = moderato a debole	» vel. = da forte a debole
Cielo = Coperto e pioggia	Cielo = Coperto e pioggia

ANDAMENTO DEGLI ELEMENTI METEOROLOGICI (pressione - temperatura - umidità relativa - vento - nebulosità - pioggia) NEI GIORNI DI MASSIMA INDICAZIONE OZONOMETRICA.

(Cont.) Quadro V.°

28 Aprile 1895	7 Maggio 1901
Ozono = 13	Ozono = 13
Pressione = oscill. e tend. ad aum.	Press. = in aum. poi in dim. poi aum.
Temper. = andam. irregolare	Temper. = andam. anormale
Umid. relat. = andam. irregolare	Umid. rel. = » irreg. e anorm.
Vento direz. = 2.° Quadrante	Vento direz. = 4.° e 1.° Quadrante
» veloc. = da forte a moder.	» veloc. = debole a forte
Cielo = Coperto (temporale)	Cielo = Coperto e pioggia

14 Aprile 1895	18 Aprile 1895
Ozono = 12	Ozono = 12
Pressione = oscil. e poi in aum.	Pressione = in dimin. poi staz.
Temp. = andam. anormale	Temp. = andam. irreg. e anorm.
Umid. rel. = andam. anor. e irreg.	Umid. rel. = and. irreg. e anor.
Vento direz. = 1.° Quadrante	Vento direz. = 1.° Quadrante
» vel. = forte e debole	» vel. = forte a debole
Cielo = Coperto e pioggia	Cielo = Coperto e pioggia

ANDAMENTO DEGLI ELEMENTI METEOROLOGICI (pressione - temperatura - umidità relativa - vento - nebulosità - pioggia) NEI GIORNI DI MASSIMA INDICAZIONE OZONOMETRICA.

(Cont.) Quadro V.°

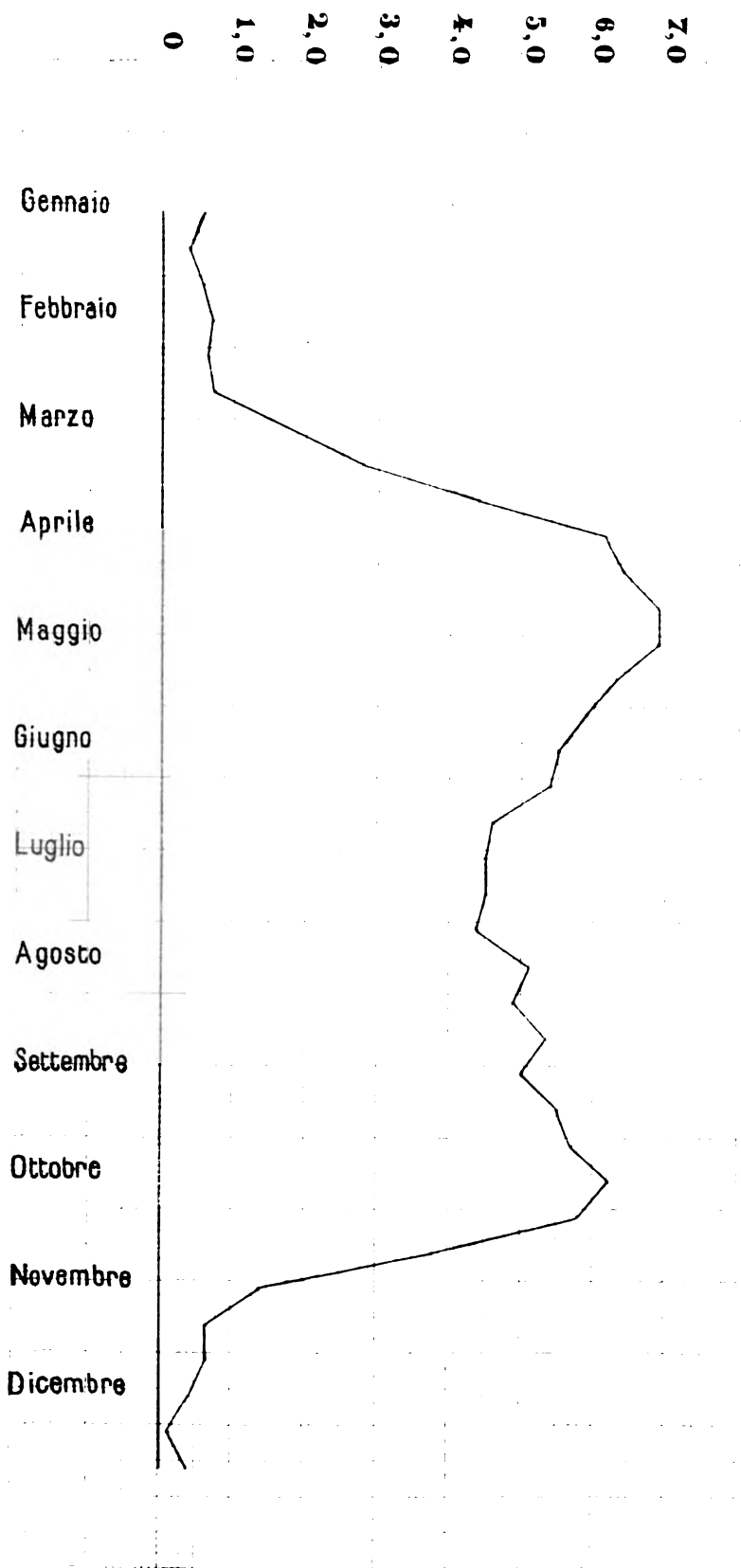
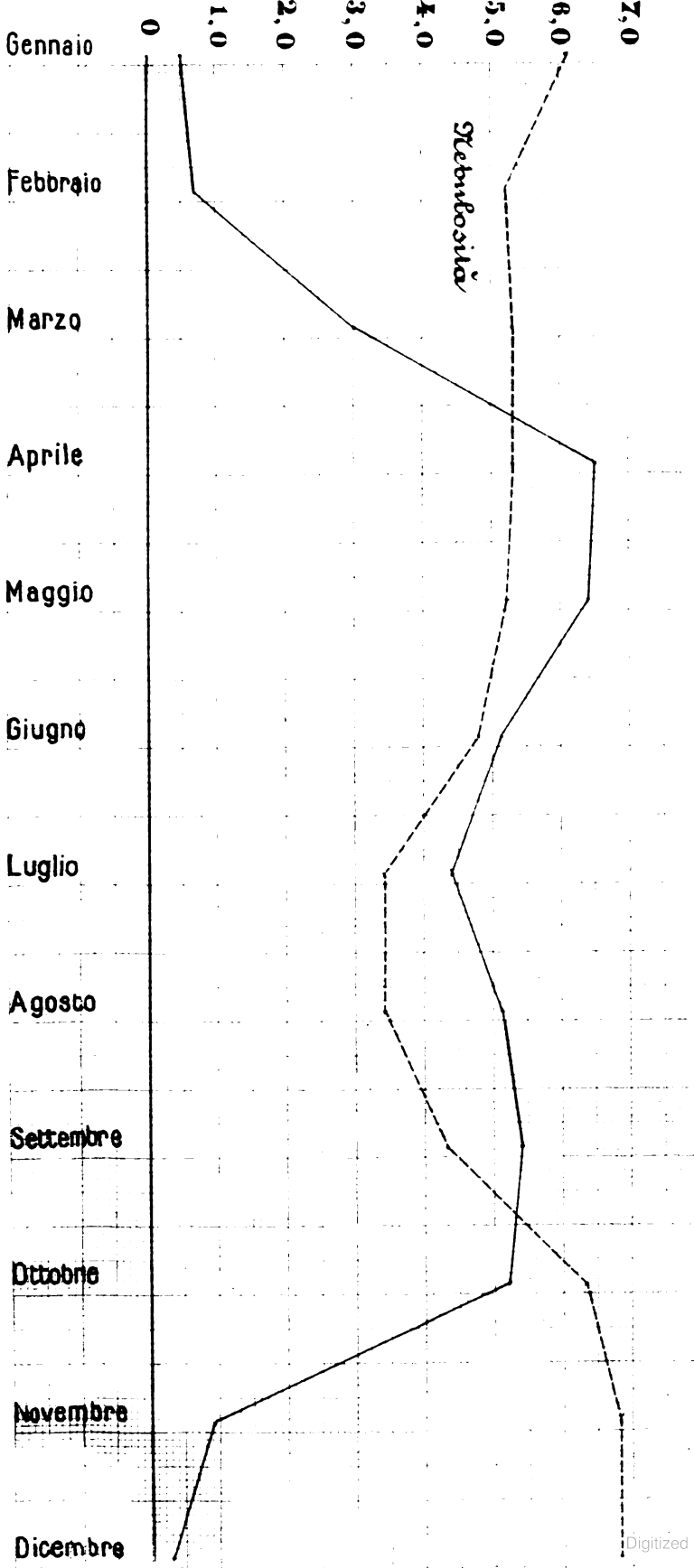
30 Aprile 1895	8 Maggio 1896
Ozono = 12	Ozono = 12
Pressione = in aumento	Pressione = in dim. poi in aum.
Temp. = andam. normale	Temp. = andam. poco regolare
Umid. rel. = andam. normale	Umid. rel. = andam. irregolare
Vento direz. = 4.° e 2.° Quadrante	Vento direz. = 1.° e 2.° Quadrante
» vel. = moderato a debole	» vel. = moderato a debole
Cielo = Misto e pioggia	Cielo = Coperto e pioggia
29 Maggio 1896	**12 Ottobre 1896**
Ozono = 12	Ozono = 12
Press. = oscill. con tend. a dimin.	Press. = staz. poi tend. ad aum.
Temp. = andam. irregolare	Temp. = andam. irregolare
Umid. relat. = andam. regolare	Umid. rel. = andam. irregolare
Vento direz. = 1.° 2.° e 3.° Quad.	Vento direz. = 1.° Quadrante
» vel. = debole	» vel. = debole
Cielo = q. cop. con temporali.	Cielo = Coperto e pioggia

ANDAMENTO DEGLI ELEMENTI METEOROLOGICI (pressione - temperatura - umidità relativa - vento - nebulosità - pioggia) NEI GIORNI DI MASSIMA INDICAZIONE OZONOMETRICA.

(Cont.) Quadro V.°

23 Aprile 1899	5 Maggio 1899
Ozono = 12	Ozono = 12
Pressione = in aumento	Press. = in dimin. poi in not. aum.
Temp. = andam. irregolare	Temp. = andam. irregolare
Umid. rel. = andam. irregolare	Umid. rel. = andam. irregolare
Vento direz. = 4.° e 1.° Quadrante	Vento direz = 1.° Quadrante
» vel. = moderato e debole	» vel. = debole
Cielo = Coperto e pioggia	Cielo = Coperto o misto e pioggia
24 Marzo 1904	**26 Agosto 1904**
Ozono = 12	Ozono = 12
Pressione = in dimin. poi in aum.	Pressione = in aumento
Temp. = andam. irreg. ed anorm.	Temp. = andam. irreg. ed anorm
Umid. rel. = and. irreg. ed anorm.	Umid. rel. = and. irreg. ed anor.
Vento direz = 1° Quadrante	Vento direz. = 1.° Quadrante
» vel. = forte a debole	» vel. = forte a debole
Cielo = Coperto e pioggia	Cielo = Coperto e pioggia

Carole

Andamento annuo dell' Ozono atmosferico a PAVIA
7,0
6,0
5,0
4,0
3,0
2,0
1,0
0
Gennaio
Febbraio
Marzo
Aprile
Maggio
Giugno
Luglio
Agosto
Settembre
Ottobre
Novembre
Dicembre

Andamento mensile medio nel quindicennio (1894-1908) dell' Ozono atmosferico
e andamento mensile medio nel quindicennio (1895-1909) della Nebulosità a PAVIA
7,0
6,0
5,0
4,0
3,0
2,0
1,0
0
Nebulosità
Gennaio
Febbraio
Marzo
Aprile
Maggio
Giugno
Luglio
Agosto
Settembre
Ottobre
Novembre
Dicembre

ANDAMENTO DEGLI ELEMENTI METEOROLOGICI (pressione - temperatura - umidità relativa - vento - nebulosità - pioggia) NEI GIORNI DI MASSIMA INDICAZIONE OZONOMETRICA.

(Cont.) Quadro V.°

26 Giugno 1905	25 Luglio 1905
Ozono = 12	Ozono = 12
Pressione = in aumento	Pressione = altern. poi in aum.
Temp. = andam. irreg. e anorm.	Temp. = andam. irreg. ed anorm
Umid. rel. = and. irreg. e anorm.	Umid. rel. = and. irreg. ed anorm.
Vento direz. = 1.°, 4.°, 3.° Quadrante	Vento direz. = 1.° e 4.° Quadrante
» vel. = moderato e debole	» vel. = debole
Cielo = Coperto e pioggia	Cielo = Coperto o misto (nebbia)
29 Settembre 1907	**5 Maggio 1895**
Ozono = 12	Ozono = 12
Press. = lieve dim. seguita da aum.	Pressione = prevalentem. in aum.
Temp. = andam. irregolare	Temp. = andam. irreg. e anorm.
Umid. rel. = andam. irregolare	Umid. rel. = andam. irreg. e anor
Vento direz. = 1.° Quadrante	Vento direz. = 2.° e 1.° Quadrant
» vel. = moderato	» vel. = moderato
Cielo = coperto (nebbia)	Cielo = Coperto e pioggia

***

Riassumendo quanto abbiamo esposto in questo studio sull'Ozono atmosferico, possiamo dedurne le seguenti conclusioni:

1.° Il contenuto ozonico dell'aria varia a seconda della direzione e della velocità del vento che spira sulla stazione; ma mentre per tutte le direzioni aumenta colla velocità, fra le direzioni sono più favorevoli quelle orientali.

2.° Le variazioni di pressione atmosferica favoriscono il tenore in Ozono dell'aria, se portano di conseguenza movimenti verticali discendenti nelle correnti aeree che si producono; lo ostacolano se producono correnti ascendenti.

3.° La Nebulosità ostacola la ricchezza in Ozono dell'aria; ma la sua azione è notevolmente modificata se determina una precipitazione, nel qual caso la pioggia favorisce, trasportando in basso l'Ozono degli strati superiori, la ricchezza ozonica dell'aria presso il suolo.

4.° La nebbia determina una mancanza pressochè assoluta di Ozono nell'aria; in quanto che mentre l'Ozono è distrutto in prossimità del suolo dalle ossidazioni, cui da luogo, mancando l'azione dei raggi solari che non riescono ad attraversare lo strato di nebbia ed in generale essendo nulli i movimenti che rinnovano l'aria con masse provenienti dalle alte regioni, vengono ad annullarsi le cause della sua produzione.

5.° La temperatura e lo stato igrometrico dell'aria, il cui andamento diurno si presenti normale, non sembra che abbiano di per sè un rapporto immediato col tenore ozonico dell'aria. Naturalmente se si stabiliscono condizioni speciali dell'atmosfera per le quali l'andamento della temperatura e della umidità si svolgano in modo anormale, si producono i fenomeni: correnti verticali intense, nebulosità, pioggia; le cui conseguenze rispetto al contenuto di Ozono dell'aria abbiamo contemplato nei commi precedenti.

Per la bibliografia vedi:

JOSEF BAUER. -- *Ueber das atmosphärische Ozon* - Meteorologische Zeitschrift - August 1912, Heft 8, pag. 372, e Autori indicati in nota nella stessa memoria.

H. HENRIET et M. BOUSSIGNY. -- *Sur l'origine de l'Ozone atmosphérique et les causes des variations de l'acide carbonique de l'aire.* - *Comptes Rendus*, 11 Mai 1908, pag. 977.

Vedi pure le pubblicazioni sull'Ozono indicate nell'*Handbuch der anorganischen Chemie* = GMELIN-KRAUT, Heidelberg 1907.

LUGLIO 1913

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	o	o	o	o	o	o	mm
1	744.8	746.0	746.6	745.8	+15.2	+16.3	+17.0	+19.3	+13.6	+16.3	21.4
2	45.0	45.9	47.6	46.2	24.0	27.7	22.8	28.3	13.1	22.0	—
3	48.5	48.0	48.6	48.4	23.7	29.5	25.4	30.4	15.8	23.8	—
4	49.8	49.1	49.5	49.5	24.6	30.6	25.8	32.0	17.8	25.1	—
5	50.5	49.5	50.5	50.2	25.1	31.2	26.4	32.0	19.7	25.8	—
6	751.0	749.7	750.9	750.5	+25.3	+31.6	+27.9	+32.5	+20.2	+26.5	—
7	50.9	49.4	50 1	50.1	25.3	32.0	25.8	33.2	21.7	26.5	—
8	50.7	49.1	50.9	50.2	25.3	31.7	22.2	32.5	19.8	24.9	gocce
9	50.2	49.9	49.7	49.9	23.3	26.7	24.8	28.7	16.9	23.4	2.2
10	49.6	47.6	47.0	48.1	25.1	26.6	24.4	+30.0	19.6	24.8	gocce
11	746.8	745.8	745.7	746.1	+24.2	+31.1	+26.6	+31.8	+17.8	+25.1	—
12	46.2	45.3	45.4	45.6	24.8	31.2	27.2	32.0	20.4	26.1	—
13	47.1	44.8	42.5	44.8	24.8	28.5	25.8	30.7	19.8	25.3	gocce
14	41.0	41.6	44.0	42.2	25.3	30.6	25.2	31.1	21.0	25.6	—
15	45.3	43.1	43.2	43.9	24.3	28.9	20.8	30.0	17.5	23.2	4.1
16	744.6	745.4	746.5	745.5	+22.2	+29.0	+24.4	+30.0	+15.8	+23.1	—
17	47.1	44.8	43.9	45.3	24.5	28.4	19.8	28.8	18.5	22.9	6.6
18	44.6	45.2	48.7	46.2	23.3	28.4	20.6	28.7	16.4	22.2	—
19	51.4	50.4	51.6	51.1	22.1	27.7	24.0	28.8	15.3	22.6	—
20	51.6	49.8	49.6	50.3	22.2	27.9	23.2	29.2	15.0	22.4	—
21	749.4	748.5	748.8	748.9	+22.8	+28.8	+24.8	+29.5	+17.7	+23.7	—
22	50.0	48.9	49.6	49.5	23.7	30.8	26.0	32.0	18.8	25.1	—
23	49.7	47.7	45.6	47.7	25.2	31.0	25.6	31.4	19.7	25.5	—
24	44.4	42.3	42.1	42.9	23.1	28.7	21.4	29.3	18.7	23.1	0.6
25	42.7	42.7	44.3	43.2	22.0	29.1	25.2	30.3	16.2	23.4	—
26	745.3	745.9	747.7	746.3	+22.6	+27.7	+24.8	+30.0	+19.3	+24.2	—
27	50.2	49.6	49.2	49.7	24.2	30.8	26.6	31.7	19.3	25.4	—
28	49.3	48.9	49.7	49.3	24.9	30.5	25.8	32.0	20.8	25.9	—
29	49.7	48.9	49.5	49.4	25.4	23.1	21.0	25.6	18.7	22.7	12.1
30	48.0	47.5	47.5	47.7	20.1	21.8	17.4	22.4	16.3	19.1	6.4
31	48.2	47.8	48.4	48.1	+17.8	+25.3	+21.0	+27.0	+13.4	+19.8	—
M	747.86	747.06	747.58	747.50	+23.43	+28.49	+23.86	+29.72	+17.89	+23.72	53.4

Altezza barom.	mass.	mm 751.6	g. 20	Temperatura	mass.	+ 33°.2	g. 7
" "	min.	741.0	" 14	"	min.	+ 13°.1	" 2
" "	media	747.50		"	media	+ 23°.72	

Temporale il giorno 8, 13, 15, 17
Grandine " " —
Nebbia " " 31

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, e nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

LUGLIO 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	10.6	10.6	10.4	10.3	83	77	72	81.2	10	10	5	CALMA	NW	W	7
2	7.9	8.0	7.7	7.7	36	29	37	37.9	8	7	4	NW	NE	N	14
3	7.3	9.1	12.7	9.5	34	29	53	42.6	1	1	0	NW	SW	NW	5
4	12.3	13.6	14.2	13.3	53	42	57	54.6	2	2	3	E	SE	SE	6
5	12.6	14.0	15.2	13.7	53	41	59	54.9	3	3	4	CALMA	SW	SW	6
6	12.3	13.9	14.2	13.3	52	40	51	51.6	2	3	3	W	S	SW	5
7	14.6	15.9	11.9	14.0	61	45	48	55.2	2	4	4	SW	SW	S	7
8	12.0	13.0	12.8	12.4	50	37	64	54.2	4	4	10	SW	SW	NW	8
9	13.9	16.9	15.1	15.1	65	65	65	68.9	3	8	3	W	SW	W	7
10	14.6	13.8	13.4	13.7	62	54	59	62.2	5	8	6	CALMA	CALMA	W	5
11	13.3	14.1	11.7	12.8	59	42	45	52.6	0	3	5	SE	SW	CALMA	5
12	14.6	12.9	15.4	14.1	63	38	57	56.5	3	3	3	W	S	W	6
13	14.6	16.7	17.3	16.0	63	58	70	67.5	2	8	6	SW	NE	E	8
14	13.6	7.3	8.8	9.8	57	22	37	42.6	3	3	2	W	NW	E	9
15	10.7	13.3	14.3	12.6	48	45	78	60.9	7	7	8	E	SE	NE	7
16	12.9	12.2	14.0	12.8	65	41	62	59.9	4	4	7	E	SE	E	5
17	14.5	14.8	15.2	14.6	63	52	89	71.9	8	9	5	E	SE	N	6
18	10.1	4.8	5.5	6.6	48	17	30	35.6	2	2	3	NW	N	NE	14
19	4.3	7.3	7.8	6.4	22	26	35	31.6	1	0	2	N	S	E	6
20	9.9	8.2	10.6	9.4	50	30	50	47.2	0	0	5	SE	NW	NW	6
21	10.3	10.1	10.3	10.0	50	34	44	46.2	7	9	4	SW	SW	SW	5
22	12.0	12.3	14.0	12.6	55	37	56	52.8	2	1	4	NW	SW	E	3
23	14.9	15.4	13.0	14.2	62	46	53	57.2	8	7	8	SE	SE	SW	6
24	10.4	13.1	13.9	12.3	49	45	73	59.2	1	6	9	N	SE	W	7
25	10.8	10.2	12.2	10.9	55	34	51	50.2	1	1	6	E	W	SW	6
26	12.2	12.7	14.4	12.9	60	46	62	59.5	9	7	6	N	SW	SE	6
27	13.8	14.4	13.3	13.6	62	44	52	56.2	2	3	10	E	E	SE	6
28	12.7	14.1	15.5	13.9	54	43	63	56.8	3	2	7	W	W	SW	7
29	15.4	15.5	14.8	15.0	64	74	80	76.1	10	9	6	SE	E	SE	8
30	13.8	13.7	13.0	13.3	79	70	88	82.5	10	10	10	E	E	N	7
31	11.9	11.4	12.0	11.7	78	47	65	66.8	2	6	5	CALMA	S	E	4
M	12.09	12.36	12.73	12.21	56.6	43.5	58.2	56.55	4.1	4.8	5.3				6.7

Tens. del vap. mass. 17.3 g. 13
" " " min. 4.3 " 19
" " " media 12.21
Umid. mass. 89 % g. 17
" min. 17 % " 18
" media 56.55 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
7	4	17	13	5	19	12	10	6

Media nebulosità relativa del mese 4,7

AGOSTO 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	749.7	748.9	749.2	749.3	+21.2	+27.2	+23.8	+28.4	+15.2	+22.2	—
2	49.7	47.8	45.9	47.8	21.2	25.0	20.4	26.6	17.8	21.5	0.2
3	43.2	42.9	44.5	43.5	21.0	27.7	24.0	28.6	16.7	22.6	3.7
4	45.6	44.4	46.5	45.5	21.6	27.9	21.4	28.5	16.2	21.9	—
5	48.6	48.2	49.4	48.7	20.6	26.7	23.4	28.4	15.2	21.9	—
6	751.4	750.4	750.7	750.8	+23.3	+28.5	+24.2	+29.3	+17.4	+23.5	—
7	51.0	49.9	49.9	50.3	23.4	29.4	25.6	31.0	18.3	24.6	—
8	50.8	49.4	49.4	49.9	24.1	31.8	25.8	32.6	18.7	25.3	—
9	50.5	49.5	49.7	49.9	24.1	31.3	26.2	32.0	19.1	25.4	—
10	49.8	48.5	48.7	49.0	24.8	30.2	25.4	31.4	19.3	25.2	—
11	749.6	748.1	748.7	748.8	+24.4	+30.9	+26.7	+31.2	+20.3	+25.7	—
12	48.7	48.0	48.6	48.4	24.6	27.8	20.8	28.0	20.7	23.5	38.9
13	46.0	45.1	44.4	45.2	19.0	24.8	21.6	25.4	17.8	20.9	22.3
14	44.8	44.2	44.7	44.6	21.6	28.3	24.0	29.0	16.8	22.9	—
15	47.3	46.1	45.5	46.3	22.0	26.6	23.3	27.6	17.3	22.5	—
16	746.6	745.7	745.6	746.0	+21.8	+25.4	+21.2	+26.3	+18.2	+21.9	—
17	45.8	44.3	46.2	45.4	20.6	25.8	19.8	26.4	15.4	20.5	23.8
18	46.3	45.3	46.2	45.9	19.6	25.6	20.2	25.8	15.3	20.2	0.6
19	46.9	45.4	46.1	46.1	19.5	25.9	21.2	26.0	14.8	20.4	—
20	48.3	48.0	48.7	48.3	19.4	26.5	22.4	26.9	14.4	20.8	—
21	749.7	747.5	746.4	747.9	+20.8	+26.0	+21.6	+26.5	+15.5	+21.1	—
22	46.0	46.1	48.6	46.9	19.6	22.4	18.0	24.2	16.0	19.4	—
23	50.5	50.1	52.1	50.9	17.2	25.7	21.0	26.4	11.7	19.1	—
24	52.3	51.2	52.5	52.0	20.3	26.6	21.8	27.4	14.2	20.9	—
25	51.7	49.8	50.8	50.8	20.8	27.4	22.6	27.7	15.7	21.7	—
26	750.4	749.0	749.3	749.6	+21.7	+28.6	+23.2	+28.7	+16.0	+22.4	—
27	49.8	48.3	49.0	49.0	23.1	28.8	23.4	29.2	16.2	23.0	—
28	49.5	47.6	47.6	48.2	22.7	29.3	24.4	29.7	17.2	23.5	—
29	46.5	44.8	45.1	45.5	23.4	28.3	20.8	28.8	18.3	22.8	gocce
30	43.0	41.2	42.5	42.2	22.3	27.2	22.8	28.4	17.9	22.9	0.2
31	49.1	48.1	48.9	48.7	+20.7	+25.7	+20.4	+26.2	+15.9	+20.8	—
M	748.36	747.22	747.78	747.79	+21.63	+27.40	+22.62	+28.15	+16.76	+22.29	89.7

		mm						
Altezza barom.	mass.	752.5	g. 24	Temperatura	mass.	+ 32.6	g. 8
" "	min.	741.2	" 30	"	min.	+ 11.7	" 23
" "	media	747.79		"	media	+ 22.29	

Temporale il giorno 2, 12, 13, 17, 18, 21, 29
Grandine " " —
Nebbia " " 28

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbi condensata, o brina, o rugiada disciolte.

AGOSTO 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	10.7	12.3	13.4	11.9	57	46	61	58.4	2	2	3	SE	SE	SE	5
2	12.2	13.5	14.5	13.2	65	58	81	71.7	7	10	8	NE	NE	W	6
3	14.5	12.0	13.0	13.0	78	43	58	63.4	3	3	3	NW	SW	W	7
4	11.9	9.3	10.2	10.3	62	33	54	53.4	2	4	3	SW	SW	E	8
5	9.6	7.2	10.5	8.9	53	28	49	47.0	0	2	3	W	NW	W	6
6	11.3	10.9	6.0	9.2	53	37	27	42.7	7	3	4	NE	S	SW	5
7	12.9	13.0	14.3	13.2	60	43	59	57.7	5	2	3	SE	W	W	4
8	15.4	12.2	18.0	15.0	69	35	73	62.7	1	3	2	CALMA	SW	SW	7
9	11.5	12.9	7.0	10.3	51	38	28	42.7	1	2	1	SW	SW	SW	5
10	13.4	15.5	14.4	14.3	58	48	60	59.0	2	5	5	S	NW	SW	7
11	16.1	18.3	8.2	14.0	71	55	31	55.9	5	4	5	SW	SW	W	7
12	16.0	13.8	14.9	14.9	72	56	82	73.6	10	6	10	NW	SE	NW	6
13	15.1	15.5	14.4	14.8	92	66	75	81.3	10	10	0	NE	SW	CALMA	4
14	12.8	14.7	13.3	13.4	67	51	60	62.9	6	1	4	CALMA	SW	W	4
15	12.6	13.2	5.7	10.3	64	51	27	50.9	8	3	5	SE	SE	E	7
16	13.3	14.1	15.0	13.9	69	58	80	72.6	10	6	3	SE	SE	E	8
17	13.5	12.0	10.3	11.7	75	49	60	64.9	3	1	5	E	W	E	6
18	11.0	11.0	11.3	10.9	65	45	64	61.6	2	2	5	SE	SE	S	5
19	11.0	9.6	11.8	10.6	65	39	63	59.3	2	7	6	SE	SW	SW	6
20	12.1	11.7	13.0	12.2	72	46	64	64.3	1	2	6	SE	SE	E	5
21	13.6	13.2	13.8	13.3	75	52	72	69.8	9	7	7	E	SE	E	5
22	10.8	7.1	9.7	9.0	63	35	64	57.5	5	6	2	E	SE	E	7
23	9.4	8.8	10.5	9.4	65	36	57	56.2	1	1	5	SW	S	NE	4
24	11.0	9.5	10.6	10.2	63	37	55	55.2	2	3	2	CALMA	CALMA	CALMA	2
25	11.2	9.6	11.9	10.7	61	35	58	54.8	6	1	2	CALMA	SE	NE	2
26	12.6	11.6	11.9	11.8	65	40	56	57.2	3	2	3	SW	SE	SE	3
27	12.9	11.2	13.0	12.2	61	38	61	56.8	1	1	3	SE	S	N	3
28	12.6	12.5	15.0	13.2	61	41	66	59.5	6	1	5	CALMA	SE	E	2
29	13.0	13.3	14.6	13.4	61	47	80	66.2	8	8	6	CALMA	CALMA	NE	4
30	13.8	12.8	7.4	11.1	69	48	36	54.5	2	4	4	CALMA	SW	N	6
31	9.1	8.1	8.9	8.6	50	33	50	47.8	2	1	2	SE	SE	SE	7
M	12.50	11.95	11.82	11.90	64.9	44.1	58.4	59.40	4.3	3.6	4.0				5.3

Tens. del vap. mass. 18.3 g. 11
" " " min. 5.7 " 15
" " " media 11.90
Umid. mass. 92 % g. 13
" min. 27 % " 6 e 15
" media 59.40 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
2	7	11	24	5	20	9	4	11

Media nebulosità relativa del mese
4,0

AGOSTO 1915

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	+ 0.95	+ 0.70	+ 1.28	+ 1.35	+ 1.05	+ 0.32	+ 1.29
2	+ 0.82	+ 0.69	+ 1.25	+ 1.32	+ 1.03	+ 0.29	+ 1.28
3	+ 0.75	+ 0.72	+ 1.28	+ 1.35	+ 1.05	+ 0.27	+ 1.28
4	+ 0.70	+ 0.72	+ 1.27	+ 1.35	+ 1.05	+ 0.25	+ 1.27
5	+ 0.67	+ 0.70	+ 1.25	+ 1.32	+ 1.03	+ 0.29	+ 1.27
6	+ 0.60	+ 0.69	+ 1.22	+ 1.28	+ 1.00	+ 0.30	+ 1.26
7	+ 0.56	+ 0.67	+ 1.16	+ 1.23	+ 0.95	+ 0.29	+ 1.26
8	+ 0.49	+ 0.64	+ 1.11	+ 1.18	+ 0.91	+ 0.27	+ 1.25
9	+ 0.45	+ 0.62	+ 1.07	+ 1.13	+ 0.86	+ 0.27	+ 1.24
10	+ 0.40	+ 0.60	+ 1.03	+ 1.08	+ 0.82	+ 0.25	+ 1.23
11	+ 0.37	+ 0.58	+ 0.97	+ 1.05	+ 0.79	+ 0.20	+ 1.22
12	+ 0.33	+ 0.57	+ 0.93	+ 1.02	+ 0.77	+ 0.15	+ 1.22
13	+ 0.31	+ 0.56	+ 0.94	+ 0.99	+ 0.74	+ 0.13	+ 1.22
14	+ 0.29	+ 0.54	+ 0.90	+ 0.97	+ 0.72	+ 0.12	+ 1.22
15	+ 0.26	+ 0.52	+ 0.87	+ 0.94	+ 0.70	+ 0.16	+ 1.22
16	+ 0.22	+ 0.51	+ 0.83	+ 0.92	+ 0.68	+ 0.19	+ 1.22
17	+ 0.20	+ 0.50	+ 0.79	+ 0.88	+ 0.65	+ 0.20	+ 1.22
18	+ 0.17	+ 0.48	+ 0.75	+ 0.83	+ 0.60	+ 0.22	+ 1.21
19	+ 0.12	+ 0.46	+ 0.72	+ 0.79	+ 0.56	+ 0.24	+ 1.20
20	+ 0.10	+ 0.45	+ 0.69	+ 0.75	+ 0.53	+ 0.22	+ 1.19
21	+ 0.08	+ 0.43	+ 0.65	+ 0.72	+ 0.50	+ 0.20	+ 1.17
22	+ 0.05	+ 0.41	+ 0.61	+ 0.69	+ 0.48	+ 0.21	+ 1.16
23	+ 0.02	+ 0.39	+ 0.57	+ 0.65	+ 0.44	+ 0.20	+ 1.15
24	— 0.02	+ 0.37	+ 0.53	+ 0.61	+ 0.41	+ 0.18	+ 1.14
25	— 0.08	+ 0.35	+ 0.49	+ 0.57	+ 0.38	+ 0.17	+ 1.14
26	— 0.08	+ 0.34	+ 0.46	+ 0.53	+ 0.35	+ 0.15	+ 1.12
27	— 0.10	+ 0.32	+ 0.44	+ 0.51	+ 0.32	+ 0.14	+ 1.11
28	— 0.11	+ 0.31	+ 0.42	+ 0.49	+ 0.30	+ 0.13	+ 1.10
29	— 0.10	+ 0.30	+ 0.40	+ 0.47	+ 0.28	+ 0.12	+ 1.08
30	— 0.11	+ 0.30	+ 0.41	+ 0.48	+ 0.28	+ 0.11	+ 1.07
31	— 0.10	+ 0.29	+ 0.41	+ 0.48	+ 0.28	+ 0.10	+ 1.06

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

SETTEMBRE 1915

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d' Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12^h	Ponte Tresa M. 272.10* 12^h	Como, Porto M. 197.521* 12^h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12^h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12^h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12^h	Salò M. 64.55* 12^h
1	— 0.14	+ 0.27	+ 0.38	+ 0.45	+ 0.26	+ 0.09	+ 1.06
2	— 0.14	+ 0.26	+ 0.36	+ 0.42	+ 0.23	+ 0.08	+ 1.05
3	— 0.16	+ 0.28	+ 0.36	+ 0.42	+ 0.23	+ 0.11	+ 1.03
4	— 0.14	+ 0.29	+ 0.38	+ 0.42	+ 0.23	+ 0.12	+ 1.02
5	— 0.10	+ 0.31	+ 0.36	+ 0.44	+ 0.24	+ 0.14	+ 1.01
6	— 0.06	+ 0.30	+ 0.34	+ 0.42	+ 0.23	+ 0.15	+ 1.00
7	— 0.07	+ 0.29	+ 0.32	+ 0.40	+ 0.21	+ 0.13	+ 0.99
8	— 0.08	+ 0.28	+ 0.30	+ 0.38	+ 0.19	+ 0.16	+ 0.98
9	— 0.10	+ 0.27	+ 0.28	+ 0.35	+ 0.17	+ 0.14	+ 0.96
10	— 0.11	+ 0.29	+ 0.26	+ 0.32	+ 0.15	+ 0.12	+ 0.95
11	— 0.11	+ 0.29	+ 0.24	+ 0.30	+ 0.13	+ 0.18	+ 0.94
12	— 0.10	+ 0.28	+ 0.23	+ 0.29	+ 0.12	+ 0.17	+ 0.94
13	— 0.11	+ 0.28	+ 0.22	+ 0.28	+ 0.11	+ 0.17	+ 0.93
14	— 0.13	+ 0.27	+ 0.21	+ 0.27	+ 0.10	+ 0.16	+ 0.92
15	— 0.14	+ 0.26	+ 0.19	+ 0.26	+ 0.09	+ 0.16	+ 0.92
16	— 0.16	+ 0.25	+ 0.18	+ 0.25	+ 0.08	+ 0.15	+ 0.92
17	— 0.18	+ 0.24	+ 0.16	+ 0.23	+ 0.07	+ 0.15	+ 0.91
18	— 0.20	+ 0.23	+ 0.15	+ 0.21	+ 0.05	+ 0.14	+ 0.90
19	— 0.20	+ 0.23	+ 0.13	+ 0.20	+ 0.04	+ 0.13	+ 0.89
20	— 0.21	+ 0.22	+ 0.12	+ 0.19	+ 0.03	+ 0.12	+ 0.89
21	— 0.23	+ 0.21	+ 0.11	+ 0.18	+ 0.02	+ 0.12	+ 0.88
22	— 0.23	+ 0.20	+ 0.10	+ 0.17	+ 0.01	+ 0.11	+ 0.88
23	— 0.24	+ 0.20	+ 0.09	+ 0.16	+ 0.01	+ 0.11	+ 0.87
24	— 0.25	+ 0.19	+ 0.09	+ 0.16	+ 0.00	+ 0.10	+ 0.87
25	— 0.25	+ 0.18	+ 0.09	+ 0.16	+ 0.00	+ 0.10	+ 0.88
26	— 0.02	+ 0.32	+ 0.30	+ 0.32	+ 0.17	+ 0.12	+ 0.92
27	+ 0.09	+ 0.34	+ 0.33	+ 0.41	+ 0.20	+ 0.25	+ 0.94
28	+ 0.10	+ 0.34	+ 0.35	+ 0.42	+ 0.20	+ 0.40	+ 0.95
29	+ 0.11	+ 0.34	+ 0.34	+ 0.41	+ 0.20	+ 0.45	+ 0.98
30	+ 0.49	+ 0.54	+ 0.56	+ 0.60	+ 0.38	+ 0.55	+ 1.00

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

Adunanza del 25 Novembre 1915

PRESIDENZA DEL SEN. PROF. GIOVANNI CELORIA

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: ARTINI, BERZOLARI, CELORIA, DEL GIUDICE, GOLGI, GORINI, JORINI, JUNG, KÖRNER, MANGIAGALLI, MENOZZI, MINGUZZI, MURANI, PASCAL C., TARAMELLI, VILLA, VIVANTI, ZUCCANTE.

E i SS. CC.: BORDONI-UFFREDUZI, CARRARA, COLETTI, DE MARCHI M., GUARNERIO, TANSINI.

Giustificano l'assenza per motivi di salute i MM. EE.: DE MARCHI A, LATTES, FORLANINI, VIDARI E.; e per ragioni d'ufficio il M. E. SALA.

L'adunanza è aperta alle ore 1,45.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Zuccante, segretario, legge il verbale dell'adunanza precedente, il quale viene approvato.

Si passa alle letture:

Della 3ª nota di *dialettologia còrsa* del M. E. prof. Carlo Salvioni, assente, legge un breve sunto il segretario prof. Zuccante.

Il M. E. prof. Costantino Gorini legge la sua nota « *Sulla termoresistenza dei batteri non sporigeni nel latte* ».

In assenza del S. C. mons. Giovanni Mercati, il segretario prof. Zuccante legge un breve riassunto della nota: « *Una citazione di Cherilo con due parole greche nuove* ».

Il prof. Francesco Vercelli legge la sua nota: « *Le sesse del Verbano* »; la nota era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze fisico-chimiche.

Segue la nota del prof. Salvatore Cherubino: « *Identità ed autoidentità semiproiettiva ridotta di due forme algebriche ad* $n+1$ *variabili* ». Non essendo presente l'autore, ne riferisce brevemente il prof. Berzolari. Il lavoro era stato ammesso alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in seduta segreta. È all'ordine del giorno la proposta per la nomina di un Membro Effettivo nella Sezione di scienze mediche. Legge la relazione della Sezione il M. E. Sen. Mangiagalli; essa sarà stampata e distribuita agli Accademici.

In fine, il presidente comunica l'Effemeride per le sedute dell'anno accademico 1916, che viene approvata senza osservazioni: risulta da essa la data del 13 Gennaio p. v., per la seduta solenne dell'Istituto.

L'adunanza è sciolta alle ore 14,15.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
O. MURANI

SOPRA ALCUNI SISTEMI
DI EQUAZIONI VETTORIALI

Nota di Filippo Sibirani

(Adunanza del 4 novembre 1915)

---

1. Considero in questa Nota dei sistemi di equazioni lineari nei prodotti scalari o vettoriali (*) di vettori cogniti per vettori incogniti, allo scopo di esprimere le relazioni fra i vettori cogniti necessarie e sufficienti per la possibilità dei sistemi, e di determinarne, in alcuni casi, le effettive soluzioni.

Siffatti sistemi di equazioni vettoriali si traducono in equazioni fra le proiezioni dei vettori sopra tre assi ortogonali, le quali sono lineari nelle proiezioni dei vettori incogniti: applicando i noti procedimenti della teoria delle equazioni lineari, le condizioni di possibilità si possono esprimere mediante le proiezioni dei vettori noti, e pure mediante queste si può fare la determinazione delle proiezioni dei vettori incogniti.

Ma è utile di avere espresse *vettorialmente* codeste condizioni di possibilità e, quando sia possibile, è preferibile giungere alla determinazione dei vettori soluzioni indipendentemente da una terna di assi di riferimento.

Per sistemi di $3n$ equazioni lineari nei prodotti scalari di $3n^2$ vettori noti per n vettori incogniti, si determina facilmente un'espressione vettoriale il cui annullarsi o no è condizione necessaria e sufficiente di possibilità, a seconda che i sistemi sono omogenei o no. Per sistemi di n equazioni lineari nei prodotti vettoriali di n^2 vettori noti per n vettori incogniti, la determinazione di detta condizione espressa vettorialmente non è immediata, se vuolsi indipendente da una terna di riferi-

---

(*) Uso delle notazioni proposte da C. Burali-Forti e R. Marcolongo in « Elementi di calcolo vettoriale ecc. » Bologna, Zanichelli 1909.

mento; riesce, tuttavia, attraverso una opportuna sostituzione di variabili in un sistema ausiliario.

In casi particolari, o mediante la conoscenza dello sviluppo del determinante dei coefficienti del sistema cartesiano, o mediante considerazioni geometriche dirette, si può mettere sotto forma più comprensiva e più espressiva la condizione vettoriale di possibilità dei sistemi di equazioni considerate; viceversa la determinazione in via diretta della condizione vettoriale di possibilità offre sviluppi di speciali tipi di determinanti; infine si può, in taluni casi, pervenire direttamente alla determinazione dei vettori soluzioni.

2. Dati i $3n^2$ vettori

$\mathbf{a}_1^{(i)}, \mathbf{a}_2^{(i)}, \mathbf{a}_3^{(i)}, \dots \mathbf{a}_n^{(i)}$ $(i = 1, 2, 3, \dots 3\,n)$ si consideri il sistema di $3n$ equazioni fra gli n vettori incogniti $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots \mathbf{x}_n$

$$\mathbf{a}_1^{(i)} \times \mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_2^{(i)} \times \mathbf{x}_2 + \dots + \mathbf{a}_n^{(i)} \times \mathbf{x}_n = 0 \tag{1}$$

$$(i = 1, 2, \dots 3n)$$

Il sistema si dirà *possibile* quando esistono n vettori, non tutti nulli, che lo soddisfano; quando è possibile, è evidentemente indeterminato, giacchè tutti i sistemi equimultipli di un sistema di n vettori che soddisfano, sono pure soluzioni.

Al sistema (1) corrisponde il sistema delle $3n^2$ equazioni lineari fra numeri reali

$$(1') \qquad a_{11}^{(i)} x_{11} + a_{12}^{(i)} x_{12} + a_{13}^{(i)} x_{13} + \dots$$

$$\dots + a_{n1}^{(i)} x_{n1} + a_{n2}^{(i)} x_{n2} + a_{n3}^{(i)} x_{n3} = 0$$

$$(i = 1, 2, \dots 3n),$$

qualora con x_{k1}, x_{k2}, x_{k3} indichiamo le proiezioni di $\mathbf{x}_k$ su tre assi ortogonali e con $a_{k1}^{(i)}, a_{k2}^{(i)}, a_{k3}^{(i)}$ quelle di $\mathbf{a}_k^{(i)}$ sugli stessi tre assi. La condizione di possibilità del sistema è quindi espressa dall'anullarsi del determinante Δ di ordine $3n$ la cui linea i-esima ha i $3n$ elementi

$$a_{11}^{(i)}\ a_{12}^{(i)}\ a_{13}^{(i)}\ a_{21}^{(i)}\ a_{22}^{(i)}\ a_{23}^{(i)} \dots\ a_{n1}^{(i)}\ a_{n2}^{(i)}\ a_{n3}^{(i)}$$

Sviluppando il determinante pei minori di 3° ordine contenuti nelle n striscie formate con le colonne di elementi aventi lo stesso primo indice, si ha

$$\Delta = \Sigma \pm \begin{vmatrix} a_{11}^{(p_1)} & a_{12}^{(p_1)} & a_{13}^{(p_1)} \\ a_{11}^{(p_2)} & a_{12}^{(p_2)} & a_{13}^{(p_2)} \\ a_{11}^{(p_3)} & a_{12}^{(p_3)} & a_{13}^{(p_3)} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{21}^{(p_4)} & a_{22}^{(p_4)} & a_{23}^{(p_4)} \\ a_{21}^{(p_5)} & a_{22}^{(p_5)} & a_{23}^{(p_5)} \\ a_{21}^{(p_6)} & a_{22}^{(p_6)} & a_{23}^{(p_6)} \end{vmatrix} \cdots \begin{vmatrix} a_{n1}^{(p_{3n-2})} & a_{n2}^{(p_{3n-2})} & a_{n3}^{(p_{3n-2})} \\ a_{n1}^{(p_{3n-1})} & a_{n2}^{(p_{3n-1})} & a_{n3}^{(p_{3n-1})} \\ a_{n1}^{(p_{3n})} & a_{n2}^{(p_{3n})} & a_{n3}^{(p_{3n})} \end{vmatrix}$$

ove la somma è estesa ai $\frac{3n!}{3^n \cdot 2}$ gruppi di n combinazioni a 3 a 3 dei numeri 1, 2, 3, ... $3n$ ad elementi distinti, ed il segno è $+$ o $-$ a seconda che compete il segno $+$ o $-$ al prodotto di tutti gli elementi principali degli n determinanti che compongono l'addendo della somma, cioè a seconda che la permutazione $p_1, p_2 \dots p_{3n}$ è di classe pari o dispari ($p_1 < p_2 < p_3$, $p_4 < p_5 < p_6, \dots . p_{3n-2} < p_{3n-1} < p_{3n}$).

Se poi si osserva che

$$\mathbf{a}_r^{(p_{3r-2})} \times \mathbf{a}_r^{(p_{3r-1})} \wedge \mathbf{a}_r^{(p_{3r})} = \begin{vmatrix} a_{r1}^{(p_{3r-2})} & a_{r2}^{(p_{3r-2})} & a_{r3}^{(p_{3r-2})} \\ a_{r1}^{(p_{3r-1})} & a_{r2}^{(p_{3r-1})} & a_{r3}^{(p_{3r-1})} \\ a_{r1}^{(p_{3r})} & a_{r2}^{(p_{3r})} & a_{r3}^{(p_{3r})} \end{vmatrix}$$

la condizione di possibilità del sistema (1) è *vettorialmente espressa* da

$$(2) \qquad \Sigma \pm \left(\mathbf{a}_1^{(p_1)} \times \mathbf{a}_1^{(p_2)} \wedge \mathbf{a}_1^{(p_3)}\right)\left(\mathbf{a}_2^{(p_4)} \times \mathbf{a}_2^{(p_5)} \wedge \mathbf{a}_2^{(p_6)}\right) \dots$$
$$\dots \left(\mathbf{a}_n^{(p_{3n-2})} \times \mathbf{a}_n^{(p_{3n-1})} \wedge \mathbf{a}_n^{(p_{3n})}\right) = 0 .$$

Si consideri il sistema

$$(3) \qquad \mathbf{a}_1^{(i)} \times \mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_2^{(i)} \times \mathbf{x}_2 + \dots + \mathbf{a}_n \times \mathbf{x}_n = h_i$$
$$(i = 1, 2, \dots . 3n)$$

ove i numeri $h_1, h_2, \dots h_{3n}$ non sono tutti nulli. La condizione perchè esista un unico sistema di n vettori che soddisfano al sistema (3), è

$$(4) \qquad \Sigma \pm \left(\mathbf{a}_1^{(p_1)} \times \mathbf{a}_1^{(p_2)} \wedge \mathbf{a}_1^{(p_3)}\right)\left(\mathbf{a}_2^{(p_4)} \times \mathbf{a}_2^{(p_5)} \wedge \mathbf{a}_2^{(p_6)}\right) \dots$$
$$\dots \left(\mathbf{a}_n^{(p_{3n-2})} \times \mathbf{a}_n^{(p_{3n-1})} \wedge \mathbf{a}_n^{(p_{3n})}\right) \neq 0 .$$

Se $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ sono tre vettori unitari nella direzione e senso positivo dei tre assi su cui si proiettano i vettori, i tre de-

terminanti che da

$$\begin{matrix} a_{r1}^{(p_{3r-2})} & a_{r2}^{(p_{3r-2})} & a_{r3}^{(p_{3r-2})} \\ a_{r1}^{(p_{3r-1})} & a_{r2}^{(p_{3r-1})} & a_{r3}^{(p_{3r-1})} \\ a_{r1}^{(p_{3r})} & a_{r2}^{(p_{3r})} & a_{r3}^{(p_{3r})} \end{matrix}$$

si ottengono sostituendo successivamente alla 1ª, 2ª, 3ª colonna i numeri $h_{p_{3r-2}}\ h_{p_{3r-1}}\ h_{p_{3r}}$ sono rispettivamente rappresentati da

$$(5)\quad \begin{aligned} &\left[h_{p_{3r-2}}\left(\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r-1})}\wedge\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r})}\right)+h_{p_{3r-1}}\left(\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r})}\wedge\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r-2})}\right)+h_{p_{3r}}\left(\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r-2})}\wedge\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r-1})}\right)\right]\times\boldsymbol{i}\\ &\left[h_{p_{3r-2}}\left(\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r-1})}\wedge\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r})}\right)+h_{p_{3r-1}}\left(\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r})}\wedge\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r-2})}\right)+h_{p_{3r}}\left(\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r-2})}\wedge\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r-1})}\right)\right]\times\boldsymbol{j}\\ &\left[h_{p_{3r-2}}\left(\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r-1})}\wedge\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r})}\right)+h_{p_{3r-1}}\left(\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r})}\wedge\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r-2})}\right)+h_{p_{3r}}\left(\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r-2})}\wedge\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r-1})}\right)\right]\times\boldsymbol{k}\,. \end{aligned}$$

Nell'espressione vettoriale di Δ, cioè nel 1º membro di (2), in ognuno degli addendi della sommatoria in luogo del fattore

$$\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r-2})}\times\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r-1})}\wedge\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r})}$$

formato coi vettori di un determinato indice r, poniamo il vettore

$$h_{p_{3r-2}}\left(\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r-1})}\wedge\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r})}\right)+h_{p_{3r-1}}\left(\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r})}\wedge\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r-2})}\right)+h_{p_{3r}}\left(\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r-2})}\wedge\boldsymbol{a}_r^{(p_{3r-1})}\right);$$

otterremo con ciò un vettore che indicheremo con $\boldsymbol{y}_r$.

Tenendo presente la regola di Cramer per la risoluzione dei sistemi normali di equazioni lineari, avuto riguardo alle (5) e alla identità

$$\boldsymbol{u}=(\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{i})\,\boldsymbol{i}+(\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{j})\,\boldsymbol{j}+(\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{k})\,\boldsymbol{k}\,,$$

si deduce che

sotto la condizione (4) *le soluzioni del sistema* (3) *sono gli* n *vettori*

$$\boldsymbol{x}_r=\frac{1}{\Delta}\,\boldsymbol{y}_r\qquad (r=1,2,\ldots.\,n)$$

È questa un'estensione della regola di Cramer ai sistemi vettoriali da noi considerati.

I noti teoremi sui sistemi di equazioni lineari non omogenee ci permettono ancora di affermare

Quando $\Delta = 0$, *il sistema è possibile ma indeterminato se gli* n *vettori* $\mathbf{y}_r$ *sono nulli; è impossibile se qualcuno dei vettori* $\mathbf{y}_r$ *è non nullo.*

3. Dati i $2n^2$ vettori $\boldsymbol{a}_1^{(i)}, \boldsymbol{a}_2^{(i)}, \dots \boldsymbol{a}_n^{(i)}$ $(i = 1, 2, 3, \dots 2n)$ paralleli ad un piano α si consideri il sistema di $2n$ equazioni fra gli n vettori incogniti $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots \mathbf{x}_n$ pure paralleli ad α

$$\boldsymbol{a}_1^{(i)} \times \mathbf{x}_1 + \boldsymbol{a}_2^{(i)} \times \mathbf{x}_2 + \dots + \boldsymbol{a}_n^{(i)} \times \mathbf{x}_n = 0 \tag{6}$$
$$(i = 1, 2, \dots 2n)$$

Scelta in α una coppia di assi ortogonali, al sistema (6) corrisponde il sistema delle $2n$ equazioni lineari fra numeri reali

$$a_{11}^{(i)} x_{11} + a_{12}^{(i)} x_{12} + a_{21}^{(i)} x_{21} + a_{22}^{(i)} x_{22} + \dots + a_{n1}^{(i)} x_{n1} + a_{n2}^{(i)} x_{n2} = 0 \tag{6'}$$
$$(i = 1, 2, 3, \dots 2n)$$

il quale è possibile se si annulla il determinante Δ' di ordine $2n$ la cui linea i-esima ha i $2n$ elementi

$$a_{11}^{(i)}\ a_{12}^{(i)}\ a_{21}^{(i)}\ a_{22}^{(i)} \dots a_{n1}^{(i)}\ a_{n2}^{(i)};$$

cioè

$$\Delta' = \Sigma \pm \left(a_{11}^{(p_1)} a_{12}^{(p_2)} - a_{11}^{(p_2)} a_{12}^{(p_1)}\right) \left(a_{21}^{(p_3)} a_{22}^{(p_4)} - a_{21}^{(p_4)} a_{22}^{(p_3)}\right) \dots$$
$$\dots \left(a_{n1}^{(p_{2n-1})} a_{n2}^{(p_{2n})} - a_{n1}^{(p_{2n})} a_{n2}^{(p_{2n-1})}\right);$$

ove la somma è estesa ai $\dfrac{2n!}{2^n}$ gruppi di n combinazioni a 2 a 2 dei numeri 1, 2, 3, ... $2n$ ad elementi distinti ed il segno + o — a seconda che la permutazione $p_1, p_2, p_3, \dots p_{2n}$ con

$$p_1 < p_2,\ p_3 < p_4, \dots p_{2n-1} < p_{2n}$$

è di prima o seconda classe.

Vettorialmente la detta condizione si esprime con

$$\Sigma \pm \bmod\left(\boldsymbol{a}_1^{(p_1)} \wedge \boldsymbol{a}_2^{(p_2)}\right) . \bmod\left(\boldsymbol{a}_2^{(p_3)} \wedge \boldsymbol{a}_2^{(p_4)}\right) \dots \bmod\left(\boldsymbol{a}_n^{(p_{2n-1})} \wedge \boldsymbol{a}_n^{(p_{2n})}\right) = 0$$

od anche, se $\mathbf{k}$ è un vettore unitario normale ad α, con

$$\Sigma \pm \left(\boldsymbol{a}_1^{(p_1)} \wedge \boldsymbol{a}_1^{(p_2)} \times \boldsymbol{k}\right) \left(\boldsymbol{a}_2^{(p_3)} \wedge \boldsymbol{a}_2^{(p_4)} \times \boldsymbol{k}\right) \dots \left(\boldsymbol{a}_n^{(p_{2n-1})} \wedge \boldsymbol{a}_n^{(p_{2n})} \times \boldsymbol{k}\right) = 0. \tag{7}$$

Ferme restando le ipotesi sui vettori $\boldsymbol{a}$, si consideri il si-

stema di $2n$ equazioni

$$(8)\qquad \mathbf{a}_1^{(i)} \times \mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_2^{(i)} \times \mathbf{x}_2 + \dots + \mathbf{a}_n^{(i)} \times \mathbf{x}_n = h_i$$

$$(i = 1, 2, 3, \dots 2n)$$

ove i numeri $h_1, h_2, \dots h_{2n}$ non sono tutti nulli.

La condizione necessaria e sufficiente perchè esista un unico sistema di n *vettori che soddisfano al sistema* (6) *è che*

$$(9)\ \Sigma \pm \left(\mathbf{a}_1^{(p_1)} \wedge \mathbf{a}_1^{(p_2)} \times \mathbf{k}\right)\left(\mathbf{a}_2^{(p_3)} \wedge \mathbf{a}_2^{(p_4)} \times \mathbf{k}\right) \dots \left(\mathbf{a}_n^{(p_{2n-1})} \wedge \mathbf{a}_n^{(p_{2n})} \times \mathbf{k}\right) \neq 0.$$

Nell'espressione vettoriale di Δ' in ogni addendo della sommatoria si sostituisca al fattore

$$\left(\mathbf{a}_r^{(p_{2r-1})} \wedge \mathbf{a}_r^{(p_{2r})} \times \mathbf{k}\right)$$

il vettore

$$\mathbf{k} \wedge \left(h_{p_{2r}}\, \mathbf{a}_r^{(p_{2r-1})} - h_{p_{2r-1}} \mathbf{a}_r^{(p_{2r})}\right);$$

si otterrà un vettore $\mathbf{y}'_r$.

Avendo presente la regola di Cramer e i teoremi sui sistemi lineari, si deduce che

quando la (9) *è verificata, le soluzioni del sistema* (8) *sono gli* n *vettori*

$$\mathbf{x}_r = \frac{1}{\Delta'}\, \mathbf{y}'_r \qquad (r = 1, 2 \dots n);$$

quando $\Delta' = 0$ *il sistema è possibile ma indeterminato se sono nulli gli* n *vettori* $\mathbf{y}'_r$, *è impossibile se qualcuno di detti vettori è non nullo.*

Se si toglie la restrizione che i vettori $\mathbf{x}_r$ debbono essere paralleli ad α, le condizioni di possibilità dei sistemi (6) e (8) sono ancora le (7) e (9); tuttavia è a osservare che se dei detti sistemi, sotto la precedente restrizione, $\overline{\mathbf{x}}_1, \overline{\mathbf{x}}_2, \dots \overline{\mathbf{x}}_n$ è un sistema di soluzioni, sono soluzioni dei sistemi generalizzati gli ∞^n vettori

$$\mathbf{x}_1 = \overline{\mathbf{x}}_1 + \varrho_1 \mathbf{k},\ \mathbf{x}_2 = \overline{\mathbf{x}}_2 + \varrho_2 \mathbf{k}, \dots \mathbf{x}_n = \overline{\mathbf{x}}_n + \varrho_n \mathbf{k},$$

essendo $\varrho_1, \varrho_2, \dots \varrho_n$ numeri reali qualunque.

4. Dati gli n^2 vettori $\mathbf{a}_1^{(i)}, \mathbf{a}_2^{(i)}, \dots \mathbf{a}_n^{(i)}$ $\quad (i = 1, 2, \dots n)$,

si consideri il sistema di n equazioni

$$(10) \qquad \mathbf{a}_1^{(i)} \wedge \mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_2^{(i)} \wedge \mathbf{x}_2 + \dots + \mathbf{a}_n^{(i)} \wedge \mathbf{x}_n = 0$$

$$(i = 1, 2, \dots n).$$

Per determinare la condizione di possibità espressa vettorialmente, consideriamo il sistema di $3n$ equazioni

$$(11) \qquad \boldsymbol{d}_1^{(i)} \times \boldsymbol{u}_i = 0, \quad \boldsymbol{d}_2^{(i)} \times \boldsymbol{u}_i = 0 \quad \boldsymbol{d}_3^{(i)} \times \boldsymbol{u}_i = 0$$

$$(i = 1, 2, 3, \dots n)$$

ove il determinante del sistema cartesiano corrispondente è

$$\Delta = \prod_{i=1}^{n} \left\{ \boldsymbol{d}_1^{(i)} \wedge \boldsymbol{d}_2^{(i)} \times \boldsymbol{d}_3^{(i)} \right\}$$

e si suppongono i vettori $\boldsymbol{d}$ scelti in modo che non sia nullo nessuno dei fattori del precedente prodotto, con che il sistema (11) non è verificato che da

$$\boldsymbol{u}_1 = \boldsymbol{u}_2 = \dots = \boldsymbol{u}_n = 0.$$

Facciamo in (11) le sostituzioni di variabili

$$(12) \qquad \boldsymbol{u}_i = \mathbf{a}_1^{(i)} \wedge \mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_2^{(i)} \wedge \mathbf{x}_2 + \dots + \mathbf{a}_n^{(i)} \wedge \mathbf{x}_n$$

$$(i = 1, 2, 3, \dots n),$$

con che il sistema (11) diventa

$$(13) \qquad \left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{d}_1^{(i)} \wedge \mathbf{a}_1^{(i)} \times \mathbf{x}_1 + \boldsymbol{d}_1^{(i)} \wedge \mathbf{a}_2^{(i)} \times \mathbf{x}_2 + \dots + \boldsymbol{d}_1^{(i)} \wedge \mathbf{a}_n^{(i)} \times \mathbf{x}_n = 0 \\ \boldsymbol{d}_2^{(i)} \wedge \mathbf{a}_1^{(i)} \times \mathbf{x}_1 + \boldsymbol{d}_2^{(i)} \wedge \mathbf{a}_2^{(i)} \times \mathbf{x}_2 + \dots + \boldsymbol{d}_2^{(i)} \wedge \mathbf{a}_n^{(i)} \times \mathbf{x}_n = 0 \\ \boldsymbol{d}_3^{(i)} \wedge \mathbf{a}_1^{(i)} \times \mathbf{x}_1 + \boldsymbol{d}_3^{(i)} \wedge \mathbf{a}_2^{(i)} \times \mathbf{x}_2 + \dots + \boldsymbol{d}_3^{(i)} \wedge \mathbf{a}_n^{(i)} \times \mathbf{x}_n = 0 \end{array} \right.$$

$$(i = 1, 2, 3, \dots n).$$

Il determinante del sistema cartesiano corrispondente si calcola vettorialmente nel modo indicato al n.° 2; indichiamolo con Θ. Proiettate le (12) sugli assi, esse equivalgono alla sostituzione lineare

$$u_{i1} = a_{12}^{(i)} x_{13} - a_{13}^{(i)} x_{12} + a_{22}^{(i)} x_{23} - a_{23}^{(i)} x_{22} + \dots + a_{n2}^{(i)} x_{n3} - a_{n3}^{(i)} x_{n2}$$

$$u_{i2} = a_{13}^{(i)} x_{11} - a_{11}^{(i)} x_{13} + a_{23}^{(i)} x_{21} - a_{21}^{(i)} x_{23} + \dots + a_{n3}^{(i)} x_{n1} - a_{n1}^{(i)} x_{n3}$$

$$u_{i3} = a_{11}^{(i)} x_{12} - a_{12}^{(i)} x_{11} + a_{21}^{(i)} x_{22} - a_{22}^{(i)} x_{21} + \dots + a_{n1}^{(i)} x_{n2} - a_{n2}^{(i)} x_{n1}$$

$$(i = 1, 2, 3, \dots n)$$

il cui modulo H è uguale al determinante dei coefficienti del sistema cartesiano corrispondente al sistema (10); d'altra parte si sa che

$$H = \frac{\Theta}{\Delta}.$$

Se ora per vettori $\boldsymbol{d}$ si prendono dei vettori $\boldsymbol{a}$, ecco espresso il determinante H vettorialmente pei vettori cogniti del sistema proposto; ma *la condizione $H = 0$ è necessaria e sufficiente per la possibilità del sistema* (10).

La condizione $H \neq 0$ è necessaria e sufficiente acciò esista un unico sistema di n *vettori che soddisfa al sistema*

$$\boldsymbol{a}_1^{(i)} \wedge \mathbf{x}_1 + \boldsymbol{a}_2^{(i)} \wedge \mathbf{x}_2 + \dots + \boldsymbol{a}_n^{(i)} \wedge \mathbf{x}_n = \boldsymbol{b}_i$$
$$(i = 1, 2, 3, \dots n)$$

ove i vettori $\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2, \dots \boldsymbol{b}_n$ *non sono tutti nulli.*

5. - *a*) Perchè il sistema

$$\boldsymbol{a}' \times \mathbf{x} = 0, \quad \boldsymbol{a}'' \times \mathbf{x} = 0, \quad \boldsymbol{a}''' \times \mathbf{x} = 0$$

sia possibile è necessario e sufficiente sia

$$\boldsymbol{a}' \wedge \boldsymbol{a}'' \times \boldsymbol{a}''' = 0;$$

cioè siano $\boldsymbol{a}'$, $\boldsymbol{a}''$, $\boldsymbol{a}'''$ complanari, come d'altra parte è manifesto in via geometrica. In quest'ipotesi, soddisfa al sistema la semplice infinità di vettori

$$\mathbf{x} = \varrho\, \boldsymbol{a}' \wedge \boldsymbol{a}''$$

ove ϱ è un numero reale qualsivoglia, e ad $\boldsymbol{a}'$, $\boldsymbol{a}''$ si possono sostituire altri due dei tre vettori, purchè non paralleli (*).

Se è

$$\boldsymbol{a}' \wedge \boldsymbol{a}'' \times \boldsymbol{a}''' \neq 0,$$

il sistema

$$\boldsymbol{a}' \times \mathbf{x} = h_1, \quad \boldsymbol{a}'' \times \mathbf{x} = h_2, \quad \boldsymbol{a}''' \times \mathbf{x} = h_3$$

ammette l'unica soluzione

$$\mathbf{x} = \frac{h_1\, \boldsymbol{a}'' \wedge \boldsymbol{a}''' + h_2\, \boldsymbol{a}''' \wedge \boldsymbol{a}' + h_3\, \boldsymbol{a}' \wedge \boldsymbol{a}''}{\boldsymbol{a}' \wedge \boldsymbol{a}'' \times \boldsymbol{a}'''}.$$

b) Si consideri il sistema

(*) Se fossero tutti e tre paralleli, qualunque vettore ortogonale alla comune direzione soddisfa al sistema.

$$
(14)\quad \left\{\begin{aligned}
a' \times x + b' \times y &= 0\\
a'' \times x + b'' \times y &= 0\\
a''' \times x + b''' \times y &= 0\\
b' \times x + a' \times y &= 0\\
b'' \times x + a'' \times y &= 0\\
b''' \times x + a''' \times y &= 0
\end{aligned}\right.
$$

Sommando la 1ª e 4ª equazione, la 2ª e 5ª, la 3ª e 6ª; togliendo dalla 1ª la 4ª, dalla 2ª la 5ª, dalla 3ª la 6ª, si ha il sistema equivalente

$$
(15)\quad \left\{\begin{aligned}
(a' + b') \times (x + y) &= 0\\
(a'' + b'') \times (x + y) &= 0\\
(a''' + b''') \times (x + y) &= 0\\
(a' - b') \times (x - y) &= 0\\
(a'' - b'') \times (x - y) &= 0\\
(a''' - b''') \times (x - y) &= 0 .
\end{aligned}\right.
$$

Perchè esista un vettore $x + y$ che soddisfa alle prime tre equazioni o devono (*caso* a)) i vettori $a' + b'$, $a'' + b''$, $a''' + b'''$ essere complanari (in particolare nulli), cioè

$$(a' + b') \wedge (a'' + b'') \times (a''' + b''') = 0,$$

oppure dev'essere

$$x + y = 0.$$

Nella prima ipotesi, il sistema (14) è soddisfatto da qualunque coppia di vettori uguali ortogonali alla giacitura comune ai tre vettori $a' + b'$, $a'' + b''$, $a''' + b'''$, cioè da

$$x = y = \varrho\,(a' + b') \wedge (a'' + b''),$$

con ϱ numero reale qualunque, o, se i tre vettori fossero paralleli, da qualunque coppia di vettori uguali normali alla direzione comune dei 3 vettori, cioè da

$$x = y = v \wedge (a' + b'),$$

con v vettore arbitrario. Se poi fosse

$$(16)\qquad a' + b' = a'' + b'' = a''' + b''' = 0,$$

una qualunque coppia di vettori uguali soddisferebbe al sistema; se infine oltre alla (16) fosse $a' \wedge a'' \times a''' = 0$, soddisferebbe al sistema qualunque coppia di vettori la cui differenza sia o nulla o normale al piano di a', a'', a'''. Nella seconda ipotesi, cioè $x + y = 0$, due vettori contrari soddisfano alle ultime tre equazioni di (15), cioè al sistema (14), se

$$(\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}'') \times (\boldsymbol{a}''' - \boldsymbol{b}''') = 0,$$

e, in tal caso, sono ortogonali alla giacitura dei tre vettori $\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}'$, $\boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}''$, $\boldsymbol{a}''' - \boldsymbol{b}'''$; sono dunque soluzioni

$$\mathbf{x} = -\boldsymbol{y} = \varrho (\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}'')$$

con ϱ numero reale qualunque.

Perchè esista un vettore $\mathbf{x} - \boldsymbol{y}$ che soddisfi alle ultime 3 equazioni di (15) è necessario che o

$$(\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}'') \times (\boldsymbol{a}''' - \boldsymbol{b}''') = 0,$$

oppure siano uguali i due vettori $\mathbf{x}$ e $\boldsymbol{y}$. Nel primo caso, due vettori contrari perpendicolari alla giacitura comune di $\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}'$, $\boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}''$, $\boldsymbol{a}''' - \boldsymbol{b}'''$ (*) soddisfano al sistema; nel secondo, due vettori uguali soddisfano se $\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}'$, $\boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}''$, $\boldsymbol{a}''' + \boldsymbol{b}'''$ sono paralleli ad una stessa giacitura ed essi sono normali a questa giacitura.

Si conclude che

condizione necessaria e sufficiente acciò che il sistema (14) *sia possibile è che sia verificata una delle due relazioni*

$$(16) \qquad \begin{aligned} (\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}'') \times (\boldsymbol{a}''' + \boldsymbol{b}''') = 0 \\ (\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}'') \times (\boldsymbol{a}''' - \boldsymbol{b}''') = 0 \end{aligned}$$

o, *ciò che fa lo stesso, l'unica*

$$(17) \quad [(\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}'') \times (\boldsymbol{a}''' + \boldsymbol{b}''')]\,[(\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}'') \times (\boldsymbol{a}''' - \boldsymbol{b}''')] = 0.$$

Se le due relazioni (16) sono verificate contemporaneamente, sono soluzioni del sistema (14)

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \varrho (\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}'') + \sigma (\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}'') \\ \boldsymbol{y} &= \varrho (\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}'') - \sigma (\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}'') \end{aligned}$$

con ϱ e σ numeri reali qualunqne.

6). Se $\boldsymbol{a}'$, $\boldsymbol{a}''$, $\boldsymbol{b}'$, $\boldsymbol{b}''$ sono 4 vettori paralleli ad uno stesso piano α, si consideri il sistema

$$(18) \qquad \left\{ \begin{aligned} \boldsymbol{a}' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{b}' \times \boldsymbol{y} = 0 \\ \boldsymbol{a}'' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{b}'' \times \boldsymbol{y} = 0 \\ \boldsymbol{b}' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{a}' \times \boldsymbol{y} = 0 \\ \boldsymbol{b}'' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{a}'' \times \boldsymbol{y} = 0. \end{aligned} \right.$$

ove i vettori $\mathbf{x}$ e $\boldsymbol{y}$ incogniti debbono pure essere paralleli ad α.

(*) I sottocasi si trattano come dianzi.

Il sistema (18) equivale al sistema

$$(19)\quad \begin{cases} (\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}') \times (\mathbf{x} + \boldsymbol{y}) = 0 \\ (\boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}'') \times (\mathbf{x} + \boldsymbol{y}) = 0 \\ (\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}') \times (\mathbf{x} - \boldsymbol{y}) = 0 \\ (\boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}'') \times (\mathbf{x} - \boldsymbol{y}) = 0. \end{cases}$$

Perchè due vettori $\mathbf{x}$ e $\boldsymbol{y}$ soddisfano alle prime due equazioni occorre che $\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}'$ e $\boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}''$ siano paralleli o nulli, cioè

$$(\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}'') = 0;$$

oppure siano opposti.

Nella prima ipotesi, detto $\boldsymbol{k}$ un vettore unitario normale al piano α e ϱ un numero reale qualunque, le soluzioni sono

$$\mathbf{x} = \varrho \boldsymbol{k} \wedge (\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}')$$
$$\boldsymbol{y} = \varrho \boldsymbol{k} \wedge (\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}');$$

se fossero $\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}'$, $\boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}''$ nulli, sarebbe soluzione una qualunque coppia di vettori uguali. Nella seconda ipotesi, due vettori contrari soddisfano al sistema (19), e quindi al (18), se

$$(\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}'') = 0$$

ed i vettori sono normali alla direzione di $\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}'$, $\boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}''$; sono, cioè, in questo caso, soluzioni

$$\mathbf{x} = \varrho \boldsymbol{k} \wedge (\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}')$$
$$\boldsymbol{y} = -\varrho \boldsymbol{k} \wedge (\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}');$$

che se poi $\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}'$, $\boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}''$ sono nulli, sono soluzioni due qualunque vettori opposti.

Se contemporaneamente è

$$(\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}'') = 0, \quad (\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}) \wedge (\boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}'') = 0,$$

le soluzioni sono date da

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{k} \wedge (\varrho\, \boldsymbol{a}' + \sigma\, \boldsymbol{b}')$$
$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{k} \wedge (\sigma\, \boldsymbol{a}' - \varrho\, \boldsymbol{b}')$$

essendo ϱ e σ due numeri reali qualunque.

Si riassume la condizione di possibilità del sistema in

$$(20)\quad [(\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}'')] \times [(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}'')] = 0,$$

giacchè i due vettori che qui si sono moltiplicati scalarmente, essendo paralleli, non danno un prodotto nullo se non nel caso che sia uno di essi nullo.

7. I determinanti dei sistemi cartesiani che corrispondono ai due sistemi (14) e (18) appartengono al tipo di determinante di ordine $2n$, in cui

$$a_{r,s} = a_{r+n,s+n}\,;\; a_{r,s+n} = a_{r+n,s}\; (r = 1, 2, \dots n\,;\; s = 1, 2 \dots n);$$

cioè, indicando con (A) e con (B) due matrici quadrate d'ordine n, al tipo di determinante simbolicamente rappresentabile da

$$\text{(21)}\qquad D = \begin{vmatrix} (A) & (B) \\ (B) & (A) \end{vmatrix}.$$

Se si aggiunge la linea i – esima alla $(i+n)$ – esima $(i = 1, 2, \dots n)$ poi dalla colonna j-esima si toglie la $(j+n)$-esima $(j = 1, 2, \dots n)$, si constata subito che D è uguale al prodotto di due determinanti di ordine n, l'uno formato con le somme e l'altro con le differenze degli elementi omologhi di (A) e (B); se poi si scindono i due determinanti ad elementi binomi ciascuno in 2^n determinanti ad elementi monomi, quei 2^{n-1} determinanti nello sviluppo del secondo che contengono un numero dispari di colonne di elementi di (B) saranno uguali in valore assoluto e di segno contrario di quelli analoghi nello sviluppo del primo, ed i rimanenti 2^{n-1} uguali; sicchè il prodotto assume la forma

$$(H + K)(H - K) = H^2 - K^2 .$$

Con ciò è dimostrato che tutti i determinanti del tipo (21) sono uguali alla differenza di due quadrati, la cui formazione è immediata, giacchè H è la somma dei determinanti che contengono un numero pari di colonne di elementi di (B) e K la somma dei determinanti che contengono un numero dispari di colonne di elementi di (B).

Pei determinanti dei sistemi (14) e (18) si dimostra il risultato precedente coll'eseguire i prodotti eseguiti nelle (17) e (20): da (17) si ottiene

$$\text{(17')}\qquad \begin{aligned} &\big((\mathbf{a}'\wedge\mathbf{a}''\times\mathbf{a}''') + (\mathbf{a}'\wedge\mathbf{b}''\times\mathbf{b}''') + \\ &+(\mathbf{b}'\wedge\mathbf{a}''\times\mathbf{b}''') + (\mathbf{b}'\wedge\mathbf{b}''\times\mathbf{a}''')\big)^2 - \\ &-\big((\mathbf{a}'\wedge\mathbf{b}''\times\mathbf{a}''') + (\mathbf{b}'\wedge\mathbf{a}''\times\mathbf{a}''' + \\ &+(\mathbf{a}'\wedge\mathbf{a}''\times\mathbf{b}''') + (\mathbf{b}'\wedge\mathbf{b}''\times\mathbf{b}''')\big)^2 = 0 \end{aligned}$$

e da (20)

$$\text{(20')}\qquad \{(\mathbf{a}'\wedge\mathbf{a}'') + (\mathbf{b}'\wedge\mathbf{b}'')\}^2 - \{(\mathbf{b}'\wedge\mathbf{a}'') + (\mathbf{a}'\wedge\mathbf{b}'')\}^2 = 0.$$

Poichè le (17') e (20') rappresentano le condizioni necessarie e sufficienti per la possibilità dei sistemi (14) e (18) e

poichè nelle proiezioni dei vettori sono degli stessi gradi dei determinanti dei sistemi cartesiani corrispondenti ai sistemi (14) e (18), col confronto di termini simili si constata l'identità dei determinanti stessi coi primi membri di (17′) e (20′).

8. *a)* Si consideri il sistema

$$
(22) \quad \left\{ \begin{array}{l}
\boldsymbol{a}' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{b}' \times \boldsymbol{y} = 0 \\
\boldsymbol{a}'' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{b}'' \times \boldsymbol{y} = 0 \\
\boldsymbol{a}''' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{b}''' \times \boldsymbol{y} = 0 \\
-\boldsymbol{b}' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{a}' \times \boldsymbol{y} = 0 \\
-\boldsymbol{b}'' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{a}'' \times \boldsymbol{y} = 0 \\
-\boldsymbol{b}''' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{a}''' \times \boldsymbol{y} = 0
\end{array} \right.
$$

Sviluppando il determinante del sistema cartesiano corrispondente com'è indicata al n.º 2, si ottiene, con semplici trasformazioni (*)

$$
\begin{aligned}
&[(\boldsymbol{a}' \times \boldsymbol{a}'' \wedge \boldsymbol{a}''') + (\boldsymbol{b}' \times \boldsymbol{a}'' \wedge \boldsymbol{b}''') - \\
&- (\boldsymbol{a}' \times \boldsymbol{b}'' \wedge \boldsymbol{b}''') - (\boldsymbol{b}' \times \boldsymbol{b}'' \wedge \boldsymbol{a}''')]^2 + \\
&+ [(\boldsymbol{b}' \times \boldsymbol{b}'' \wedge \boldsymbol{b}''') + (\boldsymbol{a}' \times \boldsymbol{b}'' \wedge \boldsymbol{a}''') - \\
&- (\boldsymbol{b}' \times \boldsymbol{a}'' \wedge \boldsymbol{a}''') - (\boldsymbol{a}' \times \boldsymbol{a}'' \wedge \boldsymbol{b}''')]^2
\end{aligned}
$$

od anche, valendosi dell'identità $h^2 + k^2 = \frac{1}{2}[(h+k)^2 + (h-k)^2]$

$$
\begin{aligned}
&\tfrac{1}{2}\{[(\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}'') \times (\boldsymbol{a}''' - \boldsymbol{b}''')]^2 + \\
&+ [(\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}'') \times (\boldsymbol{a}''' + \boldsymbol{b}''')]^2\}
\end{aligned}
$$

La condizione di possibilità del sistema (22) *è espressa perciò da*

$$
\left\{ \begin{array}{l}
\boldsymbol{a}' \times \boldsymbol{a}'' \wedge \boldsymbol{a}''' + \boldsymbol{b}' \times \boldsymbol{a}'' \wedge \boldsymbol{b}''' = \boldsymbol{a}' \times \boldsymbol{b}'' \wedge \boldsymbol{b}''' + \boldsymbol{b}' \times \boldsymbol{b}'' \wedge \boldsymbol{a}''' \\
\boldsymbol{b}' \times \boldsymbol{b}'' \wedge \boldsymbol{b}''' + \boldsymbol{a}' \times \boldsymbol{b}'' \wedge \boldsymbol{a}''' = \boldsymbol{b}' \times \boldsymbol{a}'' \wedge \boldsymbol{a}''' + \boldsymbol{a}' \times \boldsymbol{a}'' \wedge \boldsymbol{b}''',
\end{array} \right.
$$

od anche

$$
\left\{ \begin{array}{l}
(\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}'') \times (\boldsymbol{a}''' - \boldsymbol{b}''') = 0 \\
(\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}'') \times (\boldsymbol{a}''' + \boldsymbol{b}''') = 0.
\end{array} \right.
$$

Il determinante del sistema cartesiano corrispondente al

(*) Ci si vale dell'identità $(\boldsymbol{a}' \times \boldsymbol{a}'' \wedge \boldsymbol{b}')(\boldsymbol{a}'' \times \boldsymbol{a}''' \wedge \boldsymbol{b}''') = (\boldsymbol{a}''' \wedge \boldsymbol{b}''') \times (\boldsymbol{a}' \wedge \boldsymbol{a}'') \wedge (\boldsymbol{a}'' \wedge \boldsymbol{b}') = (\boldsymbol{a}' \wedge \boldsymbol{a}'' \times \boldsymbol{a}''')(\boldsymbol{a}'' \wedge \boldsymbol{b}' \times \boldsymbol{b}''') - (\boldsymbol{a}' \wedge \boldsymbol{a}'' \times \boldsymbol{b}''')(\boldsymbol{a}'' \wedge \boldsymbol{b}' \times \boldsymbol{a}''')$ e analoghe.

sistema (22) è del tipo considerato dal VOIGT in un lavoro di Fisica, tipo che si risolve nella somma di due quadrati (*).

b) Se $\boldsymbol{a}'$, $\boldsymbol{b}'$, $\boldsymbol{a}''$, $\boldsymbol{b}''$ sono quattro vettori paralleli ad un piano α, il sistema

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a}' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{b}' \times \boldsymbol{y} &= 0 \\ \boldsymbol{a}'' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{b}'' \times \boldsymbol{y} &= 0 \\ -\boldsymbol{b}' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{a}' \times \boldsymbol{y} &= 0 \\ -\boldsymbol{b}'' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{a}'' \times \boldsymbol{y} &= 0 \end{aligned}$$

è possibile se

$$\boldsymbol{a}' \wedge \boldsymbol{a}'' = \boldsymbol{b}' \wedge \boldsymbol{b}'' \quad , \quad \boldsymbol{a}' \wedge \boldsymbol{b}'' = \boldsymbol{a}'' \wedge \boldsymbol{b}' \ . \tag{23}$$

Infatti, sviluppando il determinante del sistema cartesiano corrispondente, si ottiene

$$\{ \boldsymbol{a}' \wedge \boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}' \wedge \boldsymbol{b}'' \}^2 + \{ \boldsymbol{a}' \wedge \boldsymbol{b}'' - \boldsymbol{a}'' \wedge \boldsymbol{b}' \}^2 ;$$

esso è nullo quando e solo quando sono verificate le (23).

9. Si consideri il sistema

$$\begin{cases} \boldsymbol{a}' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{b}' \times \boldsymbol{y} + \boldsymbol{c}' \times \boldsymbol{z} = 0 \\ \boldsymbol{a}'' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{b}'' \times \boldsymbol{y} + \boldsymbol{c}'' \times \boldsymbol{z} = 0 \\ \boldsymbol{a}''' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{b}''' \times \boldsymbol{y} + \boldsymbol{c}''' \times \boldsymbol{z} = 0 \\ \boldsymbol{b}' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{c}' \times \boldsymbol{y} + \boldsymbol{a}' \times \boldsymbol{z} = 0 \\ \boldsymbol{b}'' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{c}'' \times \boldsymbol{y} + \boldsymbol{a}'' \times \boldsymbol{z} = 0 \\ \boldsymbol{b}''' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{c}''' \times \boldsymbol{y} + \boldsymbol{a}''' \times \boldsymbol{z} = 0 \\ \boldsymbol{c}' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{a}' \times \boldsymbol{y} + \boldsymbol{b}' \times \boldsymbol{z} = 0 \\ \boldsymbol{c}'' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{a}'' \times \boldsymbol{y} + \boldsymbol{b}'' \times \boldsymbol{z} = 0 \\ \boldsymbol{c}''' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{a}''' \times \boldsymbol{y} + \boldsymbol{b}''' \times \boldsymbol{z} = 0 \end{cases} \tag{24}$$

(*) W. VOIGT, *Allgemeine Formeln für die Bestimmung der Elasticitätsconstanten von Krystallen durch die Beobachtung der Biegung und Drillung von Prismen.* Annalen der Physik und Chemie (Leipzig) 1882, pag. 314.

Il prof. E. PASCAL nella Nota: *Su di una classe di determinanti* (Rendiconti della R. Accademia delle Scienze Fisiche Matematiche di Napoli, Vol. XX, 1914) ha considerato un determinante che non differisce da quello di Voigt che per l'ordinamento delle linee e colonne; Egli avverte in una Nota successiva: *Sui determinanti gobbi a matrici* (Ibidem, vol XXI, 1915) che lo stesso tipo di determinante é stato considerato da DRUDE, BALTZER e GEGENBAUER. Prendiamo occasione di avvertire che la citazione del determinante di Voigt fatta dal Pascal nel suo trattato sui determinanti *(Hoepli*, 1897) è errato; il determinante ivi riportato non è del tipo di Voigt, ma di quello considerato nel paragrafo precedente di questa Nota, epperò uguale alla differenza e non alla somma dei due quadrati.

Sommando la 1ª colla 4ª e 7ª equazione, la 2ª colla 5ª e 8ª, la 3ª colla 6ª e 9ª otteniamo

$$(25)\qquad \begin{cases} (\mathbf{a}' + \mathbf{b}' + \mathbf{c}') \times (\mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{z}) = 0 \\ (\mathbf{a}'' + \mathbf{b}'' + \mathbf{c}'') \times (\mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{z}) = 0 \\ (\mathbf{a}''' + \mathbf{b}''' + \mathbf{c}''') \times (\mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{z}) = 0 \end{cases}$$

le quali con le ultime sei equazioni di (24), costituiscono un sistema equivalente a (24) stesso.

Perchè la (25) possano sussistere, o

$$\mathbf{a}' + \mathbf{b}' + \mathbf{c}' \,,\; \mathbf{a}'' + \mathbf{b}'' + \mathbf{c}'' \,,\; \mathbf{a}''' + \mathbf{b}''' + \mathbf{c}'''$$

sono complanari o tutti e tre nulli o se no deve essere

$$(26)\qquad \mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{z} = 0$$

Se si avvera la prima ipotesi, cioè se

$$(27)\quad (\mathbf{a}' + \mathbf{b}' + \mathbf{c}') \times (\mathbf{a}'' + \mathbf{b}'' + \mathbf{c}'') \wedge (\mathbf{a}''' + \mathbf{b}''' + \mathbf{c}''') = 0,$$

posto

$$\mathbf{v} = (\mathbf{a}'' + \mathbf{b}'' + \mathbf{c}'') \wedge (\mathbf{a}''' + \mathbf{b}''' + \mathbf{c}''') \,,$$

dalle (25) si trae

$$(28)\qquad \mathbf{x} = \varrho\, \mathbf{v} - \mathbf{y} - \mathbf{z}$$

ed i vettori $\mathbf{y}$ e $\mathbf{z}$ debbono soddisfare al sistema

$$(29)\qquad \begin{cases} \varrho\, \mathbf{a}' \times \mathbf{v} + (\mathbf{b}' - \mathbf{a}') \times \mathbf{y} + (\mathbf{c}' - \mathbf{a}') \times \mathbf{z} = 0 \\ \varrho\, \mathbf{b}' \times \mathbf{v} + (\mathbf{c}' - \mathbf{b}') \times \mathbf{y} + (\mathbf{a}' - \mathbf{b}') \times \mathbf{z} = 0 \\ \varrho\, \mathbf{a}'' \times \mathbf{v} + (\mathbf{b}'' - \mathbf{a}'') \times \mathbf{y} + (\mathbf{c}'' - \mathbf{a}'') \times \mathbf{z} = 0 \\ \varrho\, \mathbf{b}'' \times \mathbf{v} + (\mathbf{c}'' - \mathbf{b}'') \times \mathbf{y} + (\mathbf{a}'' - \mathbf{b}'') \times \mathbf{z} = 0 \\ \varrho\, \mathbf{a}''' \times \mathbf{v} + (\mathbf{b}''' - \mathbf{a}''') \times \mathbf{y} + (\mathbf{c}''' - \mathbf{a}''') \times \mathbf{z} = 0 \\ \varrho\, \mathbf{b}''' \times \mathbf{v} + (\mathbf{c}''' - \mathbf{b}''') \times \mathbf{y} + (\mathbf{a}''' - \mathbf{b}''') \times \mathbf{z} = 0 \end{cases}$$

dove ϱ è una variabile reale. Sotto l'ipotesi (27), il sistema (24) è possibile, giacchè il sistema (29) è sempre possibile.

Perchè tre vettori soddisfacenti alla (26) siano soluzioni di (24), bisogna che esistano due vettori $\mathbf{y}$ e $\mathbf{z}$ che soddisfino al sistema

$$(30)\qquad \begin{cases} (\mathbf{c}' - \mathbf{a}') \times \mathbf{z} + (\mathbf{b}' - \mathbf{a}') \times \mathbf{y} = 0 \\ (\mathbf{c}'' - \mathbf{a}'') \times \mathbf{z} + (\mathbf{b}'' - \mathbf{a}'') \times \mathbf{y} = 0 \\ (\mathbf{c}''' - \mathbf{a}''') \times \mathbf{z} + (\mathbf{b}''' - \mathbf{a}''') \times \mathbf{y} = 0 \\ (\mathbf{a}' - \mathbf{b}') \times \mathbf{z} + (\mathbf{c}' - \mathbf{b}') \times \mathbf{y} = 0 \\ (\mathbf{a}'' - \mathbf{b}'') \times \mathbf{z} + (\mathbf{c}'' - \mathbf{b}'') \times \mathbf{y} = 0 \\ (\mathbf{a}''' - \mathbf{b}''') \times \mathbf{z} + (\mathbf{c}''' - \mathbf{b}''') \times \mathbf{y} = 0 \end{cases}$$

le quali equazioni insieme alle (25) costituiscono un sistema equivalente al sistema (24).

Il sistema (30) è possibile se è nullo il determinante (*)

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} c'_1 - a'_1 & c'_2 - a'_2 & c'_3 - a'_3 & b'_1 - a'_1 & b'_2 - a'_2 & b'_3 - a'_3 \\ c''_1 - a''_1 & c''_2 - a''_2 & c''_3 - a''_3 & b''_1 - a''_1 & b''_2 - a''_2 & b''_3 - a''_3 \\ c'''_1 - a'''_1 & c'''_2 - a'''_2 & c'''_3 - a'''_3 & b'''_1 - a'''_1 & b'''_2 - a'''_2 & b'''_3 - a'''_3 \\ a'_1 - b'_1 & a'_2 - b'_2 & a'_3 - b'_3 & c'_1 - b'_1 & c'_2 - b'_2 & c'_3 - b'_3 \\ a''_1 - b''_1 & a''_2 - b''_2 & a''_3 - b''_3 & c''_1 - b''_1 & c''_2 - b''_2 & c''_3 - b''_3 \\ a'''_1 - b'''_1 & a'''_2 - b'''_2 & a'''_3 - b'''_3 & c'''_1 - b'''_1 & c'''_2 - b'''_2 & c'''_3 - b'''_3 \end{vmatrix}$$

Della matrice formata con le tre prime linee diciamo δ_1 il determinante formato con le prime tre colonne e δ_2 quello formato con le ultime tre colonne; con δ_3 indichiamo la somma dei tre determinanti che si ottengono a sostituire ad una linea di δ_1 la corrispondente di δ_2; con δ_4 indichiamo la somma dei

(*) Il determinante Δ_1 è il caso particolare di $n = 3$ di un determinante di ordine $2n$ studiato da GEGENBAUER (*Sitz. Wiener Akad.* Vol. XCVI parte 2a, pag, 5; anno 1887) nel quale gli elementi soddisfano alle relazioni

$$\begin{aligned} \alpha_{2i,\,2k-1} &= -\,\alpha_{2i-1,\,2k} \\ \alpha_{2i,\,2k} &= \alpha_{2i-1,\,2k-1} - \alpha_{2i-1,\,2k} \end{aligned} \quad \begin{pmatrix} i = 1, 2, \dots\, n \\ k = 1, 2, \dots\, n \end{pmatrix}$$

L'enunciato che ne dà il Gegenbauer è errato e deve essere corretto in questo modo. Se con S_r si indica la somma degli $\binom{n}{r}$ determinanti che si ottengono dal determinante formato con le linee e colonne 1a, 3a, 5a, ... $(2n-1)$ — esima quando ad r indici indicanti le colonne si aggiunge un'unità, il determinante è uguale a

$$\frac{1}{4}\,(A^2 + 3\,B^2)$$

ove

$$A = 2\sum_{m=0}^{\left[\frac{n}{3}\right]} S_{3m} - \sum_{m=0}^{\left[\frac{n-1}{3}\right]} S_{3m+1} - \sum_{m=0}^{\left[\frac{n-2}{3}\right]} S_{3m+2}$$

$$B = \sum_{m=0}^{\left[\frac{n-1}{3}\right]} S_{3m+1} - \sum_{m=0}^{\left[\frac{n-2}{3}\right]} S_{3m+2}$$

e con $[h]$ si intende il massimo intero contenuto in h.

tre determinanti che si ottengono a sostituire a due lineo di δ_1 le corrispondenti di δ_2; allora

$$\Delta_1 = \frac{1}{4}\left[\{2(\delta_1 + \delta_2) - \delta_3 - \delta_4\}^2 + 3\{\delta_3 - \delta_4\}^2 \right]$$

ove

$$\begin{aligned}
\delta_1 &= (\mathbf{c}' - \mathbf{a}') \wedge (\mathbf{c}'' - \mathbf{a}'') \times (\mathbf{c}''' - \mathbf{a}''') \\
\delta_2 &= (\mathbf{b}' - \mathbf{a}') \wedge (\mathbf{b}'' - \mathbf{a}'') \times (\mathbf{b}''' - \mathbf{a}''') \\
\delta_3 &= (\mathbf{b}' - \mathbf{a}') \wedge (\mathbf{c}'' - \mathbf{a}'') \times (\mathbf{c}''' - \mathbf{a}''') + \\
&+ (\mathbf{c}' - \mathbf{a}') \wedge (\mathbf{b}'' - \mathbf{a}'') \times (\mathbf{c}''' - \mathbf{a}''') + \\
&+ (\mathbf{c}' - \mathbf{a}') \wedge (\mathbf{c}'' - \mathbf{a}'') \times (\mathbf{b}''' - \mathbf{a}''') + \\
\delta_4 &= (\mathbf{b}' - \mathbf{a}') \wedge (\mathbf{b}'' - \mathbf{a}'') \times (\mathbf{c}''' - \mathbf{a}''') + \\
&+ (\mathbf{c}' - \mathbf{a}') \wedge (\mathbf{b}'' - \mathbf{a}'') \times (\mathbf{b}''' - \mathbf{a}''') + \\
&+ (\mathbf{b}' - \mathbf{a}') \wedge (\mathbf{c}'' - \mathbf{a}'') \times (\mathbf{b}''' - \mathbf{a}''')
\end{aligned}$$

Il determinante Δ_1 è nullo se e solo se

$$\begin{aligned}
(31) \qquad & (\mathbf{c}' - \mathbf{a}') \wedge (\mathbf{c}'' - \mathbf{a}'') \times (\mathbf{c}''' - \mathbf{a}''') + \\
&+ (\mathbf{b}' - \mathbf{a}') \wedge (\mathbf{b}'' - \mathbf{a}'') \times (\mathbf{b}''' - \mathbf{a}''') = \\
&= (\mathbf{b}' - \mathbf{a}') \wedge (\mathbf{c}'' - \mathbf{a}'') \times (\mathbf{c}''' - \mathbf{a}''') + \\
&+ (\mathbf{c}' - \mathbf{a}') \wedge (\mathbf{b}'' - \mathbf{a}'') \times (\mathbf{c}''' - \mathbf{a}''') + \\
&+ (\mathbf{c}' - \mathbf{a}') \wedge (\mathbf{c}'' - \mathbf{a}'') \times (\mathbf{b}''' - \mathbf{a}''') = \\
&= (\mathbf{b}' - \mathbf{a}') \wedge (\mathbf{b}'' - \mathbf{a}'') \times (\mathbf{c}''' - \mathbf{a}''') + \\
&+ (\mathbf{c}' - \mathbf{a}') \wedge (\mathbf{b}'' - \mathbf{a}'') \times (\mathbf{b}''' - \mathbf{a}''') + \\
&+ (\mathbf{b}' - \mathbf{a}') \wedge (\mathbf{c}'' - \mathbf{a}'') \times (\mathbf{b}''' - \mathbf{a}''')
\end{aligned}$$

Si deduce che se le (31) sono verificate, al sistema (24) soddisfano le infinite terne di vettori $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ di somma nulla in cui $\mathbf{y}$ e $\mathbf{z}$ soddisfano al sistema (30). Se è verificate la (27) e non la (31), dal sistema (29) (il cui determinante è Δ_1) si ricava per ogni $\varrho \neq 0$ una coppia determinata di vettori $\mathbf{y}$ e $\mathbf{z}$ e da (28) la $\mathbf{x}$.

Infine se è

$$\mathbf{a}' + \mathbf{b}' + \mathbf{c}' = \mathbf{a}'' + \mathbf{b}'' + \mathbf{c}''' = \mathbf{a}''' + \mathbf{b}''' + \mathbf{c}''' = 0,$$

il sistema (24) è soddisfatto da ogni terna di vettori uguali, giacchè, in tale ipotesi, il sistema equivale al seguente

$$
(32)\qquad
\begin{aligned}
&\boldsymbol{b}' \times (\mathbf{x}-\boldsymbol{z}) + \boldsymbol{c}' \times (\boldsymbol{y}-\boldsymbol{z}) = 0\\
&\boldsymbol{b}'' \times (\mathbf{x}-\boldsymbol{z}) + \boldsymbol{c}'' \times (\boldsymbol{y}-\boldsymbol{z}) = 0\\
&\boldsymbol{b}''' \times (\mathbf{x}-\boldsymbol{z}) + \boldsymbol{c}''' \times (\boldsymbol{y}-\boldsymbol{z}) = 0\\
&\boldsymbol{c}' \times (\mathbf{x}-\boldsymbol{z}) - (\boldsymbol{b}' + \boldsymbol{c}') \times (\boldsymbol{y}-\boldsymbol{z}) = 0\\
&\boldsymbol{c}'' \times (\mathbf{x}-\boldsymbol{z}) - (\boldsymbol{b}'' + \boldsymbol{c}'') \times (\boldsymbol{y}-\boldsymbol{z}) = 0\\
&\boldsymbol{c}''' \times (\mathbf{x}-\boldsymbol{z}) - (\boldsymbol{b}''' + \boldsymbol{c}''') \times (\boldsymbol{y}-\boldsymbol{z}) = 0;
\end{aligned}
$$

il quale può avere soluzioni diverse dalle già indicate se è possibile rispetto alle incognite $\mathbf{x}-\boldsymbol{z}$, $\boldsymbol{y}-\boldsymbol{z}$, ciò che avviene se

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{b}' \wedge \boldsymbol{b}'' \times \boldsymbol{b}''' - \boldsymbol{c}' \wedge \boldsymbol{c}'' \times \boldsymbol{c}''' = - \boldsymbol{c}' \wedge \boldsymbol{b}'' \times \boldsymbol{b}''' -\\
&- \boldsymbol{b}' \wedge \boldsymbol{c}'' \times \boldsymbol{b}''' - \boldsymbol{b}' \wedge \boldsymbol{b}'' \times \boldsymbol{c}''' = \boldsymbol{c}' \wedge \boldsymbol{c}'' \times \boldsymbol{b}''' +\\
&+ \boldsymbol{c}' \wedge \boldsymbol{b}'' \times \boldsymbol{c}''' + \boldsymbol{b}' \wedge \boldsymbol{c}'' \times \boldsymbol{c}'''.
\end{aligned}
$$

Infatti il determinante del sistema cartesiano corrispondente a (32) può scriversi

$$
-\begin{vmatrix}
b'_1 & b'_2 & b'_3 & -c'_1 & -c'_2 & -c'_3\\
b''_1 & b''_2 & b''_3 & -c''_1 & -c''_2 & -c''_3\\
b'''_1 & b'''_2 & b'''_3 & -c'''_1 & -c'''_2 & -c'''_3\\
c'_1 & c'_2 & c'_3 & b'_1+c'_1 & b'_2+c'_2 & b'_3+c'_3\\
c''_1 & c''_2 & c''_3 & b''_1+c''_1 & b''_2+c''_2 & b''_3+c''_3\\
c'''_1 & c'''_2 & c'''_3 & b'''_1+c'''_1 & b'''_2+c'''_2 & b'''_3+c'''_3
\end{vmatrix}
$$

che è del tipo di Gegenbauer.

La condizione di possibilità del sistema (24) è espressa da

$$
(\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}' + \boldsymbol{c}') \wedge (\boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}'' + \boldsymbol{c}'') \times (\boldsymbol{a}''' + \boldsymbol{b}''' + \boldsymbol{c}''') \,.\, \Delta_1 = 0
$$

e si constata facilmente che il primo membro è lo sviluppo del determinante del sistema cartesiano corrispondente al sistema (24), determinante che simbolicamente si può rappresentare con

$$
\begin{vmatrix}
(A) & (B) & (C)\\
(B) & (C) & (A)\\
(C) & (A) & (B)
\end{vmatrix}
$$

ove

$$
(A) \equiv \begin{vmatrix}
a'_1 & a'_2 & a'_3\\
a''_1 & a''_2 & a''_3\\
a'''_1 & a'''_2 & a'''_3
\end{vmatrix}
\qquad \text{ecc.}
$$

10. Se $\boldsymbol{a}'$, $\boldsymbol{b}'$ $\boldsymbol{c}'$, $\boldsymbol{a}''$, $\boldsymbol{b}''$, $\boldsymbol{c}''$ sono sei vettori paralleli ad un piano α si consideri il sistema

$$(33)\quad \begin{cases} \boldsymbol{a}' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{b}' \times \mathbf{y} + \boldsymbol{c}' \times \mathbf{z} = 0 \\ \boldsymbol{b}' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{c}' \times \mathbf{y} + \boldsymbol{a}' \times \mathbf{z} = 0 \\ \boldsymbol{c}' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{a}' \times \mathbf{y} + \boldsymbol{b}' \times \mathbf{z} = 0 \\ \boldsymbol{a}'' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{b}'' \times \mathbf{y} + \boldsymbol{c}'' \times \mathbf{z} = 0 \\ \boldsymbol{b}'' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{c}'' \times \mathbf{y} + \boldsymbol{a}'' \times \mathbf{z} = 0 \\ \boldsymbol{c}'' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{a}'' \times \mathbf{y} + \boldsymbol{b}'' \times \mathbf{z} = 0 \end{cases}$$

Esso equivale al sistema

$$(33')\quad \begin{cases} \boldsymbol{a}' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{b}' \times \mathbf{y} + \boldsymbol{c}' \times \mathbf{z} = 0 \\ \boldsymbol{b}' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{c}' \times \mathbf{y} + \boldsymbol{a}' \times \mathbf{z} = 0 \\ \boldsymbol{a}'' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{b}'' \times \mathbf{y} + \boldsymbol{c}'' \times \mathbf{z} = 0 \\ \boldsymbol{b}'' \times \mathbf{x} + \boldsymbol{c}'' \times \mathbf{y} + \boldsymbol{a}'' \times \mathbf{z} = 0 \\ (\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}' + \boldsymbol{c}') \times (\mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{z}) = 0 \\ (\boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}'' + \boldsymbol{c}'') \times (\mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{z}) = 0 \end{cases}$$

Perchè siano verificate le ultime due equazioni bisogna che o

$$\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}' + \boldsymbol{c}' = \boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}'' + \boldsymbol{c}'' = 0,$$

oppure

$$(\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}' + \boldsymbol{c}') \wedge (\boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}'' + \boldsymbol{c}'') = 0,$$

oppure

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{z} = 0.$$

Se $\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}' + \boldsymbol{c}' = \boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}'' + \boldsymbol{c}'' = 0$, il sistema è verificato da qualunque terna di vettori uguali (*), ma può avere anche altre soluzioni se il sistema

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{a}' \times (\mathbf{x} - \mathbf{z}) + \boldsymbol{b}' \times (\mathbf{y} - \mathbf{z}) = 0 \\ &\boldsymbol{b}' \times (\mathbf{x} - \mathbf{z}) - (\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}') \times (\mathbf{y} - \mathbf{z}) = 0 \\ &\boldsymbol{a}'' \times (\mathbf{x} - \mathbf{z}) + \boldsymbol{b}'' \times (\mathbf{y} - \mathbf{z}) = 0 \\ &\boldsymbol{b}'' \times (\mathbf{x} - \mathbf{z}) - (\boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}'') \times (\mathbf{y} - \mathbf{z}) = 0 \end{aligned}$$

a cui, nella nostra ipotesi, equivale il sistema (33′), è possibile rispetto alle incognite $\mathbf{x} - \mathbf{z}$, $\mathbf{y} - \mathbf{z}$, ciò che avviene se

$$\boldsymbol{a}' \wedge \boldsymbol{a}'' = \boldsymbol{b}' \wedge \boldsymbol{b}'' = \boldsymbol{b}'' \wedge \boldsymbol{a}' + \boldsymbol{a}'' \wedge \boldsymbol{b}'.$$

Infatti, sviluppando il determinante dei coefficienti del corrispondente sistema cartesiano, si ha

$$\frac{1}{4}\left[(2\,\delta_1 - \delta_2 - \delta_3)^2 + 3\,(\delta_1 - \delta_2)^2\right],$$

(*) Limitandoci a supporre $\mathbf{x}\ \mathbf{y}\ \mathbf{z}$ paralleli ad α; altrimenti vale l'osservazione fatta al n. 3.

ove

$$\delta_1 = \boldsymbol{a}' \wedge \boldsymbol{a}'', \quad \delta_2 = \boldsymbol{b}'' \wedge \boldsymbol{a}' + \boldsymbol{a}'' \wedge \boldsymbol{b}', \quad \delta_3 = \boldsymbol{b}' \wedge \boldsymbol{b}''$$

ed il determinante è nullo se e solo se $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3$.

Se $(\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}' + \boldsymbol{c}') \wedge (\boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}'' + \boldsymbol{c}'') = 0$ (senza essere nulli i due fattori), sono soluzioni del sistema (33) i vettori

$$\mathbf{x} = \varrho \boldsymbol{k} \wedge (\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}' + \boldsymbol{c}') - \boldsymbol{y} - \boldsymbol{z} \; (*)$$

con $\boldsymbol{k}$ vettore unitario normale ad α, ϱ numero reale ed $\boldsymbol{y}$ e $\boldsymbol{z}$ soddisfacenti al sistema

$$(34) \left\{ \begin{array}{l} \varrho \boldsymbol{a}' \wedge (\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}' + \boldsymbol{c}') = (\boldsymbol{b}' - \boldsymbol{a}') \times \boldsymbol{y} + (\boldsymbol{c}' - \boldsymbol{a}') \times \boldsymbol{z} \\ \varrho \boldsymbol{b}' \wedge (\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}' + \boldsymbol{c}') = (\boldsymbol{c}' - \boldsymbol{b}') \times \boldsymbol{y} + (\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}') \times \boldsymbol{z} \\ \varrho \boldsymbol{a}'' \wedge (\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}' + \boldsymbol{c}') = (\boldsymbol{b}'' - \boldsymbol{a}'') \times \boldsymbol{y} + (\boldsymbol{c}'' - \boldsymbol{a}'') \times \boldsymbol{z} \\ \varrho \boldsymbol{b}'' \wedge (\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}' + \boldsymbol{c}') = (\boldsymbol{c}'' - \boldsymbol{b}'') \times \boldsymbol{y} + (\boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}'') \times \boldsymbol{z} \end{array} \right.$$

che è sempre possibile.

Tre vettori $\mathbf{x}$, $\boldsymbol{y}$, $\boldsymbol{z}$ di somma nulla soddisfano al sistema (33) se $\boldsymbol{y}$ e $\boldsymbol{z}$ soddisfano alle equazioni

$$\begin{array}{c} (\boldsymbol{b}' - \boldsymbol{a}') \times \boldsymbol{y} + (\boldsymbol{c}' - \boldsymbol{a}') \times \boldsymbol{z} = 0 \\ (\boldsymbol{c}' - \boldsymbol{b}') \times \boldsymbol{y} + (\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}') \times \boldsymbol{z} = 0 \\ (\boldsymbol{b}'' - \boldsymbol{a}'') \times \boldsymbol{y} + (\boldsymbol{c}'' - \boldsymbol{a}'') \times \boldsymbol{z} = 0 \\ (\boldsymbol{c}'' - \boldsymbol{b}'') \times \boldsymbol{y} + (\boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}'') \times \boldsymbol{z} = 0, \end{array}$$

sistema possibile se e solo se

$$(35) \quad (\boldsymbol{c}' - \boldsymbol{a}') \wedge (\boldsymbol{c}'' - \boldsymbol{a}'') = (\boldsymbol{b}' - \boldsymbol{a}') \wedge (\boldsymbol{c}'' - \boldsymbol{a}'') + \\ + (\boldsymbol{c}' - {}'\boldsymbol{a}) \wedge (\boldsymbol{b}'' - \boldsymbol{a}'') = (\boldsymbol{b}' - \boldsymbol{a}') \wedge (\boldsymbol{b}'' - \boldsymbol{a}''),$$

giacchè il determinante dei coefficienti del sistema cartesiano è del solito tipo di Gegenbauer.

Se le (35) non sono verificate, ma

$$(\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}' + \boldsymbol{c}') \wedge (\boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}'' + \boldsymbol{c}'') = 0$$

senza essere nulli entrambi i fattori, dal sistema (34) si ottiene una coppia determinata di vettori $\boldsymbol{y}$ e $\boldsymbol{z}$ per ogni $\varrho \neq 0$ e si ricava la $\mathbf{x}$ dalla relazione

$$\mathbf{x} = \varrho \boldsymbol{k} \wedge (\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}' + \boldsymbol{c}') - \boldsymbol{y} - \boldsymbol{z}.$$

11. Consideriamo il sistema

$$(36) \quad \left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{a}' \wedge \mathbf{x} + \boldsymbol{b}' \wedge \boldsymbol{y} = 0 \\ \boldsymbol{a}'' \wedge \mathbf{x} + \boldsymbol{b}'' \wedge \boldsymbol{y} = 0 \end{array} \right.$$

(*) Veggasi la nota precedente.

Giusta le considerazioni fatte al n.° 4, consideriamo il sistema

$$(37)\qquad \begin{cases} \mathbf{a}' \times \mathbf{u} = 0, & \mathbf{a}'' \times \mathbf{u} = 0, & \mathbf{b}' \times \mathbf{u} = 0 \\ \mathbf{a}'' \times \mathbf{v} = 0, & \mathbf{a}' \times \mathbf{v} = 0, & \mathbf{b}'' \times \mathbf{v} = 0 \end{cases}$$

e facciamo in esso la trasformazione di variabili

$$(38)\qquad \begin{cases} \mathbf{u} = \mathbf{a}' \wedge \mathbf{x} + \mathbf{b}' \wedge \mathbf{y} \\ \mathbf{v} = \mathbf{a}'' \wedge \mathbf{x} + \mathbf{b}'' \wedge \mathbf{y}, \end{cases}$$

con che il sistema (37) diventa

$$(39)\qquad \begin{cases} \mathbf{a}' \wedge \mathbf{b}' \times \mathbf{y} = 0 \\ \mathbf{a}'' \wedge \mathbf{a}' \times \mathbf{x} + \mathbf{a}'' \wedge \mathbf{b}' \times \mathbf{y} = 0 \\ \mathbf{b}' \wedge \mathbf{a}' \times \mathbf{x} = 0 \\ \mathbf{a}'' \wedge \mathbf{b}'' \times \mathbf{y} = 0 \\ \mathbf{a}' \wedge \mathbf{a}'' \times \mathbf{x} + \mathbf{a}' \wedge \mathbf{b}'' \times \mathbf{y} = 0 \\ \mathbf{b}'' \wedge \mathbf{a}'' \times \mathbf{x} = 0. \end{cases}$$

Il determinante del sistema cartesiano corrispondente è per la (2) del n.° 2,

$$(40)\quad \theta = (\mathbf{a}'' \wedge \mathbf{a}') \wedge (\mathbf{b}' \wedge \mathbf{a}') \times (\mathbf{b}'' \wedge \mathbf{a}'') [(\mathbf{b}' \wedge \mathbf{a}') \times$$
$$\times (\mathbf{b}'' \wedge \mathbf{a}'') \wedge (\mathbf{a}' \wedge \mathbf{b}'') + (\mathbf{b}' \wedge \mathbf{a}') \times (\mathbf{b}'' \wedge \mathbf{a}'') \wedge (''\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}')].$$

Ora tenendo conto della relazione

$$(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) \wedge (\mathbf{r} \wedge \mathbf{s}) = (\mathbf{p} \times \mathbf{r} \wedge \mathbf{s})\, \mathbf{q} - (\mathbf{q} \times \mathbf{r} \wedge \mathbf{s})\, \mathbf{p},$$

la (40) diviene

$$\theta = (\mathbf{a}'' \times \mathbf{b}' \wedge \mathbf{a}') (\mathbf{a}' \times \mathbf{b}'' \wedge \mathbf{a}'') ((\mathbf{a}' \wedge \mathbf{a}'' \times \mathbf{b}'')$$
$$(\mathbf{a}' \wedge \mathbf{b}' \times \mathbf{b}'') - (\mathbf{a}'' \wedge \mathbf{a}' \times \mathbf{b}') (\mathbf{a}'' \wedge \mathbf{b}'' \times \mathbf{b}')).$$

Le (38) proiettate sugli assi equivalgono ad una sostituzione lineare di modulo

$$H = \begin{vmatrix} 0 & -a'_3 & a'_2 & 0 & -b'_3 & b'_2 \\ a'_3 & 0 & -a'_1 & b'_3 & 0 & -b'_1 \\ a'_1 & -a'_2 & 0 & b'_1 & -b'_2 & 0 \\ 0 & -a''_3 & a''_2 & 0 & -b''_3 & b''_2 \\ a''_3 & 0 & -a''_1 & b''_3 & 0 & -b''_1 \\ a''_1 & -a''_2 & 0 & b''_1 & -b''_2 & 0 \end{vmatrix}$$

uguale al determinante del sistema cartesiano corrispondente al sistema (36). D'altra parte, il determinante relativo al sistema cartesiano corrispondente al sistema (37) è manifestamente

$$\Delta = (\mathbf{a}' \times \mathbf{a}'' \wedge \mathbf{b}') (\mathbf{a}'' \times \mathbf{a}' \wedge \mathbf{b}'') = (\mathbf{a}'' \times \mathbf{b}' \wedge \mathbf{a}') (\mathbf{a}' \times \mathbf{b}'' \wedge \mathbf{a}'')$$

e per essere

$$H = \frac{\Theta}{\Delta}$$

ne risulta

$$(41)\qquad H = (\mathbf{a}' \wedge \mathbf{a}'' \times \mathbf{b}'')(\mathbf{a}' \wedge \mathbf{b}' \times \mathbf{b}'') - \\ - (\mathbf{a}'' \wedge \mathbf{a}' \times \mathbf{b}')(\mathbf{a}'' \wedge \mathbf{b}'' \times \mathbf{b}').$$

La condizione di possibilità del sistema (36) *espressa vettorialmente è dunque*

$$(41)\qquad (\mathbf{a}' \wedge \mathbf{a}'' \times \mathbf{b}'')(\mathbf{a}' \wedge \mathbf{b}' \times \mathbf{b}'') - \\ - (\mathbf{a}'' \wedge \mathbf{a}' \times \mathbf{b}')(\mathbf{a}'' \wedge \mathbf{b}'' \times \mathbf{b}') = 0.$$

La (41) è verificata quando $\mathbf{a}', \mathbf{a}'', \mathbf{b}', \mathbf{b}''$ siano paralleli ad uno stesso piano α; in tal caso anche $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ debbono essere paralleli ad α; allora se non è $\mathbf{a}' \wedge \mathbf{a}'' = 0, \mathbf{b}' \wedge \mathbf{b}'' = 0$, soddisfano al sistema le coppie di vettori di cui $\mathbf{y}$ arbitrario (purchè parallelo ad α) e

$$(42)\qquad \mathbf{x} = \frac{[\mathrm{mod}\,(\mathbf{y} \wedge \mathbf{b}')]\,\mathbf{a}'' - [\mathrm{mod}\,(\mathbf{y} \wedge \mathbf{b}'')]\,\mathbf{a}'}{\mathrm{mod}\,(\mathbf{a}' \wedge \mathbf{a}'')}$$

A stabilire questa formula si osservi che moltiplicando la prima equazione delle (36) scalarmente per $\mathbf{y} \wedge \mathbf{b}''$ e la prima per $\mathbf{y} \wedge \mathbf{b}'$ e sottraendo si ha

$$[(\mathbf{y} \wedge \mathbf{b}'') \wedge \mathbf{a}' - (\mathbf{y} \wedge \mathbf{b}') \wedge \mathbf{a}''] \times \mathbf{x} = 0$$

da cui essendo, per $\mathbf{y} \neq 0$, il fattore

$$(\mathbf{y} \wedge \mathbf{b}'') \wedge \mathbf{a}' - (\mathbf{y} \wedge \mathbf{b}') \wedge \mathbf{a}''$$

non nullo (*), dev'essere $\mathbf{x}$ normale al precedente vettore, cioè indicando con $\mathbf{k}$ un vettore unitario normale ad α e con ϱ un numere reale

$$\mathbf{x} = \varrho\,\mathbf{k} \wedge [(\mathbf{y} \wedge \mathbf{b}'') \wedge \mathbf{a}' - (\mathbf{y} \wedge \mathbf{b}') \wedge \mathbf{a}''] \\ = \varrho\,[(\mathbf{y} \wedge \mathbf{b}' \times \mathbf{k})\,\mathbf{a}'' - (\mathbf{y} \wedge \mathbf{b}'' \times \mathbf{k})\,\mathbf{a}'] = \\ = \varrho\,[\{\mathrm{mod}\,(\mathbf{y} \wedge \mathbf{b}')\}\,\mathbf{a}'' - \{\mathrm{mod}\,(\mathbf{y} \wedge \mathbf{b}'')\}\,\mathbf{a}'].$$

Sostituendo in una delle due equazioni (36), si ricava

$$\varrho = \frac{1}{\mathrm{mod}\,(\mathbf{a}' \wedge \mathbf{a}'')}$$

e quindi la (42).

(*) Il fattore è nullo per $\mathbf{y} \neq 0$ solo se $(\mathbf{b}' \wedge \mathbf{b}'') \times (\mathbf{a}' \wedge \mathbf{a}'') = 0$, ciò che non avviene per le poste ipotesi.

Se la (41) è verificata per essere $\boldsymbol{a}' \wedge \boldsymbol{a}'' = \boldsymbol{b}' \wedge \boldsymbol{b}'' = 0$, sono soluzioni di (36)

$$\boldsymbol{x} = \varrho\, \boldsymbol{a}', \quad \boldsymbol{y} = \sigma\, \boldsymbol{b}'$$

con ϱ e σ numeri reali qualsivogliano; se è $\boldsymbol{a}' \wedge \boldsymbol{a}'' = 0$, $\boldsymbol{b}' \wedge \boldsymbol{b}'' \neq 0$, le soluzioni sono

$$\boldsymbol{x} = \varrho\, \boldsymbol{a}', \quad \boldsymbol{y} = 0;$$

se $\boldsymbol{a}' \wedge \boldsymbol{a}'' \neq 0$, $\boldsymbol{b}' \wedge \boldsymbol{b}'' = 0$ le soluzioni sono

$$\boldsymbol{x} = 0, \quad \boldsymbol{y} = \varrho\, \boldsymbol{b}'.$$

La (41) è verificata anche se

$$\boldsymbol{a}' \wedge \boldsymbol{b}' = \boldsymbol{a}'' \wedge \boldsymbol{b}'' = 0:$$

in tal caso, posto

$$\boldsymbol{b}' = c'\, \boldsymbol{a}', \quad \boldsymbol{b}'' = c''\, \boldsymbol{a}'',$$

le soluzioni del proposto sistema sono

$$\boldsymbol{x} = \frac{c'\,\sigma\, \boldsymbol{a}'' - c''\,\varrho\, \boldsymbol{a}'}{c' - c''}, \quad \boldsymbol{y} = \frac{\varrho\, \boldsymbol{a}' - \sigma\, \boldsymbol{a}''}{c' - c''}$$

con σ e ϱ numeri reali qualunque, se $c' \neq c''$, o una coppia qualunque di vettori opposti, se $c' = c''$.

La (41) è verificata anche se è

$$(\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' + \boldsymbol{b}'') = 0; \tag{43}$$

infatti moltiplicando scalarmente la (43) una volta per $\boldsymbol{b}''$ ed una volta per $\boldsymbol{a}'$ si ottiene

$$\boldsymbol{a}' \wedge \boldsymbol{a}'' \times \boldsymbol{b}'' = \boldsymbol{a}'' \wedge \boldsymbol{b}'' \times \boldsymbol{b}', \qquad \boldsymbol{a}' \wedge \boldsymbol{b}' \times \boldsymbol{b}'' = \boldsymbol{a}'' \wedge \boldsymbol{a}' \times \boldsymbol{b}'$$

onde per moltiplicazione la (41). Ma se è verificata la (43) sono soluzioni

$$\boldsymbol{x} = \varrho\, (\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}'), \quad \boldsymbol{y} = \varrho\, (\boldsymbol{a}' + \boldsymbol{b}')$$

con ϱ numero reale qualsivoglia.

Infine la (41) è verificata anche se

$$(\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}') \wedge (\boldsymbol{a}'' - \boldsymbol{b}'') = 0,$$

nel qual caso sono soluzioni

$$\boldsymbol{x} = \varrho\, (\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}'), \quad \boldsymbol{y} = \varrho\, (\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{b}').$$

Si deduce ancora che il determinante

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & p_1 & p_2 & q_1 & q_2 \\ 0 & 0 & p_3 & p_4 & q_3 & q_4 \\ -p_1 & -p_2 & 0 & 0 & r_1 & r_2 \\ -p_3 & -p_4 & 0 & 0 & r_3 & r_4 \\ -q_1 & -q_2 & -r_1 & -r_2 & 0 & 0 \\ -q_3 & -q_4 & -r_3 & -r_4 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{o l'equivalente} \quad \begin{vmatrix} 0 & p_1 & q_1 & 0 & p_2 & q_2 \\ -p_1 & 0 & r_1 & -p_2 & 0 & r_2 \\ -q_1 & -r_1 & 0 & -q_2 & -r_2 & 0 \\ 0 & p_3 & q_3 & 0 & p_4 & q_4 \\ -p_3 & 0 & r_3 & -p_4 & 0 & r_4 \\ -q_3 & -r_3 & 0 & -q_4 & -r_4 & 0 \end{vmatrix}$$

è uguale a

$$\begin{vmatrix} p_1 & q_1 & r_1 \\ p_3 & q_3 & r_3 \\ p_4 & q_4 & r_4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} p_1 & q_1 & r_1 \\ p_2 & q_2 & r_2 \\ p_4 & q_4 & r_4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} p_1 & q_1 & r_1 \\ p_2 & q_2 & r_2 \\ p_3 & q_3 & r_3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} p_2 & q_2 & r_2 \\ p_3 & q_3 & r_3 \\ p_4 & q_4 & r_4 \end{vmatrix}$$

Il determinante è del tipo proposto da studiare da PASCAL nella prima Nota citata.

12. *a*) Si consideri il sistema

$$(44) \qquad \begin{cases} \mathbf{a}' \wedge \mathbf{x} + \mathbf{b}' \wedge \mathbf{y} = 0 \\ \mathbf{a}'' \wedge \mathbf{x} + \mathbf{c}'' \quad \mathbf{z} = 0 \\ \mathbf{b}''' \wedge \mathbf{y} + \mathbf{c}''' \quad \mathbf{z} = 0 \end{cases}$$

per fare un'altra applicazione del metodo esposto al n. 4.

Nel sistema

$$(45) \qquad \begin{cases} \mathbf{a}' \times \mathbf{u} = 0, \ \mathbf{b}' \times \mathbf{u} = 0, \ \mathbf{a}'' \times \mathbf{u} = 0 \\ \mathbf{a}'' \times \mathbf{v} = 0, \ \mathbf{c}'' \times \mathbf{v} = 0, \ \mathbf{b}''' \times \mathbf{v} = 0 \\ \mathbf{b}''' \times \mathbf{w} = 0, \ \mathbf{c}''' \wedge \mathbf{w} = 0, \ \mathbf{a}' \times \mathbf{w} = 0 \end{cases}$$

si faccia il cambiamento di variabili

$$(46) \qquad \begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{a}' \wedge \mathbf{x} + \mathbf{b}' \wedge \mathbf{y} \\ \mathbf{v} &= \mathbf{a}'' \wedge \mathbf{x} + \mathbf{c}'' \wedge \mathbf{z} \\ \mathbf{w} &= \mathbf{b}''' \wedge \mathbf{y} + \mathbf{c}''' \wedge \mathbf{z} \end{aligned}$$

con che diviene

$$\begin{aligned} &\mathbf{a}' \wedge \mathbf{b}' \times \mathbf{y} = 0, \ \mathbf{b}' \wedge \mathbf{a}' \times \mathbf{x} = 0, \ \mathbf{a}'' \wedge \mathbf{a}' \times \mathbf{x} + \mathbf{a}'' \wedge \mathbf{b}' \times \mathbf{y} = 0 \\ &\mathbf{a}'' \wedge \mathbf{c}'' \times \mathbf{z} = 0, \ \mathbf{c}'' \wedge \mathbf{a}'' \times \mathbf{x} = 0, \ \mathbf{b}''' \wedge \mathbf{a}'' \times \mathbf{x} + \mathbf{b}''' \wedge \mathbf{c}'' \times \mathbf{z} = 0 \\ &\mathbf{b}''' \wedge \mathbf{c}''' \times \mathbf{z} = 0, \ \mathbf{c}''' \wedge \mathbf{b}''' \times \mathbf{y} = 0. \ \mathbf{a}' \wedge \mathbf{b}''' \times \mathbf{y} + \mathbf{a}' \wedge \mathbf{c}''' \times \mathbf{z} = 0 \end{aligned}$$

Il sistema cartesiano corrispondente ha per determinante

$$\begin{aligned}\theta = & [(\mathbf{b}' \wedge \mathbf{a}') \times (\mathbf{a}'' \wedge \mathbf{a}') \wedge (\mathbf{c}'' \wedge \mathbf{a}'')] [(\mathbf{a}' \wedge \mathbf{b}') \times (\mathbf{c}''' \wedge \mathbf{b}''') \wedge (\mathbf{a}' \wedge \mathbf{b}''')] . \\ & . [(\mathbf{a}'' \wedge \mathbf{c}'') \times (\mathbf{b}'' \wedge \mathbf{c}'') \wedge (\mathbf{b}''' \wedge \mathbf{c}''')] + [(\mathbf{b}' \wedge \mathbf{a}') \times (\mathbf{b}''' \wedge \mathbf{a}'') \wedge \\ & \wedge (\mathbf{c}'' \wedge \mathbf{a}'')] [(\mathbf{a}' \wedge \mathbf{b}') \times (\mathbf{c}''' \wedge \mathbf{b}''') \wedge (\mathbf{a}'' \wedge \mathbf{b}')] [(\mathbf{a}'' \wedge \mathbf{c}'') \times (\mathbf{b}''' \wedge \mathbf{c}''') \wedge \\ & \wedge (\mathbf{a}' \wedge \mathbf{c}''')] = (\mathbf{b}' \wedge \mathbf{a}' \times \mathbf{a}'') (\mathbf{a}' \wedge \mathbf{a}'' \times \mathbf{c}'') (\mathbf{a}' \wedge \mathbf{b}' \times \mathbf{b}''') (\mathbf{c}''' \wedge \mathbf{a}' \times \mathbf{b}''') . \\ & . (\mathbf{a}'' \wedge \mathbf{b}''' \times \mathbf{c}'') (\mathbf{c}'' \wedge \mathbf{b}''' \times \mathbf{c}''') + (\mathbf{b}' \wedge \mathbf{a}' \times \mathbf{a}'') (\mathbf{c}'' \wedge \mathbf{b}''' \times \mathbf{a}'') . \\ & . (\mathbf{b}' \wedge \mathbf{a}' \times \mathbf{a}'') (\mathbf{b}' \wedge \mathbf{c}''' \times \mathbf{b}''') (\mathbf{a}'' \wedge \mathbf{c}'' \times \mathbf{c}''') (\mathbf{b}''' \wedge \mathbf{a}' \times \mathbf{c}''') .\end{aligned}$$

Il determinante del sistema cartesiano corrispondente a (45) è

$$\Delta = (\mathbf{a}' \wedge \mathbf{b}' \times \mathbf{a}'') (\mathbf{a}'' \wedge \mathbf{c}'' \times \mathbf{b}''') (\mathbf{b}''' \wedge \mathbf{c}''' \times \mathbf{a}') ;$$

il determinante del sistema (44) — cioè il modulo della sostituzione (46) — è dunque

$$\begin{aligned}\mathrm{H} = & (\mathbf{c}'' \wedge \mathbf{c}''' \times \mathbf{a}'') (\mathbf{a}' \wedge \mathbf{a}'' \times \mathbf{b}') (\mathbf{b}''' \wedge \mathbf{b}' \times \mathbf{c}''') - \\ & - (\mathbf{a}' \wedge \mathbf{a}'' \times \mathbf{c}'') (\mathbf{c}'' \wedge \mathbf{c}''' \times \mathbf{b}''') (\mathbf{b}''' \wedge \mathbf{b}' \times \mathbf{a}') .\end{aligned}$$

La condizione di possibilità del sistema (44) *vettorialmente espressa è*

$$\mathrm{H} = 0.$$

Si è ottenuto così anche lo sviluppo del determinante

$$\mathrm{H} = \begin{vmatrix} 0 & -a'_3 & a'_2 & 0 & -b'_3 & b'_2 & 0 & 0 & 0 \\ a'_3 & 0 & -a'_1 & b'_3 & 0 & -b'_1 & 0 & 0 & 0 \\ a'_1 & a'_2 & 0 & b'_1 & -b'_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a''_3 & a''_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c''_3 & c''_2 \\ a''_3 & 0 & -a''_1 & 0 & 0 & 0 & c''_3 & 0 & -c''_1 \\ a''_1 & -a''_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & c''_1 & -c''_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b'''_3 & b'''_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b'''_3 & 0 & -b'''_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b'''_1 & -b'''_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

b). Più in generale, del sistema di n equazioni

$$\begin{aligned}& \mathbf{a}_1^{(1)} \wedge \mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_2^{(1)} \wedge \mathbf{x}_2 = 0, \ \mathbf{a}_2^{(2)} \wedge \mathbf{x}_2 + \mathbf{a}_3^{(2)} \wedge \mathbf{x}_3 = 0, \ldots \\ & \ldots \mathbf{a}_{n-1}^{(n-1)} \wedge \mathbf{x}_{n-1} + \mathbf{a}_n^{(n-1)} \wedge \mathbf{x}_n = 0, \ \mathbf{a}_1^{(n)} \wedge \mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_n^{(n)} \wedge \mathbf{x}_n = 0\end{aligned}$$

la condizione di possibilità — ommettiamo per brevità i calcoli — espressa vettorialmente è

$$(\boldsymbol{a}_1^{(1)} \wedge \boldsymbol{a}_2^{(1)} \times \boldsymbol{a}_2^{(2)})(\boldsymbol{a}_2^{(2)} \wedge \boldsymbol{a}_3^{(2)} \times \boldsymbol{a}_3^{(3)}) \dots$$

$$\dots (\boldsymbol{a}_{n-1}^{(n-1)} \wedge \boldsymbol{a}_n^{(n-1)} \times \boldsymbol{a}_n^{(n)})(\boldsymbol{a}_n^{(n)} \wedge \boldsymbol{a}_1^{(n)} \times \boldsymbol{a}_1^{(1)}) -$$

$$- (\boldsymbol{a}_2^{(1)} \wedge \boldsymbol{a}_2^{(2)} \times \boldsymbol{a}_3^{(2)})(\boldsymbol{a}_3^{(2)} \wedge \boldsymbol{a}_3^{(3)} \times \boldsymbol{a}_4^{(3)}) \dots$$

$$\dots (\boldsymbol{a}_n^{(n-1)} \wedge \boldsymbol{a}_n^{(n)} \times \boldsymbol{a}_1^{(n)})(\boldsymbol{a}_1^{(n)} \times \boldsymbol{a}_1^{(1)} \times \boldsymbol{a}_2^{(1)}) = 0.$$

Il primo membro è lo sviluppo del determinante di ordine $3n$ simbolicamente rappresentato da

$$\begin{vmatrix}
(A_1^{(1)}) & (A_2^{(1)}) & (0) & (0) & \dots & (0) & (0) \\
(0) & (A_2^{(2)}) & (A_3^{(2)}) & (0) & \dots & (0) & (0) \\
(0) & (0) & (A_3^{(3)}) & (A_4^{(3)}) & \dots & (0) & (0) \\
(0) & (0) & (0) & (0) & \dots & (A_{n-1}^{(n-1)}) & (A_n^{(n-1)}) \\
(A_1^{(n)}) & (0) & (0) & (0) & \dots & (0) & (A_n^{(n)})
\end{vmatrix}$$

ove (0) rappresenta la matrice di 3 linee e 3 colonne di zeri e

$$(A_h^{(k)}) \equiv \begin{vmatrix}
0 & -a_{h3}^{(k)} & a_{h2}^{(k)} \\
a_{h3}^{(k)} & 0 & -a_{h1}^{(k)} \\
a_{h1}^{(k)} & -a_{h2}^{(k)} & 0
\end{vmatrix}$$

13. Finiamo con un osservazione che nella pratica del calcolo ha interesse.

Il determinante di ordine $3n$ formato con le proiezioni di $3n^2$ vettori $\boldsymbol{a}_1^{(i)}, \boldsymbol{a}_2^{(i)}, .. \boldsymbol{a}_n^{(i)}$ $(i = 1, 2, 3, \dots 3n)$ e di cui al n.° 2 abbiamo dato lo sviluppo mediante i vettori stessi, si puo rappresentare con

$$\begin{vmatrix}
\boldsymbol{a}_1^{(1)} & \boldsymbol{a}_2^{(1)} & \dots & \boldsymbol{a}_n^{(1)} \\
\boldsymbol{a}_1^{(2)} & \boldsymbol{a}_2^{(2)} & \dots & \boldsymbol{a}_n^{(n)} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\boldsymbol{a}_1^{(3n)} & \boldsymbol{a}_2^{(3n)} & \dots & \boldsymbol{a}_n^{(3n)}
\end{vmatrix}$$

che diremo, per brevità di linguaggio, *vettordeterminante* di ordine n.

Scelta una colonna qualunque, ad es. la i-esima, si formino tutte le combinazioni dei $3n$ vettori di questa colonna a 3 a 3, in ognuna delle quali terne i vettori si succedono nell'ordine di grandezze dell'indice posto in alto. Fra i tre vettori di ogni terna si inseriscano (nell'ordine che si vuole) i segni di moltiplicazione scalare e vettoriale, e codesto prodotto si prenda col segno + o col segno — a seconda che la somma di i con i tre indici superiori dei vettori è dispari o pari. Scartando poi la colonna e le tre linee a cui appartengono i vettori di una terna si ha un vettordeterminante di ordine $n-1$, che può dirsi minore relativo alla terna precedente; si moltiplicherà il prodotto dei tre vettori per il relativo minore; la somma di questi prodotti relativi a tutte le terne della colonna considerata è uguale al vettordeterminante dato.

L'osservazione a cui alludevamo in principio di questo paragrafo è costituita dalle seguenti proposizioni:

a) *un vettordeterminante non cambia di valore se ad una qualunque colonna* (o linea) *si aggiungono quante si vogliono altre colonne* (o linee) *moltiplicate anche per numeri reali arbitrari*

b) *un vettordeterminante non cambia di valore se ad una qualunque colonna si aggiungono quante si vogliono altre colonne moltiplicate vettorialmente per vettori arbitrari.*

Si può talvolta, coll'applicare queste proposizioni, ottenere qualche elemento nullo in una o più colonne, ciò che abbrevia il calcolo.

Per farne un'applicazione, si constata subito che il sistema

$$(47)\qquad \begin{cases} \mathbf{a}\wedge\mathbf{x}+\mathbf{b}\wedge\mathbf{y}+\mathbf{c}\wedge\mathbf{z}=0\\ \mathbf{b}\wedge\mathbf{x}+\mathbf{c}\wedge\mathbf{y}+\mathbf{a}\wedge\mathbf{z}=0\\ \mathbf{c}\wedge\mathbf{x}+\mathbf{a}\wedge\mathbf{y}+\mathbf{b}\wedge\mathbf{z}=0 \end{cases}$$

è sempre possibile: infatti, se, applicando il procedimento del N.° 4, partiamo dal sistema

$$\begin{array}{lll} \mathbf{a}\times\mathbf{u}=0\ , & \mathbf{b}\times\mathbf{u}=0\ , & \mathbf{c}\times\mathbf{u}=0\\ \mathbf{b}\times\mathbf{v}=0 & \mathbf{c}\times\mathbf{v}=0 & \mathbf{a}\times\mathbf{v}=0\\ \mathbf{c}\times\mathbf{w}=0 & \mathbf{a}\times\mathbf{w}=0 & \mathbf{b}\times\mathbf{w}=0, \end{array}$$

supposto $\mathbf{a} \times \mathbf{b} \wedge \mathbf{c} \neq 0$. giungiamo al vettordeterminante

$$\begin{array}{ccc}
0 & \mathbf{a} \wedge \mathbf{b} & \mathbf{a} \wedge \mathbf{c} \\
\mathbf{b} \wedge \mathbf{a} & 0 & \mathbf{b} \wedge \mathbf{c} \\
\mathbf{c} \wedge \mathbf{a} & \mathbf{c} \wedge \mathbf{b} & 0 \\
0 & \mathbf{b} \wedge \mathbf{c} & \mathbf{b} \wedge \mathbf{a} \\
\mathbf{c} \wedge \mathbf{b} & 0 & \mathbf{c} \wedge \mathbf{a} \\
\mathbf{a} \wedge \mathbf{b} & \mathbf{a} \wedge \mathbf{c} & 0 \\
0 & \mathbf{c} \wedge \mathbf{a} & \mathbf{c} \wedge \mathbf{b} \\
\mathbf{a} \wedge \mathbf{c} & 0 & \mathbf{a} \wedge \mathbf{b} \\
\mathbf{b} \wedge \mathbf{c} & \mathbf{b} \wedge \mathbf{a} & 0
\end{array}$$

Se all' ultima linea sommiamo tutte le altre, abbiamo per ultima linea tre zeri e perciò il vettordeterminante è zero ed il sistema (47) è possibile. Se poi è $\mathbf{a} \times \mathbf{b} \wedge \mathbf{c} = 0$, il sistema è evidentemente possibile.

LE SESSE DEL VERBANO

Nota del prof. FRANCESCO VERCELLI

(*Adunanza del 25 novembre 1915*)

Lo studio delle sesse del lago Maggiore venne iniziato nel 1911 dal compianto dott. Adolfo Sozzani, per suggerimento della Commissione per lo studio dei laghi, nominata dal R. Istituto Lombardo.

Un limnografo Sarasin, istallato nel 1911 a Lesa, funzionò sino al 1914, e venne poi sostituito da un mareografo fornito dal Magistrato alle acque di Venezia. Questi apparecchi, per gentile concessione dei proprietari, furono istallati prima nella darsena di villa Noseda, poi in quella di villa Diana, a Lesa.

I diagrammi forniti da questi apparecchi erano sufficienti per un primo studio, ed in parte erano stati da me analizzati. Ricerche complementari, e fatte simultaneamente in diversi punti del lago, avrebbero fornito i dati occorrenti per una investigazione completa dei periodi e dei nodi delle sesse del lago Maggiore.

Ma queste ricerche non poterono, per ora, aver luogo. Rapida e immatura fine colse l'egregio dott. A. Sozzani, quando questi era per cogliere i primi frutti delle ricerche e delle osservazioni, non solo limnologiche, ma anche meteorologiche ed aerodinamiche, iniziate nella splendida sua villa di Lesa. Restarono così troncati gli studi diretti a indagare i più cospicui fenomeni fisici aventi attinenza col nostro lago.

Per consiglio del prof. Somigliana i limnogrammi di Lesa vennero lasciati a mia disposizione, e quanto prima saranno depositati presso il R. Istituto Lombardo.

Mi fu così possibile completare l'analisi già iniziata, soddisfacendo un vivo desiderio di Chi, con tanto amore, aveva curato la registrazione delle sesse del Verbano.

Caratteristiche dei limnogrammi.

I diagrammi di Lesa presentano caratteri notevolmente diversi da quelli osservati al lago di Garda, e da me studiati (1).

Le sesse vi sono meno frequenti e sono accompagnate quasi sempre da oscillazioni secondarie e brevissime che producono frastagliature (embroideries) talora così fitte da rendere il disegno estremamente confuso.

Le figure annesse rappresentano sesse accompagnate da tali vibrazioni. Notisi come l'ampiezza delle vibrazioni superi talora quella delle sesse medesime. Ci occuperemo di questo argomento in un successivo paragrafo.

Inoltre nei diagrammi di Lesa predomina non l'oscillazione di maggiore periodo (uninodale), ma quella di periodo successivamente minore (binodale). Si può dire, anzi, che le onde binodali costituiscono la quasi totalità pei diagrammi: a volte si presentano isolate e pure *(fig. 2 - 3)*, altre volte associate ad oscillazioni più rapide *(fig. 4 - 5)* e rare volte ad onde uninodali *(fig. 5 - 6)*.

La fig. 6 riproduce un diagramma di particolare interesse storico, riferentesi ad una successione di onde di tale ampiezza che vennero osservate direttamente dai rivieraschi della regione sud del lago.

Ecco in qual modo il *Corriere della Sera* del 24 agosto 1911 narra l'avvenimento:

Uno strano fenomeno

« Un fenomeno stranissimo, determinato certo dal maltempo, si è verificato sulle rive del Ticino, nella zona che comprende le due rive tra Sesto Calende e Castelletto.

Dalle 14 alle 15 dell'altro giorno, improvvisamente, il livello del fiume si è abbassato di circa mezzo metro, per modo da lasciare allo scoperto qualche metro di spiaggia.

Molte barche che prima galleggiavano in acqua, rimasero improvvisamente in secco: ma l'avventura più spiacevole è capitata ad una ventina di donne di Sesto Calende che, sulla riva, a fior d'acqua, attendevano a lavar panni. Vedendosi sfug-

(1) F. Vercelli, *Le teorie idrodinamiche delle sesse, ecc.*, Memorie R. Ist. Lombardo, 1909.

gire le acque di sotto le mani le donne si portarono avanti fino a raggiungere il nuovo livello e ripresero il lavoro in così strano modo interrotto.

Ad un tratto, come si erano ritirate, le acque ripresero le prime loro posizioni. Le lavandaie rimasero ginocchioni, circondate d'ogni parte dall'acqua, urlanti di spavento per quel bagno forzato. Accorsero persone che prestarono loro aiuto e l' incidente finì senza altre conseguenze.

Il curioso e raro fenomeno ha però prodotto molta impressione, particolarmente nel popolino, il quale ricorda in questi giorni una bizzarra coincidenza e ne trae motivi di timori e di preoccupazioni.

Lo stesso fenomeno dell'abbassamento del livello d' acqua nel Ticino si verificava sei o sette giorni prima del disastroso terremoto calabro-siculo. Perciò corre e acquista credenza la voce che fra cinque giorni l'Italia debba essere nuovamente funestata da una così terribile sciagura. Il popolino vive in timore ed in aspettativa guardando ancora sospettosamente il Ticino, se mai le sue acque non diano qualche nuovo e funesto presagio.„

Ogni commento è superfluo! La fig. 6 registra e spiega queste oscillazioni ritmiche del livello del lago e dimostra che non di strano fenomeno si tratta, ma di un fatto comune e pressochè quotidiano, per quanto solo eccezionalmente assuma tale ampiezza da essere accessibile alla osservazione diretta.

Non è facile stabilire perchè prevalgano le onde di minore periodo, mentre Lesa è prossima all'estremo sud del lago. Solo un'analisi completa, sul tipo di quella fatta per il lago di Garda, seguita da opportune osservazioni, può definire se si tratti di un fatto locale o generale.

Periodi delle Sesse

I diagrammi che presentavano una certa chiarezza vennero analizzati col metodo del Chrystal. Il piccolo numero di essi e la relativa semplicità, resero il lavoro rapido ed agevole. I risultati ottenuti nei singoli casi sono in buon accordo fra loro

Continuando a ritenere, come è probabilissimo, che le onde di maggior periodo osservate a Lesa corrispondano alle sesse di minore numero di nodi, si hanno valori compresi fra

9.1 e 10.1 minuti per le Sesse trinodali;
21.5 e 22.5 „ „ „ „ binodali;
39.5 e 40 „ „ „ „ uninodali.

Dando un peso maggiore ai diagrammi in cui prevalgono onde nitidamente tracciate si possono ritenere come assai approssimati i seguenti valori dei periodi

minuti	9.5	per	le	onde	trinodali ;
"	22.2	"	"	"	binodali ;
"	40	"	"	"	uninodali.

Nessuno fra i diagrammi esaminati contiene onde bene definite con periodi minori di quelli ora citati.

Vibrazioni

Alle oscillazioni di periodo minore di due minuti, le quali producono nei diagrammi frastagliature regolari od irregolori, Forel diede il nome di vibrazioni.

Una esauriente spiegazione di queste vibrazioni manca tuttora. Pure esse presentano molto interesse, perchè osserva il Chrystal (1), v'è ragione di credere che, almeno in parte, riproducano in miniatura l'azione delle cause delle grandi onde oceaniche.

Le classiche ricerche del Forel, sul lago di Ginevra, avevano dimostrato l'effetto smorzante che su queste vibrazioni si ottiene immergendo il tubo limnimetrico in un pozzetto comunicante col lago per mezzo di un tubo. Nell'impianto di Lesa non fu tenuto forse in giusto conto questo fatto : a ciò è dovuta la presenza quasi continua di vibrazioni fortissime, che producono sul diagramma un tratteggio così fitto da renderlo talora indecifrabile.

Se tentiamo scorgere nelle vibrazioni del Verbano qualche carattere relativo alla ampiezza ed ai periodi, troviamo non poca difficoltà, data la frequenza con cui mutano la loro configurazione.

Questo però emerge evidente, che le ampiezze sono spesse volte assai più grandi di quelle delle sesse e raggiungono talora qualche decimetro, mantenendosi però in generale nei limiti di pochi centimetri. I periodi poi sono dell'ordine di decimi di minuto primo. Ciò basta ad escludere che tali vibrazioni possano provenire da sesse longitudinali multinodali o da sesse trasversali, ed avvalora l'ipotesi comune, che esse

(1) G. Chrystal, *An investigation of the Seiches of loch Earn*, ecc., Trans. R. S. Edinburgh, 1908.

vengano invece prodotte dalle onde e dai gruppi di onde sollevate dai venti.

Talvolta si hanno diagrammi di questa specie pel passaggio dei battelli come direttamente si verifica.

In conclusione si può ancora una volta rilevare il merito del Sozzani di avere iniziato sul Verbano la sistematica registrazione delle sesse, e formulare l'augurio, che questo studio, rimasto incompleto, possa venire ripreso e condotto a compimento mercè la collaborazione di volonterosi osservatori. Studi sistematici completi delle sesse, e specialmente delle vibrazioni e delle onde dei laghi, sono pochi, mentre le nostre conoscenze su così importanti fenomeni idrodinamici sono tuttora scarse ed incomplete.

UNA CITAZIONE DI CHERILO
CON DUE PAROLE GRECHE NUOVE

Nota del S. C. mons. GIOVANNI MERCATI

(*Adunanza del 25 novembre 1915*)

Nel codice Vaticano greco 246 — una miscellanea di parecchi manoscritti cartacei de' secoli XIII e XIV, comprata « in Asia » nel secolo XV — in un ternione bombicino (ff. 133-138) non finito di scrivere, che venne messo fino dal secolo XIV tra la parafrasi di Teodoro Prodromo al l. II delle Analitica di Aristotele e la epitome logico-fisica di Niceforo Blemmida, furono, senza indicazione degli autori, ricopiati per mano differente dalle altre mani del codice numerosi passi scelti dai libri *de fide orthodoxa* di S. Giovanni Damasceno e disegnati, a illustrazione di essi, i diagrammi del zodiaco e delle eclissi, un brevissimo albero genealogico di N. S. Gesù Cristo, gli schemi delle virtù cardinali e delle tre parti dell'anima, e poi aggiunti due passi del commento di Teodoreto al Cantico de' Cantici. Tralascio l'indicazione precisa degli estratti e la descrizione del codice, perchè sono fatte nel tomo I dei *Codices Vaticani graeci descripti* che si va stampando.

Ora, fra le due serie di estratti, e precisamente in capo a quelli di Teodoreto nel f. 137v, si legge la seguente riga e mezza, senza lemma alcuno che ne riveli l'origine.

+ *δρύγγους καὶ οὐρισκιούς φησιν ὁ Χοίριλος. φασὶ δέ τινες δρύγγους μὲν εἶναι τοὺς χοίρους ἢ τοὺς ἀσπάλακας, οὐρισκιοὺς δὲ τοὺς ταγώς* (1).

Evidentemente, la è una citazione di due parole usate da Cherilo (non oso dire nella stessa unione e costruzione, ossia

(1) Con la nota interpolazione del *γ* fra due vocali (cf. E. MAYSER *Grammatik der griechischen Papyri aus der Ptolemäerzeit* 167 sg., che indica la letteratura precedente), se pure altri non preferisca vedervi un effetto dell'aspirazione e, all'origine, del *Γ* in *ταώς* (cf. KÜHNER-BLASS *Ausführl. Grammatik der griech. Sprache* I³ 81. 113).

un vero e proprio frammento), e di due parole poco o punto usate da altri o conosciute, poichè se ne riferisce semplicemente — si direbbe, senza guarentigia — la spiegazione data da alcuni innominati. E la citazione si presenta come di pregio non comune, perchè fornisce due parole greche affatto nuove, e con una spiegazione almeno non improbabile, e anche perchè è una citazione nuova di Cherilo, sia poi egli l'epico o il tragico o il poetastro adulatore di Alessandro Magno (1). Nè sembra esservi ragione per sospettare uno scambio e, peggio, una impostura: una tale minuzia, chi mai e per quale scopo la inventerebbe?

Per ciò vorremmo conoscere l'autore del pezzettino e lo scritto dal quale proviene, giacchè, senza fallo, il copista del secolo XIV non ha avuto in mano lo scritto di Cherilo nè ha composto egli la brevissima nota. Questa presumibilmente non è che un estratto, come lo sono quanto precede e segue nel ternione; e un estratto da opera più antica del nostro manoscritto, o lessicale o grammatica o di scoliasta ecc., non però credo, dalle opere nominate del Damasceno e di Teodoreto, troppe note, e da secoli, perchè la citazione possa essere sfuggita ai dotti (2).

Purtroppo nessuna luce esce da ciò che nel codice l'accompagna, sia da vicino — e l'abbiamo or ora osservato — sia da lontano. Infatti il ternione è del tutto estraneo al codice della parafrasi Prodromea, vuoi per il contenuto, vuoi anche materialmente, essendone diversa la carta, e avendo la rigatura che l'altro non ha. Invece i parecchi estratti fisici dal Damasceno potrebbero credersi fatti in riguardo alla seguente opera del Blemmida, ma è differente la scrittura, e, se il fascicolo appartenne mai a questo altro manoscritto, stava probabilmente in fine, *dopo la fisica* o libro II della Epitome, perchè questa ha una numerazione propria de' fascicoli a *cominciare dal*

---

(1) Cf. Crusius in Pauly-Wissowa *Real-Encyclopädie der classischen Altertumswissenschaft* III, 2359 sgg.

(2) A guardar bene la scrittura — la quale è pure tutta di una mano — appare che gli estratti non vennero copiati di seguito, allo stesso tempo, ma una prima interruzione sembra avvenuta al termine del f. 137r, ossia de' passi del Damasceno, e poi un'altra dopo la nostra riga, variando alquanto e l'inchiostro e l'inclinazione delle lettere negli estratti di Teodoreto. Anche per questo non pare molto probabile che lo scrivente abbia ricopiato la citazione Cherilea usando lo stesso libro o del Damasceno o di Teodoreto.

f. 139 segnato *a* (1), e perchè l'attuale fine del ms. Blemmideo è stata supplita nella seconda metà forse del secolo XIV, per esserne caduti più fascicoli. E poi Niceforo, teologo, filosofo e fisico, ha mai scritto cose del genere?

Facile sarebbe continuar nello stesso modo per riguardo agli scritti più lontani — estratti dall'Organo Aristotelico, dagli Elementi e dalla Ottica di Euclide, dalla Preparazione evangelica di Eusebio; commento di Filopono alle Categorie di Aristotele —, ma non recherebbe alcun profitto. Perciò temo che, ove non si trovi altro codice con l'indicazione dell'autore, oppure l'opera stessa dalla quale furono estratte le due proposizioncelle, non sapremo mai da chi direttamente ci provengano nè a quale tempo risalgano, e sia vano porre la questione, se colui abbia avuto in mano Cherilo o solamente trovato in qualche scrittore più antico citate e spiegate le parole *ὄρυγγος* e *οὐρισκιώς* usate da lui.

Delle quali parole nuove per noi, — che non penso abbia Cherilo stesso coniate senza buona riuscita, ma piuttosto fossero meno comuni, e solo per caso non pervenuteci coi testi dove forse si trovavano, — la prima ricorda la forma, registrata con riserva, *ὀρύγγιον* per *ἐρύγγιον* ed *ἠρύγγιον*, nome di un'erba, e l'altra ha gl'identici elementi del nome di animale *σκίουρος* (*sciurus*, scoiattolo) « che si copre colla propria coda » (2).

Può darsi che il contesto di Cherilo abbia suggerito a que' tali innominati d'interpretare *ὀρύγγους* « porci » o « talpe » e *οὐρισκιούς* « pavoni », ma può altresì essere che l'etimologia sola li abbia a ciò condotti: porci e talpe scavano (*ὀρύσσειν*) la terra e i pavoni si fanno ombra e si coprono colla ruota. Comunque, e le due parole e la spiegazione e le autorità, per quelle determinata, incerta per questa, saranno, stimo, considerate.

Quando ne' passati giorni, dopo ore e ore perdute a riconoscere gli autori e a ricercarne i singoli passi, quasi rimpiangevo la fatica sprecata — chè erano di opere comunissime — e fui tentato verso la fine a trascorrer oltre, senza molto curare certe minuzie, come la breve riga nostra, alla quale, ove fosse stata negletta nel catalogo, probabilmente nessuno

(1) Il ternione, come ho accennato sino dal principio, non fu scritto per intero: il f. 138 e parte del 137v sono vuoti.

(2) Cf. L. MEYER *Handbuch der griechischen Etymologie* IV (1902) 90. Per lo *ι* di *οὐρι(-σκ)* cf. *οὐρίαχος*, o. c. II, 213.

avrebbe più mai avuto l'occasione e il modo di por mente; dovetti la resistenza — questa volta, rimunerata — al rispetto della gravosa ma provvida legge, che impone agli autori degli indici vaticani di riconoscere e d'indicare esattamente per quanto è possibile, gli scritti anche frammentari e piccoli, di qualunque, pur futile genere. Vero è che in tal modo, per le non rare deficienze e fallacie dei titoli, per la disparità somma delle materie, e per l'abbandono in cui furono lasciati, non che angoli, estesi campi della letteratura medievale più bassa, un povero uomo fa ben corta strada e non può soddisfare alle impazienti attese di coloro che vogliono, e al più presto, un indice, pur che sia, di tutti i manoscritti; ma così almeno non rimarranno dimenticate (com'è inevitabile ne' cataloghi sommarli, che, d'ordinario, impediscono i cataloghi pieni) le cose piccole, le quali non sono sempre le più triviali e spregevoli; e poi, anche nelle grandi, non si cadrà tanto leggermente in « equivoci » strani, (1) che talvolta passano nelle storie letterarie e di solito non si avvertono se non per un caso felice.

---

(1) V. ad es. *Theologische Revue* V, 464, su una pretesa collezione di lettere di S. Macario l'egiziano; *Byzantinische Zeitschrift* XXIII 132 su «Orphanotrophios», l'ufficio di un destinatario preso per il nome dell'autore e dell'opera; *Bessarione* XIX, 84, sgg., sopra un ms., il cui intero contenuto è stato attribuito a chi non vi ha se non poche righe.

SULLA TERMORESISTENZA DI BATTERI NON SPORIGENI NEL LATTE

Nota del M. E. Costantino Gorini

(Adunanza del 25 novembre 1915)

La resistenza dei germi alle elevate temperature è uno degli argomenti di microbiologia più interessanti e più discussi.

Si ammette che i germi più termoresistenti siano gli sporigeni, e che le forme vegetative trovino di regola la loro temperatura mortale fra 60 e 70 C. Si citano è vero parecchi casi di maggiore termoresistenza anche fra queste; per ricordare un esempio dei più correnti, il Bacillus Coli, che è uno dei microbi più studiati sotto questo punto di vista, e che per unanime consenso degli Autori si considera fra i meno termoresistenti, venendo distrutto in pochi minuti a 60-62 C., è stato trovato talora capace di sopravvivere persino a 70-72 C. per 15-30 minuti (1).

In simili casi si suole parlare di razze o di ceppi dotati di particolare termoresistenza.

Ho avuto anch'io occasione di osservare di cotali comportamenti anormali; la mia esperienza però mi conduce a ritenere che si è troppo corrivi ad ammettere l'esistenza di siffatti stipiti più termoresistenti; bene spesso si tratta di un fenomeno limitato ad una esigua minoranza anzichè alla maggioranza e tanto meno alla generalità delle cellule di una data razza. In altri termini, può accadere bensì che qualche individuo di un dato ceppo batterico non sporigeno presenti una eccezionale termo-

(1) Gage e Stoughton, *Technol. Quart.* 1906, V. 19 N. 1.
Jong e Graaff, *Milchw. Zentralblatt*, 1907, H. 6.
Zelenski, *Centralbl. f. Bakter. Abt.* 2, 1907, V. 18, N. 4/6.
Ayers e Johnson, *Journ. of Agric. Research*, 1915, N. 5.

resistenza; ma è raro che questa eccezionale termoresistenza si riveli quale caratteristica *permanente e comune* di quel dato ceppo.

È agevole persuadersi di ciò per due vie. Quando, ripetendo la prova della termoresistenza sopra diverse culture di quel medesimo stipite, si nota che l'anormale comportamento è proprio solamente di una parte delle culture e non di tutte; oppure quando, controllando il risultato della prova di termoresistenza mediante il conteggio dei germi, si nota che il numero delle cellule sopravvissute è di gran lunga inferiore al numero delle cellule che sono state sottoposte alla prova.

In entrambi questi casi è ovvio che non si possa parlare di razze nè di ceppi termoresistenti, ma semplicemente di individui termoresistenti.

Non si deve poi dimenticare che molte volte il fenomeno dell'anormale termoresistenza è connesso colla natura del substrato nel quale trovasi il germe. Esempi istruttivi di ciò si hanno nel Bacillo tubercolare e in generale nei microbi patogeni, i quali si dimostrano di norma molto più tenaci quando stanno in seno a prodotti patologici (pus, escreato, ecc.), che non nelle culture. Ciò perchè in quei prodotti essi si trovano solitamente protetti da inviluppi di sostanza organica, mentre nelle culture si trovano solitamente allo stato libero.

Di quì è lecito inferire che il medesimo fatto possa verificarsi, anche fuori dal campo patologico, in tutti quei casi in cui i batteri sono racchiusi in una teca di materiale organico.

Queste direttive mi hanno guidato a spiegare la speciale termoresistenza di batteri non sporigeni che ho riscontrato nelle mie ricerche sulla sterilizzazione del latte.

I germi che furono fin qui riconosciuti capaci di sopravvivere nel latte sterilizzato appartengono alle forme sporali; tanto che quando si incontra un campione di latte sterilizzato che si altera, si presume senz' altro, purchè si siano escluse le cause di eventuale reinfezione, che l' alterazione sia imputabile a batteri sporiferi.

Ora poichè, contrariamente a questa presunzione dominante, mi sono trovato più di una volta di fronte a campioni di latte sterilizzato che racchiudevano germi non sporificanti, ho reputato opportuno farne argomento di studio.

Questi germi superstiti erano di due tipi morfologici; o a

forma rotonda coccica o a forma di bastoncini corti simili al comune fermento lattico (Bact. Güntheri). Essi, come emerse dalle culture di isolamento, vi si trovavano, è vero, in numero assai esiguo e dotati di capacità di sviluppo assai debole; ma nei passaggi successivi in latte si rinvigorivano con sufficiente sollecitudine.

Le prime volte ho stimato si trattasse di inquinamento del latte dopo la sterilizzazione, oppure di errori di sterilizzazione. Senonchè il medesimo reperto si è poi ripetuto in circostanze in cui entrambe le ipotesi erano assolutamente da scartare; imperocchè i campioni erano sicuramente riparati dalle reinfezioni e la temperatura raggiunta era stata sicuramente abbastanza elevata da uccidere puranche le forme sporali.

Pensai allora di essere in presenza di specie o di razze dotate di eccezionale termoresistenza. Per convincermene istituii delle prove di termoresistenza sopra serie di provette di latte infettate abbondantemente con brodo-culture dei singoli batteri superstiti. Queste prove vennero eseguite mettendo le provette di latte in bagno maria ad agitazione e misurando la temperatura con termometro immerso in una provetta di latte di controllo. Per ogni batterio si fecero tre saggi di termoresistenza a 70, 80 e 90 C. per 15 minuti. Con mia sorpresa verificai che nessun germe resistette nemmeno alla temperatura di 70 C., tranne un tipo di cocco che sopravvisse a 70 C, ma fu ucciso ad 80 C.

Eravamo dunque ben lontani dalle temperature attorno ai 100 C. che si sogliono raggiungere nei processi di sterilizzazione del latte! E bisognava dunque abbandonare l'ipotesi di specie o di razze ad elevata termoresistenza.

Sono stato pertanto condottto a pensare che quei batteri dovessero la loro eccezionale termoresistenza nel latte sterilizzato d'origine ad un'influenza protettrice del genere di quella che difende i germi patogeni nei prodotti patologici.

In favore di questa supposizione depongono due osservazioni, che ho avuto agio di compiere in alcuni casi recenti.

La prima osservazione è la seguente. Ho constatato che nel latte sterilizzato in esame si contenevano dei grumetti di caseina, di cui la massima parte pressochè microscopici, ma taluni anche di calibro discreto, e che entro questi grumetti si annidava per l'appunto buona copia di germi superstiti; e per vero, pescando coll'ago di platino i grumetti più grossi

e stemperandoli su piatte di agarlatte ho assistito allo sviluppo di gruppi di colonie abbastanza rigogliose.

La seconda osservazione è la seguente. I batteri superstiti si sono rivelati, nei trapianti in latte e in agarlatte (1), dotati di proprietà acidopresamigene, cioè capaci di produrre ad un tempo acidità e presame nel latte, così da provocarne la coagulazione prematura.

Se si riannodano le due osservazioni suaccennate parmi ne scaturiscano elementi sufficienti per ammettere che quei germi si siano sottratti alla sterilizzazione in grazia dell'influenza protettrice spiegata dai grumicini caseinici da cui li abbiamo visti avvolti nel latte sterilizzato. E la formazione di quei grumicini sarebbe, a mio avviso, da ascrivere ai medesimi germi, in grazia della loro funzione acidopresamigena.

Mi sento autorizzato a siffatta ipotesi in base alla lunga pratica che possiedo circa l'azione dei batteri acidopresamigeni sul latte (1); accade effettivamente di spesso che quest'azione si inizii con un fine raggrumolamento del latte; talora anche succede, verosimilmente per debolezza di attività microbica, che l'alterazione del latte si arresti a questo stato di grumolosità, senza spingersi ad una vera completa coagulazione. Questa grumolosità può essere a granellini così minuti da passare inavvertita; e d'altra parte i granellini possono essere così consistenti da costituire come una sorta di sabbia (onde il nome di *latte* cosidetto *sabbioso*).

Ciò posto nulla osta a figurarci che il latte inficiato da quella sorta di germi acido presamigeni, che dimostrai potersi contenere anche nelle stesse mammelle (3), abbia subito già in precedenza, cioè ancor prima di passare alla sterilizzazione, un parziale raggrumolamento; come pure nulla osta ad ammettere che questo raggrumolamento si sia compiuto o, quanto meno, si sia accentuato all'inizio della sterilizzazione per effetto del riscaldamento, il quale, com'è noto, sino ai 35-40 C agevola l'azione coagulante dell'enzima presamico. In ambo i casi i batteri che restano impigliati entro tali grumicini si trovano evidentemente ben difesi dall'azione distruggitrice delle temperature elevate.

A consolidare le ipotesi ho voluto tentare sperimentalmente

---

(1) GORINI C., *Rend. R. Acc. Lincei*, 1915, XXIV, fasc. 8 e 9.

(2) Vedi a questo proposito i miei lavori in: *Rendiconto del I Congresso Intern. di Latteria*, Bruxelles, 1913, e in: *Rendiconti R. Ist. Lomb. Sc. e Lett.*, 1906, pag. 240.

(3) GORINI C. *Rend. R. Ist. Lomb. Sc. e lett.* 1901, 34, pag. 1279.

quanto dovrebbe verificarsi in pratica; ma pur troppo è difficile riprodurre coll'arte ciò che accade in natura. Ho cercato di avvicinarmivi sottoponendo alla prova di termoresistenza, anzichè provette di latte appena infettate coi batteri in questione, provette di latte che ne erano state infettate già da 24-48 ore in guisa da permettere che i batteri vi avessero incoato la loro attività acidopresamica. La maggior parte di tali provette sotto l'influenza del riscaldamento si coagularono completamente, cosicchè dovettero essere escluse dalla prova; qualcuna però si arrestò ad un semplice addensamento con qualche grumetto sul fondo della provetta; su queste il risultato dell'esperimento fu abbastanza dimostrativo.

I batteri imprigionati entro questi grumetti resistettero ad 80-85 C per 15 minuti, superando di 10-15 C la termoresistenza dei batteri liberi contenuti nel latte del tutto fluido, come era nelle prove precedenti. Debbo dire peraltro che non si sono mai verificati casi di termoresistenza superiore agli 85 C; nessun batterio, ancorchè racchiuso nei grumi artificialmente ottenuti, si rivelò capace di sopravvivere a 90 C, nemmeno per pochi minuti; mentre vedemmo che nei grumi, che chiameremo naturali, essi resistettero alle temperature di sterilizzazione attorno ai 100 C. A spiegazione di queste differenze parecchie ragioni si possono invocare, come: il volume dei campioni di latte sterilizzato che era molto maggiore delle comuni provette di laboratorio, il grado di vitalità microbica, la consistenza e la composizione dei grumetti, e tutte quelle circostanze naturali che, ripeto, difficilmente sono riproducibili coll'arte.

Ad ogni modo però il risultato di questi esperimenti si accorda con quello delle prove e delle osservazioni precedenti.

Riassumendo, *in linea speciale* le mie ricerche sulla sopravvivenza di batteri non sporiferi nel latte sterilizzato, conducono ad attribuirla non già (come si sarebbe comunemente presunto) all'esistenza di specie o di razze microbiche dotate di eccezionale termoresistenza, sibbene a *un'influenza protettiva di inviluppi caseinici* che si sono formati attorno ai germi, verosimilmente per effetto del biochimismo dei germi stessi, prima o durante la sterilizzazione.

In linea generale poi la presente Nota reca un contributo alla questione della termoresistenza dei batteri asporigeni, di-

mostrando come convenga procedere guardinghi nell'ammettere specie o razze dotate di eccezionale termoresistenza, e come sia necessario verificare, coi mezzi sopra indicati, se tale proprietà sia realmente un carattere *permanente* e *comune* alla generalità o almeno alla maggioranza degli individui di un dato ceppo batterico, o se invece non si tratti di un fenomeno di influenza protettrice analogo a quello da me segnalato nel latte·

Laboratorio di Batteriologia della R. Scuola Superiore di Agricoltura di Milano.

SETTEMBRE 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	750.2	747.9	747.1	748.4	+19.2	+25.1	+20.2	+25.5	+14.8	+19.9	—
2	44.8	41.7	41.4	42.6	17.0	19.2	14.4	20.5	13.4	16.3	3.5
3	41.3	40.4	40.3	40.7	15.3	17.4	15.0	18.0	10.2	14.6	1.0
4	39.4	40.8	42.9	41.0	15.0	17.8	12.8	18.0	11.3	14.3	2.1
5	46.9	48.8	50.8	48.8	14.3	23.2	17.6	23.2	8.9	16.0	—
6	751.4	751.8	753.3	752.2	+16.0	+25.2	+18.6	+25.8	+11.8	+18.1	—
7	55.0	53.3	53.4	53.9	17.9	23.3	19.4	25.8	11.9	18.8	—
8	54.8	53.4	53.6	53.9	18.1	24.5	20.8	24.9	13.4	19.3	—
9	53.3	51.5	52.0	52.3	19.2	24.0	18.8	24.0	15.3	19.3	—
10	52.6	51.9	52.7	52.4	16.2	20.0	16.0	20.5	13.9	16.6	1.2
11	752.6	751.4	751.5	751.9	+15.6	+20.4	+16.4	+21.0	+10.8	+15.9	—
12	51.1	50.0	50.5	50.5	16.7	22.0	17.8	22.2	12.3	17.3	—
13	52.0	51.3	52.1	51.8	17.7	23.2	18.0	23.4	13.0	18.0	—
14	52.3	50.7	50.9	51.3	16.8	23.6	19.4	23.6	11.8	17.9	—
15	51.1	50.9	52.3	51.4	17.8	26.1	21.0	26.4	14.4	19.9	—
16	756.1	755.5	756.6	756.1	+19.5	+24.6	+21.0	+25.4	+15.6	+20.4	—
17	57.5	55.8	55.3	56.2	19.8	25.7	20.9	25.8	14.9	20.4	—
18	53.0	50.1	49.9	51.0	19.5	25.9	19.9	26.4	14.8	20.1	—
19	49.9	47.9	50.2	49.3	18.4	26.8	21.4	27.7	14.6	20.5	—
20	52.0	50.4	51.5	51.3	17.4	21.5	18.5	22.6	15.3	18.5	—
21	754.7	754.5	756.3	755.2	+17.1	+19.4	+17.0	+19.5	+14.8	+17.1	—
22	58.1	57.9	58.6	58.2	16.3	19.2	14.6	19.2	13.0	15.8	—
23	58.2	56.5	56.8	57.2	13.8	20.3	14.6	20.3	8.5	14.3	—
24	55.4	53.7	53.3	54.1	15.1	20.4	17.2	20.6	9.8	15.7	gocce
25	48.0	42.8	40.7	43.8	14.2	14.0	13.2	15.2	11.9	13.6	42.9
26	740.9	740.1	739.6	740.2	+14.2	+19.8	+16.0	+20.0	+11.0	+15.3	1.3
27	39.8	38.7	37.9	38.8	16.3	19.8	15.8	20.0	12.8	16.2	—
28	38.3	38.2	41.4	39.3	13.4	22.9	16.2	22.9	9.8	15.6	—
29	41.3	38.4	36.0	38.6	16.0	14.8	14.6	16.8	11.8	14.8	25.7
30	38.1	38.3	39.5	38.6	+15.6	+17.7	+14.2	+19.5	+12.3	+15.4	4.3
M	749.67	748.48	748.95	749.03	+16.65	+21.59	+17.38	+22.15	+12.60	+17.20	82.0

Altezza barom.	mass.	758.6 mm	g. 22	Temperatura	mass.	+ 27°.7	g. 19
" "	min.	736.0	" 29	"	min.	— 8°.5	" 23
" "	media	749.03		"	media	+ 17°.20	

Temporale il giorno 3, 4, 25, 29

Nebbia il giorno 18, 28

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

SETTEMBRE 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nubulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all' ora
	9h	15h	21h	M corr 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	8.3	9.5	8.7	8.6	51	40	49	50.0	2	8	8	SE	SE	NE	7
2	9.0	9.7	9.3	9.1	62	59	76	69.0	10	10	10	E	E	E	9
3	9.1	10.0	11.0	9.8	70	67	87	78.0	10	10	8	E	SE	E	3
4	10.2	9.0	7.5	8.7	80	60	68	72.6	10	9	5	E	CALMA	W	7
5	7.7	4.0	4.8	5.3	63	19	32	41.3	9	3	4	W	NW	NW	14
6	7.9	7.2	9.1	7.9	59	30	57	52.0	7	3	4	S	SE	NE	5
7	9.5	8.2	9.5	8.9	63	39	56	56.0	1	1	3	E	W	S	4
8	11.5	10.3	11.1	10.8	75	45	61	63.6	1	5	7	SE	SE	E	4
9	11.3	11.8	11.5	11.3	68	54	71	67.6	6	5	5	SE	SE	E	8
10	10.6	9.5	9.1	9.8	77	55	67	69.6	10	7	5	SE	SE	E	10
11	7.0	7.2	8.0	7.2	53	40	58	53.4	8	3	4	CALMA	SW	W	3
12	7.7	7.3	8.8	7.8	55	37	58	53.1	1	2	3	CALMA	W	SW	2
13	8.8	8.4	9.2	8.6	59	40	60	56.1	7	3	3	SE	E	E	3
14	9.4	8.3	8.9	8.7	66	38	53	55.4	2	8	9	SW	SW	SW	3
15	11.1	11.4	12.3	11.4	73	45	66	64.5	4	1	2	W	SW	W	4
16	11.7	11.3	12.3	11.6	69	49	66	64.4	6	3	4	SE	SE	S	3
17	10.2	12.6	12.6	11.6	60	51	69	63.1	10	4	4	CALMA	E	NW	1
18	12.3	13.4	12.0	12.4	73	53	70	68.4	3	2	3	CALMA	W	S	5
19	12.2	12.9	12.4	12.3	77	49	65	66.8	3	2	10	CALMA	W	NW	4
20	9.0	10.9	11.1	10.2	61	57	70	65.8	10	3	9	E	E	E	9
21	9.5	9.2	10.9	9.7	65	55	76	68.1	10	10	10	E	SE	E	8
22	7.5	8.2	7.4	7.5	54	50	60	57.5	10	3	4	E	SE	E	7
23	7.1	8.1	8.4	7.7	61	46	68	61.1	3	1	1	SE	SE	N	3
24	7.7	8.3	8.4	7.9	60	47	57	57.5	3	10	10	CALMA	CALMA	S	1
25	10.2	11.1	10.5	10.4	84	93	93	92.8	10	10	10	SE	CALMA	SW	10
26	9.9	10.6	11.3	10.4	82	62	83	78.5	5	8	8	N	SE	NE	2
27	10.9	12.7	11.9	11.8	79	74	89	83.5	9	9	6	SE	CALMA	W	2
28	10.4	8.2	10.6	9.5	91	39	77	71.8	9	1	3	W	W	E	8
29	9.9	10.9	11.3	10.5	72	87	91	86.1	10	10	10	SE	E	SE	15
30	11.2	10.9	9.7	10.5	85	68	80	80.4	10	8	7	SE	SE	E	3
M	9.63	9.70	9.99	9.59	68.2	51.6	67.8	65.60	6.6	5.4	6.0				5.6

Ten. del vap. mass. 13.4 g. 18
" " " min. 4.0 " 5
" " " media 9.59
Umid. mass. 93 % g. 25
" min. 19 % " 5
" media 65.60 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
2	3	23	24	5	7	12	4	10

Media nebulosità relativa del mese 6.0

OTTOBRE 1915

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d' Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	+ 0.66	+ 0.69	+ 0.64	+ 0.72	+ 0.49	+ 0.60	+ 1.00
2	+ 0.69	+ 0.72	+ 0.65	+ 0.73	+ 0.50	+ 0.62	+ 1.00
3	+ 0.67	+ 0.74	+ 0.65	+ 0.72	+ 0.50	+ 0.64	+ 0.99
4	+ 0.64	+ 0.73	+ 0.63	+ 0.69	+ 0.48	+ 0.65	+ 0.99
5	+ 0.59	+ 0.70	+ 0.60	+ 0.65	+ 0.44	+ 0.66	+ 0.98
6	+ 0.55	+ 0.68	+ 0.57	+ 0.63	+ 0.42	+ 0.63	+ 0.97
7	+ 0.49	+ 0.67	+ 0.53	+ 0.61	+ 0.41	+ 0.60	+ 0.96
8	+ 0.45	+ 0.65	+ 0.50	+ 0.58	+ 0.38	+ 0.59	+ 0.95
9	+ 0.39	+ 0.63	+ 0.47	+ 0.54	+ 0.35	+ 0.60	+ 0.95
10	+ 0.35	+ 0.61	+ 0.44	+ 0.50	+ 0.30	+ 0.58	+ 0.94
11	+ 0.31	+ 0.59	+ 0.40	+ 0.47	+ 0.28	+ 0.63	+ 0.93
12	+ 0.29	+ 0.57	+ 0.37	+ 0.45	+ 0.26	+ 0.62	+ 0.93
13	+ 0.25	+ 0.55	+ 0.34	+ 0.43	+ 0.24	+ 0.60	+ 0.92
14	+ 0.21	+ 0.54	+ 0.32	+ 0.41	+ 0.22	+ 0.59	+ 0.91
15	+ 0.19	+ 0.52	+ 0.30	+ 0.38	+ 0.19	+ 0.64	+ 0.91
16	+ 0.17	+ 0.50	+ 0.29	+ 0.36	+ 0.17	+ 0.63	+ 0.91
17	+ 0.15	+ 0.48	+ 0.28	+ 0.34	+ 0.15	+ 0.60	+ 0.90
18	+ 0.10	+ 0.46	+ 0.26	+ 0.32	+ 0.14	+ 0.56	+ 0.90
19	+ 0.08	+ 0.44	+ 0.25	+ 0.30	+ 0.12	+ 0.52	+ 0.88
20	+ 0.05	+ 0.43	+ 0.23	+ 0.28	+ 0.10	+ 0.50	+ 0.87
21	+ 0.02	+ 0.41	+ 0.20	+ 0.26	+ 0.08	+ 0.50	+ 0.85
22	— 0.01	+ 0.40	+ 0.18	+ 0.24	+ 0.06	+ 0.45	+ 0.84
23	— 0.02	+ 0.38	+ 0.16	+ 0.22	+ 0.04	+ 0.38	+ 0.84
24	— 0.04	+ 0.36	+ 0.14	+ 0.20	+ 0.02	+ 0.34	+ 0.84
25	— 0.06	+ 0.35	+ 0.12	+ 0.19	+ 0.01	+ 0.30	+ 0.84
26	— 0.09	+ 0.34	+ 0.10	+ 0.17	+ 0.00	+ 0.27	+ 0.83
27	— 0.11	+ 0.32	+ 0.09	+ 0.15	— 0.02	+ 0.25	+ 0.82
28	— 0.14	+ 0.31	+ 0.08	+ 0.13	— 0.04	+ 0.21	+ 0.81
29	— 0.15	+ 0.30	+ 0.06	+ 0.12	— 0.05	+ 0.19	+ 0.80
30	— 0.15	+ 0.30	+ 0.05	+ 0.13	— 0.04	+ 0.15	+ 0.79
31	— 0.15	+ 0.30	+ 0.04	+ 0.12	— 0.05	+ 0.14	+ 0.79

(*) Quota dello zero dell' idrometro sul livello del mare.

Adunanza del 9 Dicembre 1915

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. G. CELORIA
PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: ARTINI, BERZOLARI, BONFANTE, BRIOSI, BRUGNATELLI, BUZZATI, CELORIA, DEL GIUDICE, GABBA B., GOLGI, GORINI, JORINI, JUNG, KÖRNER, MINGUZZI, MURANI, PALADINI, PASCAL C., SABBADINI, SALA, SALVIONI C., TARAMELLI, VIVANTI, ZUCCANTE.

E i SS. CC.: BRIZI, CARRARA, COLETTI, DE MARCHI M., FANTOLI, GABBA L. jun., GUARNERIO, LIVINI, MARTORELLI, OBERZINER, PESTALOZZA U., ROCCA, SOLMI, SORMANI, TANSINI.

Giustificano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. FORLANINI, GABBA L., LATTES, VIDARI E.; e, per impegni d'ufficio, il M. E. VILLA e il S. C. MARTINETTI.

L'adunanza è aperta alle ore 13.30.

Il Segretario, M. E. prof. Murani, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso Segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono, per la Classe di lettere e scienze morali e storiche, le seguenti:

VIBERT P. La Nouvelle France catholique. Paris, 1908.

— Le rachat de l'Ouest. Les crimes de l'étatisme. Paris, 1909.

E, per la Classe di scienze matematiche e naturali, le seguenti:

AGAMENNONE G. Sul recente libro del Cap. G. Costanzi « Bradisismi e terremoti ». Modena, 1914.

CATALOGO della biblioteca della Società d'incoraggiamento d'arti e mestieri in Milano. Fasc. I°, dall'inizio (1843) al 31 dicembre 1910. Milano 1913.

LUCCHINI V. La combustione spontanea della lana. Milano, 1915.

MIRINNY L. Pantosynthèse. Fonction pandynamique. Paris, 1915.

Indi il Presidente prega quelli dei colleghi che fanno parte delle Commissioni giudicatrici dei concorsi scaduti, di sollecitare i loro lavori in modo che le relazioni possano essere presentate e discusse nella prossima adunanza del 23 corr., appunto destinata a questo scopo; e prega altresì i colleghi di preparare per la stessa adunanza, in cui verranno discussi, i temi per i vari concorsi — e li enumera — che scadranno nel prossimo anno.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Costantino Gorini legge una sua nota « *Circa l'influenza della qualità del peptone sulle funzioni batteriche. Contributo ad un problema creato dalla guerra per i Laboratori batteriologici* »;

Il M. E. prof. Carlo Salvioni presenta la serie IV^a delle sue « *Note di dialettologia còrsa* » (1);

Il S. C. prof. Piero Martinetti e il M. E. prof. Giuseppe Zuccante presentano una comunicazione su « *L'opera filosofica di Aurelio Pelazza* » professore di filosofia nel R. Liceo d'Aosta, già discepolo della R. Accademia scientifico-letteraria di Milano, sottotenente di complemento, caduto combattendo eroicamente sull'Isonzo il 19 del passato luglio. Riferisce anche per il collega Martinetti, assente, il prof. Zuccante. Il M. E. prof. Villa, impedito d'intervenire alla seduta, invia la sua adesione alla comunicazione, quale « omaggio affettuoso e reverente alla memoria del valoroso giovane che sacrificò il suo splendido avvenire e una vita piena di nobili energie al sacro ideale della patria ».

Il S. C. prof. Giuseppe Sormani legge una sua nota dal titolo: « *Ulteriori esperimenti sulla durata della immunizzazione passiva per il tetano* »;

Sull'« *Abdicatio tutelae* » ha presentato una comunicazione, già ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze politiche e giuridiche, il prof. Siro Sollazzi: non essendo potuto intervenire il Sollazzi, riferisce intorno ad essa brevemente il M. E. prof. Bonfante;

Il prof. Salvatore Cherubino presenta una nota, già ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche, dal titolo: « *Identità ed autoidentità semiproiettiva ridotta di due forme algebriche ad* n + 1 *variabili*: in assenza del Cherubino, riferisce intorno ad essa il M. E. prof. Berzolari;

(1) Questa nota e le precedenti, sullo stesso argomento, verranno pubblicate nel prossimo Vol. 49 dei Rendiconti.

Lo stesso prof. Berzolari riferisce intorno ad una memoria del prof. Eugenio Togliatti, assente: « *Le superficie di sesto ordine con infinite coniche* ». Anche questa memoria era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche. Su proposta della stessa Sezione, accompagnata da una relazione motivata, l'Istituto delibera a norma dell'articolo 20, comma *d*, del Regolamento organico, che lo scritto del Togliatti sia pubblicato nelle *Memorie*.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in seduta segreta.

È all'ordine del giorno la discussione della proposta per la nomina di un membro effettivo nella Sezione di scienze mediche. Nessuno chiede di parlare; sicchè, a norma del Regolamento, si farà nella prossima adunanza la votazione relativa a tale proposta.

L'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
G. ZUCCANTE

CIRCA L' INFLUENZA DELLA QUALITÀ DEL PEPTONE SULLE FUNZIONI BATTERICHE

Contributo ad un problema creato dalla guerra per i Laboratori Batteriologici

per il M. E. Costantino Gorini

(Adunanza del 9 dicembre 1915)

Com'è noto, il peptone è uno degli ingredienti principali dei terreni nutritivi per la cultura dei batteri. La chimica ci insegna che i peptoni non sono tutti uguali, che la loro composizione varia di molto secondo l'origine e la natura del materiale proteico peptonizzato (carne, albumina, fibrina ecc.), secondo il processo di peptonificazione (vuoi per via chimica con acidi o con alcali, vuoi per via digestiva con enzimi peptici o pancreatici), ecc.

Tuttociò nei primordi della batteriologia era trascurato e si adoperavano indifferentemente peptoni di qualunque provenienza; bastava che lo sviluppo microbico si compiesse; cosa invero non difficile, dato che i batteri si adattano ad utilizzare i materiali nutritivi più disparati, e dato che, a compensare le eventuali deficienze di qualche tipo di peptone, venivano in aiuto altri ingredienti dei substrati culturali, fra cui in ispecie l'infuso di carne o l'estratto di carne che pure contengono proteidi solubili.

Ventidue anni or sono ho pubblicato una Nota (1), che fu riprodotta in lingua tedesca (2), la quale venne a mettere in guardia circa l'influenza della variabilità dei peptoni del commercio sul biochimismo batterico.

---

(1) Gorini C., *Sulla scelta dei peptoni per la diagnosi batteriologica del colera*. Giornale della R. Società Ital. d'Igiene, 1893, Anno XV, n.° 5.

(2) Gorini C., *Anmerkung über die Cholerarothreaktion*. Centralblatt für Bakteriologie ecc. 1893, Vol. XIII, p. 790.

In essa infatti ho dimostrato che, se il peptone contiene, come spesso accade, del glucosio, il vibrione colerigeno, pur sviluppandosi rigogliosamente, resta modificato nelle sue attività fisiologiche, rifiutandosi, fra l'altro, di produrre indolo; ne deriva che le sue brodoculture non dànno con l'acido solforico la reazione Bujvvid del rossoindolo, che è utilizzata come una delle caratteristiche differenziali del germe. Ho insegnato altresì il modo di controllare il peptone sotto questo riguardo.

Quelle ricerche, che trovarono eco e conferma in Italia e fuori, riacquistano ora un sapore di attualità di fronte a ciò che possiamo ben chiamare la crisi del peptone in causa della guerra.

Il peptone che, per le sue qualità buone e costanti, è stato fin qui più diffusamente impiegato nei nostri laboratori batteriologici è il *peptonum siccum* della Casa Witte di Rostock. Oggi, in seguito all'interruzione degli scambi commerciali colla Germania, esso è venuto a scarseggiare, per non dire a mancare affatto. Il difetto è tanto più sentito in quanto, a cagion della guerra e dei conseguenti pericoli di epidemie, i laboratori di batteriologia sono aumentati di numero e il fabbisogno in substrati peptonizzati sia per la diagnosi dei batteri patogeni sia per la preparazione di vaccini è grandemente accresciuto.

A sopperire alle urgenti numerose richieste sono entrate in scena parecchie sorta di peptoni, non tutti di origine nota nè di composizione rassicurante.

Saggiamente la Direzione Generale della Sanità Pubblica si è affrettata con apposita circolare ad ammonire che un peptone di marca francese è spiccatamente acido, per cui per essere usato nella diagnosi batteriologica del colera occorre che esso venga convenientemente neutralizzato, conoscendosi la squisita sensibilità del germe colerico verso gli ambienti acidi.

Ma non è questo al certo il solo peptone che sia comparso sul mercato: se ne offrono parecchi altri di derivazione straniera e taluno anche di produzione nostrale. Io ho avuto campo di saggiarne già diversi sia nei trapianti periodici della mia collezione batteriologica, sia nelle analisi di acque, sia in altre ricerche (1) ed ho constatato divari non indifferenti fra essi e il classico peptone Witte.

---

(1) Gorini C., *Ulteriori ricerche sull'attività proteolitica dei fermenti lattici. II. L'influenza del substrato.* Rend. R. Acc. Lincei, 1915, XXIV, pag. 470.

L'inconveniente dell'acidità è abbastanza comune, onde conviene stare sull'attenti, massime nelle analisi micrografiche delle acque, perchè essa ha influenza disgenesica sopra molti batteri e segnatamente sui germi acquatili che sono eminentemente alcalinofili; essa esercita inoltre influenza dannosa su molteplici manifestazioni vitali microbiche, come sulla cromogenia, sulla fluorescenza, sulla fluidificazione della gelatina e via dicendo.

Ma ho osservato pura ico che il difetto della reazione acida non è il solo nè il più grave da paventare, imperocchè ad esso si può agevolmente rimediare mediante una accurata neutralizzazione dei terreni nutritivi. Vi sono invece dei peptoni i quali, pur essendo corretti per rispetto alla reazione, e pur permettendo un fertile sviluppo microbico, ne alterano il comportamento fisiologico per modo da difficoltare o da traviare il riconoscimento di singole specie batteriche.

Sono particolarmente le funzioni di utilizzazione e di demolizione degli albuminoidi quelle che ho riscontrato più pregiudicate. Ad es., tipi di *Bacilllus Coli* che col peptone Witte arrivano all'indolo, con un peptone paesano si astengono dal produrlo, cosicchè non danno la reazione Kitasato del rossoindolo col nitrito potassico e coll'acido solforico.

Memore delle surricordate mie precedenti osservazioni intorno al vibrione colerigeno, argomentai che questa sorta di peptone fosse pure inquinata da glucosio; ma la prova col reattivo cuprosodico del Fehling diede esito negativo. Ecco adunque che ci deve essere qualche altra ragione, oltre all'acidità ed al contenuto in zucchero, per cui i peptoni diversificano fra loro e variamente influiscono sul biochimismo microbico.

Si potrebbe pensare alla presenza di altri idrati di carbonio o di glicerina, oppure di impurezze più grossolane.... basti il dire che trovai dei peptoni che non erano nemmeno completamente solubili, peptoni le cui soluzioni malgrado la filtrazione si conservavano torbide, altri che erano intensamente colorati in giallo rossastro (1). oppure che, massime sotto il riscaldamento, emanavano odori anormali, persino putridi.

(1) Il peptone Witte è bianco, e bianche sono pure alcune marche italiane di peptone che ho trovato molto migliori di altre consorelle giallastre. Debbo soggiungere però che sarebbe un cattivo giudicare i peptoni dal loro colore; io ho avuto tra mano un peptone giallo che, per rispetto alla diagnosi biochimica del vibrione colerigeno, si comportava pressochè come il peptone Witte; e viceversa ho controllato un peptone biancastro che non ha corrisposto affatto alle aspettative.

Ma anche prescindendo da mescolanze eterogenee, la causa del divario fra i peptoni può risiedere puranco nella loro composizione proteica intima. Il vocabolo *peptone* è molto vago; non tutti gli albuminoidi nè tutti i processi di peptonizzazione si prestano a dare i medesimi prodotti: vi sono dei cosidetti peptoni i quali risultano soltanto o quasi di sintonine, di albumosi, di propeptoni o di postpeptoni, cioè di altri termini meno o più avanzati di degradazione proteica; i peptoni ottenuti per digestione pepsinica sono dei derivati proteici meno semplici dei peptoni ottenuti per digestione tripsinica; la carne dà peptoni più complessi dell'albumina e della fibrina. Ora si sa che in massima il peptone è tanto più profondamente attaccato dai microbi quanto meno complessa è la sua molecola: per cui la produzione microbica dell'indolo, che è appunto fra i gradini più bassi nella regressione dei peptoni, sarebbe subordinata alla natura del peptone stesso secondo la sua origine e il modo di sua preparazione.

Altra funzione batterica che rinvenni alterata coll'uso di certi peptoni è la proprietà di acidificare o di alcalinizzare il brodo di cultura. È questa una proprietà preziosa per differenziare vari tipi di bacteri che stanno compresi nei due gruppi affini del *Bacillus Coli* e del Bacillo tifoso. Non saprei dire se anche quest'ordine di funzioni possa essere messo in rapporto col diverso stato dell'alimento azotato offerto ai batteri. Certo è che, se pensiamo all'importanza che nel momento attuale assume, accanto alla diagnosi batteriologica del colera, la diagnosi batteriologica di altre infezioni intestinali provocate da germi quali il Bacillo tifico e i vari Paratifi, la cui differenziazione fra loro e dal *Bacillus Coli* si fonda eziandio sui caratteri funzionali biochimici nelle culture, ben si intuisce la assoluta necessità di tener conto e di garantirsi delle qualità del peptone.

Senonchè, mentre certe proprietà dei peptoni quali l'acidità o il contenuto in zucchero sono agevolmente riconoscibili, altre proprietà che riflettono la loro intima costituzione proteica non sono suscettibili di preciso controllo, data la insufficienza dei mezzi attuali di identificazione dei singoli termini di proteolisi.

Unica garanzia che a questo riguardo potremo e dovremo esigere è di conoscere il materiale di origine (carne, albumina, fibrina ecc.) e il processo di preparazione del peptone (se per via chimica con acidi o con alcali o per via enzimatica pepsinica o tripsinica ecc.).

Io non credo che sia proprio necessario attenersi ad una

marca unica ed esclusiva di peptone preparata con un unico processo; i batteri sono di facile adattamento alla diversa composizione dei substrati nutritivi; purchè il peptone sia preparato con metodi razionali potremo trovarne di quelli che, al pari del peptone Witte, si prestino alla conservazione delle proprietà morfologiche, funzionali e biochimiche che sono caratteristiche di dati batteri. Ciò che importa è che un dato peptone abbia una sufficiente costanza ed una sufficiente purezza di composizione; per cui sembrami che non dovrebbe essere difficile preparare anche da noi dei buoni peptoni senza bisogno di ricorrere all'estero.

Riassunto. — Rievocando ricerche personali di ventidue anni addietro circa l'influenza della qualità del peptone sul biochimismo del vibrione colerigeno, ho creduto opportuno richiamare l'attenzione sopra la grande variabilità dei peptoni che oggi, in seguito alla interruzione dei rapporti commerciali colla Germania, si trovano sul mercato per la preparazione dei terreni nutritivi nei Laboratori di Batteriologia.

Ho controllato parecchie marche di peptoni ed ho trovato che alcuni, per la loro composizione, sono tali da alterare le manifestazioni funzionali dei batteri in guisa da renderne difficile la identificazione; e ciò con grave pregiudizio. fra l'altro, dell'analisi batteriologica dell'acqua, della diagnosi batteriologica del colera, del tifo e di altre malattie infettive.

Ritengo peraltro che non sia necessario adottare una marca unica di peptone; basta sceglierne un tipo che per la razionalità e la costanza del processo di preparazione dia garanzia di sufficiente purezza e uniformità di composizione, al che può ben provvedere l'industria nazionale, senza bisogno di ricorrere all'estero come finora si è fatto.

Laboratorio di Batteriologia della R. Scuola Superiore di Agricoltura di Milano.

L'OPERA FILOSOFICA DI AURELIO PELAZZA

Nota del S. C. prof. PIERO MARTINETTI

e del M. E. prof. GIUSEPPE ZUCCANTE

(Adunanza del 9 dicembre 1915)

Il dott. Aurelio Pelazza, professore di filosofia nel R. Liceo d'Aosta, richiamato sotto le armi come sottotenente di complemento, cadde il 19 luglio combattendo sulla fronte orientale della nostra guerra. Il Colonnello del suo Reggimento ne loda, in una lettera, il sapere, gli elevati sentimenti patriottici, lo spirito militare, e ne esalta la morte gloriosa. Il Pelazza avea fatto i suoi studi di filosofia nella nostra regia Accademia scientifico-letteraria e in questa s'era laureato con lode non molti anni or sono, dando, subito dopo, della sua larga e profonda dottrina, del vivido e forte ingegno prove cospicue, in lodate pubblicazioni di storia filosofica, sicchè con legittimo orgoglio prevedeano i maestri che fra non molto il valoroso giovane avrebbe vinto con onore una cattedra universitaria. Ma il fervido cuore, l'illuminato patriottismo, la forte tempra, pur in corpo non robusto, lo chiamavano ad altro destino! Al qual proposito sia lecito qui riferire questo brano d'una lettera ch'egli scriveva al fratello l'11 luglio, il giorno prima che partisse per il luogo donde non doveva tornare. « Quando tu riceverai questa mia, io sarò già partito per la frontiera. Ho creduto bene di nascondere a mamma la verità. Le scrissi solo che parto per Verona. Tu fa conto, scrivendole, di non saperne di più. Spero che le fatiche della guerra non siano intollerabili per le mie forze. Date le condizioni poco floride della mia salute, avrei potuto, come tanti, essere dispensato da questa prova. Non ho voluto. Di due fratelli, impiegati del governo, è giusto che almeno uno faccia il suo dovere di soldato. Io so che per tutta la vita mi sentirei un individuo

spregevole, se avessi preso una decisione contraria. « Giunto è il dì nostro e vincere bisogna ». Dio accresca le mie forze e benedica le nostre armi ».

Con tali spiriti, con tali intenti, che rivelano una semplice e serena grandezza, affrontava il Pelazza la prova suprema. Onore a lui! Onore a questo forte studioso, che fu insieme un vigoroso assertore dell'ideale della patria fino al sacrificio della vita, e un animo nobilissimo, pieno di bontà e di dolcezza.

Ma qui, in quest'aula sacra alla scienza, i maestri devono dire solo dello studioso: con paterna pietà essi metteranno nella luce che merita l'opera di questo discepolo dilettissimo, rapito anzi tempo alle loro speranze e alla scienza.

Le opere che il Pelazza ha lasciato sono di carattere storico: ma il pensiero, che le informa, è costruttivo e critico. Egli non è stato servile espositore di dottrine straniere: la sua indipendenza è già messa in rilievo dal fatto che i sistemi filosofici da lui esposti e combattuti, con senso di benevola tolleranza e col proposito di metterne equamente in luce le deficienze come gli aspetti più vitali e profondi, appartengono alla corrente più lontana dal suo pensiero. I nomi del Shadworth Hodgson, dell'Avenarius e dello Schuppe ci riconducono a quella forma di naturalismo e di empirismo che è l'ultima e più alta incarnazione dell'indirizzo naturalistico: il medesimo pensiero, che negli strati più superficiali ha dato origine alle varie forme di prammatismo empiristico, si approfondisce per opera loro in sintesi originali e geniali, e si sforza di dare alla visione naturalistica delle cose un fondamento gnoseologico, adeguato alle esigenze del più sottile pensiero critico. Le diverse forme di questo naturalismo raffinato concordano in un punto: in quanto vogliono essere analisi e ricostruzione dell'esperienza; in quanto, cioè, ripudiando il dogmatismo grossolano del naturalismo comune, il quale finisce sempre, più o meno esplicitamente, per assumere i dati dell'esperienza esteriore come dato assoluto, vogliono darci la genesi di quest'esperienza medesima. L'empirismo fisico e fisiologico cede il posto ad una nuova forma di empirismo psicologico: non la coscienza è un risultato del mondo fisico, ma il mondo fisico e il mondo psichico del pari risultano dalle azioni e reazioni di elementi, la cui ambigua natura è però più vicina all'unità elementare di coscienza che non all'atomo fisico. Questa nuova filosofia vuole essere un empirismo radicalmente subbiettivo, un tentativo di elevarsi fino all'esperienza vera e genuina (la così detta *esperienza pura*), dalla quale solo attraverso un lungo

processo di elaborazione ha origine l'esperienza comune, che è poi l'esperienza del fisico e del naturalista.

Essa muove guerra a tutti i presupposti, a tutti gli assiomi, anche i più essenziali e fondamentali: vuole, rinnovando più radicalmente il dubbio metodico di Descartes, restaurare nella filosofia quel « concetto naturale del mondo » che è il dato nella sua purezza. Ciò non toglie però che, per una via o per un'altra, anche questo naturalismo fenomenistico ricada nel naturalismo materialistico; od almeno soggiaccia all'errore di ogni esplicazione naturalistica, che sta nel voler derivare dal meno il più e nello scambiare la semplice descrizione dei momenti successivi d'un processo per un'esplicazione genetica. Contro questo larvato naturalismo è appunto diretta la critica sottile e sagace del Pelazza; i tre filosofi sopra nominati sono da lui considerati come i rappresentanti tipici d'un indirizzo che ha esercitato una salutare azione negativa e purificatrice, in quanto ha eliminato problemi e presupposti che la metafisica accoglieva da secoli senza fondamento; ma che si è mostrato, come ogni altra forma di naturalismo, assolutamente impari alla ricostruzione ed alla soluzione dei problemi filosofici essenziali.

Già nel primo e più breve scritto sull'Hodgson il Pelazza dichiara di prenderne in esame le dottrine, appunto in quanto egli può venir considerato come uno degli ultimi e più eminenti rappresentanti del naturalismo: appunto per ciò, negligendo gli sviluppi accessori, egli mette in luce il procedimento fondamentale del suo pensiero, che sta nel postulare tacitamente, negli elementi del reale, tutto ciò che dovrebbe essere derivato dalle loro combinazioni ed azioni reciproche, nel « fare di ogni sensazione un soggetto in miniatura »; e mostra benissimo come in ultimo, cedendo alle esigenze interiori del suo pensiero, ponendo la coscienza come l'indice delle reazioni cerebrali e la serie fisica non come condizione, ma come causa della serie psichica, egli riesca ad un esplicito materialismo. (*La metafisica dell'esperienza*. Bergamo, 1907, p. 56-57).

Più esteso e più completo è, sotto ogni rapporto, il secondo scritto del Pelazza, che ha per oggetto la filosofia dell'esperienza pura di Riccardo Avenarius (*Riccardo Avenarius e l'empiriocriticismo*, Torino, Bocca, 1909). In esso egli ci dà ampie notizie anche intorno ad espositori e discepoli, come il Petzoldt, ed intorno a pensatori di tendenze affini, come il Mach ed il Cornelius. Anche l'opera dell'Avenarius è un tentativo di dare al positivismo una base gnoseologica: anch'egli si propone come problema quello che per il positivismo comune

era stato il punto di partenza: l'esperienza. L'esperienza comune e scientifica è, per chi l'analizzi, un tessuto di implicazioni, di asserti, di costruzioni che l'esperienza stessa non giustifica: compito della filosofia è quello di seguire a ritroso questa generazione dell'esperienza fino all'*esperienza pura*, di reintegrare quel « concetto naturale del mondo », che è alterato nel pensiero comune e nella filosofia tradizionale da interpretazioni arbitrarie. Quale è il contenuto sommario di questa « esperienza pura »? L'Avenarius elimina come complicazioni artificiose ed arbitrarie gli asserti dell'esistenza d'un io, d'un mondo di oggetti per sè esistenti, d'un principio metafisico sottostante alle cose: la realtà non è se non quello che l'esperienza sagacemente esaminata ci presenta: vale a dire un complesso di elementi che, attraverso a fluttuazioni innumerevoli, tendono a costituire un sistema più stabile che sia possibile. Questi elementi non sono già sensazioni o rappresentazioni: l'empiriocriticismo insiste nel differenziarsi da ogni forma di idealismo: essi sono elementi che diventano poi fisici o psichici, secondo che entrano a far parte di questo o di quell'aggruppamento nell'esperienza. Il diverso aspetto che gli elementi assumono nell'esperienza risulta dalla loro « caratterizzazione », che nell'empiriocriticismo corrisponde all'elaborazione formale del criticismo. Ma in tutte le loro variazioni e diversificazioni gli elementi dell'esperienza si possono considerare come condizionati dalle variazioni d'un gruppo particolare, che perciò assume in essa un posto centrale ed un'importanza cardinale: questo è costituito dalle modificazioni cerebrali. La tendenza dell'esperienza alla stabilità interiore si può quindi considerare come il riflesso della tendenza dell'organismo cerebrale all'equilibrio costante. La critica dell'esperienza pura è lo sviluppo di quest'ipotesi in tutti i suoi particolari: essa si propone di classificare e determinare tutte le modificazioni dell'esperienza, in quanto esse sono dipendenze funzionali del sistema cerebrale, nella sua tendenza all'equilibrio perfetto: la ricca e delicata molteplicità della vita spirituale è ricostruita su questa base con una ricchezza di osservazioni, una potenza di analisi, una genialità di penetrazione che fanno dell'opera dell'Avenarius un capolavoro immortale. Il Pelazza segue quest'analisi nelle sue linee essenziali e ne dà un fedele e chiarissimo riassunto; l'esposizione sua precisa, completa e profonda non è piccolo merito, se si considera l'oscurità della « Critica dell'esperienza pura », resa anche maggiore dalla terminologia nuova e strana. Anche la critica della concezione

dell'Avenarius è condotta con sagacia e chiarezza: il giudizio sui continuatori dell'opera dell'Avenarius (p. 114-115) è, nella sua equità, un giudizio definitivo.

Le stesse doti di finezza e di precisione nell'analisi, di sicurezza e di larghezza nell'informazione, rifulgono nell'opera sulla filosofia di Guglielmo Schuppe, che è l'ultimo e più esteso lavoro del Pelazza (*Guglielmo Schuppe e la filosofia dell'immanenza*, Milano, Libreria editrice milanese, 1914). Anche qui egli ci dà notizie, oltre che del pensiero del fondatore della filosofia dell'immanenza, anche di quello dei suoi continuatori e discepoli, come lo Schubert Soldem, il Kaufmann, il Rehmke. In questo scritto noi troviamo anche più chiaramente espresso il deciso orientamento idealistico del pensiero suo personale: della filosofia dell'immanenza il Pelazza accetta il principio primo, che è quello dell'identità dell'essere e del conoscere (p. 9). Egli riconosce in questo punto giustamente il grande merito del Berkeley, del quale rileva anche il difetto fondamentale: l'avere, cioè, negletto il problema del valore universale ed obbiettivo della conoscenza. (p. 13-14). Kant ha avuto di fronte a Berkeley il grande merito d'aver posto e risolto questo problema; ma ha errato, d'altra parte, con la sua esitanza a riconoscere il carattere nettamente idealistico delle sue dottrine e con le sue oscillazioni rispetto all'ambiguo concetto della cosa in sè. In accordo con i filosofi dell'immanenza, il Pelazza analizza acutamente le dottrine dell'indirizzo, che egli chiama « monismo metafisico », e che consiste nel riguardare i due dominii, apparentemente opposti, del pensiero e dell'essere, come aspetti d'una realtà fondamentale, in cui scompare ogni opposizione. Ad essa egli contrappone la teoria del monismo gnoseologico — che è quello della filosofia dell'immanenza —, secondo la quale il pensiero e l'essere, il soggetto e l'oggetto, non sono due realtà o due aspetti diversi di realtà, ma due momenti astratti, inseparabili sempre, di quell'unica realtà, che è la realtà cosciente. Con molta chiarezza il Pelazza mostra quindi, sulle orme dello Schuppe e dell'Avenarius, quanto errata sia la dottrina della soggettività delle sensazioni: la dottrina dell'immanenza, che ripudia la distinzione fra il processo subbiettivo del sentire e la cosa sentita, ritorna qui alla semplicità della coscienza ingenua, che non fa alcuna distinzione fra la sensazione, come cosa sentita, e la sensazione, come processo di coscienza (p. 65-66). Pregevolissima è l'esposizione sommaria della logica dello Schuppe: notevole specialmente la trattazione del problema della « cosa », che lo Schuppe ha per primo messo in evidenza.

Il Pelazza riconosce tuttavia nella dottrina dello Schuppe gravi deficienze, le quali procedono specialmente dal suo radicale empirismo e dal suo concetto dell'io generico, nel quale egli si rifiuta di vedere una realtà trascendente, ed i suoi seguaci non vedono che una funzione necessaria. Giustamente il Pelazza rileva la contraddizione che vi è tra le premesse radicalmente idealistiche e le conclusioni empiriche della sua filosofia: la dottrina dello Schuppe è in fondo, sotto questo rispetto, « una specie di naturalismo idealistico che del vecchio naturalismo ripudia la materia, ma ne accetta le conseguenze più gravi ». Noi non possiamo che aderire a questo giusto ed incisivo giudizio, come all'affermazione eloquente dei diritti dello spirito e della immortalità sua nell'individuo, che il Pelazza ha contrapposto, nelle ultime pagine del suo scritto, alle dottrine dello Schuppe, e che rimane a noi come il suo testamento filosofico e l'espressione ultima delle sue nobili convinzioni interiori.

L'unico scritto nel quale il Pelazza esponga direttamente il pensiero suo. è quello sulla concezione meccanica della natura (*La reazione odierna contro la concezione meccanica della natura*, Palermo, Sandron, 1911), del quale il Varisco rileva giustamente l'alto merito. In fondo però anch'esso ha carattere critico: in quanto in esso l'autore prende in esame, da un punto di vista più ampio, quella stessa corrente di cui l'empiriocriticismo e la filosofia dell'immanenza sono manifestazioni particolari: il risorgere del vitalismo nella biologia e le preoccupazioni gnoseologiche della fisica attuale sono da lui giustamente considerati come indici significativi della reazione idealistica contro le forme più recenti e larvate del naturalismo. Nella prima parte del suo lavoro l'autore critica non soltanto l'evoluzionismo meccanico dello Spencer, ma anche coloro che considerano l'ipotesi meccanica come un'ipotesi provvisoria, una costruzione scientifica che ha il valore d'un semplice metodo di lavoro.

Riattacandosi decisamente alla dottrina finalistica, il Pelazza propugna la necessità d'introdurre anche nella biologia il concetto di fine; e nello stesso tempo rileva e corregge ciò che di filosoficamente insostensibile è nelle dottrine dell'attuale neovitalismo. Nella seconda parte l'autore mette in rilievo, sulle orme del Mach e del Poincaré, l'insufficienza della concezione meccanica nella stessa applicazione dei fenomeni fisici; e rigetta egualmente i tentativi di sostituirvi una concezione energetica nel senso metafisico in cui la formulò, p. e., l'Ostwald.

Ma nemmeno egli si arresta alla nuova forma di nominalismo vigente tra i fisici nel momento attuale, secondo cui la scienza non avrebbe altro oggetto che di rappresentare, con modelli appropriati di carattere provvisorio (e spesso in contraddizione fra loro), le diverse categorie di fenomeni. La scienza può essere libera di servirsi di questi strumenti d'indagine; ma questi debbono essere considerati come impalcature provvisorie, dietro le quali dovrà sorgere tosto o tardi un nuovo edifizio su fondamenta più profonde e più solide che non fossero quelle del vecchio edifizio (p. 45-46). La terza parte è un esame sommario e riassuntivo della filosofia dell'esperienza pura, che l'autore considera come il coronamento e la sistemazione di tutto questo processo di semplificazione empirica, ricorrente, sotto forme diverse, nel pensiero scientifico e filosofico attuale. Egli considera questo movimento con simpatia, in quanto conduce all'eliminazione sempre più completa delle vecchie entità assolute; ma non vuole giustamente vedere in esso che il momento negativo d'un processo, il quale implica necessariamente il momento positivo della ricostruzione (p. 69-70).

Tale è nelle sue linee essenziali l'attività esplicata dal Pelazza nel campo degli studi filosofici. Nella sua sincerità e modestia il Pelazza ha riconosciuto che « prima di voler demolire o criticare è doveroso studiare e capire » (*G. Schuppe*, Pref.): perciò lo svolgimento del suo pensiero ha rivestito la forma d'una serie di studi storici e critici. Ma essi non sono monografie superficiali o ripetizioni servili: essi rappresentano il primo momento dello svolgimento organico d'un pensiero che prometteva una fioritura originale e ricca. Tanto più dobbiamo quindi noi, che a questi inizii nobilissimi abbiamo assistito e partecipato col cuore di amici e di maestri, piangere amaramente la scomparsa immatura di questo vivido ingegno, che avrebbe dato in seguito frutti sempre più sostanziosi e vitali.

ULTERIORI ESPERIMENTI
SULLA DURATA DELLA IMMUNIZZAZIONE PASSIVA
PER IL TETANO

Nota del S. C. prof. GIUSEPPE SORMANI

(*Adunanza del 9 dicembre 1915*)

All'inizio delle ostilità belliche, sul principio dello scorso giugno, il concetto di una profilassi del tetano non erasi ancora chiaramente delineato.

L'Ispettorato della Sanità Militare aveva bensì con lodevole sollecitudine preordinata in tempo utile la produzione di notevoli quantità di siero antitetanico; ma con saggia prudenza lasciava ai singoli chirurghi di farne libero uso, tanto a scopo curativo, quanto a scopo profilattico.

In tempo di pace i chirurghi *principi* operano asetticamente; e non si preoccupano del tetano, (fatta eccezione pei chirurghi zooiatri).

La grande categoria poi dei medici e chirurghi comuni si occupano del tetano soltanto quando si trovano davanti al cliente già tetanizzato.

Ecco perchè, nel giugno scorso, quando giunsero a centinaia i primi feriti dal Monte Nero, dal Monte Kukko e dal Monte Sabotino, nei nostri Ospedali di riserva, il concetto di una *profilassi del tetano* non si presentava per tutti con indicazioni precise.

Il siero antitetanico è di difficile e costosa produzione, e perciò dev'essere adoperato soltanto quando ne è bene indicato il suo uso, evitando ogni sperpero; poichè si tratta di una medicina assai preziosa, specie poi in tempo di guerra.

Era però nella convinzione generale, che non appena si presentasse il primo cenno del trisma o dell'opistotono, si dovèsse iniettare sollecitamente e generosamente.

Tuttavia dopo 25 anni di applicazioni il siero antitetanico non ha potuto superare la prova di dimostrarsi efficace curativo. Vedremo ora se supererà quella di dimostrarsi efficace profilattico.

Durante il mese di giugno scorso furono trasportati a Pavia dai treni attrezzati e della Croce Rossa, 1097 militari ammalati, di cui 839 feriti, raccolti sul campo di battaglia.

Nella grave responsabilità di Direttore dell'Ospedale di Riserva, mi proposi di aver sempre a disposizione dei chirurghi quantità sufficienti di siero antitetanico; (il quale, a dir vero, mi venne a mancare una sola volta, fra gli ultimi di giugno ed i primi di luglio), e perciò fissai la mia attenzione su ogni caso di tetano denunciato o sospetto. E per risolvere i dubbi che ancora tormentavano il mio pensiero, dinanzi alla grave responsabilità, intrapresi in Laboratorio d'Igiene una serie di ricerche sul tetano negli animali di laboratorio.

Esperimenti ed osservazioni camminando concordi, alla fine del mese di giugno la visione del problema si era già rischiarata: la mia opinione era già stabilita, tanto che ne feci argomento di una comunicazione a questa assemblea nella seduta del 1° luglio. (Sulla profilassi del tetano per mezzo della immunizzazione passiva. Rendiconti: adunanza del 1° luglio).

Ai risultati sperimentali si associavano concordemente i fatti osservati nell'Ospedale.

Questi mi avevano insegnato, che dei 6 casi di tetano insorti fra i militari ricevuti negli Ospedali di Pavia nel primo mese di funzionamento (dal 6 giugno al 6 luglio) 4 erano guariti (1), e 2 erano morti (2): I guariti avevano ricevuta almeno una iniezione preventiva, mentre nei due che morirono, le iniezioni antitetaniche erano state soltanto curative, *nessuna preventiva.*

Dall'esperimento sulle cavie ho inoltre appreso, che l'iniezione preventiva, non solo rende più facilmente guaribile l'accesso tetanico provocato, ma che può impedire anche qualunque iniziale manifestazione di accesso tetanico.

Ma questi risultati, un po' scarsi per essere portati come fondamento all'esercizio pratico, dovevano essere confermati. Perciò continuai l'osservazione e ripresi l'esperimento, con poche varianti.

---

(1) Dagnino - Cattaneo - Tadei - Albuzzo.

(2) Novaro - Emiliani.

Nell'esperimento del giugno io aveva iniettato in ciascuna cavia $\frac{5}{10}$ di centimetro cubico di siero antitetanico.

Ho ripetuto in luglio una seconda volta l'esperimento, iniettando alle cavie, non più $\frac{5}{10}$, ma soltanto $\frac{2}{10}$ di C. C. di siero.

Ho ripetuto poi la stessa prova in agosto, iniettandole con $^{10}/_{10}$ di C. C.; facendo poi sempre uso della stessa quantità di coltura tetanica virulenta, per comprovarne l'azione.

Per dare più chiara ed evidente notizia dei risultati ottenuti, li traduco sotto forma di diagramma indicando nella figura.

a) con le *ordinate* la quantità di siero antitetanico iniettata in decimi di centimetro cubo (traducibili in unità immunizzanti).

b) con le *ascisse* la serie dei giorni in cui si eseguiva l'innesto del virus tetanico, e l'esito ottenuto.

Il tracciato della figura, comprendente i risultati delle tre serie di esperimenti, schematizzata, ci dimostra nel quadro complessivo il seguente diagramma (1), dal quale si ricava che:

Le quantità di siero antitetanico di $\frac{2}{10}$ di C. C., immunizzarono in modo sicuro le cavie per i primi 6 giorni, ed in modo incerto per altri 4 giorni successivi. L'azione immunizzante risultò cessata dall'11° giorno in poi.

Le quantità di $\frac{10}{10}$ ossia un intiero C. C. di siero, immunizzò sicuramente per 10 giorni; in modo incerto dall'11° al 16°, e cessò dal 17° giorno in avanti.

I dati conseguiti nell'esperimento del giugno, essendosi ottenuti con quantità intermedie di siero, si trovano logicamente collocati nella posizione intermedia del diagramma. Vaccinazione sicura per 8 giorni, incerta per altri 4 giorni, cessata dal 13° giorno in avanti.

Dai fatti esposti risulta dimostrato, che l'iniezione preliminare del siero antitetanico, produsse un'azione immunizzante che durò da un minimo di 6 giorni ad un massimo di 16 giorni, e determinò nell'organismo delle cavie gli effetti benefici della resistenza al virus tetanico inoculato ad arte.

(1) Il diagramma per semplificazione si è qui ommesso.

La durata di questa azione, fu direttamente proporzionale alla quantità del siero iniettato.

Vediamo ora se pure una simile azione protettiva fu confermata dall'ulteriore osservazione dei nostri feriti in guerra.

Nell'Ospedale militare di Pavia dai primi di luglio fu da me espresso il consiglio, a tutti i capi reparto di chirurgia, di richiedere alla Direzione il siero antitetanico e di iniettarlo in giornata a tutti quei feriti, che al loro ingresso nel nostro Ospedale non ne fossero ancora stati trattati negli ospedali precedenti.

Questo consiglio fu eseguito da tutti con pieno scrupolo.

Nei 5 mesi successivi cioè dal 7 luglio al 7 dicembre sono giunti nell'Ospedale di riserva di Pavia altri 9000 militari infermi dal fronte, o da ospedali intermedi; e fra questi furono non meno di 5000 i feriti. Se il tetano avesse dovuto continuare a mostrarsi in questi 5 mesi, come si mostrò nel primo periodo del mese di giugno, in proporzione del numero dei feriti, avremmo dovuto contare in Pavia 35 casi di tetano. e 12 morti.

Invece i tetanici in questi 5 mesi si ridussero ad 8 soli.

Questi otto tetanici avevano avuta tutti l'iniezione preventiva; di questi 5 guarirono (1), e questo esito fu secondo le previsioni; ma gli altri 3 morirono (2).

Il perchè di questo risultato dev'essere precisato così: Due di questi (Carnevali, e Cargnino) furono vittima, più che del tetano, di una estesa gangrena, che aveva colpito nell'uno il braccio, nell'altro il dorso. Il terzo poi, che fu il soldato Rizzo, calabrese, era stato ferito il 17 agosto al braccio destro, non giunse a Pavia che il 24 agosto, da Cividale, mentre non gli era ancora stato iniettato siero antitetanico. Qui fu subito iniettato il 24 agosto stesso al momento dell'arrivo. Ma ormai disgraziatamente era troppo tardi.

Il 25 agosto al mattino comparvero i primi sintomi del tetano, ed il 26 morì.

Questo caso rientra adunque piuttosto nel novero di coloro, che non ebbero l'iniezione preventiva, certo per colpa non nostra.

Dunque la misura dell'iniezione profilattica applicata a tutti i feriti, dai primi di luglio in poi, contribuì senza dubbio a diminuire di tre quarti il numero dei tetanici nei nostri Ospedali.

---

(1) Lanzi - Formenti - Tecchi - Corri - Ravelli.

(2) Rizzo - Cargnino - Carnevali.

Con questo mezzo, che sembra accettato ormai dalla generalità dei chirurghi del nostro Esercito, si può avere la convinzione scientifica di scongiurare per l'avvenire la complicazione del tetano. rimuovendo questa spaventosa complicazione, che per il passato tanto gravemente incombeva sui feriti in guerra.

Anche in questo, come in cento altri casi, il trionfo della chirurgia non è altro che una esatta applicazione dei sapientissimi insegnamenti dell'Igiene.

Bisogna però sistematizzare questo provvedimento igienico-chirurgico in modo, che tutti i feriti possano avere fin dai primi giorni questa iniezione profilattica, in tempo utile ed in dose sufficiente.

Per evitare poi che sopravvenga un inutile eccesso in senso inverso, bisognerà studiare un segno facile, certo e duraturo, che attesti nell'individuo dell'iniezione eseguita.

E se per tale scopo vi fosse timore che il siero potesse scarseggiare, il Ministero della guerra, onde il siero antitetanico non venisse mai a mancare, dovrebbe destinare agli Istituti sieroterapici un numero di cavalli sufficiente a tutti i bisogni.

Un'ultima parola.

Il siero antitetanico è fratello del siero antidifterico. Ambedue sono figli di Behring.

Ma il siero antidifterico ha involontariamente danneggiato fin'ora il suo fratello minore.

Il siero antidifterico fu adoperato subito, e con grande giovamento per l'umanità, più come mezzo curativo, che come mezzo preventivo.

Parve che così dovesse avvenire anche per l'antitetanico. Ma per quanto, da 25 anni questo pure siasi tentato a tale scopo, il più delle volte ha fallito.

Ci voleva la guerra per farci capire che il siero antitetanico dovesse essere impiegato, più *a scopo profilattico*, che a scopo curativo.

Ci volevano anche gli esperimenti sugli animali, per mettere in netta luce la precisione e l'evidenza di questo fatto. Senza la guerra sono ben rare le occasioni per esperimentarlo a tale scopo nell'uomo.

Senza gli esperimenti sugli animali il fenomeno sarebbe fin'ora stato intuito, ma non dimostrato.

Ma quando gli esperimenti sugli animali e le osservazioni sull'uomo collimano, la *dottrina è sicura*.

L' « ABDICATIO TUTELAE » E BGU. 1113

Nota del prof. Siro Solazzi

(Adunanza del 9 dicembre 1915)

Fra l' « abdicatio tutelae » e le « excusationes » vi è incompatibilità assoluta: quella indica che il tutore testamentario è libero di accettare la tutela deferitagli, mentre il regime delle « excusationes » importa che la tutela sia obbligatoria per chi non abbia ragioni di esenzione e non le faccia valere nei termini e nei modi stabiliti. Questa, che è una verità certa ed intuitiva, sembra voler divenire ad opera di romanisti e di papirologi la base di false dottrine.

Falsa è la teoria che il sistema delle « excusationes » nel diritto classico non si applicasse ai tutori testamentarii.

Primo a bandirla fu il Girard (1): « il sistema delle scuse è all'epoca di Giustiniano comune a tutte le tutele; ma, supponendo nel tutore un' obbligazione di accettare la tutela e di perdurarvi, non ha potuto applicarsi nel diritto classico ai tutori testamentarii, che sembra abbiano avuto il diritto di declinare la tutela (*abdicare*) a lor talento (Ulp. *Reg.* XI, 17) ». Ora il Rabel (2) esprime la stessa opinione: « alla tutela Atiliana si associa l' idea che sia un dovere civico, cui si è costretti dall'autorità, salvo motivi di scusa che debbono essere provati; invece il tutore testamentario può rifiutare e questa *abdicatio* è oggi attestata da BGU. 1113 ».

Dal « Manuel élémentaire » ai « Grundzüge » l'idea che la tutela testamentaria per tutta l'epoca classica sia stato un ufficio volontario conquisterà forse le scuole di qua e di là del Reno: prima che valichi le Alpi, gioverà vederne il fondamento.

---

(1) *Manuel élémentaire de droit romain*[5], p. 209.

(2) *Grundzüge d. röm. Privatrechts* (nella *Enzyklopädie* di Holtzendorff e Kohler, 7ª ediz., 1915), I, p. 424.

***

Io trovo applicate le « excusationes » alla tutela testamentaria nei passi seguenti: *Vat.* 147 (ULP. *l. de excusat.*); 156 (ID.); 172 (PAUL. *l. 2 sent.*); 173 *a* (ULP. *l. d. off. pr. tutel.*); 178 (ID.); 202 (ID.); 205 (ID.); 211 (ID.); 222 (ID.); 223 (ID.); PAUL. II. 29; D. 26. 2. 11 § 1 (ULP. 37 *ad Sab.*); 28 pr. (PAPINIAN. 4 *resp.*); 29 (PAPINIAN. 15 *resp.*); 27. 1. 2 pr. (MODEST. 2 *excusat.*); 10 § 4 (MODESTIN. 3 *excusat.*, che riferisce una costituzione di Severo ed Antonino); 13 pr. (MODEST. 4 *excusat.* che si richiama ad altra costituzione degli stessi imperatori); 13 § 1 (ID.); 13 § 12 (ID. che qui pure allega un rescritto degli imperatori sopra citati); 16 (MODEST. 2 *resp.*); 23 § 1 (ULP. 2 *resp.*); 27 (MARCIAN. 5 *regul.*); 28 § 1 (PAPINIAN. 5 *resp.*); 30 § 3 (ID.); 31 § 1 (PAUL. 6 *quaest.*); 36 pr. (ID. 9 *resp.*); 37 (SCAEVOLA 2 *resp.*); 45 pr., § 1, § 3 (TRYPHONIN. 13 *disputat.*); 31. 1. 69 § 2 (PAPINIAN. 19 *quaest.*); 34. 9. 5 § 2 (PAUL. 1 *de iure fisci*); 37. 14. 3 (MARCIAN. 2 *inst.* con citazione di Severo ed Antonino); 40. 5. 41 § 2 e 3 (SCAEVOLA 4 *resp.*); C. 5. 29. 1 (ALEXANDER — a. 224) (1); 6. 37. 8 (ANTONINUS — a. 216).

Una più attenta lettura delle fonti potrà accrescere questo elenco; esso intanto prova l'esistenza delle « excusationes » per la tutela testamentaria dal tempo di Settimio Severo, regnando il quale Q. Cervidio Scevola avrebbe scritto i « libri responsorum ». La dottrina del Girard e del Rabel non si può sostenere. Ma d'altra parte sembra inconcepibile che nel pieno vigore delle « excusationes » Ulpiano continui ad ammettere l'« abdicatio » della tutela testamentaria.

Liber sing. regularum XI. 17 — Si capite deminutus fuerit tutor testamento datus, non amittit tutelam: sed si abdicaverit se tutela, desinit esse tutor: abdicare autem est dicere nolle se tutorem esse. In iure cedere autem tutelam testamento datus non potest: nam et legitimus in iure cedere potest, abdicare se non potest.

Schol. Sinait. XVIII. 48 — .... Atilianos ἐπίτροπος οὔτε ἀφίστασθαι δύναται οὔτε in iure cedere.

(1) Ometto C. 5. 62. 6 (ALEXANDER — a. 224), perchè « aut testamentum parentis » vi è interpolato per la ragione da me indicata in *Tutele e curatele*, p. 48 (= *Rivista ital. di scienze giuridiche*, 54, p. 35).

***

Ecco come il Rudorff (1) metteva d' accordo l' « abdicatio » ulpianea con le « excusationes ».

' Questo diritto dell' « abdicatio » sembra si riferisse solo alla tutela muliebre, poichè il tutore testamentario del pupillo deve, se non vuole assumere la tutela o se vuole deporre quella già assunta, avere una « iusta causa excusationis » e farla valere giudizialmente entro il termine, cosicchè essa ordinariamente non può essere usata per una tutela già assunta.

Parla anche in favore di tale opinione l'analogia dell' « in iure cessio », che Ulpiano non avrebbe potuto congiungere con l' « abdicatio », se anche questa non si fosse egualmente riferita soltanto alla tutela del sesso (2); come pure la circostanza che la tutela dei pupilli, di cui il tutore deve render conto, non potrebbe essere deposta così a proprio talento.

Infine in questo modo si spiega che solo Cicerone (*ad Att.* VI. 1. 4) (3) ed Ulpiano ricordino l' « abdicatio », ma non se ne trovi più alcuna traccia nella compilazione giustinianea '.

Le ragioni allegate dal Rudorff non sono tutte egualmente plausibili: il silenzio della compilazione giustinianea si capirebbe, anche se al tempo di Ulpiano i tutori degli impuberi avessero potuto « abdicare »; l'argomento che la tutela dei pupilli non possa essere deposta arbitrariamente è una petizione di principio, dovendosi appunto dimostrare se al tempo del giureconsulto vigeva il regime dell' « abdicatio » o quello schiettamente antitetico delle « excusationes ». Ma l'ipotesi rudorffiana evitava l'antinomia fra il passo delle *Regulae* e gli altri passi di Ulpiano che, insieme coi testi di Scevola,

---

(1) *Vormundschaft*, I, p. 311 sgg.

(2) Della « pupillorum tutela » già al tempo di Gaio non era permessa la cessione « quia non videtur onerosa, cum tempore pubertatis finiatur » (I. 168). Che questa ragione sia falsa è notato anche dal Karlowa, *Röm. Rechtsgeschichte*, II, p. 300. Pel divieto di cedere la tutela dell' impubere cfr. anche Ulp. XI. 8; XIX. 11

(3) « Itaque aut tutela cogito me abdicare aut, ut pro Glabrione Scaevola, fenus et impendium recusare ». La frase è metaforica, chè Cicerone non aveva da gerire una tutela ma per le raccomandazioni di Attico avrebbe dovuto cercare l' esazione dei crediti di Bruto: sicchè per l' efficacia dell' immagine non sarebbe necessario che l' « abdicatio » valesse anche nella tutela degli impuberi.

Trifonino, Papiniano, Paolo, Marciano, Modestino e le costituzioni imperiali, riconoscevano al tutore testamentario le « excusationes »; e deve essere piaciuta alla generalità dei romanisti, poichè tutti, ad eccezione del Girard, ammettono in diritto classico le « excusationes » anche per la tutela testamentaria e non badano allo scoglio insuperabile che si leverebbe contro, se Ulp. XI. 17 dovesse affermare il diritto all'« abdicatio » anche pel tutore del pupillo.

Perchè la fortuna della conciliazione esposta dall'antico professore di Berlino sembrasse destinata a tramontare, occorreva la pubblicazione di un documento della collezione berlinese di papiri. Il Mitteis, accogliendo nella sua Crestomazia (n. 169) il BGU. IV. 1113, ha osservato: « der Papyrus widerlegt die Meinung, dass es bei einer testamentarischen Vormundschaft keine abdicatio a tutela gibt (Rudorff, Vormundsch, I. 311) ». E, come abbiamo visto, il Rabel ha la stessa opinione (1).

Il significato del papiro è chiaro.

(Ἔτους) ις Καίσαρος Τῦβ[ι]ς
Πρωτά[ρχ]ῳ
παρὰ Λ[ουκιου Πομπωνίο]υ Λουκίου υἱο[ῦ Ῥού]φου φυλῆς Πολλία καὶ παρὰ
[Μ]άρκου Κοττίου Ἀττικοῦ. Ἐπεὶ ὁ τοῦ Λουκ[ί]ου Πομπωνίου πατὴρ
5. *Λούκιος Πομπώνιος δι' ἧς ἔθετο τελευτῶν Ῥωμαικῆς διαθή-*
κης ἀπέλιπεν τὸν Μᾶρκον Κόττιον Ἀττικὸν καὶ ἔτι Κανολήιον
τοῦ ἑαυτοῦ υἱοῦ Λ[ο]υκίου Πομπωνίου τοῦ καὶ προκιμένου ἐπ[ι]τρόπους,
ἐν δὲ τῷ [μετα]ξὺ τοῦ Κανοληίο[υ ἀπε]ιρημένου τὴν ἐπιτροπείαν
κατὰ τὸ συνσφραγισθ[έ]ν δίπλ[ωμα ὁ Μ]ᾶρ[κο]ς Κόττιος Ἀττικὸς ἐπε-
10. *τρόπευσεν τοῦ Λουκίου, τανῦν συγχωρεῖ [Λ]ούκιος Πομπώνι[ο]ς*
μὴ ἐπελεύσεσθαι μήτε αὐτὸς μηδ' ἄλλος ὑπὲρ αὐτοῦ μηδεὶς
ἐπὶ τὸν Μᾶρκον Κόττιον Ἀττικὸν ἢ τὸν Κανολήιον.. οσ.. αι αὐτὸν
μήτε περὶ τῆς ἐπιτροπε[ί]ας ἢ [τῶν ὑπὸ τοῦ πατρὸς αὐτοῦ Λουκίο]υ
Πομπωνίου ἀπολελειμμένων καθ' ὁντινοῦν τρόπον μηδὲ
15. *περὶ ἄλλου μηδενὸς ἁπλῶς ὀφιλήματος ἢ ἀπαιτήμα[τ]ος [ἢ δια]γραφῶν*
ἢ λόγων ἢ ἐνγράπτου ἢ ἀγράφου πράγματος ἀπὸ τῶ[ν] ἔμπρ[οσ]θεν
χρόνων μέχρι τῆς ἐνεστώσης ἡμέρας παρευρέσει μηδεμιᾷ διὰ τὸ

(1) Cfr. anche Berger, *Die Strafklauseln i. d. Papyrusurkunden*, p. 197 n. 4.

ἀπεσχηκέναι αὐτὸν Λούκιον Πομπώνιον παρὰ τοῦ Μάρκου Κ[ο]ττίου
Ἀττικοῦ [πά]ντα ὅσα ποτ' ἔσχεν [ὁ πατή]ρ ἐν τῇι οἰκήσει ἢ χωρὶς τοῦ
20. κύρια εἶναι τὰ συνκεχωρημένα τὴν δ' ἐσομένην παρὰ ταῦτα ἔφοδον
ἢ ἔνκλησιν ἄκυρον καὶ ἀπρόσδεκτον καθ[ό]λ[ο]υ εἶναι ἔτι καὶ προσεκτί-
νειν αὐτὸν καθ' ὃ ἐὰν ἐνκαλῇ αὐτῶι Μάρκωι τά τε βλάβη καὶ δαπανή-
ματα καὶ ὡς ἴδιον χρέος ἀργυρ[ίο]υ δραχ[μὰ]ς χι[λ]ί[α]ς [καὶ] συνέχ[εσθαι τοῖς τε βλάβ]εσιν
καὶ τῶι περὶ τῶν συνχωρήσεων κειμένωι π[ρο]στίμω[ι. Ἀξ]ιοῦμεν
25 (2ª mano) Λούκει[ος] Πομπών<ι>ος Λουκείου υἱ[ό]ς.
Ῥοῦφος Πόλιος συνχωρῶ κατὰ [τὰ]
προγεγραμμένα.
(3ª mano) Μᾶρκος Κόττιος Ἀττικὸς συνχωρῶ κατὰ τὰ π[ρογεγ]ραμμένα.

Come rivelano i loro nomi e la circostanza che il testamento sia dichiarato conforme al diritto romano, i contraenti della *συγχώρησις* sono romani. Il pupillo Lucio Pomponio, che si deve supporre divenuto pubere, rilascia al tutore Marco Cozio ampia quietanza per la gestione della tutela, dichiarando di avere ricevuto la restituzione del patrimonio paterno e di non vantare più alcuna ragione contro di lui. Osserva il Mitteis che Lucio Pomponio nella liquidazione dei rapporti tutelari non è assistito dal curatore; ed io soggiungo che anche questa circostanza risponde al diritto romano della minore età secondo il concetto che ormai dobbiamo averne. Lucio Pomponio promette (ll. 11-17) con una formula assai ampia che non esperirà azioni e non le lascierà esperire ad altri in suo nome nè contro il tutore Marco Cozio che ha fatto il rendiconto della tutela nè contro Canuleio, l'altro tutore assegnatogli nel testamento paterno, il quale si era dimesso dall'ufficio.

Qui pare che spunti una difficoltà in relazione al diritto romano classico: avverte il Mitteis che per Canuleio la liberazione concessagli in un atto intervenuto con l'altro tutore è *ipso iure* inefficace e può solo partorire un'*exceptio*, in quanto Canuleio convenuto dal pupillo abbia diritto di regresso contro Marco Cozio. Ma se, come indurrebbero a credere le parole della l. 8 *ἐν δὲ τῷ μεταξύ*, Canuleio ha per qualche tempo gerito la tutela (1), è ovvio ritenere che della sua gestione abbia dato conto al collega rimasto solo, il quale non avrebbe

(1) Cfr. anche Costa, *Una liquidazione di tutela del tempo di Augusto*, p. 5 (estr. dalle « Memorie della R. Accademia delle Scienze di Bologna » serie I, tomo III); Berger, *Die Strafklauseln in d. Papyrusurkunden*, p. 196.

potuto trascurare di convenire il tutore uscente senza rispondere di colpa verso il pupillo. Canuleio è dunque già libero da qualsivoglia obbligazione tutelare, perchè, secondo ogni verosimiglianza, è stato liberato dal contutore, che al momento della sua rinuncia disponeva efficacemente di tutte le ragioni e azioni del pupillo. Se Marco Cozio si fa promettere da Lucio Pomponio che non agirà contro Canuleio è perchè questi, dopo aver fatto rigettare la domanda dell'attore, avrebbe diritto di essere indennizzato da Cozio di tutte le spese e danni della lite. La promessa del pupillo di non agire contro il tutore rinunciatario salvaguarda la responsabilità del tutore che ha continuato la gestione, così come la stipulazione « rem pupilli salvam fore » conclusa fra tutori copre la responsabilità del contutore che ha ceduto all'altro l'amministrazione. Si verificava anche nel caso di cui ci dà notizia il papiro uno « stipulari alii, cum mea interesset » e il caso merita di essere ricordato accanto alla « species » studiata da Marcello (D. 45. 1. 38 § 20).

Che poi Canuleio abbia cessato di esser tutore per « abdicatio » non è da dubitare: ciò significa letteralmente la frase *ἀπειρημένου τὴν ἐπιτροπείαν* (1). Nè si può accogliere l'interpretazione dell'Arangio-Ruiz (2) che vi leggeva un accenno evidente all'« excusatio » dei veterani, anche perchè, se nulla si oppone per l'epoca di Augusto a ritenere l'esistenza dell'« abdicatio » nella tutela testamentaria degli impuberi, non mancano in quella vece gli argomenti per escludere che al tutore testamentario si applicassero le « excusationes ». È dunque provato che nell'a. 16 (3) di Cesare Augusto (14 a. C.) il tutore testamentario del pupillo poteva abdicare. Ma chi per questo volesse affermare che sia smentita totalmente la dottrina del Rudorff, farebbe i conti senza la cronologia.

Il papiro dimostra che originariamente l'« abdicatio » aveva luogo nella tutela degli impuberi come in quella delle donne. Se il Rudorff od altri avessero pensato diversamente, essi si sarebbero ingannati. E che errassero si sarebbe potuto e dovuto

---

(1) Le parole seguenti *κατὰ τὸ συνσφραγισθὲν δίπλωμα* non sembrano troppo chiare al MITTEIS. Ma io ritengo plausibile la spiegazione di P. M. MAYER riferita dal BERGER, *op. cit.*, p. 196, n. 4. « Ueber das se abdicare tutela wird eine Urkunde (*δίπλωμα*) aufgesetzt, und zwar eine Wachs- oder Holztafel, die von den Zeugen versiegelt wird ».

(2) *Bull. dell'Ist. di Dir. Rom.*, 22, pag. 212.

(3) Il dubbio che sia da leggere *κς* anzichè *ις* è confutato dall'editore SCHUBART e non ha influenza per la nostra questione.

credere anche prima della pubblicazione di B G U. 1113, poichè storicamente non è da mettere in dubbio che gli elementi della tutela muliebre, i quali mal s' accordano con la funzione protettiva dell' istituto, siano stati comuni anche alla tutela degli impuberi, fin tanto che questa non divenne un *munus* e un *onus*, da *ius ac potestas* che era in origine.

Il problema che si vuole risolvere e per cui credo che quella del Rudorff sia sempre la soluzione migliore, riguarda l' età post-adrianea. Se in questa le « excusationes » si applicano alla tutela testamentaria dei pupilli, l' « abdicatio », di cui parla Ulpiano, si limiterà alla tutela muliebre.

Ho detto che vi sono argomenti per ritenere che nel più antico diritto dell' impero le « excusationes » non riguardassero il tutore testamentario: da questo lato il papiro berlinese ribadisce la conclusione che io ho tratto (1) da D. 49. 4. 1 § 1.

> ULPIANUS *l. 1 de appellationibus*. Si quis tutor datus fuerit vel [testamento] vel a quo alio, qui ius dandi habet, non oportet eum provocare (hoc enim divus Marcus effecit), sed intra tempora praestituta excusationem allegandam habuit et, si fuerit repulsa, tunc demum appellare debebit: ceterum ante frustra appellatur.

Dal testo si apprendono due notizie importanti; che prima di Marco Aurelio il tutore, che voleva esimersi dalla tutela, doveva appellare e che il procedimento speciale per le « excusationes » è stato introdotto da questo principe. Ora l' appello è possibile da un decreto del magistrato, non dalla « datio » del testatore. L' interpolazione di « testamento », in luogo di « a praetore » od altro nome di magistratura, da me prima segnalata (loc. cit.), è stata ammessa anche dal Lenel (2). Analogamente in D. 27. 1. 13 pr. (MODESTIN. *4 excusat.*):

> *Εἰδέναι χρὴ ὅτι οὔτε οἱ χειροτονηθέντες ἐπίτροποι οὔτε οἱ κατὰ διαθήκην δοθέντες ἐκκαλεῖσθαι ἀνάγκην ἔχουσιν...*

sono insiticie le parole *οὔτε οἱ κατὰ διαθήκην δοθέντες*.

Il fr. 1 § 1 D. 49. 4 contiene una data così precisa, come rade volte si ha la fortuna di trovare nella storia degli an-

---

(1) *Minore età*, p. 284 n. 4.

(2) *Z. d. Sav. St. f. Rg.*, 35, p. 188 n. 1.

tichi istituti. Anteriormente alla riforma di Marco Aurelio i tutori testamentarii non potevano adire il magistrato per farsi esonerare dalla tutela; B G U. 1113 ci avverte che in verità non ne avevano bisogno, perchè potevano, ogni qualvolta volessero (1), deporre la tutela con l' « abdicatio ». Dopo Marco Aurelio divenne possibile per il nuovo istituto processuale l'esenzione del tutore testamentario e questi ebbe ad invocarla non appena il suo ufficio fu trattato come un *munus* ed un *onus*. Nè dovette trascorrere lungo tempo perchè si compisse tale evoluzione nel concetto della tutela: infatti le « excusationes » sono ricordate per il tutore testamentario da Scevola, che fu dell' imperatore Marco ascoltatissimo consigliere nelle questioni giuridiche (2). Viceversa che al tempo di Adriano l'estensione delle « excusationes » alla tutela testamentaria non fosse ancora avvenuta, resulta dal Vat. 223. Nell' epistola da lui scritta a Claudio Saturnino legato del Belgio, in cui negava l' « excusatio » al minore « si sit adfini datus tutor et aliquem usum rerum habeat hereditariarum », l' imperatore parlava soltanto dei tutori « qui a praetore dati sunt »; onde Ulpiano, richiamando la costituzione, è costretto ad aggiungere « ego idem esse accipiendum, si testamento datus sit » (3).

Pertanto non è una scappatoia quella suggerita dal Rudorff, ma una conseguenza legittimamente dedotta dalle nostre fonti, che l' « abdicatio » ricordata da Ulpiano si conservasse al tempo di questo giureconsulto solo per la tutela muliebre.

---

(1) Il BERGER, *op. cit.*, p. 197, lamenta che il papiro non accenni affatto alla causa del *se abdicare*: « leider bleiben wir über die Ursache des se abdicare — und darauf kommt es ja hauptsächlich an — in Unkenntnis ». Il papiro tace e forse taceva anche il δίπλωμα redatto sull' « abdicatio », perchè il tutore era libero di « abdicare » senza dirne i motivi; e le comodità, i capricci, i pretesti per cui Canuleio può essersi indotto ad abbandonare la tutela, sono cause che possiamo immaginare, ma che non hanno nessuna importanza giuridica.

(2) Nasce anzi il dubbio che appositamente per renderlo accessibile ai tutori testamentarii (il cui ufficio dunque era divenuto obbligatorio) sia stato mutato il procedimento per le « excusationes ».

(3) La chiusa del Vat. 223 « in eandem sententiam et divus Pius Platorio Nepoti scripsit » non deve riferirsi alla dottrina ulpianea, per cui le « excusationes » e l' eccezione che le impedisce varrebbero anche pei tutori testamentarii. Antonino Pio non potè scrivere se non nello stesso senso di Adriano.

IDENTITÀ
ED AUTOIDENTITÀ SEMIPROIETTIVA RIDOTTA
DI DUE FORME ALGEBRICHE AD $n+1$ VARIABILI

Nota I di SALVATORE CHERUBINO

(Adunanza del 25 novembre 1915)

Il problema delle forme algebriche identiche od autoidentiche. rispetto ad un dato tipo di operazioni, algebriche anch' esse, si può ritenere risoluto quando siansi costruite le forme tipiche a cui quelle, nella loro totalità, possono ridursi mediante operazioni dello stesso tipo, oppure mediante operazioni algebriche di altro tipo prefissato.

Perciò, i due problemi enunciati nel titolo della presente nota intendo farli consistere:

il 1°, nella ricerca delle forme tipiche alle quali, mercè una trasformazione birazionale, cremoniana, od almeno mercè una trasformazione algebrica multipla e simmetrica (corrispondenze algebriche di indici (1, 1.) oppure di indici (ν, ν), di uno spazio di S_n in sè) sia sempre possibile di ridurre ogni coppia di forme algebriche di cui una sia trasformata nell' altra da una data trasformazione semiproiettiva ridotta;

il 2°, nella ricerca delle forme tipiche a cui, — con analogo riferimento algebrico, — sia sempre possibile ridurre qualsiasi forma algebrica trasformata in sè da una data semiproiettività ridotta.

Quest' ultimo problema era già stato preso in esame (da un punto di vista più geometrico), in una mia recente nota (*), e risoluto in un caso speciale. La particolarità del caso esaurito sta nel supporre che la data trasformazione semiproiettiva

---

(*) *Sulle curve e sulle sup. alg. con uno spec. tipo di trasf. biraz. in sè*, [Rend. Ist. Lomb., vol. XLVII, 1914].

(ridotta) abbia i suoi punti fondamentali al di fuori delle intersezioni della curva piana da trasformare, con uno degli assi coordinati (*): tale ipotesi ha un ufficio essenziale nel procedimento dimostrativo e costruttivo ivi svolto (**). Ora, da un teorema del Sig. MARLETTA (***) discende immediatamente che: *Salvo il caso che siano collineari, se 2 curve algebriche di egual ordine sono cremonianamente identiche (in particolare, se una curva algebrica è autocremoniana) su ciascuna di esse giacciono necessariamente dei punti fondamentali della trasformazione cremoniana che la scambia nell'altra.* Perciò, è lecito dubitare che i risultati ottenuti nella citata mia nota siano soltanto parziali, e che la soluzione del problema generale differisca notevolmente da quella del caso già trattato.

Invece, la soluzione del problema generale, come è ottenuta in questa nota, non differisce da quella del caso particolare, già indicata, se non perchè spesse volte la riduzione a forma tipica della data forma (ipersuperficie) autosemiproiettiva ridotta non si ottiene mediante una trasformazione birazionale, bensì mercè una trasformazione irrazionale, che definisce una corrispondenza multipla e simmetrica. Le forme tipiche ottenute coincidono con quelle trovate nel lavoro citato, e così anche le forme *indipendenti* nel gruppo totale delle semiproiettività ridotte (****).

Inoltre, qui vien meglio precisata la necessità, — già da me rilevata (*****), — e chiaramente determinato il modo di tener conto delle radici improprie delle forme algebriche binarie poliedrali con le quali costruisconsi le forme tipiche cercate.

(*) Vedi, nella nota cit., il principio di pag. 977: l'ipotesi predetta è implicita nell'affermazione che $f_\lambda(z)$ è trasformata in sè dalle operazioni di Γ. Una ipotesi analoga si fa per gli spazii di dimensione qualunque.

(**) Sulla stessa ipotesi sono fondati i risultati dell'altra mia nota: « *Sulle curve e sulle sup. alg. ammettenti un gruppo finito e ridotto di semiproiettività di 1ª e 2ª specie in sè* » [Rend. Ist. Lomb. vol. XLVII, 1915].

(***) *Sulla identità cremoniana di due curve piane*. [Rend. di Pal. t. XXIV, 1907]. Il teor. n. 6 afferma che la somma delle 3 più alte molteplicità della 1ª curva, rispetto ai punti base della rete omaloidica che definisce la trasf. che la scambia nella 2ª, non è superata dall'ordine comune delle due curve, salvo il caso della collineazione.

(****) Cfr. il § II della seconda delle mie note citate.

(*****) Cfr. la nota a piè di pagina 351 del lavoro di cui al rigo precedente.

Infine, nella presente nota, si fa anche a meno della ipotesi della finitezza del gruppo semiproiettivo ridotto ammesso dalle ipersuperficie (forme considerate: che tal gruppo debba, *in generale*, esser finito si rileva immediatamente, almeno per la forma normale cui sempre ci riduciamo, da una ben nota proprietà.

L' altro problema vien risoluto con procedimento analogo, ma la riduzione a forma normale si può ottenere in doppio modo e cioè: sia facendo uso di *sole* trasformazioni birazionali (semiproiettive ridotte), sia *anche* di trasformazioni irrazionali (multiple e simmetriche).

In virtù delle ricerche fatte, è facile accorgersi che il problema della identità di due curve algebriche piane, — rispetto alle trasformazioni generatrici del gruppo cremoniano piano, — è, dal punto di vista proiettivo, risoluto: perciò, anche il problema della identità cremoniana di due curve piane algebriche può ritenersi esaurito. Altrettanto si può osservare per le trasformazioni semiproiettive di forma generale negli spazii di dimensione > 2.

La estensione dei risultati conseguiti al caso delle semiproiettività ridotte di seconda specie (*antisemiproiettività ridotte*, secondo la denominazione del Sig. Comessatti (*)) si fa seguendo la via indicata in una mia nota avanti citata (*) e perciò la ometto.

Questa nota I è divisa in due §; nel primo vengono sviluppate alcune osservazioni sulle trasformazioni semipr. r. (**) e su quelle che ho qui denominate *iperellittiche*, e vien dato un lemma aritmetico-algebrico, importante per l' applicazione che ne sarà fatta nella nota II; nel secondo § si stabilisce il modo di costruire due forme tipiche fra loro semipr. id. r..

§ I. Osservazioni e teoremi preliminari.

1. In coordinate non omogenee, siano

$$S \equiv \left[z'_k = \frac{\chi_k(z_1 \ldots z_n)}{\omega_k(z_1 \ldots z_n)} \right]; \qquad S^{-1} \equiv \left[z'_k = \frac{\chi'_k(z_1 \ldots z_n)}{\omega'_k(z_1 \ldots z_n)} \right]$$

$$(k = 1, 2, \ldots, n)$$

una trasformazione birazionale (cremoniana) di uno spazio S_n,

(*) Cfr. la seconda delle mie note citate.

(**) Spesso, per brevità, scriveremo « id. » per identico; « semipr. r. » per semiproiettività ridotta; « f. alg. » per forma algebrica; e simili.

ad n dimensioni, in se stesso, e la sua inversa. Siano $-p_k$ e $-p'_k$ gli ordini (*) rispettivi di $\frac{\chi_k}{\omega_k}$ e di $\frac{\chi'_k}{\omega'_k}$: riduciamo, in ciascuna S, a denominator comune i secondi membri, e si abbia

$$\frac{\chi_k}{\omega_k} = \frac{u_k}{v} , \frac{\chi'_k}{\omega'_k} = \frac{u'_k}{v'} .$$

Introducendo la omogeneità, mercè la coordinata z_0, si avrà

$$S \equiv \left[\frac{z'_k}{z'_0} = \frac{u_k(z_0 ; z_1 \dots z_n)}{v(z_0 ; z_1 \dots z_n)} \cdot z_0^{p_k} \right] ;$$

$$S^{-1} \equiv \left[\frac{z'_k}{v'_0} = \frac{u'_k(z_0 ; z_1 \dots z_n)}{v'(z_0 : z_1 \dots z_n)} \cdot z_0^{p'_k} \right] :$$

e, dicendo p, p' i massimi valori assoluti di quegli esponenti p_k, p'_k che son negativi, si può scrivere anche

$$S \equiv \left[\frac{z'_k}{z'_0} = \frac{u_k \cdot z_0^{q_k}}{v \cdot z_0^{p}} \right] ; \qquad S^{-1} \equiv \left[\frac{z'_k}{z'_0} = \frac{u'_k \cdot z_0^{q'_k}}{v' \cdot z_0^{p'}} \right] ;$$

ossia

$$S \equiv \left[z'_0 = v(z_0 ; z_1 \dots z_n) \cdot z_0^{p} ; z'_k = u_k(z_0 ; z_1 \dots z_n) \cdot z_0^{q_k} \right] ,$$

$$S^{-1} \equiv \left[z'_0 = v'(z_0 ; z_1 \dots z_n) \cdot z_0^{p'} ; z'_k = u'_k(z_0 ; z_1 \dots z_n) \cdot z_0^{q'_k} \right] ,$$

dove gli intieri $q_k = p + p_k$, $q'_k = p' + p'_k$ risultano tutti positivi o nulli.

Notisi che, con le disposizioni date, v, v', u_k, u'_k risultano prive del fattore z_0.

Sia

$$F(z_0 ; z) = \frac{F_1(z_0 ; z_1 \dots z_n)}{F_2(z_0 ; z_1 \dots z_n)}$$

una funzione razionale di ordine m, F_1 ed F_2 essendo simboli di forme algebriche. L'ordine della $f(z) = F(1 ; z)$ può esser

(*) Per ordine di una funzione razionale intendiamo la differenza fra l'ord. del num. e quello del denom.: esso gode delle stesse proprietà dell'ordine di una funzione raz. intera.

diverso da m, perchè F_1 ed F_2 possono avere, *come fattori*, delle potenze di z_0.

Definendo

$$S f(z) = f\left(\frac{\chi'_k}{\omega'_k}\right) = f\left(\frac{u'_k (z_1 \ldots z_n)}{v'(z_1 \ldots z_n)}\right) ; \quad S F(1 : z) = \left[S F(z_0 ; z)\right]_{z_0=1} =$$

$$= \left[F\left(v'(z_0 ; z) . z_0^{p'} ; u'_k (z_0 ; z) . z_0^{q'_k}\right)\right]_{z_0=1} = F\left(v'(z_1 \ldots z_n) ; u'_k (z_1 \ldots z_n)\right),$$

risulta

$$S F(1 ; z) = v'(z_1 \ldots z_n)^m . S f(z);$$

$$S F(z_0 ; z) = \left[v'(z_0 ; z_1 \ldots z_n) . z_0^{p'}\right]^m . f\left(\frac{u'_k (z_0 ; z_1 \ldots z_n)}{v'(z_0 ; z_1 \ldots z_n)} . z_0^{p'_k}\right);$$

cosicchè, se M' è l'ordine di $v'(z_0 ; z_1 \ldots z_n)$, — cioè quello di $v'(z_1 \ldots z_n)$, — l'ordine di $S F(z_0 ; z)$ sarà $m (M' + p')$, essendo nullo l'ordine degli argomenti del secondo fattore.

Analogamente, definiamo

$$S^{-1} f(z) = f\left(\frac{\chi_k}{\omega_k}\right) = f\left(\frac{u_k (z_1 \ldots z_n)}{v (z_1 \ldots z_n)}\right) ; S^{-1} F(1 ; z) =$$

$$= \left[S^{-1} F(z_0 ; z)\right]_{z_0=1} = F\left(v (z_1 \ldots z_n) ; u_k (z_1 \ldots z_n)\right) ;$$

risulta

$$S^{-1} F(1 ; z) = v (z_1 \ldots z_n)^m . S^{-1} f(z) ;$$

$$S^{-1} F(z_0 ; z) = \left[v (z_0 ; z_1 \ldots z_n) . z_0^p\right]^m . f\left(\frac{u_k (z_0 ; z)}{v (z_0 ; z)} . z_0^{p_k}\right),$$

e detto M l'ordine di $v (z_0 ; z)$, — ossia quello di $v (z_1 \ldots z_n)$, — l'ordine di $S^{-1} F(z_0 ; z)$ è $m (M + p)$.

2. Dire che S trasforma l'ipersuperficie algebrica Φ, che corrisponde alla forma algebrica $\Phi (z_0 ; z)$, di ordine μ, nella ipersuperficie algebrica F, che corrisponde alla forma algebrica $F(z_0 ; z)$, di ordine m, significa dire che esistono due forme algebriche delle stesse variabili $z_0 ; z_1 \ldots z_n$, siano $\chi (z_1 ; z)$, $\chi' (z_0 ; z)$, tali che abbian luogo le identità

$$S^{-1} F(z_0 ; z) = \Phi (z_0 ; z) . \chi (z_0 ; z) ;$$
$$S \Phi (z_0 ; z) = F(z_0 ; z) . \chi' (z_0 ; z) . \text{ (*)}$$

(*) Queste identità, adottando le notazioni della teoria dei moduli di forme algebriche, si sostituiscono con le congruenze
$S^{-1} F(z_0 ; z) \equiv O$, mod. $\Phi (z_0 ; z)$; $S \Phi (z_0 ; z) \equiv O$, mod. $F (z_0 ; z)$, e si dice che $S^{-1} F(z_0 ; z)$ appartiene al mod. $[\Phi (z_0 ; z)]$ e che $S \Phi$ appartiene al mod. $[F]$.

Da queste deduconsi le altre

$$S^{-1}\, F(1\,;\,z) = \varphi(z).\,\varkappa(z)\,;\; S\,\Phi(1\,;\,z) = f(z).\,\varkappa'(z),$$

$$S^{-1} f(z) = \varphi(z).\,\frac{\varkappa(z)}{r(z_1 \ldots z_n)^m}\,;\; S\,\varphi(z) = f(z).\,\frac{\varkappa'(z)}{r'(z_1 \ldots z_n)^\mu}.$$

Di queste tre coppie di identità l'una equivale all'altra, nella ipotesi che $F(z_0\,;\,z)$, $\Phi(z_0\,;\,z)$ siano prive del fattor z_0, il che avviene se, come sempre supporremo, le ipersuperficie F e Φ sono irreduttibili.

Ciò è senz'altro evidente, dopo le convenzioni dell'articolo precedente, per le due ultime coppie. Per dedurne dall'ultima la prima, bisogna introdurre la omogeneità negli argomenti di $S^{-1} f(z)$ e di $S\,\Phi(z)$ e poi moltiplicare ambo i membri per $[r(z_0\,;\,z).\,z_0{}^{p}]^m$ e $[r'(z_0\,;\,z).\,z_0{}^{p'}]^\mu$, rispettivamente. La seconda coppia equivale alla prima in questo senso: che nella seconda, dopo aver introdotta la omogeneità, bisognerà *forse* ancora moltiplicare ambo i membri di ciascuna identità per convenienti potenze di z_0, per ottenere le identità della prima coppia.

Osservisi che si ha senz'altro, anche se $F(z)$ è razionale non intera,

$$S^{-1}\,[(S\,F(z)] = S\,[S^{-1}\,F(z)] = F(z)\,,$$

tutt'al più a meno di un fattor costante (*).

3. Chiamasi trasformazione *semiproiettiva ridotta* (di primo tipo) una trasformazione cremoniana di un S_n in sè, definita dalle relazioni

$$S \equiv \left[z'_1 = \frac{a\,z_1 + b}{c\,z_1 + d}\,;\; z'_k = \frac{A_k(z_1 \ldots z_{k-1})}{D_k(z_1 \ldots z_{k-1})}\,.\,z_k \right] \;(k = 2, 3, \ldots, n),$$

con A_k e D_k simboli di funzioni razionali intere, ed $ad\text{-}bc = 1$.

Ponendo

$$s_i \equiv \left[z'_1 = \frac{a\,z_1 + b}{c\,z_1 + d}\,;\; z'_k = \frac{A_k(z_1 \ldots z_{k-1})}{D_k(z_1 \ldots z_{k-1})}\,.\,z_k \right]$$

$$(k = 2, 3, \ldots, i)\;,\; i = 1, 2, \ldots, n\,,$$

(*) Si ha, invece, soltanto

$$S^{-1}\,[S\,F(z_0\,;\,z)] \equiv S\,[S^{-1}\,F(z_0\,;\,z)] \equiv 0\;,\;\bmod.\; F(z_0\,;\,z)\,,$$

se $F(z_0\,;\,z)$ è una forma algebrica.

ed

$$S^{-1} \equiv \left[z'_1 = \frac{d z_1 - b}{-c z_1 + a} ; z'_k = \frac{A'_k (z_1 \ldots z_{k-1})}{D'_k (z_1 \ldots z_{k-1})} . z_k \right]$$
$$(k = 2, 3, \ldots, n) ,$$

quindi

$$s_i^{-1} \equiv \left[z'_1 = \frac{d z_1 - b}{-c z_1 + a} ; z'_k = \frac{A'_k (z_1 \ldots z_{k-1})}{D'_k (z_1 \ldots z_{k-1})} . z_k \right]$$
$$(k = 2, 3, \ldots, i) , \ i = 1, 2, \ldots, n ,$$

si ha subito, identicamente:

$$s_n = S , \ s_n^{-1} = S^{-1} ;$$

$$\frac{A'_k (z)}{D'_k (z)} = \frac{s_{k-1} D_k (z)}{s_{k-1} A_k (z)} ; \ \frac{A_k (z)}{D_k (z)} = \frac{s_{k-1}^{-1} D'_k (z)}{s_{k-1}^{-1} A'_k (z)} .$$

Dopo di che, è facile constatare, posto

$$R \equiv [z'_1 = z_1 ; z'_k = A'_k (z_1 \ldots z_{k-1}) . z_k] ;$$
$$R' \equiv \left[z'_1 = z_1 ; z'_k = s_{k-1}^{-1} D'_k (z_1 \ldots z_{k-1}) . z_k \right] (k = 2, 3, \ldots, n),$$

che si ha

$$R S R'^{-1} \equiv s \equiv \left[z'_1 = \frac{a z_1 + b}{c z_1 + d} ; z'_k = z_k \right] (k = 2, \ldots, n) .$$

Basta infatti osservare che, se

$$R_i \equiv [z'_1 = z_1 ; \ldots ; z'_{i-1} = z_{i-1} ; z'_i =$$
$$= A'_i . z_i ; z'_{i+1} = z_{i+1} ; \ldots ; z'_n = z_n] \ i = 2, 3, \ldots, n ,$$
$$R'_i \equiv [z'_1 = z_1 ; \ldots ; z'_{i-1} = z_{i-1} ; z_i =$$
$$= s_{i-1}^{-1} D'_i . z_i ; z'_{i+1} = z_{i+1} ; \ldots ; z'_n = z_n] \ i = 2, 3, \ldots, n ,$$

si ha $R = R_2 . R_3 . \ldots . R_n$; $R' = R'_2 . R'_3 . \ldots . R'_n$,

(prodotto da destra a sinistra) e quindi

$$R S R'^{-1} \equiv R_2 . \left\{ R_3 \ldots \left[R_{n-1} . \left(R_n . S . R_n'^{-1} \right) . R_{n-1}'^{-1} \right] \ldots R_3'^{-1} \right\} . R_2'^{-1} \equiv s$$

Da ciò segue immediatamente che se f e φ sono due ipersuperficie algebriche di S_n tali che

$$f = S\,\varphi,$$

ponendo $F = R\,f$, $\Phi = R'\,\varphi$, si ha

$$F = s\,\Phi.$$

Cioè: *due ipersuperficie algebriche di S_n, identiche rispetto ad una semiproiettività ridotta, si possono sempre birazionalmente* (cremonianamente, anzi con semiproiettività ridotte) *ridurre ad essere identiche rispetto ad una trasformazione come*

$$s \equiv \left[z'_1 = \frac{a\,z_1 + b}{c\,z_1 + d}\,;\; z'_k = z_k \right] (k = 2, 3, \ldots, n).$$

4. Chiameremo *iperellittiche* (*) le trasformazioni del tipo

$$T \equiv \left[z'_1 = \frac{a\,z_1 + b}{c\,z_1 + d}\;;\; z'_1 = \frac{z_k}{(c\,z_1 + d)^{p_k}} \right] (k = 2, 3, \ldots, n)\,.$$

I numeri p_k, che diremo *indici* della T, possono essere negativi, ed anche frazionarii. In quest'ultimo caso, la T non è birazionale come negli altri; ma poichè la sua inversa si può sempre scrivere

$$T^{-1} \equiv \left[z'_1 = \frac{d\,z_1 - b}{-\,c\,z_1 + a}\;;\; z'_k = \frac{z_k}{(-\,c\,z_1 + a)^{-p_k}} \right] (k = 2, 3, \ldots, n)\,,$$

si vede che T definisce una corrispondenza algebrica multipla e simmetrica (**).

(*) Le dico *iperellittiche* perchè esse sono del tipo di trasformazioni ammesse dalle curve iperellittiche, sotto forma normale [vedi, ad esempio, le mie due note negli Atti di Torino, vol. 49 (1913-14) e vol. 50 (1914-15): « *Sulle curve iperell. con trasf. biraz. sing, in sè, e sui loro mod. alg.* » e « *Sulle curve iperell. con trasf. biraz. di seconda specie in sè*]·

(**) Il prodotto di T per T^{-1}, se gli indici sono frazionarii, non è proprio l'identità, ma una qualunque delle $[z'_1 = z_1;\; z'_k = \varepsilon_k \cdot z_k]$, dove le ε_k sono radici dell'unità di indici eguali ai denominatori dei p_k. Avvertiamo che, qui e nel seguito, quando consideriamo una trasformazione iperellittica irrazionale, trascureremo sempre i fattori come $[z'_1 = z_1;\; z'_k = \varepsilon_k \cdot z_k]$, il che, del resto, è, lecito, potendo ritenere che i fattori ε_k siano inclusi nei radicali rispettivi.

Quando due ipersuperficie siansi comunque ridotte ad essere identiche rispetto ad una trasformazione come T, si dirà che si è nel *caso iperellittico*. Chè, se si ha

$$p_k = 0 \; (k = 2, 3, \ldots, n),$$

si dirà che si ha il *caso iperellittico semplice*. Cosicchè, il risultato ottenuto poco fa si enuncia, più sinteticamente:

Il problema delle ipersuperficie algebriche, identiche rispetto ad una semiproiettività ridotta, si riduce cremonianamente al caso iperellittico semplice.

5. È utile ora vedere come si può passare dal caso semplice ai non semplici, e dall'uno all'altro di questi ultimi. Si considerino le trasformazioni

$$Q \equiv [z'_1 = z_1 \,;\, z'_k = \chi_k(z_1 \ldots . z_{k-1})] \,;\, Q' \equiv [z_1 = z'_1 \,;\, z'_k = \\ = \chi'_k(z_1 \ldots . z_{k-1}).\, z_k] \; (k = 2, 3, \ldots, n),$$

dove χ_k e χ'_k sono funzioni razionali o irrazionali (radico-razionali) soddisfacenti ad identità come

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{t_{k-1}^{-1}\,\chi_k(z_1 \ldots . z_{k-1})}{\chi'_k(z_1 \ldots .. z_{k-1})} = \dfrac{1}{(c\, z_1 + d)^{q_k}}, \\ \text{ove} \\ t_{k-1} \equiv \left[z'_1 = \dfrac{a\, z_1 + b}{c\, z_1 + d} \,;\, z'_r = \dfrac{z_r}{(c\, z_1 + d)^{p_r}}\right] (r = 2, 3, \ldots, k-1) \end{array}\right\} k = 2, 3, \ldots, n.$$

Operando come nel n. prec., risulterà

$$T' \equiv Q\, T\, Q'^{-1} \equiv \left[z'_1 = \frac{a\, z_1 + b}{c\, z_1 + d} \,;\, z'_1 = \frac{z_k}{(c\, z_1 + d)^{p'_k}}\right] (k = 2, 3, \ldots, n),$$

ove

$$p'_k = p_k + q_k \,, \quad k = 2, 3, \ldots, n.$$

Le cose non mutuno se $\chi_k = \chi'_k$, ossia $Q = Q'$.

Cosicchè, dalle due ipersuperficie algebriche identiche rispetto alla T, si passa alle altre due $f' = Qf$, $\varphi' = Q'\varphi$, identiche rispetto alla T'. (*)

(*) Se le χ, χ' sono irrazionali, f' φ' potrebbero avere equazioni irrazionali: é facile convincersi che, liberando queste dai radicali, si ottengono due ipersuperficie algebriche F e Φ fra le quali ha luogo la stessa corrispondenza algebrica, multipla e simmetrica, definita dalla T' supposto che T' risulti ad indici frazionari.

6. Si considerino le altre due trasformazioni iperellittiche

$$T' \equiv \left[z'_1 = \frac{a' z_1 + b'}{c' z_1 + d'} \; ; \; z'_k = \frac{z_k}{(c' z_1 + d')^{p'_k}} \right] ;$$

$$S \equiv \left[z'_1 = \frac{\alpha z_1 + \beta}{\gamma z_1 + \delta} \; ; \; z'_k = \frac{z_k}{(\gamma z_1 + \delta)^{q_k}} \right] .$$

È facile convincersi che, affinchè sia

$$T' = S \, T \, S^{-1},$$

occorre e basta che sia $p_k = p'_k = q_k$ e che $t'_1 = s_1 \, t_1 \, s_1^{-1}$.

Quest'ultima condizione è evidente: suppostola verificata, perchè risulti

$$S \, T \, S^{-1} \equiv \left[z'_1 = \frac{a' z_1 + b'}{c' z_1 + d'} \; ; \right.$$

$$\left. z'_k = \frac{z_k}{(c' z_1 + d')^{q_k} \, . \, [(c\,\delta - \gamma\, d) \, z_1 + (a\, d - c\,\beta)]^{p_k - q_k} \, . \, (-\gamma\, z_1 + \alpha)^{q_k - p_k}} \right] \equiv T$$

$$S^{-1} \, T' \, S \equiv \left[z'_1 = \frac{a\, z_1 + b}{c\, z_1 + d} \; ; \right.$$

$$\left. z'_k = \frac{z_k}{(c\, z_1 + d)^{q_k} \, . \, [(c'\,\alpha + \gamma\, d') \, z_1 + (\delta\, d' + c'\beta)]^{p'_k - q_k} \, . \, (\gamma\, z_1 + \delta)^{q_k - p'_k}} \right] \equiv T ,$$

bisogna che i denominatori di z_k si riducano, rispettivamente, a $(c' z_1 + d')^{p'_k}$ ed a $(c\, z_1 + d)^{p_k}$. Eguagliamo a p'_k ed a p_k i gradi rispettivi, si ha appunto

$$p'_k = q_k \quad ; \quad p_k = q_k \quad , \quad k = 2, 3, \ldots, n \, .$$

Oppure dovrebbe aversi $c\,\delta - \gamma\, d = -\gamma$, $a\, d - c\,\beta = \alpha$, dalle quali segue

$$\delta = \frac{d-1}{c} \gamma \quad , \quad \beta = \frac{d-1}{c} \alpha \; ,$$

quindi $\alpha\,\delta - \gamma\,\beta = 0$, cioè la S sarebbe degenere, *il che si esclude.*

Si constata altrettanto facilmente che: *Se più trasformazioni iperellittiche formano un gruppo, esse hanno gli stessi indici*, che potranno dirsi gli *indici del gruppo iperel-*

littico: e viceversa. Basta osservare che, affinchè il prodotto

$$T\,S \equiv \left[z'_1 = \frac{(a\,\alpha + b\,\gamma)\,z_1 + (a\,\beta + b\,\delta)}{(c\,\alpha + d\,\gamma)\,z_1 + (c\,\beta + d\,\delta)} \;; \right.$$

$$\left. z'_k = \frac{z_k}{[(c\,\alpha + d\,\gamma)\,z_1 + (c\,\beta + d\,\delta)]^{p_k} \,.\, (\gamma\,z_1 + \delta)^{q_k - p_k}} \right]$$

risulti una trasformazione iperellittica, è sufficiente che sia $q_k = p_k$: oppure occorrerebbe

$$\gamma = c\,\alpha + d\,\gamma \quad , \quad \delta = c\,\beta + d\,\delta \;,$$

dalle quali seguirebbe, come poco fa, che la $z'_1 = \dfrac{a\,z_1 + \beta}{\gamma\,z_1 + \delta}$ sarebbe degenere, *il che è escluso.*

Possiamo, perciò, affermare che:

Se due ipersuperficie, che ammettono ciascuna un gruppo di trasformazioni iperellittiche, sono identiche rispetto ad una trasformazione anch'essa iperellittica, questa ha i suoi indici eguali agli indici di ognuno dei due gruppi ammessi da quelle ipersuperficie.

7. Chiudiamo il § con le seguenti osservazioni, che sono di importanza fondamentale per il problema che tratteremo nel § III.

Sia

$$(1) \qquad g_1 \,,\, g_2 \,,\, \dots \,,\, g_l$$

un sistema di l numeri intieri positivi diseguali. Si formino tutte le possibili differenze positive di questi numeri, presi a due a due, e siano

$$(2) \qquad g'_1 \,,\, g'_2 \,,\, \dots \,,\, g'_{l_1}$$

quelle fra esse che sono diverse fra loro e dai numeri dati. Aggiungendo i numeri (2) ai precedenti, si ha il sistema ampliato

$$(3) \qquad g_1 \,,\, g_2 \,,\, \dots \,,\, g_l \,;\, g'_1 \,,\, g'_2 \,,\, \dots \,,\, g'_{l_1}$$

sul quale si potrà operare come sul sistema (1) ottenendone il nuovo

$$(4) \quad g_1 \,,\, g_2 \,,\, \dots \,.\, g_l \,;\, g'_1 \,,\, g'_2 \,,\, \dots \,,\, g'_{l_1} \,:\, g''_1 \,,\, g''_2 \,,\, \dots \,,\, g''_{l_2} \,.$$

E così di seguito.

Poichè i numeri che vengono aggregati successivamente ai sistemi (1), (2), ... sono tutti minori del più grande dei

numeri dati, si finirà per ottenere un sistema tale che la differenza di due qualunque dei suoi numeri appartiene già al sistema: questo non sarà più ampliabile e si dirà *sistema completo di differenze relativo alla base* (1)

Questo sistema completo può, oppur no, constare di tutti i numeri intieri positivi inferiori al maggiore dei numeri della base, compreso questo stesso. È evidente che questo caso ha luogo quando qualcuno dei numeri dati, o qualcuna delle differenze che via via si formano è eguale all'unità: e viceversa. Negli altri casi, l'unità non appartiene al sistema completo ed il più piccolo dei numeri di questo sarà un certo $h > 1$, che diremo *differenza minima della base data*. Il caso estremo si distingue dagli altri pel fatto che, quando esso si verifica, la differenza minima è l'unità.

È facile dimostrare che: *La differenza minima di una data base è uguale al massimo comun divisore dei numeri della base.*

Intanto, è ovvio che, se d è il massimo comun divisore dei numeri (1), tutti i termini dei successivi sistemi ampliati, sino a quelli del sistema completo, sono multipli di d; perciò $h \geqq d$.

Basterà dunque far vedere che il resto minimo h è un divisore comune dei numeri dati. Poniamo, infatti, che g_s non sia multiplo di h, ma che si abbia

$$g_s = q_s \,.\, h + r_s \quad , \quad 0 < r_s < h \,.$$

Allora, il sistema completo delle differenze relativo alla base (1) dovrebbe contenere tutti i numeri

$$g_{s1} = g_s - h \;;\; g_{s2} = g_{s1} - h \;,\; g_{s3} = g_{s2} - h \;, \ldots .$$

e quindi anche r_s; cioè h non sarebbe la differenza minima.

8. Dopo ciò, è assai facile dimostrare il seguente

Lemma. *Se più equazioni binomie, di gradi diversi, i cui termini noti appartengono ad un certo campo* K $(a, b, \ldots;$ $z_1, z_2, \ldots)$ *di razionalità (costante o variabile), hanno per radice comune il numero* A, *questo è radice anche di una equazione binomia, col termine noto razionale in* K, *di grado eguale al massimo comun divisore dei gradi delle date.*

Siano

$$(5) \quad X^{g_r} = B_r \quad (r = 1, 2, \ldots, l)$$

le date equazioni binomie. Dividendo membro a membro due

qualunque di esse, se ne ottengono altre, soddisfatte dallo stesso numero A, ed i cui gradi sono eguali ai numeri del sistema (2).

Formando un sol sistema delle equazioni (5) e di quelle così ottenute, ed operando su esso allo stesso modo, si ottiene un sistema di equazioni binomie i cui gradi sono eguali ai numeri di (4). Così seguitando, si otterranno tante equazioni binomie distinte quanti sono gli elementi del sistema completo di differenze relativo alla base (1), aventi per gradi rispettivi gli elementi stessi e per termini noti numeri del campo K; e tutte avranno per radice il numero A. Questo dunque soddisfa anche ad una equazione come

$$X^{h} = B,$$

dove h è la differenza minima della base (1) e B è un numero di K.

Osservazione I. Se $h = 1$, A è razionale in K. Se A non appartiene a K, i gradi delle equazioni (5) non sono primi fra loro.

Osservazione II. Se i termini noti delle (5) son della forma

$$B_r = \frac{S\, F_r(z_1,\ z_2, \ldots)}{F_r(z_1,\ z_2, \ldots)} \quad r = 1, 2, \ldots, l,$$

dove S denota una operazione da eseguire sulle variabili z_1, $z_2, \ldots$ e dove le F_r sono funzioni razionali in K, allora si avrà anche

$$B = \frac{S\, F(z_1,\ z_2 \ldots)}{F(z_1,\ z_2, \ldots)}.$$

Basta infatti notare che il quoziente (od il prodotto) di due funzioni B_r è ancora dello stesso tipo.

§ 2. Forme caratteristiche corrispondenti a due ipersuperficie algebriche identiche rispetto ad una semiproiettività ridotta.

9. Nell' art. 3, abbiamo visto che possiamo sempre birazionalmente (anzi semiproiettivamente) ridurci al caso iperellittico semplice.

Siano dunque

$$F(z_0\,;z)=\sum_{i_1=0}^{\lambda}\cdots\sum_{i_{n-1}=0}^{\lambda_{i_1\ldots i_{n-2}}} z_0^{\,r_{i_1\ldots i_{n-1}}}\,.$$

$$F_{i_1\ldots i_{n-1}}(z_0\,;z_1)\,.\,z_n^{\,\lambda-i_1}\,\ldots\ldots\,z_2^{\,\lambda_{i_1\ldots i_{n-2}}-i_{n-1}}\,,$$

$$\Phi(z_0\,;z)=\sum_{i_1=0}^{\lambda'}\cdots\sum_{i_{n-1}=0}^{\lambda'_{i_1\ldots i_{n-2}}} z_0^{\,r'_{i_1\ldots i_{n-1}}}\,.$$

$$\Phi_{i_1\ldots i_{n-1}}(z_0\,;z_1)\,.\,z_n^{\,\lambda'-i_1}\,\ldots\ldots\,z_2^{\,\lambda'_{i_1\ldots i_{n-2}}-i_{n-1}}$$

le forme algebriche corrispondenti alle due ipersuperficie F e Φ di ordine m e μ e tali che

$$F=s\,\Phi\,.$$

Supponiamo F e Φ irreduttibili; perciò le forme corrispondenti sono prive del fattor z_0. Occorre avere, per definizione:

$$(1)\quad\begin{cases} s\,\Phi(z_0\,;z)=F(z_0\,;z)\,.\,K(z_0\,;z)\,;\\ s^{-1}\,F(z_0\,;z)=\Phi(z_0\,;z)\,.\,K'(z_0\,;z)\,.\end{cases}$$

Poichè le

$$s\equiv\left[z'_1=\frac{a\,z_1+b}{c\,z_1+d}\;;\;z'_k=z_k\right]\equiv$$

$$\equiv\left[z'_0=(c\,z_1+d\,z_0)\,.\,z_0\;;\;z'_1=(a\,z_1+b\,z_0)\,z_0\;;\;z'_k=(c\,z_1+a\,z_0)\,z_k\right],$$

$$s^{-1}\equiv\left[z'_1=\frac{d\,z_1-b}{-c\,z_1+a}\;;\;z'_k=z_k\right]\equiv$$

$$\equiv\left[z'_0=(-c\,z_1+a\,z_0)\,.\,z_0\;;\;z'_1=(d\,z_1-b\,z_0)\,z_0\;;\;z'_k=(-c\,z_1+a\,z_0)\,z_k\right]$$

lasciano inalterati gli esponenti di tutte le variabili $z_2,\ldots,z_n$, dalle (1) deducesi che il grado di $\Phi(z_0\,;z)$ in ogni z_k ($k=2,3,\ldots,n$) non è inferiore a quello di $F(z_0\,;z)$, ed anche che il grado di $F(z_0\,;z)$ in z_k ($k\geq 2$) non è minore di quello di $\Phi(z_0\,;z)$.

Perciò le forme K e K' non dipendono da alcuna delle variabili $z_2, \ldots, z_n$, e si può porre subito $\lambda = \lambda'$.

Scriviamo dunque

$$F(z_0\,;z) = \sum_{0}^{\lambda}{}_{i_1} z_0^{r_{i_1}} \,.\, F_{i_1}(z_0\,;z_1 \ldots z_{n-1}) \,.\, z_n^{\lambda - i_1}\;;$$

$$\Phi(z_0\,;z) = \sum_{0}^{\lambda}{}_{i_1} z_0^{r'_{i_1}} \,.\, \Phi_{i_1}(z_0\,;z_1 \ldots z_{n-1}) \,.\, z_n^{\lambda - i_1}\,.$$

Le forme F_{i_1}, Φ_{i_1} risultano dei gradi λ_{i_1} e λ'_{i_1} rispetto a z_{n-1}, e si ha

$$s^{-1} F(z_0\,;z) = \sum_{0}^{\lambda}{}_{i_1} z_0^{r_{i_1}} \,.\, (c z_1 + d z_0)^{r_{i_1} + \lambda - i_1} \,.$$

$$s_{n-1}^{-1} F_{i_1}(z_0\,;z_1 \ldots z_{n-1}) \,.\, z_n^{\lambda - i_1}\,,$$

$$s\,\Phi(z_0\,;z) = \sum_{0}^{\lambda}{}_{i_1} z_0^{r'_{i_1}} \,.\, (-c z_1 + a z_0)^{r'_{i_1} + \lambda - i_1} \,.$$

$$s_{n-1}\,\Phi_{i_1}(z_0\,;z_1 \ldots z_{n-1}) \,.\, z_n^{\lambda - i_1}\,.$$

Uguagliando nelle (1) i termini di egual grado in $z_n^{\lambda - i_1}$, si hanno le identità

$$(2)\left\{\begin{aligned} & z_0^{r_{i_1}} \,.\, (c z_1 + d z_0)^{r_{i_1} + \lambda - i_1} \,.\, s_{n-1}^{-1}\, F_{i_1}(z_0\,;z_1 \ldots z_{n-1}) = \\ & \qquad = z_0^{r'_{i_1}} \,.\, \Phi_{i_1}(z_0\,;z_1 \ldots z_{n-1}) \,.\, K(z_0\,;z_1)\,, \\ & z_0^{r'_{i_1}} \,.\, (-c z_1 + a z_0)^{r'_{i_1} + \lambda - i_1} \,.\, s_{n-1}\, \Phi_{i_1}(z_0\,;z_1 \ldots z_{n-1}) = \\ & \qquad = z_0^{r_{i_1}} \,.\, F_{i_1}(z_0\,;z_1 \ldots z_{n-1}) \,.\, K'(z_0\,;z_1)\,. \end{aligned}\right.$$

Poichè si può scrivere

$$F_{i_1}(z_0\,;\,z_1\,\dots\,z_{n-1}) = \sum_{i_2}^{\lambda_{i_1}} z_0^{\,r_{i_2}}\,.\,F_{i_1 i_2}(z_0\,;\,z_1\,\dots\,z_{n-2})\,.\,z_{n-1}^{\,\lambda_{i_1}-i_2}\,,$$

$$\Phi_{i_1}(z_0\,;\,z_1\,\dots\,z_{n-1}) = \sum_{i_2}^{\lambda'_{i_1}} z_0^{\,r'_{i_2}}\,.\,\Phi_{i_1 i_2}(z_0\,;\,z_1\,\dots\,z_{n-2})\,.\,z_{n-1}^{\,\lambda'_{i_1}-i_2}$$

le (2) ci dicono subito che è $\lambda_{i_1} = \lambda_{i_1}$. Ponendo poi

$$r_{i_1 i_2} = r_{i_1} + r_{i_2} \quad ; \quad r'_{i_1 i_2} = r'_{i_1} + r'_{i_2}\,,$$

ed eguagliando nelle (2) i termini di egual grado in z_{n-1}, si ha

$$3)\quad \begin{cases} s_{n-2}^{-1}\,F_{i_1 i_2}(z_0\,;\,z_1\,\dots\,z_{n-2}) = z_0^{\,r_{i_1 i_2}}\,.\,\Phi_{i_1 i_2}(z_0\,;\,z_1\,\dots\,z_{n-2})\,.\,K(z_0\,;\,z_1)\,, \\ \qquad z_0^{\,r_{i_1 i_2}}\,.\,(c\,z_1 + d\,z_0)^{\,r_{i_2 i_2}+\lambda-i_1+\lambda_{i_1}-i_2}\,. \\ s_{n-2}\,\Phi_{i_1 i_2}(z_0\,;\,z_1\,\dots\,z_{n-2}) = z_0^{\,r_{i_1 i_2}}\,.\,F_{i_1 i_2}(z_0\,;\,z_1\,\dots\,z_{n-2})\,.\,K'(z_0\,;\,z_1)\,. \\ \qquad z_0^{\,r'_{i_1 i_2}}\,(-c\,z_1 + a\,z_0)^{\,r'_{i_1 i_2}+\lambda-i_1+\lambda_{i_1}-i_2}\,. \end{cases}$$

Così seguitando, si ha una successione di identità analoghe dalle quali si deduce che $\lambda_{i_1 i_2} = \lambda'_{i_1 i_2}\,;\,\dots\,\lambda_{i_1\,\dots\,i_{n-2}} = \lambda'_{i_1\,\dots\,i_{n-2}}$.

Da ora, scriveremo abbreviatamente i in luogo di tutti gli indici $i_1\,\dots\,i_{n-1}$. Perciò

$$s^{-1}\,F(z_0\,;\,z) = \sum_i z_0^{\,r_i+m_i}\,.\,(c\,z_1 + d\,z_0)^{\,r_i+(\lambda-i_1)+\dots+(\lambda_{i_1\,\dots\,i_{n-2}}-i_{n-1})}$$
$$s_1^{-1}\,F_i(z_0\,;\,z_1)\,.\,z_n^{\,\lambda-i_1}\,\dots\,z_2^{\,\lambda_{i_1\,\dots\,i_{n-2}}-i_{n-2}}\,,$$

$$s\,\Phi(z_0\,;\,z) = \sum_i z_0^{\,r'_i+\mu_i}\,(-c\,z_1 + a\,z_0)^{\,r'_i+(\lambda-i_1)+\dots+(\lambda_{i_1\,\dots\,i_{n-2}}-i_{n-1})}$$
$$s_1\,\Phi_i(z_0\,;\,z_1)\,.\,z_n^{\,\lambda-i_1}\,\dots\,z_2^{\,\lambda_{i_1\,\dots\,i_{n-2}}-i_{n-1}}\,,$$

dove con m_1 e μ_1 si sono indicati gli ordini delle forme binarie F_1, Φ_1, le quali si suppongono prive del fattor z_0 insieme a tutte le precedenti forme F e Φ. Osserviamo subito che, detti m e μ gli ordini di F e Φ, si ha

$$m = r_1 + (\lambda - i_1) + \dots + (\lambda_{i_1 \dots i_{n-2}} - i_{n-1}) + m_1 ;$$

$$\mu = r'_1 + (\lambda - i_1) + \dots + (\lambda_{i_1 \dots i_{n-2}} - i_{n-1}) + \mu_1 :$$

onde le ultime identità della successione mentovata sono le seguenti:

$$(4) \begin{cases} z_0^{r_1 + m_1} . (c z_1 + d z_0)^{m - m_1} . s_1^{-1} F_1 (z_0 ; z_1) = \\ \qquad = z_0^{r'_1} . \Phi_1 (z_0 ; z_1) . K (z_0 ; z_1), \\ z_0^{r'_1 + \mu_1} . (- c z_1 + a z_0)^{\mu - \mu_1} . s_1 \Phi_1 (z_0 ; z_1) = \\ \qquad = z_0^{r_1} . F_1 (z_0 ; z_1) . K' (z_0 ; z_1). \end{cases}$$

Poniamo ora si abbia

$$s_1^{-1} F_1 (z_0 ; z_1) = z_0^{\eta_1} . f_1 (z_0 ; z_1) \quad , \quad s_1 \Phi_1 (z_0 ; z_1) = z_0^{\eta'_1} . \varphi_1 (z_0 ; z_1)$$

dove η_1 e η'_1 sono numeri intieri, ed f_1, φ_1 sono forme prive del fattor z_0; da queste (5), poichè si può supporre $ad - bc = 1$, discendono le

$$(6) \begin{cases} F_1 (z_0 ; z_1) = (- c z_1 + a z_0)^{\eta_1} . s_1 f_1 (z_0 ; z_1) , \\ \Phi_1 (z_0 ; z_1) = (c z_1 + d z_0)^{\eta'_1} . s_1^{-1} \varphi_1 (z_0 ; z_1) , \end{cases}$$

nelle quali occorrerà che $s_1 f_1 (z_0 ; z_1)$, $s_1^{-1} \varphi_1 (z_0 ; z_1)$ risultino prive del fattor z_0, ed anzi, *se i numeri* η_1, η'_1 *non sono entrambi nulli, occorre anche* $c \neq 0$. Inoltre accadrà che $s_1 f_1 (z_0 ; z_1)$ non possederà il fattore $(- c z_1 + a z_0)$ e che $s_1^{-1} \varphi_1 (z_0 ; z_1)$ non possederà il fattore $(c z_1 + d z_0)$, altrimenti f_1 e φ_1 possederebbero il fattor z_0 (*): per l'analoga ragione, $f_1 (z_0 ; z_1)$ e $\varphi_1 (z_0 ; z_1)$ risulteranno rispettivamente prive del fattore $c z_1 + d z_0$ e del fattore $- c z_1 + a z_0$.

(*) Si ha, infatti, $s_1^{-1} (- c z_1 + a z_0) = z_0$; $s_1 (c z_1 + d z_0) = z_0$.

Sostituendo le (5) e (6) nelle (4), risulta

$$
(7)\quad \begin{cases} s_1^{-1}\varphi_i(z_0 z_1) \,.\, K(z_0; z_1) = \\ = z_0^{r_i - r'_i + \eta_i + m_i} \,.\, (c z_1 + d z_0)^{m - m_i - \eta'_i} \,.\, f_i(z_0; z_1), \\ s_1 f_i(z_0; z_1) \,.\, K'(z_0; z_1) = \\ = z_0^{r'_i - r_i + \eta'_i + \mu_i} \,.\, (-c z_1 + a z_0)^{\mu - \mu_i - \eta_i} \,.\, \varphi_i(z_0; z_1)\,. \end{cases}
$$

Da queste (7), tenendo presenti le osservazioni fatte, si ricava

$$
(8)\quad \begin{cases} K(z_0; z_1) = z_0^{r_i - r'_i + \eta_i + m_i} \,.\, (c z_1 + d z_0)^{m - m_i - \eta'_i} \,.\, \chi(z_0; z_1)\,; \\ K'(z_0; z_1) = z_0^{r'_i - r_i + \eta'_i + \mu_i} \,.\, (-c z_1 + a z_0)^{\mu - \mu_i - \eta_i} \,.\, \chi'(z_0; z_1), \end{cases}
$$

dove χ e χ' sono forme prive del fattor z_0, e, rispettivamente, anche prive del fattore $c z_1 + d z_0$ e del fattore $-c z_1 + a z_0$ (*).

Le forme K' e K' non dipendono dagli indici i, perciò i secondi membri di queste ultime identità si possono eguagliare a se stessi per 2 diverse scelte degli indici i: le forme χ, χ', anche in queste nuove determinazioni, mancheranno del fattor z_0, e rispettivamente dei fattori $c z_1 + d z_0$, $-c z_1 + a z_0$. Perciò e gli esponenti di questi fattori e le forme χ, χ', rimangono eguali a se stessi, quali che siano gli indici i. I quattro numeri

$$
r_i - r'_i + \eta_i + m_i \;;\; r'_i - r_i + \eta'_i + \mu_i \;;
$$
$$
m - m_i - \eta'_i \;;\; \mu - \mu_i - \eta_i
$$

sono dunque indipendenti dagli indici i. Cioè, per gli ultimi due

$$
(8)'\quad \begin{cases} m_{i_1 \ldots i_{n-1}} + \eta'_{i_1 \ldots i_{n-1}} = m_{0\ldots0} + \eta'_{0\ldots0}\,; \\ \mu_{i_1 \ldots i_{n-1}} + \eta_{i_1 \ldots i_{n-1}} = \mu_{0\ldots0} + \eta_{0\ldots0}\,. \end{cases}
$$

(*) Poichè $s_1^{-1}\varphi_i(z_0; z_1)$ non possiede il fattor z_0, nè $c z_1 + d z_0$, la forma K deve possedere tutti i fattori z_0 e $c z_1 + d z_0$ del 2° membro della prima delle (7): e poichè $f_i(z_0; z_1)$ è priva di questi fattori, la K non li può possedere ad esponenti maggiori, cioè di essi fattori è priva la $\chi(z_0; z_1)$. Così per la $K'(z_0; z_1)$.

Per gli altri due, tenuto conto delle relazioni ora scritte, si hanno le

$$(8)'' \begin{cases} (r_{i_1 \dots i_{n-1}} - \eta'_{i_1 \dots i_{n-1}}) - (r'_{i_1 \dots i_{n-1}} - \eta_{i_1 \dots i_{n-1}}) = \\ \qquad = (r_{0 \dots 0} - \eta'_{0 \dots 0}) - (r'_{0 \dots 0} - \eta_{0 \dots 0}) \\ (r_{i_1 \dots i_{n-1}} + m_{i_1 \dots i_{n-1}}) - (r'_{i_1 \dots i_{n-1}} + \mu_{i_1 \dots i_{n-1}}) = \\ \qquad (r_{0 \dots 0} + m_{0 \dots 0}) - (r'_{0 \dots 0} + \mu_{0 \dots 0}) \,. \end{cases}$$

10. Dopo ciò, dalle (7) deduconsi le identità seguenti

$$(9) \begin{cases} f_i (z_0 \,;\, z_1) = s_1^{-1} \varphi_i (z_0 \,;\, z_1) \,.\, \chi (z_0 \,;\, z_1) \,, \\ \varphi_i (z_0 \,;\, z_1) = s_1 f_i (z_0 \,;\, z_1) \,.\, \chi' (z_0 \,;\, z_1) \,, \end{cases}$$

dove, ripetiamo, le forme χ e χ' sono indipendenti dagli indici i.

Da queste (9) si hanno subito le altre

$$s_1 f_i (z_0 \,;\, z_1) = \varphi_i (z_0 \,,\, z_1) \,.\, s_1 \chi (z_0 \,;\, z_1) \,,$$

$$s_1^{-1} \varphi_i (z_0 \,;\, z_1) = f_i (z_0 \,;\, z_1) \,.\, s_1^{-1} \chi' (z_0 \,;\, z_1) \,,$$

e perciò, vedi (6), le forme F_i, Φ_i possederebbero, rispettivamente, i fattori comuni $s_1 \chi (z_0 \,;\, z_1)$, $s_1^{-1} \chi'(z_0 \,;\, z_1)$, quindi le ipersuperficie F e Φ sarebbero reduttibili. Ciò non essendo, deve ritenersi

$$s_1 \chi (z_0 \,;\, z_1) = s_1^{-1} \chi' (z_0 \,;\, z_1) = 1 \,,$$

(tutt' al più a meno di un fattore numerico costante), quindi anche

$$\chi (z_0 \,;\, z_1) = \chi' (z_0 \,;\, z_1) = 1 \,.$$

In definitiva, si ha dunque

$$F_i (z_0 \,;\, z_1) = (- c z_1 + a z_0)^{\eta_i} \,.\, s_1 f_i (z_0 \,;\, z_1) =$$

$$= (- c z_1 + a z_0)^{\eta_i} \,.\, \varphi_i (z_0 \,;\, z_1) \,,$$

$$\Phi_i (z_0 \,;\, z_1) = (c z_1 + d z_0)^{\eta'_i} \,.\, s_1^{-1} \varphi_i (z_0 \,;\, z_1) =$$

$$= (c z_1 + d z_0)^{\eta'_i} \,.\, f_i (z_0 \,;\, z_1) \,;$$

e allora le due forme

$$z_0^{\eta'_i} \cdot F_i(z_0\,;\,z_1) \quad ; \quad z_0^{\eta_i} \cdot \Phi_i(z_0\,;\,z_1)$$

sono trasformate la prima nella seconda dalla sostituzione s_1^{-1}, e la seconda nella prima dalla trasformazione s_1 (tutt'al più a meno di un fattor numerico costante, indipendente dagli indici i).

Potremo dunque concludere che :

Se due ipersuperficie **F** *e* **Φ**, *irreduttibili, sono identiche rispetto ad una semiproiettività ridotta* (di primo tipo), *esse possono sempre cremonianamente ridursi a presentare il caso iperellittico semplice, e allora corrispondono a due forme come*

$$\text{(I)} \quad \begin{cases} F(z_0\,;\,z) = \sum_{0}^{\lambda}{}_{i_1} \cdots \sum_{0}^{\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}}}{}_{i_{n-1}} z_0^{r_{i_1 \ldots i_{n-1}}} \cdot \\ \qquad F_{i_1 \ldots i_{n-1}}(z_0\,;\,z_1) \,.\, z_n^{\lambda - i_1} \cdots z_2^{\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1}} \,, \\ \Phi(z_0\,;\,z) = \sum_{0}^{\lambda}{}_{i_1} \cdots \sum_{0}^{\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}}}{}_{i_{n-2}} z_0^{r'_{i_1 \ldots i_{n-1}}} \cdot \\ \qquad \Phi_{i_1 \ldots i_{n-1}}(z_0\,;\,z_1) \,.\, z_n^{\lambda - i_1} \cdots z_n^{\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1}} \end{cases}$$

tali che esistano degli intieri positivi o nulli $\eta_{i_1 \ldots i_{n-1}}$, $\eta'_{i_1 \ldots i_{n-1}}$ *pei quali le forme binarie*

$$z_0^{\eta'_{i_1 \ldots i_{n-1}}} \cdot F_{i_1 \ldots i_{n-1}}(z_0\,;\,z_1)$$

risultino di ordine costante rispetto agli indici $i_1 \ldots i_{n-1}$ *e siano trasformate nelle corrispondenti forme, anch'esse di ordine costante,*

$$z_0^{\eta_{i_1 \ldots i_{n-1}}} \cdot \Phi_{i_1 \ldots i_{n-1}}(z_0\,;\,z_1)$$

da una sostituzione come

$$s_1^{-1} \equiv [z'_0 = -c\,z_1 + a\,z_0 \quad ; \quad z'_1 = d\,z_1 - b\,z_0] \,.$$

Inoltre i numeri r_i, r'_i, η_i, η'_i, m_i, μ_i, *soddisfano anche alle relazioni* (8)'.

11. Le conclusioni degli articoli 9 e 10 valgono pel caso $c \neq 0$. Se fosse $c = 0$, sappiamo già che sarà $\eta_i = \eta'_i = 0$, e allora, includendo il divisore d nei coefficienti a e b (con che si sopprime l'ipotesi $a d - b c = 1$), si ha

$$s \equiv [z'_0 = z_0 \,;\, z'_1 = a\, z_1 + b\, z_0 \,;\, z'_k = s_k \mid \quad (k = 2, 3, \ldots, n),$$

cioè s è una collineazione. Perciò $K(z_0\,;\,z_1)$ e $K'(z_0\,;\,z_1)$ sono delle costanti numeriche ed è

$$s^{-1} F(z_0\,;\,z) = \sum_i z_0^{r_i} \,.\, s_1^{-1} F_i(z_0\,;\,z_1) \,.\, z_n^{\lambda - i} \ldots z_2^{\lambda_{i_1} \ldots i_{n-2} - i_{n-1}},$$

$$s\, \Phi(z_0\,;\,z) = \sum_i z_0^{r'_i} \,.\, s_1\, \Phi_i(z_0\,;\,z_1) \,.\, z_n^{\lambda - i_1} \ldots z_2^{\lambda_{i_1} \ldots i_{n-2} - i_{n-1}}.$$

Quindi le (4) vengono sostituite dalle

$$z_0^{r_i} \,.\, s_1^{-1} F_i(z_0\,;\,z_1) = z_0^{r'_i} \,.\, \Phi_i(z_0\,;\,z_1) \,.\, K\,;$$

$$z_0^{r'_i} \,.\, s_1\, \Phi_i(z_0\,;\,z_1) = z_0^{r_i} \,.\, F_i(z_0\,;\,z_1) \,.\, K',$$

dalle quali, poichè anche $s_1^{-1} F_i$ ed $s_1\, \Phi_i$ sono prive del fattore z_0, si deduce subito

$$r_{i_1 \ldots i_{n-1}} = r'_{i_1 \ldots i_{n-1}}$$

ed anche

$$s_1^{-1} F_i(z_0\,;\,z_1) = K \,.\, \Phi_i(z_0\,;\,z_1)\,;\; s_1\, \Phi_i(z_0\,;\,z_1) = K' \,.\, F_i(z_0\,;\,z_1),$$

dove K e K' sono numeri costanti.

Con ciò si rientra nell'enunciato precedente.

12. Vogliamo ora passare al caso di una trasformazione iperellittica di indici intieri

$$p_2\,,\, p_3\,,\, \ldots,\, p_n\,.$$

Siano, a tale scopo,

$$\pi_2(z_0\,;\,z_1)\,,\; \pi_3(z_0\,;\,z_1)\,,\; \ldots,\; \pi_n(z_0\,;\,z_1)$$

$n-1$ funzioni razionali, degli ordini rispettivi $p_2, p_3, \ldots, p_n$, trasformate rispettivamente nelle

$$\pi'_2(z_0\,;\,z_1)\,,\; \pi'_3(z_0\,;\,z_1)\,,\; \ldots,\; \pi'_n(z_0\,;\,z_1)$$

dalla sostituzione s_1^{-1}. Si ha

$$s_1^{-1}\,\pi_i\,(1\,;\,z_1) = \pi'_i\,(z_1)\;;\quad \frac{s_1^{-1}\,\pi_i\,(z)}{\pi'_i\,(z_1)} = \frac{1}{(c\,z_1 + d\,z_0)^{\rho_i}}\;,\quad i = 2, 3, \ldots, n,$$

avendo posto

$$\pi_i\,(z_1) = [\pi_i\,(z_0\,;\,z_1)]_{z_0=1}\quad,\quad i = 2, 3, \ldots, n\;.$$

Allora, § I, art. 4, operando su F e Φ rispettivamente le trasformazioni

$$Q \equiv [z'_1 = z_1\;;\; z'_k = \pi_k\,(z_1)\,.\,z_k]\;;$$

$$Q' = [z'_1 = z_1\;;\; z'_k = \pi'_k\,(z_1)\,.\,z_k]\;,$$

la seconda delle $F' = Q\,F$, $\Phi' = Q'\,\Phi$ sarà trasformata nella prima dalla

$$T \equiv Q\,s\,Q'^{-1} = \left[z'_1 = \frac{a\,z_1 + b}{c\,z_1 + d}\;;\; z'_k = \frac{z_k}{(c\,z_1 + d)^{\rho_k}}\right].$$

13. Poniamo che le $\pi\,(z_0\,;\,z_1)$, $\pi'\,(z_0\,;\,z_1)$ siano delle forme algebriche binarie che, per semplicità, supponiamo prive del fattore z_0: allora, *le forme corrispondenti alle* $f = Q\,F$, $\varphi = Q'\,\Phi$ *risultano* ancora *dei tipi*

$$f = \sum_i z_0^{r_i}\,.\,f_i\,(z_0\,;\,z_1)\,.\,z_n^{\lambda - i_1} \ldots z_2^{\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1}}\;;$$

$$\varphi = \sum_i z_0^{r'_i}\,.\,\varphi_i\,(z_0\,;\,z_1)\,.\,z_n^{\lambda - i_1} \ldots z_2^{\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1}}\,,$$

dove

$$f_i\,(z_0\,;\,z_1) = F_i\,(z_0\,;\,z_1)\,.\,\Pi_i\,(z_0\,;\,z_1)\;;$$

$$\varphi_i\,(z_0\,;\,z_1) = \Phi_i\,(z_0\,;\,z_1)\,.\,\Pi'_i\,(z_0\,;\,z_1)\;,$$

essendo ogni $\Pi_i\,(z_0\,;\,z_1)$ prodotto di certe potenze delle forme $\pi_2, \ldots, \pi_n$ ed ogni $\Pi'_i\,(z_0\,;\,z_1)$ prodotto delle stesse potenze delle $\pi'_2, \ldots, \pi'_n$. È evidente che *le forme*

$$z_0^{\eta'_i}\,.\,f_i\,(z_0\,;\,z_1)\quad;\quad z_0^{\eta_i}\,.\,\varphi_i\,(z_0\,;\,z_1)$$

sono ancora *trasformate, le seconde nelle prime, dalla proiettività* s_1: ma *gli ordini di queste forme binarie* non sono più costanti: diciamoli $m_{i_1 \ldots i_{n-1}} = \mu_{i_1 \ldots i_{n-1}}$ includendo i fattori $z_0^{\eta'_i}$ e $z_0^{\eta_i}$.

Detto p il maggiore degli intieri positivi $1, p_2, \ldots, p_n$, sappiamo che

$$T = \Big[z'_0 = (c z_1 + d z_0)^p \; : \; z'_1 = (a z_1 + b z_0)(c z_1 + d z_0)^{p-1} \; :$$

$$z'_k = z_0^{p_k - 1} . (c z_1 + d z_0)^{p - p_k} . z_k \Big];$$

onde si ha

$$T^{-1} f(z_0 ; z) = \sum_i z_0^{(p_n - 1)(\lambda - i_1) + \ldots + (p_2 - 1)(\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1})} .$$

$$(c z_1 + d z_0)^{p(r_i - \eta'_i) + (p-1) m_i + (p - p_n)(\lambda - i_1) + \ldots + (p - p_2)(\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1})}$$

$$. s_1^{-1} \Big[z_0^{\eta'_i} . f_i (z_0 : z_1) \Big] . z_n^{\lambda - i_1} \ldots z_2^{\lambda_{i_1 \ldots i_{n-1}} - i_{n-1}} .$$

Perciò deve essere

$$z_0^{(p_n - 1)(\lambda - i_1) + \ldots + (p_2 - 1)(\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1})} .$$

$$. (c z_1 + d z_0)^{p(r_i - \eta'_i) + (p-1) m_i + (p - p_n)(\lambda - i_1) + \ldots + (p - p_2)(\lambda_{i_1 \ldots i_{n-1}} - i_{n-1})} =$$

$$= z_0^{r'_1 - \eta_1} . K (z_0 : z_1),$$

dalla quale, poichè l'esponente del fattor z_0, nella forma K, è costante, si ha, — *nel caso generale in cui* $c \neq 0$, —

$$\eta_1 - r'_1 + (p_n - 1)(\lambda - i_1) + \ldots + (p_2 - 1)(\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1}) = \textbf{costante}.$$

E poichè, detto μ l'ordine di $\varphi(z_0 ; z_1)$, si ha

$$\mu = (r'_1 - \eta_1) + \mu_1 + (\lambda - i_1) + \ldots + (\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1}),$$

sommando questa con la relazione precedente, si ottiene

$$\mu_{i_1 \ldots i_{n-1}} + p_n (\lambda - i_1) + \ldots + p_2 (\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1}) = \textbf{costante}.$$

d'onde si trova subito che gli ordini $m_{i_1 \ldots i_{n-1}} = \mu_{i_1 \ldots i_{n-1}}$ di quelle forme, *soddisfano alle relazioni*

$$\text{(II)} \quad \mu_{i_1 \ldots i_{n-1}} = m_{i_1 \ldots i_{n-1}} = m_{0 \ldots 0} + p_2 (\lambda_{0 \ldots 0} - \lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}}) + \ldots +$$

$$+ p_{n-1} (\lambda_0 - \lambda_{i_1}) + p_2 . i_{n-1} + \ldots + p_n . i_1 ,$$

$$i_1 = 0, 1, \ldots, \lambda ; \; i_2 = 0, 1, \ldots, \lambda_{i_1} ; \; i_{n-1} = 0, 1, \ldots, \lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} .$$

Napoli, ottobre del 1915.

OTTOBRE 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass. min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	742.0	741.8	742.6	742.1	+13.4	+17.4	+12.0	+17.6	+ 9.1	+13.0	—
2	44.1	44.5	45.9	44.8	10.3	18.2	13.4	18.5	5.8	12.0	—
3	44.8	44.2	46.5	45.2	11.1	18.4	13.0	18.5	7.8	12.6	—
4	47.3	46.3	48.3	47.3	9.6	17.2	11.4	17.6	6.4	11.2	2.8
5	48.2	46.8	47.4	47.5	11.6	14.2	12.4	14.5	9.0	11.9	1.4
6	748.0	748.0	748.6	748.2	+11.8	+15.7	+12.6	+16.3	+ 9.1	+12.4	3.6
7	49.2	47.5	47.7	48.1	12.3	17.8	13.2	17.8	9.2	13.1	—
8	46.7	44.5	44.7	45.3	11.8	18.0	12.3	18.0	7.0	12.3	—
9	45.0	44.2	45.1	44.8	12.5	13.9	13.0	17.3	8.3	12.8	9.9
10	45.5	45.4	47.1	46.0	11.4	17.6	13.8	17.7	7.8	12.7	—
11	750.5	750.3	752.1	751.0	+12.8	+19.0	+13.6	+19.0	+ 8.2	+13.4	—
12	53.9	54.0	54.5	54.1	14.1	15.0	14.6	17.0	11.2	14.2	—
13	53.6	52.0	51.8	52.5	15.2	18.6	14.6	18.6	11.8	15.1	—
14	50.8	49.4	49.6	49.9	14.8	17.4	13.8	18.0	12.5	14.8	6.5
15	48.1	46.4	47.9	47.5	12.3	16.5	14.0	16.9	10.0	13.3	—
16	749.5	750.1	751.7	750.4	+11.2	+14.4	+12.8	+15.4	+ 9.5	+12.2	—
17	52.5	52.5	53.3	52.8	13.6	15.6	10.8	16.0	9.3	12.4	—
18	52.3	50.3	50.5	51.0	11.4	15.9	11.6	16.4	6.8	11.5	—
19	50.2	49.0	49.4	49.5	11.4	15.8	11.8	16.0	7.9	11.8	—
20	50.4	49.5	50.9	50.3	11.9	15.6	11.0	15.5	8.3	11.7	—
21	751.6	751.1	752.5	751.7	+10.6	+15.8	+11.2	+15.7	+ 6.8	+11.1	—
22	52.7	50.8	51.9	51.8	9.5	15.8	10.8	15.8	6.6	10.7	—
23	52.2	51.7	52.5	52.1	9.6	14.4	10.0	15.6	5.8	10.2	—
24	52.7	51.5	51.1	51.8	9.1	12.6	8.8	12.6	5.5	9.0	—
25	49.6	47.8	46.3	47.9	9.4	12.4	9.2	13.0	6.6	9.5	—
26	745.1	744.9	744.7	744.9	+ 9.8	+13.4	+ 9.4	+13.6	+ 6.3	+ 9.8	—
27	43.5	43.8	45.8	44.4	8.9	11.6	9.0	11.6	6.8	9.1	0.7
28	46.0	43.8	43.2	44.3	8.8	13.0	8.6	13.6	5.7	9.2	—
29	44.7	45.9	47.1	45.9	8.7	10.2	8.4	10.2	6.0	8.3	2.0
30	44.9	44.0	45.2	44.7	7.8	8.2	7.8	8.4	6.0	7.5	38.1
31	46.4	45.6	45.9	46.0	+ 7.7	+11.6	+ 7.8	+11.6	+ 5.3	+ 8.1	0.7
M	748.45	747.67	748.41	748.18	+11.11	+15.20	+11.51	+15.62	+ 7.82	+11.51	65.7

Altezza barom. mass.	754.5 mm	g. 12	Temperatura mass.	+	19.0	g. 11
" " min.	743.2	" 28	" min.	+	5.3	" 31
" " media	748.18		" media	+	11.51	

Temporale il giorno 3, 9
Grandine " " 9
Nebbia " " 2, 10, 11, 13, 14, 17, 18, 23, 26, 29, 30, 31

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

OTTOBRE 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	8.8	7.5	6.8	7.5	77	50	65	66.5	2	9	3	E	CALMA	N	3
2	6.5	7.0	9.3	7.4	70	45	82	68.2	2	5	5	CALMA	CALMA	E	3
3	6.7	7.4	7.6	7.0	68	47	68	63.5	2	5	6	CALMA	SW	E	6
4	8.0	7.6	7.6	7.5	89	52	76	74.8	8	3	10	CALMA	SE	NE	6
5	8.4	7.1	8.7	8.1	83	59	81	76.8	10	9	10	CALMA	NW	S	3
6	8.1	7.5	8.6	7.9	78	56	79	73.5	9	9	7	W	CALMA	CALMA	1
7	8.4	7.1	9.0	8.0	79	46	79	70.5	1	2	3	W	SW	CALMA	3
8	8.2	7.2	9.0	7.9	79	47	84	72.5	2	3	4	E	S	SE	3
9	9.1	8.9	8.8	8.7	83	75	79	81.5	9	9	10	SE	E	N	3
10	8.1	9.2	9.4	8.9	80	61	80	76.2	2	1	3	CALMA	CALMA	N	2
11	7.7	8.8	10.0	8.6	70	54	86	72.2	9	8	8	SE	CALMA	CALMA	2
12	10.1	11.2	10.7	10.6	84	88	87	88.5	10	10	10	E	CALMA	N	1
13	10.9	10.3	11.3	10.6	85	65	91	82.5	10	9	10	CALMA	CALMA	CALMA	1
14	11.0	11.1	10.4	10.8	88	75	89	86.2	10	10	10	SE	SW	E	2
15	8.6	8.4	9.8	8.7	81	60	82	76.5	10	5	10	E	W	E	4
16	7.1	8.1	8.4	7.8	72	66	77	73.9	6	10	10	SE	CALMA	NW	6
17	7.5	7.0	7.5	7.1	64	53	77	66.9	9	9	1	CALMA	CALMA	N	1
18	7.7	8.0	8.0	7.8	76	59	78	73.2	3	7	9	CALMA	CALMA	CALMA	1
19	7.4	7.1	7.8	7.2	73	53	76	69.5	3	5	6	SE	CALMA	NE	3
20	6.0	6.1	7.0	6.3	58	46	76	62.2	9	4	9	E	SE	NE	4
21	8.1	6.4	7.5	7.2	84	48	75	70.9	3	3	8	CALMA	SW	CALMA	2
22	7.0	7.8	8.0	7.5	79	58	82	74.9	3	3	3	E	SE	NE	1
23	7.3	7.7	8.0	7.6	82	63	87	79.2	9	3	7	CALMA	SE	CALMA	2
24	6.8	7.4	7.3	7.0	79	68	86	79.6	10	7	5	E	SE	NE	2
25	7.2	6.5	6.6	6.6	81	61	76	74.6	9	9	8	E	E	N	3
26	6.7	7.1	7.2	6.9	74	62	81	74.2	10	9	9	NE	CALMA	E	1
27	7.3	7.5	7.4	7.3	85	73	86	83.2	10	5	10	CALMA	SE	N	6
28	6.0	5.9	6.3	5.9	70	53	75	67.9	3	3	5	E	E	N	3
29	6.9	7.4	7.6	7.2	82	80	92	86.6	10	10	10	CALMA	NE	SE	4
30	6.8	7.6	7.2	7.1	86	93	91	91.9	10	10	10	S	NE	W	3
31	7.3	7.5	7.2	7.2	93	73	91	87.6	10	6	6	W	CALMA	SE	2
M	7.79	7.79	8.26	7.80	78.5	60.9	81.1	75.69	6.9	6.4	7.3				2.8

Tens. del vap. mass. 11.3 g. 13
" " " min. 5.9 " 28
" " " media 7.80
Umid. relativa mass. 93 % g. 30 e 31
" " min. 45 % " 2
" " media 75.69 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
8	8	17	14	3	4	5	2	32

Media nebulosità relativa del mese
6,9

NOVEMBRE 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C 9h	15h	21h	Media	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	740.7	739.6	740.4	740.2	+ 7.1	+10.4	+ 7.4	+10.6	+ 5.7	+ 7.7	19.7
2	43.0	42.8	42.8	42.9	8.4	9.9	8.8	10.2	4.8	8.0	—
3	40.8	38.7	37.0	38.8	9.0	9.0	8.8	9.4	7.2	8.6	17.4
4	39.9	42.5	45.3	42.6	6.6	12.6	9.6	12.6	3.5	8.1	0.5
5	46.8	46.3	46.5	46.5	9.2	10.2	9.6	10.2	7.3	9.1	12.6
6	748.6	748.5	750.0	749.0	+10.2	+13.4	+ 9.7	+13.4	+ 8.0	+10.3	2.5
7	51.4	50.3	50.1	50.6	6.4	9.7	7.6	9.7	3.3	6.8	0.3*
8	48.5	46.6	46.8	47.3	8.3	12.4	8.4	12.4	5.3	8.6	0.3*
9	45.1	43.4	43.1	43.9	9.2	11.3	9.8	11.4	5.9	9.1	1.8
10	39.3	36.7	36.8	37.6	9.1	9.6	8.1	9.6	6.6	8.3	5.3
11	740.9	743.1	745.5	743.2	+ 6.1	+13.3	+ 7.8	+13.3	+ 1.6	+ 7.2	0.5
12	44.5	43.1	43.6	43.7	6.4	10.0	6.8	10.3	3.3	6.7	—
13	36.1	35.3	37.0	36.1	6.7	8.7	6.6	8.7	5.2	6.8	13.0
14	41.4	40.9	41.4	41.2	7.7	12.4	5.8	12.5	3.3	7.3	0.3
15	41.6	43.7	45.3	43.5	4.6	10.9	5.4	11.2	1.2	5.6	0.1
16	744.1	743.0	744.8	744.0	+ 4.4	+ 6.0	+ 2.4	+ 7.4	+ 0.3	+ 3.6	—
17	49.2	49.3	49.9	49.5	5.4	8.7	4.4	8.7	— 0.2	4.6	—
18	51.6	51.1	52.3	51.7	2.8	7.6	3.4	7.6	+ 0.3	3.5	—
19	54.2	54.4	55.9	54.8	1.6	5.2	2.4	5.3	— 1.6	1.9	—
20	58.5	59.5	61.7	59.9	3.4	7.4	4.6	7.6	— 0.2	3.9	—
21	762.8	761.8	761.9	762.2	+ 5.2	+ 8.4	+ 6.6	+ 8.5	+ 2.0	+ 5.6	—
22	59.9	56.9	55.6	57.5	5.0	9.2	4.6	9.3	2.2	5.3	—
23	52.6	49.9	49.2	50.6	3.6	8.6	4.4	8.6	+ 0.3	4.2	—
24	46.0	44.8	47.1	46.0	2.1	6.6	3.2	6.6	0.7	2.8	—
25	47.4	45.0	44.3	45.6	+ 0.6	5.4	2.6	5.5	0.7	2.0	—
26	741.7	741.1	744.1	742.3	— 1.5	+ 6.4	+ 3.4	+ 8.3	— 3.2	+ 1.8	—
27	47.6	49.1	51.6	49.4	+ 2.0	5.0	+ 1.2	5.0	— 1.2	+ 1.7	—
28	57.8	58.1	59.7	58.5	— 1.8	2.9	— 0.8	2.9	— 3.8	— 0.9	—
29	58.1	56.4	55.1	56.5	+ 0.5	1.8	+ 0.4	1.8	— 3.5	— 0.2	—
30	53.4	51.9	52.1	52.5	— 0.6	+ 0.2	+ 0.2	+ 0.6	— 1.5	— 0.3	1.5
31											
M	747.78	747.13	747.90	747.60	+ 4.92	+ 8.44	+ 5.44	+ 8.64	+ 2.02	+ 5.26	75.8

		mm					
Altezza barom. mass.		762.8	g. 21	Temperatura mass.	+	13°.3	g. 11
" " min.		735.3	" 13	" min.	—	3°.8	" 28
" " media		747.60		" media	+	5°.26	

Temporale il giorno 14
Grandine " " —
Nebbia " " 2-3-4-5-6-7-8-9-10-13-14-20-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30
Neve " " 30

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, e nebbia condensata o brina, o rugiada disciolte.

NOVEMBRE 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri 9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	Umidità relativa in centesime parti 9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	Nebulosità relat. in decimi 9h	15h	21h	Provenienza del vento 9h	15h	21h	Velocità media del vento in chilom. all'ora
	mm	mm	mm	mm											
1	6.6	7.5	7.0	6.9	87	80	91	87.6	10	9	5	N	SW	N	6
2	7.2	7.7	7.8	7.5	87	84	92	89.3	8	10	10	SE	SE	W	1
3	6.5	8.1	8.0	7.4	76	95	94	89.9	10	10	10	CALMA	NE	W	4
4	6.4	7.1	7.8	7.0	88	65	87	81.6	3	3	10	CALMA	CALMA	SE	2
5	8.2	8.7	8.5	8.3	95	94	95	96.3	10	10	10	CALMA	E	CALMA	2
6	8.8	8.8	7.9	8.4	95	77	88	88.3	10	3	3	SW	S	SW	5
7	6.9	8.0	7.4	7.3	95	89	94	94.3	6	2	2	CALMA	CALMA	N	2
8	7.3	8.3	7.8	7.7	89	78	94	88.6	10	10	8	CALMA	SW	NW	1
9	8.0	7.1	8.6	7.8	92	71	95	87.6	10	10	10	CALMA	CALMA	CALMA	0
10	8.2	8.5	7.5	7.9	95	95	93	95.8	10	10	10	SE	SW	W	5
11	4.3	3.0	5.3	4.1	62	26	67	53.1	1	1	3	W	N	NE	7
12	4.7	6.2	6.3	5.6	65	68	85	74.1	8	5	10	CALMA	CALMA	E	5
13	6.9	6.4	6.2	6.4	94	75	85	86.1	10	5	3	NW	NW	W	6
14	3.4	3.2	5.6	4.0	43	29	82	52.7	1	6	8	SW	CALMA	N	10
15	3.8	1.8	2.7	2.7	59	18	40	40.4	3	1	6	NW	N	E	8
16	3.5	4.7	4.3	4.1	56	67	79	68.7	10	7	1	CALMA	SE	N	4
17	2.0	1.9	3.0	2.2	29	23	48	34.7	0	0	0	NW	W	W	11
18	3.0	3.5	2.8	3.0	53	45	47	49.7	1	1	3	CALMA	SW	CALMA	5
19	3.1	3.3	3.5	3.2	59	50	65	59.4	4	10	5	CALMA	NW	N	2
20	3.5	3.3	3.8	3.4	60	42	59	55.1	10	3	7	CALMA	SE	N	1
21	4.4	4.3	4.5	4.3	66	52	62	61.2	10	10	9	CALMA	NW	N	2
22	4.3	4.7	4.7	4.5	66	53	74	65.5	3	3	3	NE	CALMA	N	1
23	4.6	4.7	4.9	4.6	78	56	77	71.5	5	3	5	CALMA	CALMA	NE	1
24	4.4	5.7	5.2	5.0	82	78	90	84.5	10	6	3	CALMA	SE	E	4
25	4.4	4.5	4.0	4.2	92	66	72	77.9	10	10	3	W	W	W	4
26	3.8	2.0	1.8	2.4	92	27	31	51.2	5	5	0	W	N	N	11
27	1.5	1.7	2.8	1.9	29	27	55	38.2	0	1	1	N	SW	W	7
28	2.4	3.1	3.5	2.9	60	54	80	65.9	0	1	3	E	CALMA	NE	7
29	3.4	3.9	3.7	3.6	71	74	79	75.9	10	10	10	CALMA	CALMA	W	3
30	3.7	4.5	4.3	4.2	84	96	93	92.2	10	10	10	W	CALMA	W	3
31															
M	4.97	5.21	5.37	5.08	73.30	61.80	76.43	71.91	6.6	5.8	5.7				4.3

Tens. del vap. mass. 8.8 g. 6
" " " min. 1.5 " 27
" " " media 5.08
Umid. relativa mass. 96 % g. 30
" " min. 18 % " 15
" " media 71.91 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
14	5	5	7	1	8	15	7	28

Media nebulosità relativa del mese 6,0

NOVEMBRE 1915

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12^h	Ponte Tresa M. 272.10* 12^h	Como, Porto M. 197.521* 12^h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12^h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12^h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12^h	Salò M. 64.55* 12^h
1	— 0.15	+ 0.31	+ 0.04	+ 0.14	— 0.04	+ 0.14	+ 0.79
2	— 0.15	+ 0.30	+ 0.04	+ 0.14	— 0.04	+ 0.20	+ 0.78
3	— 0.16	+ 0.30	+ 0.03	+ 0.13	— 0.04	+ 0.23	+ 0.78
4	— 0.19	+ 0.29	+ 0.02	+ 0.12	— 0.05	+ 0.25	+ 0.77
5	— 0.20	+ 0.28	+ 0.02	+ 0.12	— 0.05	+ 0.27	+ 0.77
6	— 0.21	+ 0.27	+ 0.01	+ 0.11	— 0.06	+ 0.29	+ 0.76
7	— 0.22	+ 0.28	+ 0.01	+ 0.10	— 0.06	+ 0.30	+ 0.75
8	— 0.23	+ 0.27	+ 0.01	+ 0.09	— 0.07	+ 0.31	+ 0.75
9	— 0.25	+ 0.26	+ 0.01	+ 0.08	— 0.08	+ 0.30	+ 0.75
10	— 0.26	+ 0.26	+ 0.00	+ 0.08	— 0.08	+ 0.29	+ 0.75
11	— 0.26	+ 0.25	+ 0.00	+ 0.10	— 0.07	+ 0.32	+ 0.76
12	— 0.28	+ 0.25	+ 0.00	+ 0.10	— 0.07	+ 0.34	+ 0.76
13	— 0.28	+ 0.24	+ 0.00	+ 0.09	— 0.07	+ 0.36	+ 0.77
14	— 0.29	+ 0.24	+ 0.02	+ 0.10	— 0.07	+ 0.37	+ 0.77
15	— 0.30	+ 0.23	+ 0.01	+ 0.09	— 0.07	+ 0.33	+ 0.77
16	— 0.31	+ 0.23	+ 0.00	+ 0.07	— 0.09	+ 0.32	+ 0.78
17	— 0.32	+ 0.22	— 0.01	+ 0.06	— 0.10	+ 0.30	+ 0.78
18	— 0.33	+ 0.22	— 0.02	+ 0.04	— 0.12	+ 0.29	+ 0.78
19	— 0.35	+ 0.21	— 0.03	+ 0.02	— 0.13	+ 0.29	+ 0.76
20	— 0.36	+ 0.21	— 0.04	+ 0.00	— 0.15	+ 0.28	+ 0.76
21	— 0.38	+ 0.20	— 0.05	— 0.01	— 0.16	+ 0.28	+ 0.76
22	— 0.40	+ 0.19	— 0.06	— 0.02	— 0.17	+ 0.26	+ 0.75
23	— 0.41	+ 0.19	— 0.08	— 0.03	— 0.18	+ 0.23	+ 0.74
24	— 0.41	+ 0.18	— 0.09	— 0.04	— 0.19	+ 0.22	+ 0.73
25	— 0.42	+ 0.18	— 0.10	— 0.05	— 0.20	+ 0.20	+ 0.72
26	— 0.42	+ 0.18	— 0.11	— 0.06	— 0.21	+ 0.19	+ 0.71
27	— 0.44	+ 0.17	— 0.12	— 0.06	— 0.21	+ 0.17	+ 0.70
28	— 0.45	+ 0.17	— 0.13	— 0.07	— 0.22	+ 0.17	+ 0.70
29	— 0.48	+ 0.16	— 0.14	— 0.07	— 0.22	+ 0.15	+ 0.69
30	— 0.49	+ 0.16	— 0.15	— 0.08	— 0.23	+ 0.14	+ 0.69

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

Adunanza del 23 Dicembre 1915

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. GIOVANNI CELORIA

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Briosi, Brugnatelli, Buzzati, Celoria, Colombo, Del Giudice, Gobbi, Golgi, Gorini, Jorini, Jung, Körner, Minguzzi, Murani, Paladini, Pascal C., Sabbadini, Sala, Taramelli, Villa, Zuccante.

E i SS. CC.: Barassi, Bonardi, Carrara, Gabba L. jun., Livini, Supino C., Supino F., Tansini.

Hanno scusato la loro assenza per motivi di salute, i MM. EE.: De-Marchi A., Forlanini, Gabba L. sen., Lattes E., Sayno, Vidari E., e, per motivi d'ufficio il M. E. Menozzi.

L'adunanza è aperta alle ore 13,45.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Zuccante legge il verbale della precedente seduta, che viene approvato.

Il segretario comunica le pubblicazioni inviate in omaggio all'Istituto, che per la Classe di scienze matematiche e naturali sono:

Colella R., Studio sopra cinquemila malati dell'Ambulatorio gratuito delle malattie del sistema nervoso nelle Università di Messina e di Palermo. Firenze, 1914.

— Arteriosclerosi e neurosi post-traumatiche. Milano, 1915.

Guareschi I., Jöns Jacob Berzelius e la sua opera scientifica. Brevi cenni sulla chimica nella prima metà del secolo XIX. Torino, 1915.

E, per la Classe di lettere e scienze morali e storiche:

Rasi P. La bibliografia virgigliana (1912-1913). Mantova, 1915.

— In memoria di Giovanni Canna. Venezia, 1915.

Rota C. M., L'antico Comitato Laudense. Studio storico-critico-corografico dal secolo VIII al secolo XII. Saronno, 1915.

Prima di passare alla lettura delle relazioni sui concorsi scaduti e alle proposte di nuovi temi per i concorsi a premio, come porta l'ordine del giorno, il presidente dà lettura di una lettera del prof. Gorra, con la quale il chiaro Collega prende congedo dall'Istituto a causa del suo trasferimento dall'Università di Pavia a quella di Torino. La Presidenza, esprimendo il vivo dispiacere per tale trasferimento che priva l'Istituto di uno dei suoi membri tanto benemeriti, dichiara che farà le pratiche necessarie per il passaggio del prof. Gorra a membro libero.

Il presidente comunica anche una lettera del prof. Lesca, nella quale questi dà notizie sulla prossima pubblicazione del primo getto del capolavoro manzoniano « Gli sposi promessi », e promette di presentare in omaggio all'Istituto il primo esemplare.

Il M. E. sen. prof. Del Giudice propone di esprimere gli auguri del Corpo Accademico a quei Colleghi che versano in non buone condizioni di salute. L'Istituto unanime consente; il presidente ringrazia il sen. Del Giudice, e si farà interprete di questi voti.

Lo stesso sen. Del Giudice comunica una lettera del sig. ing. Colica diretta a ottenere una proroga alla scadenza dei concorsi, in vista delle presenti condizioni politiche. Il presidente dice le ragioni perchè non si possa accettare la proposta, e l'Istituto difatti la respinge.

Si passa indi alla lettura delle varie relazioni sui concorsi scaduti.

Il M. E. prof. Ettore Paladini, in nome della Commissione, legge la relazione sul premio dell'Istituto che aveva per tema: « Investigare se o meno si possa presumere che il regime delle pioggie in Tripolitania e Cirenaica sia diverso oggi da quello che si verificava all'epoca romana », e tributa grazie al M. E. prof. Carlo Pascal che alla Commissione ha dato il suo aiuto per la interpretazione di alcuni luoghi greci, citati nelle memorie dai concorrenti. La Commissione era composta dei MM. EE. prof. Paladini e prof. Pascal, e dal S. C. ing. Gaudenzio Fantoli; essa pur apprezzando alcuni meriti delle memorie presentate dai due concorrenti, conclude che il premio non sia accordato. L'Istituto approva la proposta.

Segue la relazione sul concorso della fondazione Cagnola, avente per tema: « Innesto di organi e tessuti. Storia, valore e significato scientifico degli innesti. Applicazioni ». La Commissione era composta dai MM. EE. professori Golgi e Körner

e dal S. C. prof. Iginio Tansini. Il prof. Tansini legge la relazione sui lavori presentati dall'unico concorrente, e propone che non sia accordato il premio. L'Istituto approva.

Sull'altro concorso a premio pure di fondazione Cagnola avente per tema: « Una scoperta ben provata sulla cura della pellagra », legge la relazione il M. E. prof. Sala in luogo del relatore M. E. sen. prof. Forlanini. A questo concorso si è presentato un solo concorrente, il prof. *Guido Volpino* dell'Università di Torino con alcune memorie relative all'argomento. La Commissione composta dai predetti professori Forlanini e Sala, e dal M. E. prof. Golgi non può proporre il premio perchè non si tratta di una scoperta come vuole il tema messo a concorso; ma tuttavia, considerando il pregio dei lavori presentati, relativi alla materia del concorso, propone che al prof. Volpino sia dato un assegno d'incoraggiamento nella somma di L. 1000. L'Istituto approva la proposta.

A giudicare il terzo concorso a premio della stessa fondazione Cagnola sull'argomento: « Una scoperta ben provata sulla natura dei miasmi e contagi », la Commissione era composta dai MM. EE. professori Golgi e Gorini, e dal S. C. prof. Bordoni-Uffreduzi. Si è presentato a tale concorso un solo concorrente, il dott. *Giuseppe Sangiorgio* dell'Istituto d'igiene dell'Università di Torino. Legge la relazione il prof. Gorini, e si propone che al dott. Sangiorgio sia accordato un assegno d'incoraggiamento di lire mille. L'Istituto approva.

Segue la relazione sul concorso della fondazione Brambilla per: « Un premio a chi avrà inventato o introdotto in Lombardia qualche nuova macchina, o qualunque processo industriale, o altro miglioramento, da cui la popolazione ottenga un vantaggio reale e provato ». La Commissione era composta dai MM. EE. proff. Murani, Jorini, Menozzi, e dai SS. CC. prof. G. Carrara e ing. E. Jona. Relatore è il prof. Carrara. I concorrenti erano sette. Le proposte della Commissione sono: Premio di 1.° grado di L. 1000 e medaglia d'oro alla *Società Anonima Ferriere di Voltri* con sede a Voltri e stabilimento in Darfo, per la produzione di leghe di ferro al forno elettrico, e per impulso dato all'industria elettrosiderurgica; premio di 2° grado di L. 300 e medaglia d'oro alle seguenti Ditte: *Società elettrica ed elettrochimica del Caffaro*, con sede a Milano e stabilimento a Brescia, per avere introdotto e largamente diffuso l'uso di un prodotto antiperonosporico, la pasta Caffaro; alla *Società Anonima Fonderia di acciaio e ghisa della Bonacina* di Castello sopra a Lecco, per la sua produzione di incudini

di acciaio temprato; alla *Società Anonima Vetreria di Grandate*, con stabilimento a Grandate e sede a Milano, per la produzione di vetreria fina stampata e soffiata, e per avere introdotto nella lavorazione speciali macchine soffianti. L'Istituto approva tutte le proposte.

Al concorso a premio della fondazione Fossati, avente per tema: « Illustrare qualche fatto di anatomia macro o microscopica del sistema nervoso degli animali superiori » si presentarono tre concorrenti con memorie stampate. La Commissione composta dai MM. EE. proff. Golgi e Sala, e dal S. C. prof. Livini, con relazione di questi, propone che il detto premio venga concesso al Dott. *Carlo Riquier* di Pavia. L'Istituto approva.

Al premio della fondazione Secco - Comneno, sul tema: « Sull'indacanuria » si è presentato un unico concorrente. La Commissione composta dal M. E. prof. Forlanini, e dai SS. CC. proff. Bordoni-Uffreduzi e Bonardi, relatore, propone che sia premiato il lavoro distinto col motto: quod scis, nescis. L'Istituto approva la proposta. Aperta la scheda, si è constatato che autore ne è il Dott. *Pietro Binda*, al quale pertanto è concesso il premio,

Segue nell'ordine del giorno la scelta dei temi per i nuovi concorsi. Si apre la discussione in proposito. Per il premio dell'Istituto (an. 1917), Classe di scienze matematiche e naturali, viene scelto il tema: « Recenti ricerche hanno messo in rilievo come lo strumento del calcolo differenziale assoluto di Ricci e Levi-Civita sembri particolarmente adatto alle ricerche che si collegano con la teoria della relatività. Il premio dell'Istituto sarà conferito al miglior lavoro matematico, sia pure d'indole critica, il quale porti un notevole contributo sull'argomento della relatività ». Per il concorso al premio di fondazione Cagnola (fisica) viene scelto il tema: « Discutere le varie teorie sulla origine dell'elettricità atmosferica, e illustrare possibilmente la questione con nuove esperienze ». Per il concorso al premio di fondazione Fossati, il tema: « Illustrare con ricerche originali, eseguite coi metodi perfezionati di tecnica, la fina organizzazione della retina negli animali superiori, anche dal punto di vista dello sviluppo ». Per il concorso al premio di fondazione Kramer: « Studi teorici e pratici sugli aeroplani ». Per il concorso al premio della fondazione Secco-Comneno, il tema: « Sulle modificazioni indotte dal pneumotorace nel polmone normale e nel tisico ». Per il concorso al premio di fondazione Pizzamiglio,

il tema: « Il diritto di guerra nella dottrina e storia costituzionale ». Da ultimo, per il concorso a premio della fondazione Massarani viene scelto il tema: « La critica letteraria in Roma antica ».

Si passa quindi alla votazione con schede segrete per la nomina di un Membro Effettivo nella Sezione di scienze mediche (Classe di scienze matematiche e naturali), in sostituzione del compianto prof. Marcacci. Funzionano da scrutatori i MM. EE. proff. Jung e Taramelli. Hanno votato 36 Membri su 38. Risulta eletto il prof. Iginio Tansini dell'Università di Pavia.

La seduta è levata alle ore 16.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
O. MURANI

IDENTITÀ
ED AUTOIDENTITÀ SEMIPROIETTIVA RIDOTTA DI DUE FORME ALGEBRICHE AD $n+1$ VARIABILI

Nota II di SALVATORE CHERUBINO (*)

(*Adunanza del 9 dicembre 1915*)

Questa Nota II è divisa in tre §: nel primo è risoluto, nel senso già spiegato, il problema delle forme alg. autoid. rispetto ad una semipr. r.; nel secondo, vien dato un altro mezzo per ridurre a forma normale una coppia di f. alg. id. rispetto ad una semipr. r., e viene stabilito il criterio per sceverare le forme autoid. che siano indipendenti nel gruppo totale delle semiproiettività ridotte. Nel terzo, è fatto un cenno brevissimo della risoluzione dei problemi della identità cremoniana di due curve algebriche piane e della identità di due ipersuperficie algebriche rispetto ad una semiproiettività di forma generale.

§ III. **Autoidentità semiproiettiva ridotta di una forma algebrica.**

14. Sia

$$f(z_1 \dots z_n) = \sum_{0}^{\lambda}{}_{i_1} f_{i_1}(z_1 \dots z_{n-1}) \,.\, z_n^{\lambda - i_1} = 0$$

l'equazione della ipersuperficie algebrica f, di ordine m, *irreduttibile* ed ammettente la

$$S \equiv \left[z'_1 = \frac{a\, z_1 + b}{c\, z_1 + a} \,;\; z'_k = \frac{A_k(z_1 \dots z_{k-1})}{D_k(z_1 \dots z_{k-1})} \,.\, z_k \right],$$

(*) Vedi la nota 1 a pag. 993 di questo stesso volume.

quindi anche la inversa di questa

$$S^{-1} \equiv \left[z'_1 = \frac{d z_1 - b}{-c z_1 + d} \; ; \; z'_k = \frac{A'_k (z_1 \dots z_{k-1})}{D'_k (z_1 \dots z_{k-1})} \cdot z_k \right].$$

Se fossero verificate le relazioni

$$s_{k-1}^{-1} D'_k (z_1 \dots z_{k-1}) = A'_k (z_1 \dots z_{k-1}) \;, \quad k = 2, 3, \dots n \;,$$

operando su f la semiproiettività ridotta

$$R \equiv [z'_1 = z_1 \; ; \; z'_k = A'_k (z_1 \dots z_{k-1})] \;,$$

si concluderebbe subito, come nel § I. art. 3, che la $Rf = f'$ ammetterebbe la trasformazione iperellittica ad indici nulli

$$s \equiv \left[z'_1 = \frac{a z_1 + b}{c z_1 + d} \; ; \; z'_k = z_k \right].$$

Altrettanto potrebbe farsi qualora esistesse una trasformazione birazionale, p. es. T, tale che

$$T S T^{-1} = s \;.$$

15. In ogni caso, perchè f ammetta la S, occorre sia verificata una identità del tipo (§ I, art. 1):

$$(10) \quad S^{-1} f(z_1 \dots z_n) = f(z_1 \dots z_n) \cdot \frac{\chi(z)}{v_n (z_1 \dots z_{n-1})^m} \;.$$

Nella equazione di f, possiamo sempre supporre

$$f_0 (z_1 \dots z_{n-1}) = 1 \;,$$

perchè, in caso contrario, si opererebbe su f la trasformazione

$$R_n \equiv [z'_k = z_k \; ; \; z'_n = f_0 (z_1 \dots z_{n-1}) \cdot z_n]$$

moltiplicando poi per $f_0^{\lambda-1}$. Con ciò, la trasformata ammetterà la $R_n S R_n^{-1}$, che è ancora semiproiettiva ridotta, di forma generale (e primo tipo).

Intanto si ha

$$S^{-1} f(z_1 \dots z_n) = \sum_0^{\lambda}{}_{i_1} s_{n-1}^{-1} f_{i_1} (z_1 \dots z_{n-1}) \cdot \left[\frac{A_n}{D_n} \right]^{\lambda - i_1} \cdot z_n^{\lambda - i_1} \;,$$

e poichè S^{-1}, come S, lascia inalterati gli esponenti di z_n,

e non può annullare alcuna delle $f_{i_1}(z_1 \dots z_{n-1})$, la (10) dà luogo alle identità

$$\overset{-1}{s}_{n-1} f_{i_1}(z_1 \dots z_{n-1}) \cdot \left[\frac{A_n}{D_n}\right]^{\lambda - i_1} =$$

$$= f_{i_1}(z_1 \dots z_n) \cdot \frac{\chi(z)}{v_n(z_1 \dots z_{n-1})^m} \quad , \quad i_1 = 0, 1, \dots, \lambda .$$

Per $i_1 = 0$, essendosi supposto $f_0 = 1$, si ha

$$\frac{\chi(z)}{v_n(z_1 \dots z_{n-1})^m} = \left[\frac{A_n}{D_n}\right]^{\lambda},$$

quindi le identità precedenti si mutano nelle altre

$$(11) \qquad \frac{\overset{-1}{s}_{n-1} f_{i_1}(z_1 \dots z_{n-1})}{f_{i_1}(z_1 \dots z_{n-1})} = \left[\frac{A_n}{D_n}\right]^{i_1}, \quad i_1 = 0, 1 \dots, \lambda .$$

16. Fra le funzioni razionali intere

$$f_0, f_1, f_2, \dots, f_\lambda,$$

ve ne sono alcune che sono identicamente nulle: nè f_0, nè f_λ sono fra queste, la prima perchè $f(z)$ è supposta di grado λ in z_n (ed abbiamo perciò potuto supporre $f_0 = 1$), la seconda perchè altrimenti $f(z)$ acquisterebbe il fattore z_n, cioè non sarebbe irreduttibile.

A questo punto, occorre far uso del lemma dimostrato nel § I. Scriviamo le (11) sotto la forma

$$(11)' \quad X^{i_1} = \frac{\overset{-1}{s}_{n-1} f_{i_1}(z_1 \dots z_{n-1})}{f_{i_1}(z_1 \dots z_{n-1})} = F_{i_1}(z_1 \dots z_{n-1}):$$

allora, se

$$f_0, f_{i+k_0} = f_i, f_{i+k_1}, f_{i+k_2}, \dots, f_{i+k_r} = f_\lambda$$

sono quelle fra le funzioni $f_0, f_1, \dots, f_\lambda$ che sono identicamente nulle, le (11)′ sono $r + 2$ equazioni, del tipo di quelle considerate nel lemma già citato, che ammettono per radice comune il numero $\frac{A_n}{D_n}$ del campo di razionalità $K(z_1 \dots z_{n-1})$ cui già appartengono i termini noti $F_{i_1}(z_1 \dots z_{n-1})$.

Tenendo anche presente la osservazione II, si ha che $\frac{A_n}{D_n}$ soddisfa ad un' equazione del tipo

$$X^{H_n} = \frac{s_{n-1}^{-1} F(z_1 \dots z_{n-1})}{F(z_1 \dots z_{n-1})},$$

dove H_n è il massimo comun divisore dei numeri $i, i+k_1, \dots, \lambda$ ed F è una certa funzione razionale ottenuta combinando per moltiplicazioni e divisioni, in un certo modo, le $f_{i_1}(z_1 \dots z_{n-1})$.

Dunque, l' equazione di f si scrive

$$f(z) = z_n^{\lambda . H_n} + \varphi_1(z_1 \dots z_{n-1}) . z_n^{(\lambda-1). H_n} + \varphi_2(z_1 \dots z_{n-1}) .$$
$$. z_n^{(\lambda-2). H_n} + \dots + \varphi_\lambda(z_1 \dots z_{n-1}) = 0,$$

dove $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_\lambda$ sono polimonii dei quali alcuni possono anche essere identicamente nulli.

17. Poniamo sia $H_n = 1$, allora l' equazione cui soddisfa $\frac{A_n}{D_n}$ è lineare, cioè si ha

$$\frac{A_n}{D_n} = \frac{s_{n-1}^{-1} F(z_1 \dots z_{n-1})}{F(z_1 \dots z_{n-1})},$$

onde, operando su f la trasformazione

$$R \equiv \left[z'_1 = z_1 \ ; \dots ; \ z'_{n-1} = z_{n-1} \ ; \ z'_n = \frac{z_n}{F(z)} \right],$$

la trasformata $Rf = f'$ ammetterà la semiproiettività ridotta

$$R S R^{-1} \equiv \left[z'_1 = \frac{a z_1 + b}{c z_1 + d} \ ; \ z'_2 = \frac{A_2}{D_2} z_2 \ ; \dots ; \right.$$
$$\left. z'_{n-1} = \frac{A_{n-1}}{D_{n-1}} . z_{n-1} \ ; \ z'_n = z_n \right].$$

18. Sia, invece, $H_n > 1$. Allora si ha

$$(12) \quad \frac{A_n}{D_n} = \varepsilon_{H_n} . \frac{s_{n-1}^{-1} \sqrt[H_n]{F(z)}}{\sqrt[H_n]{F(z)}},$$

ove ε_{H_n} è una qualsiasi radice dell' unità, di indice H_n, ed il radicale ha una qualsiasi delle sue H_n determinazioni.

Operando su f la trasformazione H_n — pla

$$Q_n \equiv \left[z'_1 = z_1 \; ; \; \ldots . \; ; \; z'_{n-1} = z_{n-1} \; ; \; z'_n = \frac{z_n}{\sqrt[H_n]{F(z)}} \right],$$

— la quale, evidentemente, definisce in S_n una corrispondenza algebrica simmetrica di indici eguali ad H_n, — la ipersuperficie trasformata $Q_n f = f'$ avrà una equazione del tipo

$$(13) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Phi(z) = \Phi_0(z_1 \ldots z_{n-1}) \cdot z_n^{\lambda . H_n} + \\ + \Phi_1(z_1 \ldots z_{n-1}) \cdot z_n^{(\lambda - 1) . H_n} + \ldots + \Phi_\lambda(z_1 \ldots z_{n-1}) = 0 , \end{array} \right.$$

nella quale il radicale è eliminato; ed ammetterà le H_n trasformazioni

$$S' \equiv Q_n \, S \, Q_n^{-1} \equiv \left[z'_1 = \frac{a z_1 + b}{c z_1 + d} \; ; \; z'_2 = \frac{A_2}{D_2} z_2 \; ; \; \ldots . \; ; \right.$$

$$\left. z'_{n-1} = \frac{A_{n-1}}{D_{n-1}} \cdot z_{n-1} \; ; \; z'_n = \varepsilon_{H_n} \cdot z_n \right], \; \varepsilon_{H_n} = e^{\frac{2 r \pi i}{H_n}} , \; r = 0, 1, \ldots H_n - 1.$$

Il caso $H_n = 1$ si può includere in questo.

19. Dopo ciò, possiamo partire da una ipersuperficie la cui equazione sia del tipo (13), ed ammettente le S'.

La (13) potrà anche scriversi, ordinando prima rispetto a z_{n-1} e poi rispetto a z_n,

$$f(z) = \sum_{i_1}^{\lambda'} \sum_{i_2}^{\lambda'_{i_1}} f_{i_1 i_2}(z_1 \ldots z_{n-2}) \cdot z_{n-1}^{\lambda' - i_1} \cdot z_n^{(\lambda'_{i_1} - i_2) H_n} = 0 ,$$

cosicchè due termini qualsiansi della somma doppia differiscono *almeno* per l'esponente di una delle due variabili z_n, z_{n-1}. E si avrà

$$S'^{-1} f(z) = \sum_{i_1}^{\lambda'} \sum_{i_2}^{\lambda'_{i_1}} S_{n-2}^{-1} f_{i_1 i_2}(z_1 \ldots z_{n-2}) \cdot \left[\frac{A_{n-1}}{D_{n-1}} \right]^{\lambda' - i_1} \cdot z_n^{\lambda' - i_1} \cdot z_n^{(\lambda'_{i_1} - i_2) . H_n} = 0 .$$

Poichè S'^{-1} non altera gli esponenti di z_n, nè quelli di z_{n-1}, nè annulla alcuna delle $f_{i_1 i_2}$, nelle identità equivalenti (§ I, 2)

$$S^{-1} f(z_n \, ; z) = f(z_n \, ; z) \, . \, K(z_n \, ; z) \quad ; \quad S^{-1} f(z) = f(z) \cdot \frac{K(1 \, ; z)}{[r_{n-1}(z_1 \ldots z_{n-1})]^m} ,$$

il secondo fattore del secondo membro risulta indipendente da z_n e da z_{n-1}, e perciò da esse seguono le altre identità

$$(14)\quad \left\{ \begin{aligned} & \overset{-1}{s}_{n-2} f_{i_1 i_2}(z_1 \ldots z_{n-2}) \cdot \left[\frac{A_{n-1}}{D_{n-1}}\right]^{\lambda' - i_1} = \\ & = f_{i_1 i_2}(z_1 \ldots z_{n-2}) \cdot \frac{K(1\,;\, z_1 \ldots z_{n-2})}{[v_{n-1}(z_1 \ldots z_{n-2})]^m} , \end{aligned} \right.$$

$$i_1 = 0, 1, \ldots, \lambda' \quad ; \quad i_2 = 0, 1, \ldots, \lambda'_{i_1} .$$

Ora, nella $f(z)$ può sempre supporsi che sia

$$f_{00}(z_1 \ldots z_{n-2}) = 1 ,$$

perchè, se così non fosse, si opererebbe su f la trasformazione

$$R_{n-1} \equiv [z'_1 = z_1 \; ; \; \ldots \; ; \; z'_{n-2} = z_{n-2} \; ; \\ z'_{n-1} = f_{00} \cdot z_{n-1} \; ; \; z'_n = z_n] ,$$

moltiplicando poi per $f_{00}^{\lambda' - 1}$, e la trasformata $R_{n-1} f$ ammetterebbe la semiproiettività ridotta $R_{n-1} S' R_{n-1}^{-1}$, che differisce da S' solo perchè $\dfrac{A_{n-1}}{D_{n-1}}$ è sostituita con $\dfrac{A_{n-1}}{D_{n-1}} \cdot \dfrac{\overset{-1}{s}_{n-2} f_{00}}{f_{00}}$.

Allora, posto nelle (14) $i_1 = i_2 = 0$, si ha

$$\frac{K(1\,;\, z_1 \ldots z_{n-2})}{[v_{n-1}(z_1 \ldots z_{n-2})]^m} = \left[\frac{A_{n-1}}{D_{n-1}}\right]^{\lambda'} ,$$

e poi anche

$$\frac{\overset{-1}{s}_{n-2} f_{i_1 i_2}(z_1 \ldots z_{n-2})}{f_{i_1 i_2}(z_1 \ldots z_{n-2})} = \left[\frac{A_{n-1}}{D_{n-1}}\right]^{i_1} ,$$

$$i_1 = 0, 1, \ldots, \lambda' \quad ; \quad i_2 = 0, 1, \ldots, \lambda'_{i_1} .$$

Ripetendo, a questo punto, il ragionamento degli art. 11, 12, 13, si conclude che la f può algebricamente ridursi ad avere una equazione della forma

$$f(z) = \sum_{0}^{\lambda}{}_{i_1} \sum_{0}^{\lambda_{i_1}}{}_{i_2} f_{i_1 i_2}(z_1 \ldots z_{n-2}) \cdot z_{n-1}^{(\lambda_{i_1} - i_2) \cdot H_{n-1}} \cdot z_n^{(\lambda - i_1) \cdot H_n} = 0 ,$$

e ad ammettere tutte le trasformazioni

$$S'' = \left[z'_1 = \frac{a z_1 + b}{c z_1 + d} \; ; \; z'_2 = \frac{A_2}{D_2} z_2 \; ; \; \ldots . \; ; \right.$$

$$\left. z'_n = \frac{A_{n-2}}{D_{n-2}} \cdot z_{n-2} \; ; \; z'_{n-1} = \varepsilon_{H_{n-1}} \cdot z_{n-1} \; ; \; z'_n = \varepsilon_{H_n} \cdot z_n \right]$$

$$\varepsilon_{H_{n-1}} = e^{\frac{2 r \pi i}{H_{n-1}}} \; ; \; \varepsilon_{H_n} = e^{\frac{2 r' \pi i}{H_n}} \; ;$$

$$r = 0, 1, \ldots, H_{n-1} - 1 \; ; \; r' = 0, 1, \ldots, H_n - 1 \; .$$

Riordinando $f(z)$ prima rispetto a z_{n-2}, poi rispetto a z_{n-1} ed a z_n, e ripetendo un analogo ragionamento, perverremo ad analoghe conclusioni. Cosicchè, in definitiva, abbiamo il risultato:

Ogni ipersuperficie algebrica f *ammettente una semiproiettività ridotta può sempre algebricamente riferirsi, — con corrispondenza birazionale, ovvero con corrispondenza multipla simmetrica, — ad una ipersuperficie* f *che corrisponda ad una forma algebrica del tipo*

$$f(z) = \sum_{0}^{\lambda}{}_{i_1} \sum_{0}^{\lambda_{i_1}}{}_{i_2} \ldots \sum_{0}^{\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}}}{}_{i_{n-1}} z_0^{r_{i_1 \ldots i_{n-1}}} \cdot f_{i_1 \ldots i_{n-1}}(z_0 ; z_1) \, .$$

$$. \, z_2^{(\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1}) \cdot \nu_2} \ldots z_{n-1}^{(\lambda_{i_1} - i_2) \cdot \nu_{n-1}} \cdot z_n^{(\lambda - i_1) \cdot \nu_n} \, ,$$

che sia mutata in sè da tutte le trasformazioni

$$\left[z'_1 = \frac{a z_1 + b}{c z_1 + d} \; ; \; z'_k = \varepsilon_{\nu_k} \cdot z_k \right]$$

dove

$$\varepsilon_{\nu_k} = e^{\frac{2 r \pi i}{\nu_k}} \, , \; k = 2, 3, \ldots, n \; ; \; r = 0, 1, \ldots, \nu_k - 1 \; .$$

20. Per semplicità di scrittura, supponiamo $\nu_2 = \nu_3 = \ldots \ldots = \nu_n = 1$ ed indichiamo con i tutti gli indici $i_1 \ldots i_{n-1}$,

cosicchè la ipersuperficie di cui trattasi corrisponderà alle forme

$$f'(z_0\,;z) = \sum_i z_0^{r_i} \,.\, f_i\,(z_0\,;z_1)\,.\, z_n^{\lambda - i_1} \,.\, z_{n-1}^{\lambda_{i_1} - i_2} \ldots z_2^{\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1}} ,$$

dove ogni $f_i\,(z_0\,;z_1)$ è priva del fattore z_0 ed ha per ordine m_i.

La trasformazione ammessa da f scrivesi

$$s \equiv |z'_0 = (c\,z_1 + d\,z_0)\,.\,z_0 \;;\; z'_1 = (a\,z_1 + b\,z_0)\,.\,z_0 \;;\; z'_k = (c\,z_1 + d\,z_0)\,.\,z_k\,|,$$

perciò

$$s^{-1}\, f(z_0;z) = \sum z_0^{r_i + m_i} \,.\, (c\,z_1 + d\,z_0)^{r_i + (\lambda - i_1) + (\lambda_{i_1} - i_2) + \ldots + (\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1})} \,.$$

$$s_1^{-1}\, f_i\,(z_0\,;z_1)\,.\, z_2^{\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1}} \ldots z_{n-1}^{\lambda_{i_1} - i_2} \,.\, z_n^{\lambda - i_1} ,$$

Nelle identità

$$s^{-1}\, f(z_0\,;z) = f(z_0\,;z)\,.\,K(z_0\,;z) \quad , \quad s\, f(z_0\,;z) = f(z_0\,;z)\,.\,K'(z_0\,;z) ,$$

poichè s ed s^{-1} lasciano inalterati gli esponenti di $z_2, z_3, \ldots, z_n$, le forme K, K' sono indipendenti da $z_2, \ldots, z_n$: e allora da queste identità discendono le altre

$$(15)\quad \left\{ \begin{aligned} & z_0^{r_i + m_i} \,.\, (c\,z_1 + d\,z_0)^{r_i + (\lambda - i_1) + \ldots + (\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1})} \,. \\ & \qquad .\, s_1^{-1}\, f_i\,(z_0\,;z_1) = z_0^{r_i} \,.\, f_i\,(z_0\,;z_1)\,.\,K(z_0\,;z_1) , \\ & z_0^{r_i + m_i} \,.\, (-c\,z_1 + a\,z_0)^{r_i + (\lambda - i_1) + \ldots + (\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1})} \,. \\ & \qquad .\, s_1\, f_i\,(z_0\,;z_1) = z_0^{r_1} \,.\, f_i\,(z_0\,;z_1)\,.\,K'(z_0\,;z_1) , \end{aligned} \right.$$

valevoli quale che sia la scelta degli indici i, dai quali le forme K e K' non dipendono.

Per ipotesi, le $f_i\,(z_0\,;z_1)$ non posseggono il fattore z_0; poniamo invece si abbia

$$(16)\quad s_1^{-1}\, f_i\,(z_0\,;z_1) = z_0^{\eta_i} \,.\, F_i\,(z_0\,;z_1) \;;\; s_1\, f_i\,(z_0\,;z_1) = z_0^{\eta'_i} \,.\, \Phi_i\,(z_0\,;z_1) ,$$

ove $F_i\,(z_0\,;z_1)$ e $\Phi_i\,(z_0\,;z_1)$ non posseggono più il fattore z_0. Risulterà anche

$$(16)'\quad f_i\,(z_0\,;z_1) = (-c\,z_1 + a\,z_0)^{\eta_i} \,.\, s_1\, F_i\,(z_0\,;z_1) = (c\,z_1 + d\,z_0)^{\eta'_i} \,.\, s_1^{-1}\, \Phi_i\,(z_0\,;z_1),$$

e le forme alg. $s_1 F_i(z_0;z_1)$, $s_1^{-1}\Phi_i(z_0;z_1)$ risulteranno anch'esse prive del fattore z_0; anzi, *se non è* $\eta_i = \eta'_i = 0$, *dovrà aversi* $c \neq 0$. Inoltre, accadrà che $F_i(z_0;z_1)$ ed $s_1^{-1}\Phi_i(z_0;z_1)$ sono prive del fattore $c z_1 + d z_0$, altrimenti $s_1 F_i(z_0;z_1)$ e $\Phi_i(z_0;z_1)$ possederebbero il fattore z_0; per l'analoga ragione, $s_1 F_i(z_0;z_1)$ e $\Phi_i(z_0;z_1)$ risulteranno prive del fattore $-c z_1 + a z_0$.

Nella prima delle (15), sostituiamo la prima delle (16) e la seconda delle (16)', nella seconda delle (15) sostituiamo le altre due: osservando che

$$m = r_i + m_i + (\lambda - i_1) + \ldots + (\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1}),$$

ottiensi

$$\left\{\begin{aligned} & z_0^{\eta_i + m_i} \cdot (c z_1 + d z_0)^{m - m_i - \eta'_i} \cdot F_i(z_0;z_1) = s_1^{-1}\Phi_i(z_0;z_1) \cdot K(z_0;z_1), \\ & z_0^{\eta'_i + m_i} \cdot (-c z_1 + a z_0)^{m - m_i - \eta_i} \cdot \Phi_i(z_0;z_1) = s_1 F_i(z_0;z_1) \cdot K'(z_0;z_1). \end{aligned}\right.$$

Da queste, dopo le osservazioni sopra notate, ottiensi immediatamente

$$\left\{\begin{aligned} & K(z_0;z_1) = z_0^{\eta_i + m_i} \cdot (c z_1 + d z_0)^{m - m_i - \eta'_i} \cdot \chi(z_0;z_1), \\ & K'(z_0;z_1) = z_0^{\eta'_i + m_i} \cdot (-c z_1 + a z_0)^{m - m_i - \eta_i} \cdot \chi'(z_0;z_1), \end{aligned}\right.$$

ove $\chi(z_0;z_1)$ é una forma priva del fattor z_0 e del fattore $c z_1 + d z_0$, e $\chi'(z_0;z_1)$ è una forma priva del fattor z_0 e del fattore $-c z_1 + a z_0$.

Da queste ultime, osservando che K e K' non dipendono dagli indici i, si rileva che i numeri

$$\eta_i + m_i \; ; \; \eta'_i + m_i \; ; \; m - m_i - \eta'_i \; ; \; m - m_i - \eta_i$$

sono costanti rispetto agli indici i, cioè che da essi non dipendono i due numeri

$$\eta_i + m_i \; ; \; \eta'_i + m_i \, .$$

Altrettanto avviene per le forme χ e χ' (*).

(*) Cfr. il § II, art. 9.

21. Seguitando in modo analogo a come si è condotto il ragionamento negli art. 10 e 11 del § prec., si arriva a concludere che

Una ipersuperficie algebrica ammettente una trasformazione semiproiettiva ridotta può sempre, con riferimento algebrico (birazionale o multiplo e simmetrico), ridursi a presentare il caso iperellittico semplice: allora la forma corrispondente è del tipo

$$f(z_0\,;\,z) = \sum_{i_1=0}^{\lambda} \cdots \sum_{i_{n-1}=0}^{\lambda_{i_1 \ldots i_{n-1}}} z_0^{\,r_{i_1 \ldots i_{n-1}} - \eta_{i_1 \ldots i_{n-1}}} \,.$$

$$z_0^{\,\eta_{i_1 \ldots i_{n-1}}} \,.\, f_{i_1 \ldots i_{n-1}}(z_0\,;\,z_1) \,.\, z_2^{\,(\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1})\,\nu_2} \ldots z_n^{\,(\lambda - i_1)\,\nu_n}\,,$$

dove le forme binarie $z_0^{\,\eta_{i_1 \ldots i_{n-1}}} \,.\, f_{i_1 \ldots i_{n-1}}(z_0\,;\,z_1)$ *sono tutte dello stesso ordine e sono inalterate* (*) *dalle sostituzioni del gruppo*

$$\Gamma = \left[z'_1 = \frac{a_r\, z_1 + b_r}{c_r\, z_1 + d_r} \right], \quad r = 0, 1, 2, \ldots,$$

con cui il gruppo iperellittico

$$G \equiv \left[z'_1 = \frac{a_r\, z_1 + b_r}{c_r\, z_1 + d_r}\ ;\ z'_k = \varepsilon_{\nu_k} \,.\, z_k \right]$$

$$\varepsilon_{\nu_k} = e^{\frac{2\,l\,\pi\,i}{\nu_k}}\,,\ l = 0, 1, \ldots, \nu_k - 1\ ,\ r = 0, 1, 2, \ldots,$$

ammesso da quella ipersuperficie opera sulla z_1.

22. *L'ordine del gruppo* G *è, in generale, finito,* perchè finito, *in generale*, è l'ordine del gruppo Γ ammesso da quelle forme binarie: Γ è dunque uno dei 5 noti gruppi poliedrali finiti (**) e le $z_0^{\,\eta_i} \,.\, f_i(z_0\,;\,z_1)$ sono forme poliedrali.

(*) Beninteso, a meno di un fattore numerico costante, che non dipenderà dagli indici i.

(**) Vedi, ad es., KLEIN, (Leipzig, 1884). Cfr. anche la mia nota: *Sulle curve iperellittiche* etc. (già citata), § 1 e 3.

I soli casi, in cui l'ordine di G (ossia di Γ) è infinito, sono i seguenti:

1°. Le forme $z_0^{\eta_i} \cdot f_i(z_0 ; z_1)$ siano di ordine eguale all'unità e coincidano con due sole distinte fra esse (beninteso a meno di fattori costanti). Allora Γ consta delle ∞^1 sostituzioni lineari fratte aventi per poli comuni le radici di queste forme.

2°. Le forme $z_0^{\eta_i} \cdot f_i(z_0 ; z_1)$ siano di ordine $m_i > 1$, ma potenze m_i^{me} di due sole forme distinte di primo ordine (a meno di fattori costanti): allora si rientra nel caso prec.

Dopo questi due, a causa della irreduttibilità di f, e poichè le forme $z_0^{\eta_i} \cdot f_i(z_0 ; z_1)$ sono tutte dello stesso ordine, non rimane che il

3° caso, in cui non vi è che una sola forma binaria $z_0^{\eta_i} \cdot f_i(z_0 ; z_1)$, non identicamente nulla: allora a questa si riduce la stessa f. Perchè Γ sia infinito, occorre e basta che le radici *distinte* di questa forma non siano più di due.

In ogni altro caso, sarebbero assegnate più di due coppie di punti corrispondenti, e le sostituzioni di Γ saranno in numero finito.

Altri esempii in cui il Γ diventa infinito possono aversi soltanto se si abbandona l'ipotesi della irreduttibilità.

23. Operando su f una semiproiettività ridotta come

$$Q \equiv [z'_1 = z_1 \; ; \; z'_k = \pi_k(z_1) \cdot z_k]$$

ove le π_k sono polinomii in z_1 ammettenti il Γ, ossia tali che

$$s_{1r}^{-1} \pi_k(1 ; z_1) = \pi_k(z_1) \quad , \quad k = 2, 3, \ldots, n \; ; \; r = 0, 1, \ldots, g-1,$$

la ipersuperficie trasformata $P = Qf$ corrisponderà ad una forma algebrica del tipo

$$P(z_0 ; z_1) = \sum_{i_1=0}^{\lambda} \cdots \sum_{i_{n-1}=0}^{\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}}} z_0^{r_{i_1 \ldots i_{n-1}}} \cdot$$

$$\cdot P_{i_1 \ldots i_{n-1}}(z_0 ; z_1) \cdot z_n^{(\lambda - i_1) \cdot \nu_n} \cdots z_2^{(\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1}) \cdot \nu_2}$$

dove le forme binarie $P_{i_1 \ldots i_{n-1}}(z_0 ; z_1)$ sono tali che, moltiplicate per delle convenienti potenze di z_0, diano delle forme i

cui ordini $m_{i_1 \dots i_{n-1}}$ soddisfano alle relazioni

$$m_{i_1 \dots i_{n-1}} = m_{0 \dots 0} + p_2 \cdot (\lambda_{1 \dots 0} - \lambda_{i_1 \dots i_{n-2}}) \cdot \nu_2 + \dots$$

$$\dots + p_{n-1} \cdot (\lambda_0 - \lambda_{i_1}) \cdot \nu_{n-1} + p_2 \cdot i_{n-1} \cdot \nu_2 + \dots + p_n \cdot i_1 \cdot \nu_n \,,$$

$$i_1 = 0, 1 \dots, \lambda \;;\; i_2 = 0, 1, \dots, \lambda_{i_1} \;;\; \dots \;;\; i_{n-1} = 0, 1, \dots, \lambda_{i_1 \dots i_{n-2}} \,,$$

e che ammettono il gruppo poliedrale finito

$$\Gamma \equiv \left[z'_1 = \frac{a_r z_1 + b_r}{c_r z_1 + d_r} \right] \quad r = 0, 1, \dots, g-1 \,,$$

mentre la P ammetterà il gruppo iperellittico ad indici intieri (eguali ai gradi dei polinomii $\pi_2 . \pi_3, \dots, \pi_n$) formato con Γ, cioè, se $p_2, \dots, p_n$ sono questi indici, il gruppo

$$G \equiv \left[z'_1 = \frac{a_r z_1 + b_r}{c_r z_1 + d_r} \;;\; z'_k = \frac{\varepsilon_{\nu_k} \cdot z_k}{(c_r z_1 + d_r)^{p_k}} \right] \,,$$

$$r = 0, 1, \dots, g - 1 \,.$$

Per convincersene, basta tener presenti gli art. 12 e 13 (§ II).

24. Chiudiamo questo § con una osservazione che ci sarà utile nel seguente. Pongasi

$$P(z_0 ; z_1) = \sum_{0}^{\lambda} {}_{i_1} z_0^{r_{i_1}} \cdot P_{i_1}(z_0 ; z_1 \dots z_{n-1}) \cdot z_n^{(\lambda - i_1)\nu_n} =$$

$$= \sum_{0}^{\lambda} {}_{i_1} \sum_{0}^{\lambda_{i_1}} {}_{i_2} z_0^{r_{i_1 i_2}} \cdot P_{i_1 i_2}(z_0 ; z_1 \dots z_{n-2}) \cdot z_n^{(\lambda - i_1)\nu_n} \cdot z_{n-1}^{(\lambda_{i_1} - i_2)\nu_{n-1}} =$$

$$\dots = \sum_{0}^{\lambda} {}_{i_1} \dots \sum_{0}^{\lambda_{i_1 \dots i_{n-1}}} {}_{i_{n-1}} z_0^{r_{i_1 \dots i_{n-1}}} \,.$$

$$. \, P_{i_1 \dots i_{n-1}}(z_0 : z_1) \cdot z_n^{(\lambda - i_1)\nu_n} \dots z_2^{(\lambda_{i_1 \dots i_{n-2}} - i_{n-1})\nu_2}$$

allora è facile riconoscere che si hanno delle relazioni come

$$(17) \qquad \frac{s_{n-r}^{-1} \, P_{i_1 \dots i_r}(1 ; z_1 \dots z_{n-r})}{P_{i_1 \dots i_r}(1 ; z_1 \dots z_{n-r})} = \frac{1}{(c z_1 + d)^{p_{i_1 \dots i_r}}} \,, \; r = 1, 2, \dots, n-1,$$

dove i numeri $p_{i_1 \ldots i_r}$ sono intieri ed s_{n-r} entra a comporre la trasformazione generica

$$S = \left[z'_1 = \frac{a z_1 + b}{c z_1 + d} \; ; \; z'_k = \frac{\varepsilon_{\nu_k} \cdot z_k}{(c z_1 + d)^{p_k}} \right]$$

del gruppo iperellittico G.

Per $r = n - 1$, le (17) sono senz' altro verificate, poichè sappiamo che si deve avere

$$s_1^{-1} \left[z_0^{\eta_{i_1 \ldots i_{n-1}}} \cdot P_{i_1 \ldots i_{n-1}}(z_0 ; z_1) \right] = z_0^{\eta_{i_1 \ldots i_{n-1}}} \cdot P_{i_1 \ldots i_{n-1}}(z_0 ; z_1) \, ,$$

quindi

$$\frac{s_1^{-1} P_{i_1 \ldots i_{n-1}}(1 ; z_1)}{P_{i_1 \ldots i_{n-1}}(1 ; z_1)} = \frac{1}{(c z_1 + d)^{\eta_{i_1 \ldots i_{n-1}}}} \, .$$

Intanto, dalle (III) si ottengono le seguenti

$$\text{(III)}' \left\{ \begin{array}{l} m_{i_1 i_2 \ldots i_{n-1}} = m_{i_1 0 \ldots 0} + p_2 \cdot (\lambda_{i_1 0 \ldots 0} - \lambda_{i_1 i_2 \ldots i_{n-2}}) \cdot \nu_2 + \ldots \\ \quad + p_{n-2} \cdot (\lambda_{i_1 0} - \lambda_{i_1 i_2}) \cdot \nu_{n-2} + p_2 \cdot i_{n-1} \cdot \nu_2 + \ldots + p_{n-1} \cdot i_2 \cdot \nu_{n-1} \, , \\ m_{i_1 i_2 \ldots i_{n-1}} = m_{i_1 i_2 0 \ldots 0} + p_2 \cdot (\lambda_{i_1 i_2 0 \ldots 0} - \lambda_{i_1 i_2 \ldots i_{n-2}}) \cdot \nu_2 + \ldots \\ \quad + p_{n-3} \cdot (\lambda_{i_1 i_2 0} - \lambda_{i_1 i_2 i_3}) \cdot \nu_{n-3} + p_2 \cdot i_{n-1} \cdot \nu_2 + \ldots + p_{n-2} \cdot i_2 \cdot \nu_{n-2} \, , \\ \ldots\ldots\ldots \\ m_{i_1 i_2 \ldots i_{n-1}} = m_{i_1 i_2 \ldots i_{n-2} 0} + p_2 \cdot i_{n-1} \cdot \nu_2 \, , \end{array} \right.$$

le quali, evidentemente, ci dicono che le forme $P_{i_1}(z_0 ; z_1 \ldots z_{n-1})$, $P_{i_1 i_2}(z_0 ; z_1 \ldots z_{n-2})$, ... $P_{i_1 \ldots i_{n-2}}(z_0 ; z_1 , z_2)$ ammettono, rispettivamente, le trasformazioni

$$s_{n-1} \, , \; s_{n-2} \, , \; \ldots \, , \; s_2 \, ,$$

dalle quali vengono alterate soltanto per un fattore potenza di $c z_1 + d z_0$, il cui esponente è un numero intiero che dipende, ordinatamente, dagli indici $i_1 ; i_1 , i_2 ; \ldots ; i_1 , i_2 , \ldots i_{n-2}$, ma non dai rimanenti. E da ciò si conclude che han luogo le (17).

§ IV. Indipendenza delle forme autoidentiche nel gruppo totale semiproiettivo ridotto.

25. Al teorema dell' art. 3. § I, può sostituirsene uno del tutto analogo al teorema del n. 19, § III.

Diamo qui solo un breve cenno del modo come la dimostrazione potrebbe condursi, poichè essa segue da presso la traccia di quella del teorema ultimo.

Siano

$$f(z) = \sum_{0}^{\lambda} {}_{i_1} f_{i_1}(z_1 \ldots z_{n-1}) \cdot z_n^{\lambda - i_1} = 0 ,$$

$$\varphi(z) = \sum_{0}^{\lambda'} {}_{i_1} \varphi_{i_1}(z_1 \ldots z_{n-1}) \cdot z_n^{\lambda' - i_1} = 0 ,$$

le equazioni delle due ipersuperficie, di cui la seconda è trasformata nella prima dalla solita S.

Anche qui, si trova subito $\lambda = \lambda'$, si può supporre $f_0 = \varphi_0 = 1$. e si perviene, al solito modo, alle identità

$$\frac{s_{n-1}^{-1} f_{i_1}(z_1 \ldots z_{n-1})}{\varphi_{i_1}(z_1 \ldots z_{n-1})} = \left[\frac{A_n}{D_n}\right]^{i_1} , \quad i_1 = 0, 1, \ldots, \lambda .$$

Senza nulla mutare nel ragionamento, si perverrebbe anche alle

$$\frac{s_{n-1} \varphi_{i_1}(z_1 \ldots z_{n-1})}{f_{i_1}(z_1 \ldots z_{n-1})} = \left[\frac{A'_n}{D'_n}\right]^{i_1} , \quad i_1 = 0, 1, \ldots, \lambda .$$

Queste identità ci dicono subito che nessuna delle f_{i_1} può essere identicamente nulla senza che lo sia la φ_{i_1} di egual indice, e viceversa. Il ragionamento del n. 16, ci fa poi concludere che le due equazioni possono scriversi

$$f(z) = \sum_{0}^{\lambda} {}_{i_1} f_{i_1}(z_1 \ldots z_{n-1}) \cdot z_n^{(\lambda - i_1) h_n} = 0 ;$$

$$\varphi(z) = \sum_{0}^{\lambda} {}_{i_1} \varphi_{i_1}(z_1 \ldots z_{n-1}) \cdot z_n^{(\lambda - i_1) h_n} = 0 ,$$

e che si ha

$$\left[\frac{A_n}{D_n}\right]^{h_n} = \frac{z_{n-1}^{-1}\, F_n(z_1 \,\ldots\, z_{n-1})}{\Phi_n(z_1 \,\ldots\, z_{n-1})} \;.$$

Allora, operando su f e φ rispettivamente le trasformazioni irrazionali

$$Q_n \equiv \left[z'_k = z_k \;;\; z'_n = \frac{z_n}{\sqrt[h_n]{F_n(z_1 \,\ldots\, z_{n-1})}} \right] ;$$

$$Q'_n \equiv \left[z'_k = z_k \;;\; z'_n = \frac{z_n}{\sqrt[h_n]{\Phi_n(z_1 \,\ldots\, z_{n-1})}} \right] ,$$

le due ipersuperficie $Q_n f$ e $Q'_n \varphi$ hanno equazioni ancora dello stesso tipo, ma la seconda è trasformata nella prima dalle semipr. r.

$$Q_n\, S\, Q'^{-1}_n \equiv \left[z'_1 = \frac{a z_1 + b}{c z_1 + d} \;;\; z'_2 = \frac{A_2}{D_2} z_2 \;;\; \ldots \;;\right.$$

$$\left. z'_{n-1} = \frac{A_{n-1}}{D_{n-1}} z_{n-1} \;;\; z'_n = \varepsilon_{h_n} \cdot z_n \right] , \; h_n = e^{\frac{2 r \pi i}{h_n}} ,$$

$$r = 0, 1, \ldots, h_n - 1 \;.$$

Continuando sempre come al n. 19, si conclude che:

Due ipersuperficie alg. semipr. id. possono sempre algebricamente riferirsi, — con corrispondenza birazionale, ovvero multipla e simmetrica, — a due ipersuperficie alg. corrispondenti a due forme dello stesso tipo

$$(18) \left\{ \begin{aligned} & P(z_0 ; z_1 \,\ldots\, z_n) = \sum_{i_1=0}^{\lambda} \cdots \sum_{i_{n-1}=0}^{\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}}} z_0^{r_{i_1 \ldots i_{n-1}}} \,. \\ & P_{i_1 \ldots i_{n-1}}(z_0 ; z_1) \cdot z_n^{(\lambda - i_1) \,.\, h_n} \cdots\cdots z_2^{(\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1}) \,.\, h_2} , \end{aligned} \right.$$

di cui la seconda sia trasformata nella prima da tutte le trasformazioni iperellittiche

$$s = \left[z'_1 = \frac{a z_1 + b}{c z_1 + d} ; \; z'_k = \varepsilon_{h_k} \cdot z_k \right] , \; \varepsilon_{h_k} = e^{\frac{2 r \pi i}{h_k}} ;$$

$$r = 0, 1, \ldots, h_k - 1 .$$

26. Osservazione. Le funzioni razionali F_n e Φ_n sono composte per mezzo di moltiplicazioni e divisioni rispettivamente eseguite sulle sole f_{i_1} e sulle sole φ_{i_1}, ed allo stesso modo. Perciò, se le f_i ; φ_i soddisfacessero alle relazioni

$$\begin{cases} \dfrac{s_{n-1}^{-1} f_{i_1} (1 ; z_1 \ldots z_{n-1})}{f_{i_1} (z_1 \ldots z_{n-1})} = \dfrac{1}{(c z_1 + d)^{q_{i_1}}} , \\[2ex] \dfrac{s'^{-1}_{n-1} \varphi_{i_1} (1 ; z_1 \ldots z_{n-1})}{\varphi_{i_1} (z_1 \ldots z_{n-1})} = \dfrac{1}{(c' z_1 + d')^{q'_{i_1}}} \end{cases}$$

$$i_1 = 0, 1, \ldots, \lambda ,$$

le F_n, Φ_n soddisferebbero a delle relazioni analoghe, e perciò si avrebbe anche, p. es.:

$$\frac{s_{n-1}^{-1} \sqrt[h_n]{F_n (1 ; z_1 \ldots z_{n-1})}}{\sqrt[h_n]{F_n (z_1 \ldots z_{n-1})}} = \frac{1}{(c z_1 + d)^{\frac{Q_n}{h_n}}} ;$$

$$\frac{s'^{-1}_{n-1} \sqrt[h_n]{\Phi_n (1 ; z_1 \ldots z_{n-1})}}{\sqrt[h_n]{\Phi_n (z_1 \ldots z_{n-1})}} = \frac{1}{(c' z_1 + d')^{\frac{Q'_n}{h_n}}} ,$$

27. Ora possiamo dare il criterio atto a riconoscere se due ipersup. alg. ammettenti già dei gruppi semipr. r. sono, oppur no, semipr. id. r.

In primo luogo, si vede facilmente che: *ogni ipersuperficie algebrica ammettente un gruppo semipr. r. è semipr. id. ad una che ammette un gruppo iperellittico normale.*

Per gruppi iperellittici *normali* intendiamo quelli che operano sulla variabile z_1 con uno dei 5 gruppi poliedrali finiti normali di Klein (op. cit.).

Basta far vedere che ogni gruppo iperellittico G è *simile* ad uno normale. Infatti, G opererà su z_1 con un gruppo poliedrale finito

$$\Gamma \equiv \left[z'_1 = \frac{a_r z_1 + b_r}{c_r z_1 + d_r} \right] , \; r = 0, 1, \ldots, g-1 \; ,$$

il quale sarà simile ad uno dei 5 gruppi poliedrali finiti normali, nel quale sarà trasformato, p, es., dalla sostituzione

$$s_1 \equiv \left[z'_1 = \frac{\alpha z_1 + \beta}{\gamma z_1 + \delta} \right] .$$

Allora G sarà trasformato in un gruppo normale dalla

$$s \equiv \left[z'_1 = \frac{\alpha z_1 + \beta}{\gamma z_1 + \delta} \; ; \; z'_k = z_k \right] .$$

Una ipersup. alg., ammettente un gruppo iperellittico normale, la diremo *autosemiproiettiva normale ridotta*. Si trova subito che:

Se due ipersup. autosemipr. normali ridotte sono semipr. id., i gruppi da esse ammessi operano sulla variabile z_1 *con lo stesso gruppo poliedrale finito normale.*

Infatti, se S è la semipr. r. che trasforma φ in f, e G', G sono i gruppi ammessi da queste ultime, si ha $G = S G' S^{-1}$. Onde, se Γ' e Γ sono i gruppi con cui G' e G operano su z_1, si ha anche

$$\Gamma = s_1 \Gamma' s_1^{-1} .$$

Ma Γ e Γ' sono, p. i., *normali*, cioè distinti da similitudini, dunque

$$\Gamma = \Gamma' .$$

28. Si può anzi dimostrare che: *Due ipersup. autosemipr. normali ridotte, che siano anche semipr. id., possono sempre, — con riferimento alg. multiplo o birazionale, — ridursi ad ammettere lo stesso gruppo iperellittico ad indici nulli.*

Infatti, le due ipersuperficie f e φ possono algebricamente ridursi a corrispondere a due forme algebriche dello stesso tipo (18), presentando fra loro il caso iperellittico semplice: questa riduzione sappiamo (art. 25) che si ottiene operando,

rispettivamente su f e φ, delle trasformazioni come

$$\boldsymbol{Q}_r \equiv \left[z'_1 = z_1 \,;\, \dots \,;\, z'_{r-1} = z_{r-1} \,;\, z'_r = \frac{z_r}{\sqrt[h_r]{F_r(z_1 \dots z_{r-1})}} \,;\, z'_{r+1} = z_{r+1} \,;\, \dots \,;\, z'_n = z_n \right],$$

$$\boldsymbol{Q}'_r \equiv \left[z'_1 = z_1 \,;\, \dots \,;\, z'_{r-1} = z_{r-1} \,;\, z'_r = \frac{z_r}{\sqrt[h_r]{\Phi_r(z_1 \dots z_{r-1})}} \,;\, z'_{r+1} = z_{r+1} \,;\, \dots \,;\, z'_n = z_n \right],$$

successivamente per $r = n, n-1, \dots, 2$. Inoltre, si sa (art. 26) che le funzioni razionali F_r, Φ_r soddisfano alle relazioni

$$(19)\quad \left\{ \begin{aligned} & \frac{s_{r-1}^{-1} \sqrt[h_r]{F_r(1\,;\, z_1 \dots z_{r-1})}}{\sqrt[h_r]{F_r(z_1 \dots z_{r-1})}} = (c z_1 + d)^{-\frac{Q_r}{h_r}} \,; \\ & \frac{s'^{-1}_{r-1} \sqrt[h'_r]{\Phi_r(1\,;\, z_1 \dots z_{r-1})}}{\sqrt[h'_r]{\Phi_r(z_1 \dots z_{r-1})}} = (c z_1 + d)^{-\frac{Q'_r}{h'_r}} \,, \end{aligned} \right.$$

dove s_{r-1} ed s'_{r-1} entrano a comporre le trasformazioni generiche

$$S \equiv \left[z'_1 = \frac{a z_1 + b}{c z_1 + d} \,;\, z'_k = \frac{\varepsilon_{h_k} \cdot z_k}{(c z_1 + d)^{p_k}} \right],$$

$$S' \equiv \left[z'_1 = \frac{a z_1 + b}{c z_1 + d} \,;\, z'_k = \frac{\varepsilon_{h'_k} \cdot z_k}{(c z_1 + d)^{p'_k}} \right]$$

dei gruppi iperellittici normali G, G' (ad indici intieri) ammessi rispettivamente dalle due ipersuperficie. Dopo eseguite le trasformazioni $\boldsymbol{Q}_r$, $\boldsymbol{Q}'_r$, gli indici p_k e p'_k si cambiano in

$$q_k = p_k + \frac{Q_k}{h_k} \quad ; \quad q'_k = p'_k + \frac{Q'_k}{h'_k} \,.$$

E sarà (anche prima di operare le $\boldsymbol{Q}_r$, $\boldsymbol{Q}'_r$)

$$h_k = h'_k \quad , \quad k = 2, 3, \dots, n \quad ,$$

poichè le forme corrispondenti alle trasformate f', φ' risultano dello stesso tipo (18), — cioè mancano degli stessi termini di

egual grado in $z_2, \ldots, z_n$. Perciò, i due gruppi iperellittici normali da esse ammessi diventano

$$G \equiv \left[z'_1 = \frac{a_r z_1 + b_r}{c_r z_1 + d_r} \; ; \; z'_k = \frac{\varepsilon_{h_k} \cdot z_k}{(c_r z_1 + d_r)^{q_k}} \right] ;$$

$$G' \equiv \left[z'_1 = \frac{a_r z_1 + b_r}{c_r z_1 + d_r} \; ; \; z'_k = \frac{\varepsilon_{h_k} \cdot z_k}{(c_r z_1 + d_r)^{p'_k}} \right] ,$$

$$r = 0, 1, \ldots, g-1 \, .$$

Ma il secondo dei due gruppi deve essere trasformato nel primo dalla trasformazione iperellittica ad indici nulli che trasforma φ' in f'; si dovrà perciò avere (art. 6, § I)

$$q_k = q'_k = 0 \quad , \quad k = 0, 1, \ldots, n \; ,$$

cioè

$$G \equiv G' \equiv \left[z'_1 = \frac{a_r z_1 + b_r}{c_r z_1 + d_r} \; ; \; z'_1 = \varepsilon_{h_k} \cdot z_k \right] , \; r = 0, 1, \ldots. g-1.$$

Nota. Per convincersi che le F_r e le Φ_r soddisfano alle (19), basta tener presenti gli art. 24 e 26, ed osservare che, come F_n e Φ_n sono composte mediante moltiplicazioni e divisioni eseguite sulle forme algebriche $P_{i_1} = f_{i_1}$ e $P'_{i_1} = \varphi_{i_1}$, F_r e Φ_r sono composte con le forme alg. $P_{i_1 \ldots i_{n-r+1}}$ e $P'_{i_1 \ldots i_{n-r+1}}$, rispettivamente.

29. Siano dunque

$$P(z_0 ; z_1 \ldots z_n) = \sum_{0}^{\lambda}{}_{i_1} \ldots \sum_{0}^{\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}}}{}_{i_{n-1}} z_0^{r_{i_1 \ldots i_{n-1}}} .$$

$$P_{i_1 \ldots i_{n-1}}(z_0 ; z_1) \, . \, z_n^{(\lambda - i_1) \, . \, \nu_n} \ldots . \, z_2^{(\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1}) \, . \, \nu_2} ,$$

$$P'(z_0 ; z_1 \ldots z_n) = \sum_{0}^{\lambda}{}_{i_1} \ldots \sum_{0}^{\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}}}{}_{i_{n-1}} z_0^{r'_{i_1 \ldots i_{n-1}}} .$$

$$P'_{i_1 \ldots i_{n-1}}(z_0 ; z_1) \, . \, z_n^{(\lambda - i_1) \, . \, \nu_n} \ldots . \, z_2^{(\lambda_{i_1 \ldots i_{n-2}} - i_{n-1}) \, . \, \nu_2} ,$$

le forme corrispondenti a due ipersuperficie f e φ che ammettono lo stesso gruppo iperellittico normale ad indici nulli

$$G \equiv \left[z'_1 = \frac{a_r\, z_1 + b_r}{c_r\, z_1 + d_r} \; ; \; z'_k = \varepsilon_{h_k} \cdot z_k \right] , \quad r = 0, 1, \ldots, g-1.$$

Se si possono trovare degli intieri positivi o nulli $\eta_{i_1 \ldots i_{n-1}}$, $\eta'_{i_1 \ldots i_{n-1}}$ tali che si abbia

$$t_1 \left(z_0^{\eta'_{i_1 \ldots i_{n-1}}} \cdot P'_{i_1 \ldots i_{n-1}}(z_0 ; z_1) \right) = z_0^{\eta_{i_1 \ldots i_{n-1}}} \cdot P_{i_1 \ldots i_{n-1}}(z_0 ; z_1) ,$$

dove

$$t_1 \equiv \left[z'_1 = \frac{\alpha\, z_1 + \beta}{\gamma\, z_1 + \delta} \right]$$

è una delle sostituzioni che trasformano il gruppo poliedrale finito normale

$$\Gamma \equiv \left[z'_1 = \frac{a_r\, z_1 + b_r}{c_r\, z_1 + d_r} \right] , \quad r = 0, 1, \ldots, g = 1 ,$$

in se stesso, allora le due ipersuperficie algebriche f e φ sono trasformate, la seconda nella prima, dalle trasformazioni

$$T \equiv \left[z'_1 = \frac{\alpha\, z_1 + \beta}{\gamma\, z_1 + \delta} \; ; \; z'_k = \varepsilon_{h_k} \cdot z_k \right] ,$$

$$\varepsilon_{h_k} = e^{\frac{2 r \pi i}{h_k}} , \quad r = 0, 1, \ldots, h_k - 1 .$$

Ed a questo caso possiamo sempre algebricamente ridurci quando due ipersuperficie autosemipr. r. sono id. rispetto ad una semipr r..

Scegliendo le forme algebriche $z_0^{\eta_i} P_i(z_0 ; z_1)$ fra quelle già in altro lavoro (*) dette *forme poliedrali normali* INDIPENDENTI, si potranno costruire le forme algebriche corrispondenti a tutte le ipersuperficie algebriche autosemiproiettive ridotte indipendenti rispetto al gruppo totale delle semipr. *r.*

(*) « *Sulle curve iperell.*, etc. [Atti di Torino, vol. 49 (1913-14)], ff. 1 e 3.

Cioè a dire che: *ogni ipersuperficie autosemiproiettiva ridotta si potrà porre in corrispondenza algebrica simmetrica (biunivoca oppur no) con una ipersuperficie algebrica corrispondente ad una delle forme indicate; e due ipersuperficie algebriche autosemipr.* r., *che siano identiche nel gruppo totale delle semipr.* r., *potranno porsi in corrispondenza algebrica simmetrica con la stessa ipersuperficie, corrispondente ad una delle forme stesse* (*).

Non è però escluso che una stessa ipersup. alg. autosemipr. *r*. possa porsi in corrispondenza algebrica (biunivoca oppure no) con due o più ipersuperficie *distinte* corrispondenti a forme poliedrali *indipendenti*. Si potrà bensì affermare che tale corrispondenza, se esiste, non si ottiene operando sole trasformazioni semiproiettive ridotte.

§ 5. Sulla identità cremoniana di due curve piane algebriche.

30. È noto (**) che ogni trasformazione cremoniana S tra due piani distinti o sovrapposti $x\,y$, $x'\,y'$ può scindersi nel prodotto di un numero finito di trasformazioni di de Jonquières:

$$S \equiv J_1 \,.\, J_2 \,.\, \ldots\, .\, J_r \,.$$

Facendo precedere ogni J_i da una opportuna collineazione Ω_i, — che porti i due punti di più alta molteplicità, per le reti omaloidiche collegate in J_i, rispettivamente nei punti all'infinito degli assi y, y', — la S può considerarsi prodotto di r trasformazioni definite da altrettante coppie di relazioni del tipo

$$\text{(IV)} \quad x' = \frac{a\,x + b}{c\,x + d}\,, \quad y' = \frac{\alpha\,(x).\,y + \beta\,(x)}{\gamma\,(x).\,y + \delta\,(x)}\,,$$

dove a, b, c, d sono numeri costanti tali che $ad - bc \neq 0$ ed $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sono funzioni razionali delle x tali che *non* si abbia identicamente $\alpha\delta - \beta\gamma = 0$. Perciò, se $C' = SC$, dalla curva

(*) Forme alg. che differiscano di un fattore costante si considerano come *non distinte*.

(**) CASTELNUOVO: « *Le trasf. generatrici del gruppo crem. nel piano* » [Atti di Torino, t. XXXVI (1900-901), pag. 861]. Vedi anche, benchè in senso più ristretto, MONTESANO D.: « *Su le reti omaloidiche di curve* » [Rend. della R. Acc. di Sc. di Napoli, s. 3, vol. XI (1905)].

C si passa a C' operando r volte, prima con una collineazione Ω_i^{-1}, poi con una trasformazione di tipo (IV).

Se, nelle (IV), fosse identicamente $\gamma = 0$, la trasformazione definita da quelle relazioni risulterebbe prodotto delle altre tre

$$\left[x_1 = x;\ y_1 = \frac{\alpha}{\beta}\, y\right];\quad \left[x_2 = x_1\ ;\ y_2 = y_1 + 1\right];$$

$$\left[x' = \frac{a\, x_2 + b}{c\, x_2 + d};\quad y' = \frac{\beta}{\delta}\, y_2\right].$$

Se invece è $\gamma \neq 0$, la trasformazione (IV) è prodotto delle seguenti otto

$$\left[x_1 = x;\ y_1 = \frac{\gamma}{\delta}\, y\right],\quad \left[x_2 = x_1;\ y_2 = y_1 + 1\right],$$

$$\left[x_3 = x_2;\ y_3 = \frac{\delta}{\gamma}\, y_2\right],\quad \left[x_4 = x_3;\ y_4 = \frac{1}{y_3}\right],$$

$$\left[x_5 = x_4;\ y_5 = \frac{\beta\gamma - \alpha\delta}{\gamma}\, y_4\right],\quad \left[x_6 = x_5;\ y_6 = \frac{\gamma}{\alpha}\, y_5\right],$$

$$\left[x_7 = x_6;\ y_7 = y_6 + 1\right],\quad \left[x' = \frac{a\, x_7 + b}{c\, x_7 + d};\ y' = \frac{\alpha}{\gamma}\, y_7\right].$$

Si conclude, che *ogni trasformazione cremoniana piana può considerarsi prodotto di un numero finito di trasformazioni particolari di de Jonquières, dei tre tipi* (*).

$$\left[x' = \frac{a\, x + b}{c\, x + d};\ y' = R\,(x).\, y\right],\quad \left[x' = \frac{a\, x + b}{c\, x + d};\ y' = \frac{1}{y}\right]$$

$$\left[x' = \frac{a\, x + b}{c\, x + d};\ y' = y + 1\right],$$

dove $R\,(x)$ è una funzione razionale della x: le diremo *trasformazioni semiproiettive (o di Jonquières) ridotte di primo, secondo e terzo tipo*, rispettivamente.

31. Il problema della identità cremoniana di due curve piane algebriche si riduce dunque a quello della identità rispetto alle trasformazioni semiproiettive ridotte dei tre tipi indicati.

Dal punto di vista proiettivo, il problema della identità di due curve piane rispetto ad una data trasformazione, si suol

(*) Cfr. CASTELNUOVO, nota cit., pagg. 873-874.

limitare alla ricerca della equazione della curva trasformata, nota quella della curva primitiva. Per le trasformazioni di primo tipo, il problema è dunque già risoluto dai §. 1 (art. 3) e 2 della presente nota.

Per le trasf. semipr. r. di secondo e terzo tipo, il problema si riconduce subito a quello esaurito nel §. 2. Basta osservare che: una trasformazione di secondo tipo è prodotto delle due, fra loro permutabili.

$$t_2 = t_2^{-1} \equiv \left[x_1 = x;\ y_1 = \frac{1}{y}\right].\quad s \equiv \left[x' = \frac{a\,x_1 + b}{c\,x_1 + d};\ y' = y_1\right];$$

una trasformazione di terzo tipo è prodotto delle altre due, pure permutabili,

$$t_3 \equiv \left[x_1 = x;\ y_1 = y + 1\right],\quad s \equiv \left[x' = \frac{a\,x_1 + b}{c\,x_1 + d};\ y' = y_1\right].$$

Data l'equazione della curva primitiva C, quelle delle curve $C'_1 = t_2\,C$ e $C'_2 = t_3\,C$ si formano immediatamente; il teorema del §. 2, art. 10, dà poi il modo di costruire le equazioni delle $s\,C'_1$, $s\,C'_2$.

Anzi, è evidente che, in tal modo, ottiensi anche la soluzione del problema della *autoidentità* rispetto alle trasf. semipr. r. di secondo tipo. Quello rispetto alle trasformazioni di terzo tipo non esiste, perchè queste sono *aperiodiche*.

32. Se si osserva che una trasformazione semiproiettiva fra due spazii, p. es. a 3 dimensioni, di forma generale.

$$S \equiv \left[x' = \frac{a\ x + b}{c\ x + d}\ ;\ y' = \frac{\alpha\,(x).\,y + \beta\,(x)}{\gamma\,(x).\,y + \delta\,(x)}\ ;\right.$$
$$\left. z' = \frac{A\,(x,\,y).\ z + B\,(x,\,y)}{C\,(x,\,y).\ z + D\,(x,\,y)}\right]$$

è prodotto delle altre

$$\left[x_1 = x;\ y_1 = y;\ z_1 = \frac{A\ z + B}{C\ z + D}\right],\quad \left[x_2 = x_1;\ y_2 = \frac{\alpha\,y_1 + \beta}{\gamma\,y_1 + \delta};\ z_2 = z_1\right],$$

$$\left[x' = \frac{a\,x_2 + b}{c\,x_2 + d};\ y' = y_2;\ z' = z_2\right],$$

è facile comprendere come anche la nozione di semipreiettività ridotta di secondo e terzo tipo (come già pel 1° tipo) possa estendersi negli spazii a più di 2 dimensioni. Così si ottengono le generatrici del gruppo semiproiettivo totale, per spazii lineari qualunque.

Rispetto a queste ultime trasformazioni, il problema della identità di due ipersuperficie algebriche (e per le analoghe al 2° tipo anche quello della autoidentità), nel senso proiettivo, si risolve facilmente mediante i risultati di questa nota.

Napoli, novembre del 1915.

RELAZIONI SUI CONCORSI A PREMIO

CONCORSO AL PREMIO ORDINARIO DELL' ISTITUTO (1915)

(*Commissari:* **M. E. Paladini, S. C. Fantoli, M. E. Pascal**).

Nel presentare questa Relazione, come già nell'atto d'iniziarla, la Commissione, con intimo senso, non può restare dal rivolgere ossequiente ed affettuoso omaggio all'indirizzo dell'esimio collega prof. Attilio De-Marchi, in un con fervidi voti che presto possa vincere la malattia che lo travaglia. Indubbiamente l'Istituto si unisce in tali sensi e in tali voti (1).

Il prof. De-Marchi fu sin a poche settimane or sono commissario per questo concorso; ma poichè essenziale e necessario pel giudizio occorreva l'opera del cultore delle discipline storiche e filologiche, e riesciva peggio che scortese insistere nel distogliere, per tal giudizio, l'amato collega dal riposo e dalla quiete anche dello spirito che gli può giovare, la Presidenza dell'Istituto nostro provvide alla sostituzione in seno alla Commissione di esso De Marchi col consocio prof. Pascal, che così cooperò in questa relazione di giudizio.

I commissari direm così anziani, porgono qui ancora al nuovo collega vivi ringraziamenti per la cortese condiscendenza e pel prezioso contributo della sua alta competenza.

Le memorie presentate a questo rinnovato concorso sul tema: « Investigare se o meno si possa presumere che il regime « delle pioggie in Tripolitania e Cirenaica sia oggi diverso da « quello che si verificava nell'epoca romana »; sono due.

L'una col motto: « Amor mi mosse.... »; manoscritto di 89 pagine in quattro capitoli, con i titoli:

Il problema della pluviosità nella Libia, studiato in Erodoto. —

(1) Pur troppo l'esimio collega si spense il 29 Dix. e i fervidi voti rimasero delusi!

Le testimonianze antiche da Teofrasto a Plinio. — Il testimonio della politica romana. — Uno sguardo alla critica moderna.

Questo lavoro si presenta steso con buon ordine, con abbondanza di citazioni, spesso ispirato da vivo orgoglio nazionale e dalle preoccupazioni politiche del momento. Nel complesso, prescindendo dalle sue lacune e dai suoi difetti, è lavoro che si legge con interesse, e, se ridotto in forma migliore, potrebbe costituire una pubblicazione di qualcha efficacia per la volgarizzazione dell'argomento.

L'altra memoria, col motto: « Studuisse et studere juvabit »; è in due grossi fascicoli complessivamente di 381 pagine dattilografate raggruppate in dodici capitoli, rispettivamente sugli argomenti:

Nozioni geografiche. — Variazioni climatiche. - Climatologia del Nord Africa. — Climatologia zone deserte. — Agricoltura. — Colture speciali. — Pascoli e armenti. — Foreste. — Fauna speciale. — Sorgenti. — Fiumi. — Rovine.

Capitoli preceduti da un elenco bibliografico di 64 opere tra antiche e moderne spogliate dall'autore della memoria, da un riassunto delle conclusioni e da una prefazione, e seguiti da un abbozzo di dizionario geografico.

Si riconosce in questo ponderoso lavoro la riproduzione, sfrondata di alcune parti quasi eterogenee all'argomento e arricchita e migliorata in altre, di una delle due memorie presentate al concorso antecedente (1913).

Il lavoro è tutt'ora alquanto farraginoso e pesante, per quanto ricco di citazioni interessanti per ognuno degli argomenti analizzati negli indicati capitoli.

Costituisce come un repertorio di notizie e richiami inerenti alla questione, vasto sì, ma mancante delle impronte di originalità, di rigore e di sintesi che occorrono per recar contributo nuovo e reale alla trattazione della questione di concorso.

Entrambi gli elaborati concludono che: le condizioni climatiche e pluviometriche, sia per la regione litorale, sia per le zone interne, della Libia, quali sono oggi, sono a ritenersi simili o identiche nei limiti di loro variabilità, alle condizioni preesistenti 2000 e più anni or sono, e che le apparenti mutate

condizioni produttive della plaga sono dipendenti da ragioni storiche e dall'opera dell'uomo, non da variazioni climatiche.

Questa affermazione, dei due studi presentati al concorso odierno, concorda con quelle degli elaborati del concorso precedente, e costituisce, si può dire, un risultato pratico applicativo non scevro di importanza della iniziativa dell'Istituto.

Di fronte all'alternarsi, all'estero, nell'ultimo decennio di poderosi e apprezzati lavori con affermazioni e conclusioni fra di loro contrarie in argomento, acquista un certo qual peso di valor plausibile, l'apprezzamento indipendente e concorde dei tre distinti elaborati presentati all'Istituto, che per riguardo alla Libia essicamento progressivo nel periodo storico non si sia verificato.

Se non che questo valore d'ordine statistico applicativo e comune dei lavori presentati, non costituisce titolo sufficiente pei riflessi del concorso accademico, cioè ad un premio dell'Istituto.

Di fronte alle conclusioni fra loro divergenti dei lavori esteri a cui si alluse, e per non dire che degli ultimi e più noti; di Krapotkine di Pietroburgo e Leiter di Vienna; di Rouland Thirlmen di Londra e Hellmann di Berlino; di Huntington di Yale e Gregory di Glascow, che alternatamente gli uni affermano o gli altri negano un progressivo disseccamento nel periodo storico; reale valore scientifico ad un nuovo elaborato sulla questione, non si può attribuire se quello non reca alla soluzione di questo un nuovo contributo positivo di ricerche o di fatti.

A ricerche scientifiche e teoriche, sul valore degli effetti continui o periodici che fatti fisici e cosmici, ammessi od assodati, potrebbero esercitare nel regime dell'umidità atmosferica, nel decorso storico del tempo, gli elaborati non si cimentano; mentre questo, per quanto arduo, sarebbe indirizzo desiderabile e da tentare, appunto anche per questo argomento, in cui la molteplicità dei fatti più o men correttamente osservati o interpretati, senza qualche idea sicura di unificazione e di coordinamento, permette, come si disse, tanta discordanza di giudizi e facili traviamenti per arbitrari preconcetti.

Contributi di nuove ricerche, di carattere metrico od idrometrico, tratte da rilievi archeologici, da iscrizioni e da deduzioni plausibili, pure non si trovano negli elaborati in esame, quantunque riproponendo il tema si additasse, nella precedente relazione, l'opportunità di tali indagini.

Sì l'uno che l'altro degli elaborati in esame, affrontano in sostanza il quesito unicamente nell'indirizzo della valutazione delle condizioni antiche, tratte dalle fonti storiche e in relazione alle condizioni odierne, degli elementi che possono ritenersi dipendenti od influenzati dal regime delle pioggie, o che possono modificare la produttività e la fertilità apparente del suolo.

Per seguire questa via, già largamente battuta da molti altri, e recare contributo inoppugnabile e per qualche parte nuovo, occorreva certamente competenza anche filologica; dovevasi accedere direttamente agli autori antichi, conoscere e consultare di essi i principali commentarii storici, stabilire la derivazione delle notizie, conoscere gli studi sulla loro autorità come fonti per la conoscenza della storia e della geografia antica ed usufruirne i risultati. Ma per questa parte i due lavori presentati mostrano una reale insufficienza.

L'autore di quello contrassegnato col motto « Amor mi mosse.... » ignora o trascura persino il modo di citare i testi antichi: egli cita infatti Erodoto non col numero del libro e del capitolo, bensì col numero di pagina di una delle tante edizioni di traduzioni italiane, e v'ha di più, in gran numero di casi la citazione dell'autore antico è fatta senza alcuna determinazione. Vi si legge (pag. 14) « Scillace si accorda con Erodoto; il Periplo pone la palude...; Strabone la colloca...; il vescovo Sinesio ha scritto che... ». Invano si cercherebbe nel lavoro qualche notizia più precisa, e a quali opere bisogni ricorrere per consultare questo Scillace o questo Periplo.

Nè l'ordine con cui si citano qua e là serie di autori ha giustificazione e spesso falsa la cronologia. A pag. 33 si citano gli autori in quest'ordine: Sulpicio Severo, Solino, Plinio, Pomponio Mela; a pag. 44 in quest'ordine: Sallustio, Erodoto, Lucano.

Le poche citazioni d'iscrizioni non sembrano neppur fatte direttamente; infatti si cita il numero della iscrizione ma non quella del volume del *Corpus Inscriptionum*. Ove si tenta una citazione più esatta questa non sempre è giusta; non esattamente reso a pag. 41 il pensiero di un passo di Floro, strana a pag. 65 la citazione *Stud. M. M. paragr. 93;* inammissibile che della *Storia Romana* del Mommsen si citi la vecchia edizione milanese del 1864, che a proposito delle opere idrauliche nell'Africa non si allarghi la ricerca ad un maggior numero di iscrizioni e non si conosca il capitolo a tal soggetto dedi-

cato dal Toutain nell'opera *Les cités romaines de la Tunisie* (Paris 1896), che si sbagli grossolanamente nella traduzione di passi greci o latini (ad es. p. 27 *πρὸς την ἕω* « appena cade il sole »; p. 32 *religione pluria magis usi* « a scopo religioso fecero di essa grande uso »).

L'altro lavoro che porta il motto « Studuisse et studere juvabit » non mostra una conoscenza di gran lunga maggiore degli autori, o uno studio diretto di essi. La prima parte è una raccolta di passi, messi alla rinfusa, di autori antichi e moderni, da Erodoto sino ad un articolo del Corriere della Sera (p. 25). Anche qui tutto mostra che l'autore non sa sempre accedere direttamente alle fonti e che le notizie che egli ha di esse gli vengono spesso attraverso lunghe derivazioni da altri autori che bene o male le citano. Quindi troviamo che l'autore cita Sinesio in latino dalla traduzione del Patavio; a pag. 28 troviamo indicato Corippo autore delle *Johannidos.* Ma *Johannidos* è genitivo; e se noi troviamo stampato *Aeneidos libri* XII, non per questo diremo che Virgilio è autore della *Aeneidos!* Le opere *Degli edificii*, di Procopio o le *Storie segrete* l'autore le adduce qua e là prendendo le citazioni da un volume del Ghisleri. Si direbbe che queste opere fossero fuori del mondo e che il Ghisleri ne fosse l'evocatore.

In conclusione anche l'autore di questo lavoro non mostra avere in cotali studi già formata quella coscienza scientifica, nè di possedere quel metodo di lavoro, che può dare pieno affidamento di matura preparazione alla ricerca, e di solida base per quella qualsiasi ricostruzione, che si voglia tentare sui dati forniti dagli scrittori antichi.

La Commissione quindi, pur apprezzando l'arduo lavoro, e la coltura, e il vivo entusiasmo per lo studio, che traspirano dalle memorie presentate, per le accennate lacune e per lo scarso valore critico filologico del solo ordine di ricerche intrapreso, non crede che alcuno, dei detti due lavori, rechi un reale emergente contributo scientifico originale alla questione di concorso, e non crede di proporre all'Istituto aggiudicazione di premio.

Letta ed approvata nell'adunanza del 23 dicembre 1915.
Non fu conferito il premio.

CONCORSI AI PREMI DELLA FONDAZIONE CAGNOLA

a) **Innesto di organi e tessuti. Storia, valore e significato scientifico degli innesti. Applicazioni.** (Il lavoro dovrà essere illustrato da esperienze personali).

(*Commissari*: MM. EE. Golgi, Körner, Tansini *relatore*).

Il tema messo a concorso per il premio della fondazione Cagnola è il seguente: « Innesto di organi e tessuti. Storia, valore e significato scientifico degli innesti. Applicazioni ».

Al concorso è stata presentata una sola memoria contrassegnata dal motto: « Amplius afficit sensus cogitatio quam fatigatio ».

Il lavoro, nel quale trovansi alcuni errori di nomi propri che, sebbene ripetuti, si può ritenere che siano effetto di lapsus calami, dà l'impressione che l'A. non abbia esattamente compreso il tema e, mentre sono svolti ampiamente argomenti che non hanno attinenza, o molto indiretta, con esso, è poi difettoso per ciò che il tema esigeva che fosse svolto tanto riguardo la parte di compilazione, come riguardo quella delle ricerche originali.

I concorsi di fondazione Cagnola esigono che i lavori presentati non siano di semplice compilazione ma che, in alcuna loro parte almeno, contengano ricerche originali che portino qualche nuovo contributo alla materia trattata.

Anzitutto si rileva che è incompleto il capitolo voluto dal tema che si riferisce alla storia degli innesti. L'A. che pur tien conto di tradizioni poetiche e favolose, non ricorda opere e lavori positivi: così p. es. non ricorda l'opera di Giuseppe Baronio « Degli innesti animali » del 1804 e non tien conto dei lavori importantissimi di Paolo Mantegazza sull'innesto o trapianto dell'intero ventricolo di rana da un animale all'altro, pubblicati nel 1867.

Come già si accennò, l'A. comprese nello svolgimento del tema argomenti che non hanno con esso attinenza, o molto indiretta, come p. es. tutto ciò che riguarda la cura delle deformità dei piedi, all'infuori dell'uso di innesti veri e propri muscolari o tendinei: ciò appare anche nella chirurgia dei vasi quando si diffonde sulla sutura delle ferite dei vasi e sopra altre manualità o tecnicismi che si riferiscono alla emostasi.

Ancora nel capitolo che si riferisce al tubo intestinale l'A. si diffonde sulla resezione dello stomaco e sulla gastroenterostomia e così altrove, trattando p. es. dell'invaginazione dell'uretere, va fuori dei limiti del tema.

Sembra alla Commissione che l'A. abbia dato alla parola innesti un significato troppo esteso applicandolo anche a quelle operazioni che, pur valendosi della congiunzione di tessuti o di organi, hanno un significato diverso, come p. es. le anastomiosi tanto vascolari come del tubo gastroenterico.

Nella parte che vorrebbe essere originale e di ricerca l'A. non ha tentato nuove vie per la riuscita di innesti animali di tessuti o di organi ai quali evidentemente riferivasi il tema, nè ha studiato sotto un punto di vista speculativo l'interessante argomento, nè cercato di farne risaltare il significato scientifico, ma solo si limita ad indicare, sia pure in base a qualche ricerca sperimentale e clinica, l'uso della spugna di gomma per colmare la porta erniaria, o perdite di sostanza della parete addominale, o cavità lasciate dalla resezione del fegato, o per la sospensione del rene ptosico.

È molto discutibile se l'intromissione di tale corpo estraneo, perchè tollerata dall'organismo, possa essere considerata come un innesto.

Infine in una appendice l'A. accenna ad un suo metodo di innesto dei capelli per la cura della calvizie: ma lo svolgimento dell'argomento è assai oscuro e non ha carattere scientifico, posciachè l'A. non indica in che cosa consista il suo metodo ed offre solamente la fotografia di un calvo prima e dopo la cura. Questa poi, dice l'A., non è ben riuscita per colpa del paziente, ed anche su ciò non dà alcuna spiegazione.

La Commissione per tutte queste considerazioni non può proporre il lavoro per l'assegnazione del premio Cagnola.

Letta ed approvata nell'adunanza del 23 dicembre 1915.
Non fu conferito il premio.

b) Per una scoperta ben provata nella cura della pellagra.

(*Commissari:* MM. EE. Golgi, Sala, Forlanini *relatore*).

Da parecchi anni si ripete per questo premio, che è fra i più importanti dell'Istituto, il fatto che vengano presentati lavori non riguardanti il tema proposto se non in una maniera

indiretta. Mentre infatti il tema richiede, pel conferimento del premio, « *Una scoperta ben provata nella cura della pellagra* » le diverse Commissioni esaminatrici si sono, quasi senza eccezione, trovate a dover giudicare degli studi sulla eziologia e sulla patogenesi della pellagra, nei quali tutt'al più era presentata qualche illazione terapeutica delle conclusioni principali del lavoro. Onde accadde che, da parecchi anni, pur avendo adito al concorso dei lavori molto pregevoli, alle Commissioni non è stato possibile di proporre il conferimento del premio.

Le ragioni del fatto sono note. Delle numerose e fra loro disparate dottrine eziologiche e patogenetiche della pellagra, nessuna è oggi ritenuta, per consenso generale, vittoriosa — ed il campo è sempre alacremente disputato. Manca così ancora, per la pellagra, la fonte principale, unica anzi, di una terapia razionale. Potranno bensì, dato questo stato di cose, venir presentati ed essere acquisiti dei trovati terapeutici, di carattere casuale ed empirico, come è avvenuto in altri campi della medicina pratica: ma non è per questa via che gli studiosi amano porsi, nè l'Istituto potrebbe desiderarlo ed incoraggiarli.

Per queste ragioni le diverse Commissioni esaminatrici del concorso, se non proposero il premio, furono però sempre assai larghe nel suggerire all'Istituto degli assegni a titolo di incoraggiamento, talora anche cospicui.

Il concorso del 1914 accenna a togliersi dalla via battuta finora, per seguire più da vicino le intenzioni del Fondatore. Certamente i lavori presentati sono essenzialmente, e nel maggior numero, studi sulla eziologia e la patogenesi della pellagra; ma fra essi ve ne sono alcuni — dedotti dalle conclusioni eziologiche e patogenetiche degli altri lavori — che rappresentano un lodevole e forse promettente approccio del campo della terapia pratica.

Al concorso adisce un solo concorrente, il prof. Guido Volpino, Incaricato di Bacteriologia della R. Università di Torino, con nove lavori a stampa e due manoscritti, dai seguenti titoli:

1.° e 2.° Ricerche sperimentali sulla pellagra (2 lavori). — 3.° Ricerche sulla pellagra. — 4.° È possibile una immunizzazione attiva dei pellagrosi. — 5.° Sulla presenza di sostanze protettrici nella cariosside di grano turco e sulla reazione di ipersensibilità dei pellagrosi. — 6.° Ancora sulla pretesa demolizione delle mie ricerche. — 7.° Ancora a proposito della ipersensibilità dei pellagrosi per gli estratti maïdici.

— 8.° Ancora sulla ipersensibilità dei pellagrosi verso gli estratti maïdici. — 9.° Monofagismo e presenza nel sangue di fermenti digerenti le albumine del vitto dimostrata colla reazione di Abderhalden (manoscritto). — 10.° Il monofagismo ed i suoi rapporti colla pellagra. — 11.° Sopra il metodo di immunizzazione attiva dei pellagrosi (manoscritto).

Corre qui l'obbligo alla Commissione di avvertire che i lavori 1, 2. 4 e 11, sono compilati dal prof. Volpino in collaborazione con altri (dottori Alpago-Novello, Mariani, Bordoni): dalla loro redazione però appare distinta la parte che spetta al prof. Volpino ed ai suoi collaboratori, ed anzi se ne trae l'impressione che al prof. Volpino spetti la concezione dei lavori e la loro direzione generale.

Dai titoli surriferiti risulta che, anzichè di un gruppo di lavori singoli, trattasi piuttosto di un gruppo di comunicazioni parziali riflettenti un unico studio sulla essenza della pellagra; comunicazioni che sono riassunte in un unico lavoro — il numero 10 — « *Il Monofagismo ed i suoi rapporti colla pellagra* ». La Commissione perciò senza riferire partitamente di ciascun lavoro, crede miglior cosa esporne il concetto conclusionale.

Il prof. Volpino, lasciando in disparte le dottrine strettamente zeistiche, le tossico-zeistiche e le parassitarie della pellagra, che tennero il campo fino ad oggi, pone avanti la nuova dottrina monofagistica. La pellagra, cioè, secondo Volpino, sarebbe l'espressione di un monofagismo (per il maiz), come lo sono il beri-beri, la polineurite sperimentale delle galline e, probabilmente, lo scorbuto. Senza accedere interamente al concetto di Funk, il quale attribuisce la pellagra alla scomparsa delle vitamine dal maiz, egli ammette che le diverse modalità delle manifestazioni pellagrose, stanno in rapporto colle vitamine del maiz, e colle variazioni che subiscono, fino alla loro scomparsa, sia per le alterazioni del cereale sia per le manipolazioni a cui viene sottoposto il maiz sano.

La nuova dottrina è basata sopra un buon numero di ricerche sperimentali, delle quali sono particolarmente interessanti e suggestive quelle sulla analogia della ipersensibilità dei pellagrosi e degli animali monofagici, e quella sulla ipersensibilità dei pellagrosi verso certi estratti maïdici.

Da questo concetto fondamentale sulla natura della pellagra, il prof. Volpino trae un processo di sieroterapia, intorno al quale ha già intrapreso i primi studî.

Risulta dalle esperienze sul monofagismo maïdico delle cavie, che non tutti gli animali sono egualmente sensibili e che, mentre alcuni soccombono prima del tempo medio, altre ve ne sono che resistono per un tempo due ed anche tre volte maggiore: si può presumere quindi che esista in alcuni animali una relativa refrattarietà — donde la razionalità di tentativi per aumentarla, ed anche renderla assoluta, prima nell'animale e poi nel suo corrispondente in monofagismo, il pellagroso.

I tentativi fatti in questa direzione, avrebbero portato a risultati incoraggianti. In una prima serie di esperienze, delle iniezioni scalari di piccole quantità di Pellagrogenina (precipitato alcoolico di estratto acquoso del maïz) in cavie sottoposte ad alimentazione maïdica esclusiva, avrebbero ritardato sensibilmente le manifestazioni del monofagismo maïdico; ed in una seconda serie, del siero antimaïdico, ottenuto colla iniezione di estratto acquoso di maïz nelle vene del coniglio, si è dimostrato capace di neutralizzare il potere tossico, per le cavie maïdizzate, della Pellagrogenina.

Da questi due gruppi di esperienze, i cui risultati avvalorano il supposto della possibilità di aumentare artificialmente la resistenza degli animali alle conseguenze del vitto uniforme, di costituire cioè una sorta di immunità pel monofagismo, il prof. Volpino fu condotto a concepire la possibilità di una immunizzazione attiva dei pellagrosi con iniezioni ripetute di estratti di maïz.

E nei lavori 10° ed 11°, sono riferiti i primi tentativi condotti in questo senso sull'uomo ammalato di pellagra.

I risultati ottenuti, certamente notevoli, non sono però decisivi, sia perché, finora, i tentativi vennero diretti soltanto contro le periodiche recidive del morbo, sia perchè, come dichiara lo stesso Autore, non sono abbastanza numerosi, nè proseguiti per un tempo sufficiente. Essi non rappresentano, quindi, quella scoperta ben provata sulla cura della pellagra che il tema del concorso richiede; sono risultati positivi, ma di portata non maggiore di quella di una attendibile promessa per l'avvenire.

Espresso questo giudizio, la Commissione, con dispiacere, non si ritiene autorizzata a proporre l'assegnazione del premio.

Essa però riconosce pienamente l'originalità ed il valore delle vedute del prof. Volpino; trova che esse sono presentate e svolte col corredo di dimostrazioni sperimentali ingegnose e corrette per logicità e tecnicismo; sopratutto loda la loro diretta applicazione a scopi pratici, conforme lo spirito del concorso,

e riconosce che i risultati finora ottenuti in questo tentativo sono tali per cui il prof. Volpino merita di essere incoraggiato nei suoi studi.

La Commissione perciò propone sia assegnata, a titolo di incoraggiamento, al prof. Guido Volpino di Torino, la somma di L. 1000.

Letta ed approvata nell'adunanza del 23 dicembre 1915.
Fu conferito un assegno d'incoraggiamento di L. 1000 al sig. prof. GUIDO VOLPINO *di Torino.*

c) Una scoperta ben provata sulla natura dei miasmi e contagi.

(*Commissari*: MM. EE. Golgi, Gorini *relatore*, S. C. Bordoni Uffreduzi).

Al concorso per il premio Cagnola « *per una scoperta ben provata sulla natura dei miasmi e contagi* » si è presentato quest'anno un solo concorrente, il prof. Giuseppe Sangiorgi dell'Università di Torino.

Egli ha presentato dieci lavori di cui sei non possono essere presi in considerazione perchè antecedenti alla pubblicazione del Concorso.

Degli altri quattro lavori, tre sono editi ed uno è manoscritto.

Una prima nota contiene la semplice descrizione di una leucocitagregarina trovata nel coniglio, nonchè alcune buone vedute sulla classazione degli ematozoari.

Due note di maggior rilievo riflettono il virus della pseudorabbia; in esse il Sangiorgi mette in luce parecchie particolarità interessanti di detto virus, quali la sua ineguale distribuzione quantitativa nell'organismo, il suo tardivo passaggio in circolo durante il periodo agonico, la sua intolleranza per le forti diluzioni, la sua abituale concentrazione nel tessuto sottocutaneo al punto di innesto e sopratutto il suo passaggio attraverso candele Berkefeld impervie ai comuni batteri; per questa proprietà, oltrechè per la sua notevole resistenza in glicerina, il virus della pseudolissa viene ad assumere i caratteri biologici dei virus cosidetti filtrabili.

L'autore però riconosce di non esser riuscito a porre in evidenza nè nel sangue nè negli organi degli animali nessun elemento parassitario; anche la ricerca di eventuali corpi pa-

ragonabili a quelli noti per un gruppo di malattie da virus filtrabili è stata completamente negativa.

La quarta Nota manoscritta tratta della verruca porro. Partendo dalla parentela tra questa malattia e il mollusco contagioso, tutt'e due infezioni da virus filtrabili, Sangiorgi ha preso a studiare microscopicamente la verruca, arrivando a dimostrare la esistenza di certe inclusioni cellulari che in base alla loro morfologia, ubicazione e reazione microchimica ricordano quei corpi stati descritti in altre malattie ed interpretati da alcuni autori come prodotti specifici di reazione cellulare contro il virus causa della malattia. Anche qui però, confessa l'autore, malgrado le ricerche istituite, manca la dimostrazione morfologica del virus della verruca; negativa è stata pure la ricerca di quei particolari minutissimi corpiccioli di forma sferica, ben colorabili col metodo Loeffler che sono stati osservati primamente nel vaccino (Gorini) e poi in altre malattie affini, i cosidetti corpuscoli elementari di Provvazek o strongiloplasmi di Lipschütz, i quali, in aggiunta alla filtrabilità del virus ed alla presenza di inclusioni cellulari, giustificherebbero anche per la verruca come già per il mollusco contagioso il concetto di clamidozoo-strongiloplasmiosi, giuste le vedute di Provvazek. Lipschütz ed altri.

In conclusione, la Commissione è lieta di segnalare nei lavori del Sangiorgi importanti contributi alla conoscenza delle proprietà dei virus della pseudorabbia e della verruca porro, ma non li ritiene tali da rivestire il carattere di scoperte sulla natura di detti virus come vuole il tema del concorso. Tuttavia in segno di incoraggiamento ad uno studioso che, lavorando con passione e con metodo nel campo sperimentale è riuscito ad ottenere risultati di notevole interesse, la Commissione propone gli venga accordato un assegno di lire *mille.*

Letta ed approvata nell'adunanza del 23 dicembre 1915.

Fu conferito un assegno d'incoraggiamento di L. 1000 al sig. dott. GIUSEPPE SANGIORGI *dell'Istituto d'igiene della R. Università di Torino.*

CONCORSO AL PREMIO
DELLA FONDAZIONE BRAMBILLA

(*Commissari:* MM. EE. MURANI, JORINI, MENOZZI SS. CC. JONA e CARRARA *relatore*).

Programma del concorso: *A chi avrà inventato o introdotto in Lombardia qualche nuova macchina o qualsiasi processo industriale o altro miglioramento da cui la popolazione tragga un vantaggio reale e provato.*

Il premio sarà proporzionato all'importanza dei lavori che si presenteranno al concorso e potrà raggiungere in caso di merito eccezionale la somma di L. 4000. Scadenza 1 aprile 1915.

Il premio Brambilla, come è stato più volte osservato, è entrato talmente nelle consuetudini dei nostri industriali, che non si svolge in Lombardia fortunata iniziativa o riescita impresa innovatrice nella produzione o nel lavoro che non ambisca questa onorifica distinzione.

Il numero e l'importanza dei concorrenti, la natura dei materiali trattati, le particolari condizioni della lavorazione rispecchiano la lotta incessante che l'industria nazionale combatte contro la produzione straniera e svelano insieme alle vittorie le difficoltà del cammino percorso per conquistarle.

Chi confrontasse fra loro i risultati di questo concorso nei vari periodi e li ponesse nella giusta luce di tempo e di eventi, potrebbe, non solo, seguire la ascesa industriale del nostro paese, ma trovare importanti elementi per spiegare le varie fasi del suo sviluppo e le cause che volta a volta lo hanno accelerato o rallentato.

L'anno col quale si chiude il presente concorso è tutto occupato dai grandiosi avvenimenti che portarono l'attuale stato di guerra. Rimangono per essi sconvolti i normali funzionamenti delle industrie, rotte o modificate molte relazioni commerciali con l'estero e più o meno sovvertito l'ordinario criterio di giudizio intorno ai risultati definitivi di una intrapresa industriale.

Una condizione così eccezionale non poteva mancare di ripercuotersi anche sul presente concorso: e infatti quest'anno pur non mancando fra i concorrenti ditte importanti e interessanti imprese, appare, ad uno sguardo sintetico generale, una specie di sosta nello sviluppo delle nuove iniziative.

Le industrie italiane stanno ora attraversando un periodo

di intensa trasformazione e di febbrile lavoro; esse stanno adattandosi a condizioni nuove e lavorano per rispondere a molti nuovi e urgenti bisogni; esse stanno cioè iniziando una nuova éra con la ricerca della loro completa indipendenza.

La difficoltà delle comunicazioni, la chiusura di certe frontiere, lo stato di guerra hanno messo in evidenza il lato debole di molte nostre industrie. Esso è rappresentato dai molti, troppi, legami che le uniscono alle industrie di altri paesi, specie germaniche; cosicchè quasi nessun diagramma di lavorazione può giungere alla fine senza passare attraverso qualche anello tenuto di mani straniere.

Ora è la materia prima, ora sono le macchine e gli utensili di lavorazione, ora sono soltanto dettagli di finitura ma quasi sempre si trova che in paese non è possibile giungere ad un prodotto interamente finito senza passare sotto le forche caudine dell'industria forestiera, la quale spesso ha tutt'altro interesse di quella nazionale. Attualmente l'attività dei nostri tecnici e dei nostri industriali rivolta è sopratutto ad eliminare questa dipendenza; già da molti sintomi appare come le necessità abbiano acuito l'ingegno e spronato le energie, ogni giorno qualcuno di questi legami si rompe, ogni giorno si lavora a riempire qualche lacuna.

I concorsi venturi, probabilmente, incominceranno a mettere in evidenza questo colossale lavoro che si sta compiendo, e mostreranno come l'apparente sosta di quest'anno non era che il raccoglimento delle forze per un gran balzo in avanti. E la pace vittoriosa, che senza dubbio coronerà gli sforzi dei nostri eroi, segnerà anche il risveglio potente di tutte le energie industriali della nazione anch'esse finalmente indipendenti.

I concorrenti quest'anno sono:

1. Boltri Giuseppe di Milano per un essicatoio agricolo.
2. Nava dott. prof. Pietro di Legnano per uno speciale dissetante.
3. Meriggi dott. Cesare di Como per un suo *alza-acqua*.
4. Società elettrica e elettrochimica del Caffaro con sede a Milano e stabilimento a Brescia per un preparato denominato *Pasta Caffaro*.
5. Società Anonima Fonderia acciaio e ghisa della Bonacina di Castello sopra Lecco per la sua produzione di incudini, morse ecc.
6. Società Anonima Ferriere di Voltri con sede a Voltri e stabilimento a Darfo in Val Camonica (Brescia) per tutta la produzione di questo suo stabilimento.

7. Società Anonima Vetreria di Grandate di Milano con stabilimento a Grandate e per la sua produzione di vetrerie fine stampate e soffiate e per aver introdotto nella lavorazione speciali macchine soffianti.

Un ultimo concorrente si è ritirato.

La Commissione dopo aver esaminato i titoli presentati e averli accuratamente vagliati, visitò gli stabilimenti dei concorrenti, e raccolse le informazioni relative alle varie industrie sopra ricordate. In seduta plenaria poi, discusse gli elementi di giudizio così raccolti, designando fra i concorrenti quelli degni di premio e stabilendo fra di essi una graduatoria, di 1° e di 2° grado, alla quale il premio venne proporzionato.

Naturalmente con questo, l' entità della somma disponibile per ognuno diviene assai piccola, ma la Commissione, pur augurandosi che qualche mecenate dia al nostro Istituto i mezzi per meglio accordare l' entità del premio all' importanza delle industrie concorrenti, ha ritenuto necessario e conforme allo spirito del concorso proporre l' onorifica distinzione a chi la meritava.

Passiamo ora all' esame dei singoli concorrenti in ordine alfabetico.

Ditta Boltri Giuseppe.

La ditta Boltri è ben conosciuta, nel mondo agrario e industriale, per aver introdotto ed esteso l' uso degli essicatoi per l' essicamento artificiale dei cereali (maiz, riso ecc). e di altre derrate.

La ditta Boltri ha avuto veramente la funzione di pioniere in questo ramo della tecnologia agricola, mettendo a disposizione degli agricoltori essicatoi semplici e poco costosi.

In seguito molte altre ditte si sono date alla costruzione di essicatoi, introducendo notevoli perfezionamenti, cosicchè oggi si hanno essicatoi bene studiati e costrutti, ma alla ditta Boltri, spetta il merito di aver dato il primo e notevole impulso.

Queste benemerenze furono ben riconosciute anche dal nostro Istituto il quale per queste ragioni ebbe altra volta ad accordare un premio Brambilla.

La Commissione non ritiene quindi di proporre altri premi, ma è lieta di dichiarare ancora una volta, a nome del corpo accademico, i titoli di benemerenza che in questo campo la ditta Boltri si è acquistata.

Nava Prof. Dott. Pietro.

Il prof. Pietro Nava si è proposto il lodevole scopo di offrire agli operai un dissetante tale da estinguere facilmente la sete, senza alcuno degli inconvenienti a cui si può andare incontro con bibite diverse e anche con acqua semplice quando questa è presa in grande quantità.

Ha preparato un liquido di cui ha offerto un campione, dichiarando che contiene estratti di erbe aromatiche.

La Commissione dichiara di non poter prendere in considerazione il preparato perchè non essendo nota l'origine precisa nè la composizione, manca ogni base di sicuro giudizio sulla attitudine del preparato e nelle sue eventuali applicazioni.

Meriggi Dott. Cesare.

Questo concorrente presenta un campione di un suo apparecchio denominato *Alza-acqua*.

È una piccola macchina idrofora, manovrabile a mano, del tipo delle norie a dischi. Tale apparecchio, secondo l'autore, avrebbe, in confronto di quelli consimili, usati per lo stesso scopo, il vantaggio di una grande leggerezza e quindi la facilità di trasportarlo e di applicarlo a pozzi canali ecc. per estrarne acqua per scopo di irrigazione, altro vantaggio sarebbe il costo minimo.

Nulla riesce provato, nè teoricamente nè praticamente sul grado di rendimento, nè su quello della solidità dell'apparecchio, sicchè mancano gli elementi per giudicare della convenienza del suo impiego in paragone delle pompe comunemente usate. Per il programma del concorso Brambilla è essenziale che l'utilità dell'apparecchio sia provata coll'applicazione sperimentale e pratica di esso. Nel caso attuale tale prova manca affatto perciò la Commissione non ha potuto prenderlo in considerazione per il premio.

Società Elettrica e Elettrochimica del Caffaro.

Questa ditta la quale ottenne alcuni anni or sono un premio Brambilla per aver introdotto l'industria della soda elettrolitica, concorre quest'anno per aver introdotto la fabbri-

cazione di un preparato speciale destinato a prevenire e a combattere la peronospora della vite.

La ditta concorrente è partita dal concetto di trovare un altra utilizzazione del cloro che essa ottiene a fianco della sola caustica dall' elettrolisi dei cloruro di sodio, e col proposito di arrivare ad un prodotto non meno attivo, anzi più attivo, della solita poltiglia bordolese che i nostri agricoltori impiegano contro la peronospora.

Precisamente essa volle preparare un prodotto costituito da ossicloruro di rame, che alcuni hanno affermato essere più attivo contro la peronospora dell' ossido idrato e del solfato basico che si contengono nella poltiglia bordolese. Questo preparato, al quale la ditta si dedica da alcuni anni, è stato chiamato *Pasta Caffaro* e in seguito a prove ripetute si è introdotto nella nostra pratica agricola.

Osserva la Commissione che sarebbe stato desiderabile una documentazione un po' più sicura che nella *Pasta Caffaro* si contiene realmente ossicloruro di rame; così pure che il preparato rameico della *Pasta* sia più facilmente attaccabile da quei solventi che portano in soluzione sulla foglia il composto di rame perchè agisca sulla peronospora, in confronto del composto che si forma colla poltiglia bordolese. Con ciò si sarebbe meglio in grado di apprezzare il prodotto.

Ma ciò osservato non si può non convenire che la ditta colla fabbricazione della *Pasta Caffaro* (produzione che ora oltrepassa i 20 mila quintali) è riuscita effettivamente ad ottenere un altro sfogo del cloro elettrolitico. D' altra parte con esso è arrivata ad un preparato rameico che offre questo grande vantaggio, nella pratica, di non richiedere per il suo impiego altro che di essere diluita con dell' acqua. Ciò che per l' agricoltore è molto comodo e utile, poichè gli risparmia il trattamento di neutralizzazione con una data quantità di calce, come invece occorre per la poltiglia bordolese. Per l' uso della *Pasta Caffaro* il viticultore non ha che misurarne una data quantità con un utensile annesso, e diluirla in un dato volume d' acqua.

La Commissione deve aggiungere che la fabbricazione della pasta è molto bene studiata ed organizzata. Attacco al rame in apposite colonne di clorurazione, fino ad ottenere una soluzione di cloruro ramico di data densità, poi miscela con data quantità di idrato di calce in appositi apparecchi mescolatori; aggiunta di una data quantità di melasso per rendere la pasta più adesiva sulla foglia, fattore questo pure impor-

tante. Il tutto bene disposto e organizzato in modo da avere un prodotto a titolo costante che la ditta mette in commercio in mastelli catramati.

Sull' efficacia del prodotto non si diffonde la Commissione. Le attestazioni numerose di competenti e di enti agrari, la diffusione ottenuta nella pratica agraria danno affidamento che il preparato valga realmente per combattere la peronospora.

Per tutte queste ragioni la Commissione ritiene di proporre per la ditta concorrente un premio Brambilla di 2° grado.

Società Anon. Fonderia acciaio e ghisa della Bonacina.

Questa ditta si è specializzata nella produzione delle incudini colate in acciaio e delle morse in ghisa. L' impianto è il risultato dei tentativi e della tenacia di tre fratelli operai fonditori e fucinatori Giovanni, Federico e Giorgio Piloni.

La produzione delle incudini richiede un processo di lavorazione delicato e complesso che si può riassumere così: Colata dell'acciaio, fucinatura, piallatura e limatura del pezzo colato, ricottura e cementazione della superficie e finalmente tempera dell'incudine finita.

I fratelli Piloni incominciarono a sostituire al vecchio sistema di fusione dell'acciaio in crogioli quello del convertitore Bessemer e dopo molti tentativi e prove riuscirono a stabilire le condizioni più adatte per l'ulteriore lavorazione e a produrre delle ottime incudini assai pregiate dai consumatori e tali da sostenere brillantemente il confronto con quelle di fabbricazione estera.

Per la posizione dell'officina situata lungo un torrente, ma in alto rispetto alla ferrovia, per il genere dei prodotti ai quali fanno notevole concorrenza quelli d'origine francese, le condizioni economiche dell' industria riescivano sino agli ultimi anni piuttosto difficili, ma dopo che il problema tecnico della produzione fu risolto, l'azienda fu rinvigorita con nuovi capitali e trasformata nell' attuale Società Anonima Fonderia acciaio e ghisa della Bonacina.

Le incudini vendute dalla ditta soltanto in quest' anno arrivano a circa 3000: i maggiori clienti sono stati gli arsenali militari e le officine ferroviarie, cosicchè la Fonderia della Bonacina ha ora conquistato senz'altro vittoriosamente il mercato italiano. È vero che il risultato è dovuto alle favorevoli con-

dizioni in cui al presente l' industria si svolge; ma è pur vero che la ditta così com'è avviata offre serie garanzie che anche per l'avvenire potrà gareggiare con l' industria straniera.

Per tutto ciò, concorrendo nel richiedente tutte le condizioni volute dal concorso, la Commissione propone la Fonderia della Bonacina per un premio Brambilla di 2° grado.

Società Anon. Ferriere di Voltri.

La ditta Soc. Anon. Ferriere di Voltri concorre per la produzione complessiva del suo stabilimento di Darfo in Val Camonica.

Questo Stabilimento già proprietà della Società Siderurgica di Val Camonica (ex Bonara) è ben noto in tutto il mondo perchè colà la elettrosiderurgia ha fatto uno dei suoi primi passi.

Colà lo Stassano eseguì le sue prove col forno elettrico per la produzione del ferro e della ghisa dal minerale. È dunque in un ambiente che fu in certo modo una delle culle della elettrosiderurgia che la Società concorrente svolse le sue attività e diede poderoso impulso alla sua produzione elettrochimica.

La Soc. Ferriere di Voltri resasi proprietaria dello stabilimento di Darfo nel 1912, quando cioè questo era adibito esclusivamente alla produzione delle lamiere nere e stagnate, e quando per cause, che qui è inutile indagare, i tentativi dello Stassano erano stati abbandonati, ha iniziato la sua opera triplicando gli impianti per la produzione delle lamiere e spendendo diversi milioni in nuovi impianti di forza idroelettrica, e in allestimento di importanti gruppi di forni elettrici per la produzione del carburo di calcio.

Lo stabilimento di Darfo diveniva così, in breve, uno dei più importanti d'Italia per questo ultimo prodotto, raggiungendo una produzione di più decine di migliaia di tonnellate.

Intanto il problema della produzione della ghisa al forno elettrico dai minerali trovava soluzioni tecniche diverse da quelle primitive dello Stassano; si tendeva ad avvicinarsi alle condizioni di lavorazione dell' alto forno, adottando sistemi di forni elettrici capaci di lavorare in modo continuo masse sempre più grandi di minerale. In Francia appariva così l' alto forno elettrico sistema Keller.

La ditta concorrente nel 1910 impiantava a Darfo uno di

questi alti forni e, utilizzando il minerale delle vicinanze, otteneva la produzione di più migliaia di tonnellate di ghisa elettrica.

La continuazione di questa lavorazione però non implicava soltanto la soluzione di un problema tecnico, ma anche e più, di un problema economico, e cioè era necessario che la ghisa così prodotta potesse fare concorrenza alla ghisa di alto importata dall' estero.

Questo poteva essere possibile e vantaggioso in certe determinate condizioni del mercato, ma poteva non essere più conveniente appena i prezzi si fossero abbassati oltre un certo limite, ovvero si fosse presentata la probabilità di una migliore utilizzazione dell' energia elettrica e del materiale impiegato.

Ciò è appunto quello che accadde a questa lavorazione in questi ultimi anni, nello stabilimento di Darfo. Malgrado i buoni risultati ottenuti, si è trovato più conveniente la preparazione della ghisa dalle tornitaure anzicchè dal minerale e sopratutto, nel momento attuale, si è trovato assai conveniente intensificare la produzione di altre leghe di ferro, quali il ferro silicio, il ferro manganese, il cosidetto spiegeleisen, il ferrosilico manganese e simili.

Queste leghe, delle quali per molti anni fummo tributari all' estero, sono dei materiali indispensabili nella produzione degli acciai. Col crescere della nostra produzione metallurgica e col cessare della importazione estera, il bisogno di questi prodotti andava continuamente crescendo e giustificava la convenienza della sua lavorazione anche di confronto ad altri prodotti.

La Soc. Ferriere di Voltri ha presto intuito questa necessità del mercato siderurgico nazionale e fino dal 1911 impiantava e svolgeva la fabbricazioae del ferrosilicio a vario tenore cosicchè quando per sopravvenire dell' attuale guerra europea i mercati esteri di questo prodotto furono chiusi o altrimenti assorbiti, lo stabilimento di Darfo era in condizione di fornire alle fonderie nazionali molte migliaie di tonnellate di questo prodotto.

Più delicata e difficile era la produzione delle diverse leghe ferro manganese, ma la ditta superando ogni difficoltà, importando il minerale manganesifero dalle Indie, cercando e acquistando anche miniere in Italia è giunta a portare anche questa lavorazione a completa riuscita industriale e se in Italia è ora possibile la speciale produzione dei tipi di acciai manganesiferi, ora molto richiesti, lo si deve specialmente all' iniziativa e alla tenacia della Soc. Ferriere di Voltri.

Lo stabilimento utilizza una potenza elettrica di circa 12000 HP e dà lavoro a circa 400 operai. Senza dubbio si tratta di una importante e grandiosa industria in parte nuova e per certi suoi prodotti, nel momento attuale, veramente necessaria. Industria che è evidentemente animata da quello spirito di feconda iniziativa e di sagace adattamento che costituisce il segreto di ogni successo industriale.

La Commissione ritiene perciò la ditta Soc. An. delle Ferriere di Voltri meritevole di un premio Brambilla di primo grado.

Società Anonima Vetreria di Grandate.

La Soc. An. Vetreria di Grandate concorre per la svariata sua produzione in articoli fini di vetro e per aver introdotto, prima fino ad ora in Lombardia, delle macchine soffianti nella produzione di molti suoi prodotti.

Notevole è la varietà e la quantità di articoli che questa ditta produce. Sono oggetti di vetro soffiato, stampato, smerigliato che vanno dai recipienti per farmacia, alle bottiglie per profumi e liquori, dagli oggetti per cancelleria ai recipienti e apparecchi per uso chimico.

Veramente interessante ed encomiabile è lo sviluppo dato dalla ditta alla lavorazione degli articoli di cancelleria: quali calamai, portapenne, vaschette ecc. in vetro tipo cristallo, prodotti questi che pervenivano quasi esclusivamente dall'estero. La ditta non si accontenta della sola produzione del materiale in vetro ma completa la lavorazione producendo anche le parti metalliche per la loro montatura.

Un'altra parte della Vetreria di Grandate che merita tutto l'incoraggiamento è quella che riguarda gli articoli di vetro neutro per chimica. Si tratta di una numerosa serie di recipienti di vetro fin qui importati dall'estero e noti sotto il nome di vetreria di Boemia resistente agli acidi, largamente usati in certe operazioni chimiche. I prodotti di questo tipo della Vetreria di Grandate meritano veramente l'elogio della Commissione e l'incoraggiamento dei chimici consumatori.

La ditta concorrente si è specializzata così in un tipo di vetreria che fin qui mancava in Italia. La difficoltà di una simile lavorazione è grande poichè si tratta di produrre un vetro un po' diverso del vetro comune cioè perfettamente omogeneo ed incoloro e, per certi articoli, con un indice di ri-

frazione un po' più elevato. Ciò ha potuto ottenere la ditta attraverso prove e fatiche numerose e la sua produzione merita encomio e incoraggiamento.

La ditta impiega circa 250 operai, la maggior parte del comune di Grandate e limitrofi, ed è l'unica industria di quel comune, cosicchè senza dubbio per quella zona è fonte di guadagno e di benessere.

Ritiene la Commissione verificarsi per la ditta concorrente le condizioni del concorso e la propone per un premio Brambilla di 2° grado.

Riassumendo adunque la Commissione propone all'Istituto che venga assegnato:

Premio di primo grado, medaglia d'oro e L. 1000.

SOCIETÀ ANONIMA FERRIERE di Voltri
con sede a Voltri e stabilimento a Darfo,

per la produzione di leghe di ferro al forno elettrico e per l'impulso dato alla produzione elettrosiderurgica.

Premio di secondo grado, medaglia d'oro e L. 300.

SOCIETÀ ELETTRICA E ELETTROCHIMICA DEL CAFFARO
con sede a Milano e stabilimento a Brescia,

per aver introdotto e largamente diffuso l'uso di un prodotto contro la peronospora della vite denominato: Pasta Caffaro.

SOCIETÀ ANON. FONDERIA D'ACCIAIO E GHISA
della Bonacina, Castello sopra Lecco,

per la sua produzione di incudini d'acciaio temprato.

SOC ANON. VETRERIA di Grandate
con stabilimento a Grandate e sede a Milano,

per la produzione di vetrerie fine stampate e soffiate e per aver introdotto nella lavorazione speciali macchine soffianti.

Letta ed approvata nell'adunanza del 23 dicembre 1915.
Furono conferiti le medaglie e i premi come sopra esposti.

CONCORSO AL PREMIO
DELLA FONDAZIONE FOSSATI

(*Commissari*: MM. EE. GOLGI, SALA, S. C. LIVINI, *relatore*).

Al premio della fondazione Fossati sul tema: « Illustrare qualche fatto di anatomia macro o microscopica del sistema nervoso degli animali superiori », si presentarono quest'anno tre concorrenti:

1. il D. Raffaele Altobelli, con una Memoria a stampa, pubblicata nella Gazzetta internazionale di Medicina e Chirurgia. (1914).
2. Il D. Giosuè Biondi, con una Memoria a stampa, pubblicata nella Rivista italiana di Neuropatologia, Psichiatria ed Elettroterapia.
3. Il D. Carlo Riquier, con due Memorie a stampa, pubblicate nella Rivista di Patologia nervosa e mentale (1913 e 1914).

* * *

1. Il lavoro del Dott. Altobelli, corredato da 4 tavole e da figure nel testo, porta il titolo: « *Innesti cerebrali* ».

Da una rassegna che l'A. fa intorno ai lavori diretti a determinare con quale modalità avvenga il processo cicatriziale in seguito a lesioni traumatiche cerebrali, egli arriva alla conclusione che nulla di *definitivamente* provato può ritenersi: i più, pur ammettendo una proliferazione delle cellule della nevroglia, credono che i fenomeni che si osservano nei focolai della sostanza nervosa devono ritenersi come processi *degenerativi*; altri, e sono in minoranza, ammettono la rigenerazione delle fibre nervose; il Voit, principalmente, il Vitzon e i pochissimi altri, che hanno confermato i loro esperimenti, credono *alla rigenerazione anche delle cellule nervose*.

Con ricerche sperimentali, l'A. ha cercato di far luce sulla questione, proponendosi di vedere: « 1. Se e fino a quando un pezzo di cervello, staccato da un animale e innestato nella identica regione di un altro, viva; 2. Se si hanno fenomeni *rigenerativi* nei tratti limitrofi e nel corpo dell'innesto. 3. Se si ha, per conseguenza una *restitutio* strutturale o una semplice *substitutio* di tessuto ».

Gli esperimenti sono stati fatti sul coniglio asportando

un frammento di sostanza corticale da un emisfero cerebrale di un animale e innestandolo immediatamente ad altro animale, al quale era stato contemporaneamente asportato dalla regione corrispondente — si intende da altro operatore — un frammento delle stesse dimensioni. Per l'atto operativo, l'A. si è servito di uno speciale strumento che brevemente descrive. Complessivamente le esperienze sono state fatte su 5 coppie di conigli, mantenuti in vita da *8 giorni ad oltre 3 mesi*, e sacrificati ad intervalli di 15 giorni.

Dopo una lunga esposizione dei metodi seguiti per le ricerche microscopiche (Ramon y Cajal, Golgi rapido, Veratti, Levaditi, Nissl, Boccardo, Mallory), riferisce intorno ai singoli esperimenti, e precisamente:

1. innesto nella zona fronto-parietale, sacrificando gli animali dopo 8 giorni;
2. innesto nella regione parietale sinistra sacrificando gli animali dopo 30 giorni;
3. innesto nella zona parietale di destra, sacrificando gli animali dopo 50 giorni;
4. innesto nella zona parietale di destra sacrificando gli animali dopo 72 giorni;
5. innesto nella zona parietale sinistra, sacrificando gli animali dopo 102 giorni;

Conclude l'A.:

« 1. che è possibile trapiantare in animali della stessa specie tratti di cervello omonimi, dall'uno all'altro:

2 che in primo tempo si avvera una lieve necrobiosi elementare, rimanendo però in vita parecchi elementi specifici;

3. che con l'andare del tempo gli elementi in vita potenziale ritornano nel loro completo funzionamento;

4. che si *neoformano* cellule *nervose*, le quali attraversano tutti gli stadî di passaggio, da quello ganglionare embrionale a quello di cellula nervosa a completo sviluppo;

5. che attraverso la cicatrice passano prolungamenti cellulari che mettono in relazione il pezzo innestato col cervello e questo con quello:

6. che si avvera nei focolai distruttivi del cervello una *rigenerazione del tessuto nervoso* ».

A parte molte mende che nel lavoro dell'Altobelli potrebbero essere rilevate, basti far osservare che manca assolutamente, dai dati che egli riferisce, la dimostrazione di quanto afferma.

2. Il lavoro del Dott. Biondi — corredato da 9 figure intercalate nel testo — s'intitola: *I nuclei d'origine e terminali del nervo trigemino nel pollo.*

Ricorda l'A. molto brevemente le osservazioni, di Brandis, Turner, Poniatowski, Mesdag, relative ai nuclei d'origine e terminali del nervo trigemino negli uccelli, per mostrare come esse non abbiano condotto a risultati concordi.

È accennato poi che egli ha studiato l'argomento in encefali di embrioni di pollo a diversi stadî dello sviluppo (da 8 a 19 giorni di incubazione), allestiti col metodo Cajal all'alcool ammoniacale (form. 3) o alla piridina (form. 5), ed in encefali di pollo adulto colorati coi comuni colori nucleari, espone i risultati delle osservazioni proprie.

Trigemino sensitivo. La radice sensitiva del V, entrata nella *oblongata*, manda fibre in tre direzioni, senza che l'A. possa dire con certezza in qual modo avvenga la divisione della ricordata radice:

a. Le fibre più mediali costituiscono la radice discendente o bulbo-spinale, radice che l'A. stesso ammette già ben descritta da Brandis, aggiungendo egli soltanto qualche particolare di interesse secondario. Poco egli dice anche del nucleo sensitivo al quale queste fibre fanno capo. E quanto alle vie di 2° ordine che partono dal nucleo ricordato egli riconosce pure essere state ben studiate da Wallenberg col metodo delle degenerazioni.

b. Le fibre più laterali, con decorso obliquo verso l'esterno, si portano nel grosso nucleo sensitivo situato lateralmente (nucleo sensitivo di Brandis). Poche parole dice l'A. su questo nucleo, e passa poi a considerare le fibre di 2° ordine che da esso emanano, alcune portandosi medialmente verso il capo altre verso il cervelletto. Riguardo alle prime, già furono studiate da Shimazono; e quanto alle seconde l'A. non ha potuto precisare in quali nuclei endocerebellari terminino, mentre già in precedenza Frenkel e Shimazono avevano constatata la esistenza di una via quinto-cerebellare — come Biondi la chiama — col metodo delle degenerazioni.

c. Le fibre intermedie vanno dorsalmente, verso un gruppo di cellule poliedriche, multipolari, situato nella parte anteriore del *crus cerebelli*, che non corrisponderebbe al *nucleus processus cerebelli* di Brandis; e ritiene l'A., ma non dimostra, che in esso terminino; mentre fibre di 2° ordine collegherebbero lo stesso nucleo con nuclei endocerebellari.

Trigemino motore. Relativamente ai due nuclei dai quali

si originano le fibre motrici del V. il principale viene descritto da Biondi non diversamente da quello che già aveva detto Mesdag-Biscute poi l'A. Sulla origine di fibre a decorso trasversale, situate nella parte dorsale della *oblongata*, al disotto dell'ependima, e che avrebbero rapporto col nucleo in questione, senza che egli riesca a dilucidare la questione. Poco dice anche sul nucleo accessorio, che è situato medialmente e dorsalmente rispetto al nucleo principale.

Quanto alla radice mesencefalica, ricorda Biondi le opinioni di Brandis, Ramon Cajal, Ansalone, Wallenberg, Frenkel, Mesdag sulla origine e sul destino delle fibre che la costituiscono, riferendo poi le sue osservazioni personali che non portano alcun nuovo importante contributo alla questione.

3. Il Dott. Carlo Riquier presenta due pubblicazioni.

1. La prima, del 1913, « *Sulla fine struttura del ganglio otico* ». Ha voluto l'A. determinare se il ganglio otico nell'uomo e nel bue sia da considerare di natura simpatica. Per le sue ricerche si è servito del metodo Cajal all'argento ridotto e del metodo 2° di Donaggio. Descrive prima accuratamente i minuti caratteri strutturali delle cellule del ganglio in feti di bove e nell'animale adulto, corredando la descrizione con numerose figure; poi quelli delle stesse cellule in feti umani e nell'uomo adulto, arrivando alla conclusione che, nelle specie prese in esame, il ganglio otico va realmente ascritto al tipo fondamentale dei gangli simpatici, ciò che già altri aveva ammesso; ma sulla base di indagini fatte con metodi non abbastanza fini, mentre l'opinione generale sulla natura simpatica dal ganglio in questione aveva più che altro ragione per analogia con gli altri gangli annessi al trigemello.

2. Di maggiore importanza è l'altro lavoro del Dott. Riquier « *Studio macro e microscopico sul simpatico dei cheloni, con osservazioni intorno alle anastomosi cellulari* », pubblicato nel 1914 e corredato di numerose figure. Un primo fatto importante messo in luce dall'A. è questo, che esiste in alcuni cheloni (Testudo graeca e Testudo nemuralis) una catena gangliare simpatica anche nella regione toracica, contrariamente alla opinione generale secondo la quale essa mancherebbe, e questa catena ha coll'asse cerebrale le connessioni consuete. In altri cheloni, poi (Emys europaea e Thalossochelys caretta), l'esame macroscopico anche il più accurato, per mezzo di lenti, non lascia riconoscere nella regione toracica alcun ganglio; ma la mancanza è solo apparente: infatti un accurato esame microscopico dei gangli spinali della regione dimostra

che essi sono gangli misti, essendo con essi fuse formazioni simpatiche, che rappresenterebbero appunto i gangli simpatici toracici, precisamente: la regione ventrale della massa gangliare è formata da cellule di tipo nettamente simpatico, mentre la dorsale — che non è separata dalla prima, ma con essa in intimo contatto — contiene cellule a tipo spinale. Questo, dal 2° al 7° segmento dorsale; dall'8° al 10° si trovano due gangli simpatici: uno più cospicuo fuso collo spinale ed uno più piccolo separato. Dall'A. vengono minutamente descritti i caratteri strutturali della parte spinale e della parte simpatica; in quest'ultima egli ha potuto osservare *cellule binucleate*, *capsule pluricellulari* e, ciò che sarebbe più importante, la presenza, se pure rara, di *anastomosi cellulari*. Nella seconda parte del lavoro l'A., sulla base di ricerche embriologiche, ritiene che la fusione tra gangli spinali e simpatici nella regione toracica dei cheloni — fusione che già era noto esistere negli uccelli — non è secondaria ma primitiva. In mancanza di embrioni di Emys e di Thalossochelys, l'A. ha esaminato embrioni di *Chrysemys marginata*: in seguito a tale studio egli ritiene che « in Thalossochelys il primitivo abbozzo simpatico dia origine a gangli viscerali ed il simpatico centrale toracico si formi nella regione ventrale del ganglio simpatico per ulteriore differenziazione. Conseguentemente i tre ganglietti accessori legati all'8°, 9° e 10° ganglio misto, potrebbero essere interpretati come la espressione di una incompleta emigrazione (forse non necessaria in quella regione) del primitivo abbozzo simpatico. Il lavoro termina colla descrizione di alcune peculiarità dello scheletro della colonna dorso-lombare negli animali studiati, e si domanda l'A. se esse non sieno in rapporto colle disposizioni sopra descritte.

Tenuto conto dei risultati qui analiticamente esposti, la Commissione, mentre riconosce che indiscutibilmente i lavori del Dott. Riquier hanno una importanza molto superiore a quella degli altri due concorrenti, che il Riquier mette in evidenza fatti nuovi ed importanti che meritano di essere ulteriormente studiati in specie dal punto di vista embriologico, ritiene che i lavori del Dott. Carlo Riquier rispondono allo spirito ed alla lettera dal tema messo a concorso e propone che a lui venga assegnato il premio.

Letta ed approvata nell'adunanza 23 dicembre 1915.

Fu conferito il premio di L. 2000 al Dott. Carlo Riquier, di Pavia.

CONCORSO AL PREMIO
DI FONDAZIONE SECCO-COMNENO

(Commissari: M. E. Forlanini, SS. CC. Bordoni-Uffreduzi, Bonardi *relatore).*

Al concorso al premio Secco-Comneno per l'anno 1915, sul tema « l'Indacanuria » è stato presentato un solo lavoro, contraddistinto dal motto: *quod scis, nescis.*

In una succinta *introduzione* l'autore rileva quanto sia ancora relativo ed incerto il significato fisio-patologico ed il valore diagnostico e clinico dell'indacanuria ed afferma giustamente che solamente quando sarà risolto, nelle sue costanti fisiologiche e nelle sue variabili patologiche, il problema del ricambio dei materiali albuminoidi e prevarranno in clinica i criteri di semeiotica funzionale, che rappresentano una delle più importanti conquiste della medicina contemporanea, sarà possibile veder chiaro nel complesso fenomeno della decomposizione bacterica degli albuminoidi e sull'indacanuria a codesta decomposizione intimamente legata.

La trattazione del tema è divisa dall'autore in tre parti.

In una prima parte studia la natura e la costituzione chimica dei corpi aromatici di origine intestinale.

Movendo dalle ricerche fondamentali del Fischer e della sua scuola sulla costituzione della molecola proteica e sulla sua progressiva decomposizione e degradazione in gruppi molecolari od atomici sempre più semplici, accenna brevemente ad alcuni amino-acidi ed ai corpi aromatici da essi derivanti. tirosina, fenilalanina, indolalanina, triptofane.

Studia, in apposito capitolo, l'*indolalanina ed i suoi derivati* e si sofferma sui derivati dell'acido skatolacetico (uno dei tre gruppi atomici della molecola proteica secondo *Nenky*) e principalmente sull'*indolo*, la sostanza madre dell'*indacano-urinario*, sul *rosso skatolo* e sull'ipotesi, destituita di base sperimentale, della sua identità col pigmento *uroseina*, ipotesi fondata sulla perfetta corrispondenza dei due spettri in soluzione amilica.

La *seconda parte* della memoria comprende una serie di capitoli riguardanti la *Fisiopatologia dell' indacanuria.*

A proposito dell'*origine dei corpi aromatici* l'autore dimostra: *a)* che nell'intestino esistono le condizioni necessarie

e sufficienti per la formazione dell' *indolo*; *b)* che l' *indolo* è componente costante del contenuto intestinale e delle feci; *c)* che la quantità di indacano eliminato colle orine è proporzionale al contenuto intestinale di indolo; *d)* che se manca l' indolo nelle feci, manca anche l' indacano nelle orine.

Contro questi fatti, largamente universalmente constatati, stanno osservazioni a sostegno di una *possibile origine endogena dell' indolo*. E ciò in base alle seguenti constatazioni: 1° che l'indacano è un prodotto costante del ricambio normale degli albuminoidi — 2° che l'indacano può derivare, in condizioni patologiche, da processi anormali di disintegrazione della molecola proteica. — L' autore esamina queste eventualità, ne rileva la poca consistenza e nota come di tanto in tanto, nel progresso delle indagini, codeste ipotesi si presentano, sostenute da questo o quell'osservatore, per essere poi abbandonate in conseguenza di più esaurienti indagini di altri autori o di dimostrazione di errori di tecnica. Basti, in proposito, ricordare le errate indagini di Blumenthal e Rosenfeld, secondo le quali l' indacano urinario aumenterebbe a bilancio negativo dell' azoto, con distruzione di albumina organizzata, indagini in contraddizione colla unanime constatazione dell' aumento dell' indacano parallelamente all' aumento della dieta azotata, e contraddetta da analoghe esperienze di Mayer e Scholtz, approdanti a risultati opposti a quelli di Blumenthal e Rosenfeld.

Eliminata l' ipotesi dell' origine endogena dell' indolo, ammessa la sua origine intestinale, l'autore, nei capitoli successivi, dimostra la *derivazione dell' indolo dal triptofane per l'azione di microorganismi indoligeni.*

Rilevata l'azione antisettica del succo gastrico normale e specialmente dell'acido cloridrico, l'autore sostiene che quando la digestione gastrica è difettosa per insufficienza del succo gastrico e sopratutto per ipo ed anacloridria, si prepara già nello stomaco quella disintegrazione putrefattiva della molecola albuminoide che è a base della genesi dell' indacano.

Nega invece una diretta influenza della secrezione biliare sulla genesi dell' indacano. Solo indirettamente, contribuendo alla reazione alcalina del contenuto intestinale, la bile agisce favorevolmente alla genesi dell' indolo.

Una grande importanza su codesta origine ha, invece, la secrezione pancreatica, essendo provato cha il *triptofane*, da cui l' indolo deriva, è uno degli amino-acidi che pei primi si formano per la degradazione della molecola albuminoide sotto l' azione della tripsina. Numerose esperienze, fra le quali no-

tevoli quelle di Pisenti e Morelli, provano che col diminuire o l'impedire il versamento di succo pancreatico nell'intestino, si diminuisce o sopprime completamente la formazione di indolo. L'esame delle successive trasformazioni dell'indolo in etere solfoconiugato è pure fatto esaurientemente dall'autore, dopo aver passato in rassegna l'azione dell'intestino, del rene, del fegato ecc., conclude assegnando al fegato la funzione trasformatrice dell'indolo intestinale in indacano urinario, non escludendo che anche altri organi, come l'intestino, il polmone, i muscoli, i reni, possano concorrere, in modo affatto secondario, alla trasformazione dell'indolo.

E quanto all'*eliminazione*, pur ammettendo che la maggior parte dell'indolo intestinale venga eliminato in forma di etere degli acidi solforico e glicuronico, colle orine, è riconosciuto che anche per altre vie, ad esempio la cutanea, la intestinale, colle feci, possa attuarsene la eliminazione. Come è ammissibile, anche per esperienze dello stesso autore della memoria in esame, che *parte dell'indolo libero*, presente nel sangue, possa essere come tale eliminato dalle orine. Qui, però, si tratterebbe di un *indolo* derivante da speciali *corpi indoligeni* e che si eliminano per l'azione di un acido energico, quale l'acido cloridrico.

È ammesso, in base a numerose e rigorose esperienze, alle quali ha contribuito anche l'autore di questa memoria, che soltanto una parte (da un terzo ad una metà) dell'indolo ingerito od injettato nelle vene, viene trasformato, per ossidazione, in indacano: il resto verrebbe distrutto dall'organismo.

Chiude questo esame dell'indacanuria dal punto di vista fisio-patologico un breve e chiaro riassunto del ricambio dei corpi aromatici del gruppo dell'indolanina.

La *terza ed ultima parte* del lavoro tratta dell'*indacanuria in rapporto alla patologia*.

Richiamate le conclusioni precedenti secondo le quali l'*indacanuria non può avere che due origini* — l'una, abituale, la putrefazione intestinale, l'altra, eccezionale, i processi di putrefazione di focolai purulenti o necrotici — accenna all'importanza della dieta ed alle modalità della digestione delle sostanze albuminoidi, nonchè alla composizione ed alle condizioni di vitalità della flora bacterica intestinale. Ricorda che il valore clinico dell'indacanuria deve integrarsi colla ricerca di altri prodotti della putrefazione intestinale delle albumine e del triptofane (solfo-eteri, uroseina, corpi indoligeni) e conclude dichiarando che l'indacanuria non ha che un valore relativo nel giudicare della intensità dalle putrefazioni albumi-

noidi intestinali e nega ogni valore all' ipotesi del Cantell secondo la quale l'indacanuria sarebbe un indice dei poteri di difesa dell' organismo contro i prodotti della putrefazione intestinale.

Prima di passare allo studio dell'indacanuria nelle diverse malattie degli apparati e sistemi organici, l'autore, riassumendo l' influenza delle diete sul fenomeno studiato, conclude dichiarando: che la dieta albuminoide favorisce notevolmente l' eliminazione dell' indacano urinario: che la dieta idro-carbonata la ostacola: che la dieta a base di grassi non ha sull' indacanuria un' influenza apprezzabile: che le diete miste influiscono in ragione delle sostanze che le compongono: che la dieta lattea prolungata diminuisce notevolmente l'indacano urinario.

La memoria termina con una completa rassegna dell'indacanuria nelle malattie infettive e in quelle dei vari sistemi ed apparati organici, rassegna nella quale, come in altre parti di questo studio, sono riferite osservazioni e ricerche dell'autore.

La Commissione ha giudicato molto favorevolmente questo lavoro ed ha cominciato dal riconoscere che esso, in ossequio allo spirito del concorso, non è nè una monografia nè un'esposizione di studi originali, ma una rivista generale, condotta con critica temperata, che mette il lettore in grado di formarsi un concetto esatto e completo dell' indacanuria allo stato presente delle indagini.

L' esposizione è chiara, ordinata, ben proporzionata nelle sue parti, in qualche punto forse un po' succinta, ma non difettosa, scevra, per converso, dalle prolissità tanto frequenti in questo genere di lavori.

È un lavoro che si legge volontieri e lascia nel lettore l' impressione di aver bene speso il proprio tempo.

La Commissione rileva poi come, pur con tutti i pregi suaccennati, non si tratti di una semplice esposizione, ma di un' esposizione critica, condotta, ripetiamolo, con temperanza e misura, resa più pregevole ed interessante dai contributi personali dell' autore in varii punti del lavoro, come abbiamo accennato nel breve riassunto.

Per tutto quanto è stato riferito la Commissione, unanime, giudica che il lavoro « *Sull' Indacanuria* », contrassegnato dal motto -- *Quod scis, nescis* -- sia meritevole del premio Secco-Comneno pel 1915.

Letta ed approvata nell'adunanza 23 dicembre 1915.

Aperta la scheda portante il motto « Quod scis, nescis », si trovò che autore della Memoria premiata è il dott. PIETRO BINDA, *di Pavia, a cui venne conferito il premio di L. 864.*

DICEMBRE 1915

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d' Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.103* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.127* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	— 0.49	+ 0.15	— 0.15	— 0.08	— 0.23	+ 0.15	+ 0.69
2	— 0.50	+ 0.14	— 0.15	— 0.09	0.23	+ 0.18	+ 0.68
3	— 0.51	+ 0.14	— 0.15	0.09	— 0.24	+ 0.19	+ 0.67
4	— 0.51	+ 0.13	— 0.16	— 0.09	— 0.24	+ 0.19	+ 0.66
5	— 0.52	+ 0.13	— 0.17	— 0.10	— 0.24	+ 0.20	+ 0.65
6	— 0.49	+ 0.13	— 0.17	— 0.10	— 0.24	+ 0.20	+ 0.65
7	— 0.48	+ 0.16	— 0.13	— 0.07	— 0.22	+ 0.21	+ 0.65
8	— 0.48	+ 0.16	— 0.13	— 0.07	— 0.22	+ 0.22	+ 0.64
9	— 0.48	+ 0.16	— 0.14	0.07	— 0.22	+ 0.20	+ 0.64
10	— 0.49	+ 0.16	— 0.13	— 0.08	— 0.22	+ 0.19	+ 0.64
11	— 0.36	+ 0.15	— 0.13	— 0.08	— 0.22	+ 0.19	+ 0.64
12	— 0.35	+ 0.18	— 0.10	— 0.04	— 0.19	+ 0.21	+ 0.64
13	— 0.37	+ 0.22	— 0.05	+ 0.12	— 0.05	+ 0.22	agitato
14	— 0.39	+ 0.22	— 0.00	+ 0.14	— 0.04	+ 0.20	agitato
15	— 0.36	+ 0.22	+ 0.04	+ 0.15	— 0.04	+ 0.17	+ 0.63
16	— 0.35	+ 0.23	+ 0.05	+ 0.13	— 0.04	+ 0.17	+ 0.62
17	— 0.30	+ 0.24	+ 0.06	+ 0.13	— 0.04	+ 0.16	+ 0.61
18	— 0.25	+ 0.28	+ 0.08	+ 0.14	— 0.04	+ 0.21	+ 0.60
19	— 0.25	+ 0.30	+ 0.09	+ 0.20	+ 0.02	+ 0.23	agitato
20	— 0.24	+ 0.31	+ 0.09	+ 0.20	+ 0.02	+ 0.25	+ 0.63
21	— 0.24	+ 0.32	+ 0.10	+ 0.20	+ 0.03	+ 0.25	+ 0.63
22	— 0.25	+ 0.33	+ 0.10	+ 0.17	+ 0.01	+ 0.22	+ 0.64
23	— 0.24	+ 0.32	+ 0.09	+ 0.15	+ 0.00	+ 0.20	+ 0.65
24	— 0.25	+ 0.31	+ 0.09	+ 0.14	— 0.01	+ 0.21	+ 0.65
25	— 0.25	+ 0.33	+ 0.09	+ 0.13	— 0.02	+ 0.24	+ 0.66
26	— 0.25	+ 0.35	+ 0.09	+ 0.12	— 0.02	+ 0.25	+ 0.68
27	— 0.27	+ 0.34	+ 0.09	+ 0.12	— 0.03	+ 0.22	+ 0.67
28	— 0.28	+ 0.33	+ 0.08	+ 0.11	— 0.04	+ 0.21	+ 0.66
29	— 0.29	+ 0.32	+ 0.07	+ 0.10	— 0.04	+ 0.25	+ 0.66
30	— 0.29	+ 0.32	+ 0.05	+ 0.09	— 0.05	+ 0.26	+ 0.67
31	— 0.30	+ 0.31	+ 0.02	+ 0.09	— 0.05	+ 0.27	+ 0.67

(*) Quota dello zero dell' idrometro sul livello del mare.

DICEMBRE 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	750.8	749.4	748.9	749.7	+ 1.0	+ 1.6	+ 2.0	+ 2.2	— 1.2	+ 1.0	6.6
2	48.8	48.6	49.3	48.9	3.2	5.0	5.2	5.4	+ 0.2	3.5	0.8
3	49.4	48.6	49.5	49.2	5.4	6.8	7.0	7.0	3.6	5.7	—
4	49.5	48.9	49.8	49.4	7.6	9.8	9.0	10.0	5.5	8.0	—
5	49.9	49.5	50.0	49.8	8.6	9.4	9.0	9.3	6.9	8.5	5.2
6	748.8	747.5	747.2	747.8	+ 8.8	+ 8.9	+ 8.8	+ 9.2	+ 7.2	+ 8.5	9.3
7	49.1	49.0	49.5	49.2	8.8	10.2	9.8	10.2	7.3	9.0	3.6
8	48.6	47.4	48.5	48.2	9.6	10.8	9.8	11.0	7.9	9.6	—
9	49.9	49.2	50.3	49.8	9.5	11.4	10.6	11.4	7.8	9.8	—
10	50.4	50.2	51.5	50.7	10.0	11.2	10.6	11.4	8.2	10.1	—
11	751.9	749.9	748.5	750.1	+10.0	+10.4	+10.0	+10.4	+ 8.7	+ 9.8	8.9
12	46.9	42.9	40.4	43.4	9.8	11.6	10.2	11.6	— 8.3	10.0	2.2
13	41.3	43.0	47.7	44.0	7.7	9.6	6.8	11.6	— 5.2	7.8	—
14	56.1	56.1	58.4	56.9	3.6	6.7	2.6	6.7	+ 1.4	3.6	—
15	55.6	51.6	50.3	52.5	0.6	4.2	2.2	4.2	— 1.3	1.4	—
16	747.2	747.3	748.6	747.7	+ 2.6	+ 3.3	+ 3.6	+ 3.6	+ 0.3	+ 2.5	0.3
17	50.7	49.6	49.6	50.0	4.6	5.5	5.4	5.6	2.3	4.5	10.9
18	49.4	49.5	50.7	49.9	4.2	5.0	6.0	6.1	2.8	4.8	19.7
19	50.3	46.4	46.9	47.8	7.0	10.2	8.2	10.4	4.3	7.4	10.5
20	42.4	40.4	43.9	42.2	6.3	9.8	6.2	10.0	4.3	6.7	7.2
21	747.0	746.8	747.7	747.2	+ 2.8	+ 7.0	+ 3.8	+ 7.0	+ 1.0	+ 3.7	0.4
22	48.2	46.9	48.3	47.8	2.8	2.2	1.0	4.0	— 0.7	1.8	—
23	47.8	45.8	46.1	46.6	0.6	1.3	2.2	2.2	— 1.2	0.9	1.3
24	45.0	44.0	44.2	44.4	1.5	2.8	3.0	3.0	— 0.6	1.7	4.0
25	44.3	41.7	40.0	42.0	3.1	3.8	3.0	3.8	+ 1.5	2.9	14.1
26	744.5	746.7	750.6	747.3	+ 0.4	+ 3.9	+ 1.0	+ 4.0	— 1.2	+ 1.0	0.5
27	54.5	54.3	54.5	54.4	0.2	4.4	4.2	4.4	— 2.4	1.6	0.5
28	55.3	53.3	52.8	53.8	3.4	4.9	5.0	5.0	+ 1.7	3.8	1.3
29	51.0	49.7	50.2	50.3	5.4	6.5	6.0	6.5	— 3.3	5.3	0.5
30	51.0	51.0	52.6	51.5	5.8	6.8	6.6	6.9	— 4.2	— 5.9	4.3
31	54.9	54.6	55.8	55.1	+ 6.7	+ 8.5	+ 6.7	+ 8.5	+ 4.7	+ 6.6	0.4
M	749.37	748.38	749.11	748.95	+ 5.21	+ 6.89	+ 5.98	+ 7.18	+ 3.23	+ 5.40	112.5

Altezza barom.	mass.	758.4 mm	g. 14	Temperatura	mass.	+ 11°.6	g. 12 e 13
" "	min.	740.0	" 25	"	min.	— 2.4	" 27
" "	media	748.95		"	media	+ 5.40	

Nebbia il giorno 1-2-4-5-6-7-8-9-11-12-16-17-18-19-22-23-24-25-26-27-28-29-30-31

Neve " 23

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

DICEMBRE 1915

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nubulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M corr 9.15.21	9h	15h	21h	M corr 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	4.7	3.9	4.9	4.4	94	76	93	88.7	10	10	10	W	SW	SW	5
2	5.2	5.7	6.0	5.5	90	87	91	90.3	9	10	10	NW	SW	W	5
3	6.1	6.5	7.1	6.5	91	88	94	92.0	10	10	10	CALMA	W	W	2
4	7.4	7.9	7.7	7.7	94	87	89	91.0	10	10	10	W	CALMA	CALMA	3
5	8.1	8.3	8.1	8.1	97	95	95	96.7	10	10	10	CALMA	CALMA	W	2
6	8.2	8.2	8.0	8.0	97	96	94	96.7	10	10	10	SE	SE	SE	6
7	8.2	8.6	8.8	8.4	97	92	97	96.3	10	10	10	NW	CALMA	W	3
8	8.4	8.9	8.6	8.5	95	92	95	95.0	10	10	10	CALMA	CALMA	SW	3
9	8.5	8.6	8.6	8.5	96	85	90	91.3	10	10	10	W	SW	S	3
10	8.3	8.1	8.3	8.2	91	81	87	87.3	10	9	10	NW	W	W	5
11	8.7	8.9	8.7	8.7	95	95	95	95.8	10	10	10	N	E	E	7
12	8.7	9.4	8.3	8.7	96	93	90	93.8	10	10	6	E	SE	E	9
13	4.9	3.8	5.9	4.8	63	42	79	62.1	8	8	6	N	SE	N	10
14	4.9	4.2	3.6	4.2	83	57	65	69.1	2	0	3	CALMA	SE	N	4
15	3.2	2.8	3.7	3.1	66	46	68	60.8	2	1	8	N	W	W	4
16	4.2	5.0	5.3	4.7	75	86	90	84.5	10	10	10	W	SW	CALMA	4
17	5.8	6.3	6.3	6.1	92	94	94	94.1	10	10	10	SE	E	CALMA	4
18	5.8	6.1	6.6	6.1	93	94	94	94.5	10	10	10	SW	CALMA	CALMA	4
19	6.8	7.0	7.2	6.9	91	75	89	85.8	10	9	10	E	NW	NE	6
20	6.3	7.2	6.2	6.6	88	79	88	85.8	3	8	10	N	SW	SE	8
21	4.9	4.9	5.4	5.0	88	66	90	82.0	3	4	6	CALMA	SW	E	5
22	4.5	5.0	4.6	4.6	80	93	92	89.0	7	10	10	E	W	NW	5
23	4.6	4.8	4.8	4.6	96	94	89	93.7	10	10	10	CALMA	CALMA	NW	3
24	4.8	5.1	5.3	5.1	94	91	93	93.4	10	10	10	NW	SW	CALMA	4
25	5.4	5.9	5.1	5.5	95	95	89	93.7	10	10	10	CALMA	NE	SW	4
26	4.6	5.5	4.7	4.8	98	92	96	96.0	8	2	6	W	NW	NW	7
27	4.4	5.7	5.4	5.1	94	90	87	91.0	6	7	4	SW	SW	N	2
28	5.5	6.1	6.1	5.8	93	94	94	94.4	10	10	10	CALMA	SW	W	3
29	6.1	6.7	6.7	6.5	91	92	95	93.4	10	10	10	SW	S	E	1
30	6.7	7.0	6.9	6.8	97	94	94	95.7	10	10	10	N	SW	W	1
31	6.9	7.0	6.9	6.8	94	85	94	91.7	10	7	7	CALMA	NW	W	3
M	6.15	6.42	6.45	6.27	90.45	84.71	90.00	89.21	8.6	8.5	8.9				4.7

Ten. del vap. mass. 9.4 g. 12
" " " min. 2.8 " 15
" " " media 6.27
Umid. mass. 98 % g. 26
" min. 42 % " 13
" media 89.21 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
8	2	9	8	2	16	18	10	20

Media nebulosità relativa del mese
8.7

CATALOGO DEI LIBRI ED OPUSCOLI

PERVENUTI ALLA BIBLIOTECA

DEL R. ISTITUTO LOMBARDO DI SCIENZE E LETTERE

DURANTE L'ANNO 1915 (1)

AGAMENNONE G. Il recente terremoto nella Marsica e gli strumenti sismici. Roma 1915.

— Velocità di propagazione del terremoto marsicano del 31 gennaio 1915. Roma, 1915.

— Sul recente libro del Cap. G. Costanzi « Bradisismi e terremoti ». Modena, 1914.

ALMANAC (The american ephemeris and nautical) for the yeare 1916. Washington, 1914.

ANNUARIO generale d'Italia. Anno 30, 1915, Vol. 1 e 2. Genova 1914. (Acquisto)

ANUARIO estadístico de la República oriental del Uruguay. Años 1909-10. Libro 22, Vol. 2. Montevideo, 1914.

APULIA; rivista d'archeologia, filologia, storia, arte e scienze economico-sociali della regione. Bari, 1914, anno 5, N. 1...

ARCHIVIO bibliografico coloniale (Libia). Anno 1, N. 1... Firenze, 1915...

BARATTA M. Carta sismica d'Italia (Aree di scuotimento), Voghera, 1905.

BARRINGER M. Meteor crater (formerly ealled coon mountain or coon butte) in northern central Arizona. Philadelphia, 1909.

BASSANI F. Sopra un pesce fossile degli scisti calcareo-marnosi triassici del Galletto presso Laveno sul lago Maggiore. Roma, 1914.

---

(1) I libri ed opuscoli qui elencati vennero presentati nelle adunanze ordinarie dell' Istituto ed i titoli di essi vennero pubblicati nei verbali delle adunanze.

BASSANI F. Sopra un *pholidophorus* del trias superiore del Tinetto nel golfo della Spezia. Roma, 1914.

— La ittiofauna della pietra leccese (Terra d'Otranto). Napoli, 1915.

BECCARI N. Il lobo paraolfattorio nei mammiferi. Firenze, 1910.

— La sostanza perforata anteriore e i suoi rapporti col rinencefalo nel cervello dell'uomo. Firenze, 1911.

— La superficie degli emisferi cerebrali dell'uomo nelle regioni prossime al rinencefalo. Firenze. 1911.

— La costituzione, i nuclei terminali e le vie di connessione del nervo acustico nella Lacerta muralis, Merr. Firenze, 1914.

— Sulla spettanza delle fibre del Lenhossék al sistema del nervo accessorio e contributo alla morfologia di questo nervo. Firenze, 1913.

— Il IX, X, XI e XII paio di nervi cranici e i nervi cervicali negli embrioni di Lacerta muralis. Firenze, 1914.

BERETTA M. e MAJOCCHI M. Relazione sul progetto del porto commerciale ed industriale per la città di Milano a capolinea della via d'acqua Milano-Venezia. Milano.

BERLESE A. Istruzioni per combattere la mosca delle olive (Dacus oleae Rossi). Firenze, 1915.

BIBLIOTECA dell'Università popolare milanese e della Federazione italiana delle biblioteche popolari. Serie A; B; C; Milano, in-16.... (volumi 33).

BILLIA M. Le ceneri di Lovanio e la filosofia di Tamerlano. Milano, 1915.

BOLLETTINO del Comitato glaciologico italiano (sotto gli auspicî del C. A. I. e della S. I. P. S.). N. 1... Roma. 1914...

BONDI A. Rivelazioni postume alle « Memorie di un Questore ». Milano, 1913.

BONELLI G. L'Archivio Silvestri in Calcio. Notizia ed inventario-regesto. Vol. 2, Torino 1914.

BONIFACI V. Socino, Teramo, 1907.

BORGIALLI A. Cinquant'anni di vita italiana: 1861-1911. Notizie sui censimenti generali fatti dopo la proclamazione del Regno d'Italia. Altimetria, estensione territoriale, popolazione, analfabeti dei singoli comuni, densità della popolazione. Roma. 1914.

CALDERINI - DE MARCHI R. E CALDERINI A. Autori greci nelle epistole di Jacopo Corbinelli. Milano, 1915.

CAPISTRANO de ABREU J. Rã tza hu-ni-ku-i. Grammatica, textos e vocabulario caxinauás. Rio de Janeiro, 1914.

CAPORALI E. L'uomo secondo Pitagora. Lodi 1915.

CASSINIS G. L' influenza della oscillazione del supporto sulle misure di gravità relativa compiuta a S. Pietro in Vincoli coll' apparato di Sterneck a tripode. Roma, 1915.

CATALOGO della biblioteca della Società d' incoraggiamento d'arti e mestieri in Milano. Fasc. I°, dall'inizio (1843) al 31 dicembre 1910. Milano 1913.

CATALOGUE of scientific papers, compiled by the R. Society of London, Serie 4 (1881 1900); Volume 13 (B-B); Vol. 14 (C-Fittig). Cambridge, 1914-15.

CATOLOGUS manuscriptorum praeter graecos et orientales in Bibliotheca Angelica, ed H. Narducci. (Indice) Roma. (Acquisto)

CAVASINO A. Il terremoto nella Marsica del 24 febbraio 1904. Modena, 1914.

— Qualche osservazione sull'ampiezza massima delle onde sismiche. Modena, 1914.

CENNI storici sulla Società agraria di Lombardia, nel suo primo cinquantennio, 1863-1913. Milano 1914.

CHITÒ G. Nuova ipotesi sulla causa dei terremoti e dei vulcani. Bergamo, 1915.

CIAPETTI G. La dealcolizzazione del vino. Roma, 1914.

COCCHIA E. La sfinge etrusca. Preconcetti teorici e ostacoli reali che rendono impenetrabili e misteriose le origini del popolo tosco. Napoli, 1915.

CODEGA D. L' elisse e l' elissografo. Milano, 1915.

CODICE diplomatico dell' Università di Pavia. Vol. 2. parte seconda (1441-1450). Pavia, 1915.

CODICE diplomatico delll' Università di Pavia, raccolto ed ordinato dal sac. dott. Rodolfo Maiocchi. Vol. 1 (1361-1400). Pavia, 1905, omaggio della tipogr. succ. F.lli Fusi.

COLELLA R., Studio sopra cinquemila malati dell'Ambulatorio gratuito delle malattie del sistema nervoso nelle Università di Messina e di Palermo. Firenze, 1914.

— Arteriosclerosi e neurosi post-traumatiche. Milano, 1915.

D' ANCONA A. Bibliografia de' suoi scritti, nel primo anniversario della morte. Firenze, 1915. (Acquistato).

DOCUMENTI diplomatici presentati al Parlamento italiano dal Ministro degli affari esteri (Sonino) nella seduta del 20 maggio 1915. Austria-Uugheria. Roma. 1915.

D' OVIDIO E. Per Emanuele Fergola. Torino, 1915.

ELENCO delle pubblicazioni periodiche straniere acquistate dalle biblioteche pubbliche governative del Regno d' Italia. Anno 1913. Roma, 1915.

FALCUCCI F. D. Vocabolario dei dialetti, geografia e costumi

della Corsica. Opera postuma riordinata e pubblicata di su le schede ed altri mss. dell'autore a cura di Pier Enea Guarnerio. Cagliari, 1915.

FAVARO A. Quarant'anni di studi galileiani (1876-1915). Venezia, 1916.

FAVARO G. A. Sulla distribuzione degli errori di chiusura fra i gruppi di coppie stellari osservate nelle Stazioni astronomiche internazionali di latitudine. Kiel, 1913.

— Sulle correzioni alle letture dei cerchi fatti col microscopio micrometrico. Roma, 1913.

— Declinazioni per il 1900.0 di 121 stelle di riferimento per il Catalogo astrofotografico di Catania (zona da + 46° a + 48°). Catania, 1913.

FIALLO CABRAL A. Codigo organico y reglamentario de educacion comun. S. Domingo, 1915.

— Cuadro sinoptico de la doctrina biocosmica de la gravitacion universal y de la jeneracion de los mundos. Santo Domingo, 1915.

GALLI I. Il prof. D. Giuseppe Mercalli. Elogio e bibliografia. Roma, 1915.

GATTI F. Il costo di esercizio di un sanatorio in montagna. Milano, 1915.

GAY F. P. and FORCE J. N. A skin reaction indicative of immunity against typhoid fever. Chicago, 1914.

— and CLAYPOLE E. J. The « Typhoid-Carrier » state in rabbits as a method of determining the comparative immunizing value of preparations of the typhoid bacillus. Agglutinability of blood and agar strains of the typhoid bacillus. Chicago, 1913.

GRAZIOLI V. Sui motori a ricupero di vapore. Milano, 1915.

GUARESCHI I., Ruggero Bacone. Il metodo sperimentale e Galileo. Torino, 1915.

— Legge della dilatazione dei gas di Alessandro Volta. Seconda edizione corretta e aumentata con la ristampa della Memoria originale di Volta « *Della uniforme dilatazione dell'aria, ecc.* 1793 ». Torino, 1914.

— Jöns Jacob Berzelius e la sua opera scientifica. Brevi cenni sulla chimica nella prima metà del secolo XIX. Torino, 1915.

HARRIMAN Alaska Series, vol. 14, parte 1 e 2, Washington. 1914.

HATON DE LA GOUPILLIÈRE. Sur une propriété des progressions arithmétiques, Paris, 1914.

— Sur les sommes de puissances semblables des nombres entiers. Paris, 1915.

HAYATA B. Icones Plantarum Formosanarum nec non et Contributiones ad Floram Formosanam. Taihoku, 1914. Vol. 4.

IVALDI G. Le leggi della natura. parte I-VII. Sampierdarena, 1914.

JANDELLI G. Fondamenti della morale. Nozioni di protologia e psicologia morale. Teramo. 1915.

LATTES A., Genova nella storia del diritto cambiario italiano. Milano, 2915.

— L'ingrossazione nelle carte pavesi. Milano, 1914.

LOMBARDIA (LA) NEL RISORGIMENTO ITALIANO. Bollettino trimestrale del Comitato regionale lombardo della Società naz. per la storia del risorgimento italiano. Anno 1, 1914. N: 1... Milano, 1914....

LONGO B. L'Orto e l'Istituto botanico della R. Università di Siena. Siena. 1915.

LUCCHINI V. La combustione spontanea della lana. Milano. 1915.

MANGARINI G. L'eclisse totale di sole del 21 agosto 1914. Roma, 1915.

MARCONI E. Histoire de l'involution naturelle ; traduit de l'italien par M. Ida Mori-Dupont. Paris-Lugano. 1915.

MARZI G. B. Mare nostrum ! — Alla nave « San Giorgio » — Alla nave « San Marco ». Genova. 1915

MAZZINI U. Correzioni critiche di alcune date nel regesto del codice Pelavicino, Genova, 1914.

MEMOIRS of the College of science, Kyoto imperial University. Vol. 1. N. 1. october 1914.... Kyoto, 1914....

MEMORIA (In) di Alessandro D'Ancona. Firenze. 1915.

MEYER E. Storia della chimica dai tempi più remoti all'epoca moderna. Introduzione allo studio della chimica. Edizione italiana con note dei dott. Giua e prefazione del prof. I. Guareschi. Milano, 1915.

MINISTERO DI AGRICOLTURA, INDUSTRIA E COMM. Il bonificamento dell'Agro romano. Stato di lavori al 30 giugno 1914. Roma, 1915.

MIRINNY L. Pantosynthèse. Fonction pandynamique. Paris, 1915.

MOLMENTI P. Parole dette al r. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti nelle adunanze del 23 e 30 maggio 1915. Venezia, 1915.

MORANDI L. Rimedio contro l'afta epizootica e contro il colera delle galline. Como, 1915.

MURANI O. Commemorazione del prof. Rinaldo Ferrini. Milano, 1914.

— Trattato elementare di fisica, compilato ad uso de' Licei e degli Istituti tecnici. V^{a} edizione, Vol. I. Milano, 1915.

MURANI O. Proprietà cardinali dei sistemi diottrici. Strumenti d'ottica. Milano, 1915.

OBSERVATORIO ASTRONOMICO DE MADRID. Eclipse de sol del 17 de abril de 1912. Trabajos de la Comision oficial engargada de su observación en Cacabelos (Leon). Madrid, 1915.

OLIVIERI D. Saggio di una illustrazione generale della toponomastica veneta. Città di Castello, 1915.

OPERA (L') degli ex-allievi del Politecnico milanese nei campi delle pubblicazioni, delle industrie e delle costruzioni, durante il primo mezzo secolo di vita della Scuola. Rassegna pubblicata per cura della loro Associazione in occasione della celebrazione del cinquantenario. Milano, 1914.

ORSENIGO A. La composizione nelle elegie di Properzio. Monza, 1915.

PARENTE N. Ero e Leandro da Museo Grammatico, e L'ultima ora di Saffo da M. Giuseppina Guacci-Nobile. Aversa, 1914.

PASCAL A. Sopra una lettera inedita di Girolano Saccheri. Venezia, 1914.

— Sui determinanti ottenuti da un altro operando una medesima trasformazione lineare sugli elementi di una o più colonne. Napoli, 1915.

— A. Maire. L'oeuvre scientifique de Blaise Pascal. Bibliographie critique et analyse de tous les travaux qui s'y rapportent. Pavia, 1915.

PASCAL E. Su di una classe di determinanti. Napoli, 1914. — Determinanti a scala. Napoli 1914.

— Sui determinanti gobbi a matrici. Napoli, 1915.

PIZZI I. Michele Kerbaker. Torino, 1915.

— Marmitte dei giganti di erosione marina. Roma, 1915.

— Le recenti eruzioni dell'Etna. Roma, 1915.

— Organizzazione internazionale per lo studio dei vulcani. Roma 1915.

PLATANIA G. Su l'emanazione di anidride carbonica nel fianco orientale dell'Etna. Acireale, 1914.

PROBLEMS (Current) of the University of Minnesota. Minneapolis, 1913... N. 1...

PROCEEDINGS of the National Academy of sciences, Vol. 1, N. 1.... Baltimore, 1915....

PUBBLICAZIONI della r. Accademia Virgiliana di Mantova, N. 1... Mantova. 1915....

PUTELLI R. Intorno al castello di Breno (Storia di valle Camonica, lago d'Iseo e vicinanze) da Federico Barbarossa a S. Carlo Borromeo. Breno, 1915.

RASI P. La bibliografia virgigliana 1912-1913). Mantova, 1915.
— In memoria di Giovanni Canna. Venezia, 1915.

RELAZIONE sulla partecipazione ufficiale dell'Italia alla Esposizione intern. del libro e d'arte grafica di Lipsia 1914. Bergamo, 1915.

REVELLI P. Per la geografia storica d'Italia. Firenze 1915.

RICERCHE eseguite nel Laboratorio di chimica agraria della R. Scuola sup. d'agricoltura. Milano, 1898... Vol. I...

RICORDO del cinquantenario del Politecnico milanese e del giubileo del Collegio degli ingegneri ed architetti di Milano, celebrati congiuntamente il 22 novembre 1914. Milano, 1915.

RIVISTA italiana per le scienze giuridiche, fondata e diretta da F. Schupfer e G. Fusinato, sotto gli auspici del R. Istituto di esercitazioni giuridiche, presso l'Università di Roma. Vol. 53. N. 1-3; Vol. 154. N. 1 e 2. Roma, 1913-14.

RONCHETTI V. Piastrinopenia da benzolo. Genova, 1915.

ROTA C. M., L'antico Comitato Laudense. Studio storico-critico-corografico dal secolo VIII al secolo XII. Saronno. 1915.

SAYNO A. Cinquant'anni di vita del R. Istituto tecnico superiore di Milano, 1863-1913. Milano, 1914.

SERKOWSKI S. Epidemiologia i profilaktyka cholery. Varsavia, 1915.

SONNECK O. Catalogue of opera librettos, printed before 1800: vol. 1 e 2. Library of Congress, Washington,1914.

SPEGAZZINI C. Primo contributo alla conoscenza delle *Laboulbeniali italiane*. Firenze, 1914.

STATISTICA dei riformatori. Anno 1911... Roma, 1913...

STIELTJES T. J. Oeuvres complètes, publiées par les soins de la Société mathém. d'Amsterdam. Tome 1. Groningen, 1914.

STUDI della Scuola papirologica presso la R. Accademia scientifico-letteraria in Milano, Vol. 1.... Milano. 1915....

STUDIES in chemistry of the University of Minnesota. Minneapolis, 1912... N. 1..

STUDIES in economics of the University of Minnesota. Minneapolis. 1913,... N. 1...

STUDIES in language and literature of the University of Minnesota. Minneapolis, 1914... N. 1.

STUDIES in public health of the University of Minnesota. Minneapolis, 1913... N. 1...

STUDIES in the physical sciences and mathematics of the University of Minnesota. Minneapolis, 1914... N. 2...

SUPINO F. La riproduzione della carpa a specchi nelle risaie. Milano, 1913.

SUPINO F. Ancora sulla riproduzione della carpa a specchi in risaia. Milano, 1914.

— Allevamento delle tinche nelle risaie. Milano, 1915.

— L'allevamento della carpa a specchi nelle risaie. Casale M., 1915.

TABLES annuelles de costantes et données numeriques de chimie, de physique et de tecnologie. Vol. 3, 1912. Paris, 1914.

USAI G. Sulle condizioni di indipendenza di un integrale semplice dal parametro. Pavia, 1915.

VANNI G. Progressi e stato attuale della telegrafia e telefonia senza fili. Roma, 1915.

VERRI A. Carta geologica di Roma, pubblicata dal R. Ufficio Geologico. Novara, 1915.

VILLANI N. L' equazione di Fermat $X^n + Y^n = Z^n$, con dimostrazione generale. Lanciano, 1914.

VISCONTI A. Glosse e glossatori. Notizie intorno alla scienza del diritto romano nel medio evo. Milano, 1915.

WILAMOWITZ - MOELLENDORF U. Reden aus der Kriegszeit. Zweites heft. Berlin, 1915.

VIBERT P. La Nouvelle France catholique. Paris, 1908.

— Le rachat de l' Ouest. Les crimes de l'étatisme. Paris, 1909.

ZOCCO-ROSA A. L' « Ius Flavianum » nella storia delle fonti del diritto romano. Catania, 1915.

ZUCCANTE G. Aristotele nella storia della coltura. Milano, 1915.

BULLETTINO BIBLIOGRAFICO

(GENNAIO-DICEMBRE 1915) (*)

Bibliografia.

Annaes da bibliotheca nacional. Rio de Janeiro, Vol. 31 e 32.

Archiginnasio (L'). Bologna. Anno 9, 1914, N. 6: Anno 10, 1915, N. 1-6.

Bollettino delle opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative. Roma. Annate 1898-1907; Anno 1914, N. 8306-11163; Elenco delle pubbl. straniere 1913.

Bollettino delle pubblicazioni di recente acquisto della Biblioteca del Senato del Regno. Roma, Anno 10, 1914, N. 1-6.

Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa dalla Biblioteca nazionale centrale. Firenze. Indice 1914; 1915, N. 169-180.

Catalogue of scientific papers, compiled by the Royal Society of London. (Serie IV, 1884-1900). Cambridge, Vol. 13 A-B; Vol. 14 C-Ittig.

Contributions (Bibliographical) from the Lloyd Library. Cincinnati. Vol. 2, N. 4 e 5; Whole series N. 15-16.

Katalog (Accessions). Sveriges Offentliga Bibliotek Stockholm, Upsala, Lund, Göteborg. Vol. 28 e 29.

Library of Congress. Washington. *Sonneck*. The star spangled Banner. Rep. of the Library of Congress, 1914. List of references on water rights and the control of waters. List of references on Europe and international politics, in relation to the present issues.

Studi e testi (Biblioteca Vaticana). N. 25-28.

Atti accademici e riviste generali.

Abhandlungen der k. bayer. Akademie der Wissenschaften. München. Cl. di scienze, Vol. 26, N. 11 e 12; Vol. 27, N. 1-3; Cl. di lettere, Vol. 28, N. 2. Festrede 14 märz und 14 november 1914.

(*) Gli omaggi pervenuti all' Istituto non si trovano in questo Bullettino bibliografico; essi vengono elencati di volta in volta nei processi verbali delle Adunanze e raccolti nel *Catalogo dei libri ed opuscoli pervenuti alla biblioteca dell' Istituto* che si pubblica alla fine d' ogni anno.

Abhandlungen der k. Gesellschaft der Wissenschaften, Göttingen. Cl. di lettere, Vol. 13, N. 1.

Acta (Nova) r. Societatis scientiarum Upsaliensis. Upsal. Serie 4, Vol. 3, N. 8 e indice; Vol. 4, N. 1-3.

Almanack der k. bayerischen Akademie der Wissenschaften. Monaco. 1914.

Almanach der k. k. Akademie der Wissenschaften, Wien, Anno 63, 1913; Anno 64, 1914.

Annaes scientificos da Academia polytechnica do Porto, Coimbra, Vol. 9, N. 3 e 4.

Annali delle Università toscane, Pisa, Vol. 33.

Annals of the New York Akademy of sciences. New York, Vol. 23, pagg. 145-353.

Annuario della r. Accademia dei Lincei, Roma 1915.

Annuario della Società reale. Napoli, 1915.

Archives des sciences physiques et naturelles, Genève Vol. 38, N. 11 e 12; Vol. 39, N. 1-6; Vol. 40, N. 7-11.

Archives du Musée Teyler, Harlem Serie 3, Vol. 2.

Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles. La Haye, Serie 3. B, Vol. 2, N. 2.

Arkiv utgifvet af k. Svenska Vetenskapsakademien. Stockholm. Botanica, Vol. 13, N. 2-4; Vol. 14. N. 1; Chimica, ecc. Vol. 5, N. 3-6; Matematica, ecc. Vol. 9, N. 3 e 4; Vol. 10, N. 1-3; Zoologia Vol. 8, N. 2-4; Vol. 9, N. 1 e 2.

Arsbok (K. Svenska Vetenskaps-Akademiens), Stockholm, 1914.

Ateneo (L') veneto. Venezia, Anno 38, Vol. 1, N. 1-3; Vol. 2. N. 1 e 2.

Atti del r. Istituto d'incoraggiamento. Napoli. Serie 6, Vol. 66.

Atti del r. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti. Venezia. Vol. 74, N. 1-9.

Atti dell'Accademia Gioenia di scienze naturali. Catania. Serie 5, Volume 7 e 8.

Atti dell'Accademia Olimpica. Vicenza. Nuova serie Vol. 4.

Atti dell'Accademia scientifica veneto-trentino-istriana. Padova. Serie 3, 1914, Vol. 7.

Atti dell'Ateneo di scienze, lettere ed arti. Bergamo, Vol. 23.

Atti dell' i. r. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Agiati. Rovereto, Serie 4, Vol. 4.

Atti della pontificia Accademia romana dei Nuovi Lincei. Roma, Anno 68, 1914-15, N. 1-5.

Atti della r. Accademia dei Lincei. Rendiconti della classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. Roma, Vol. 23, sem. 2. 1914, N. 12; Vol. 24, sem. 1, 1915, N. 1-12; sem. 2. N. 1-10.

Atti della r. Accademia delle scienze. Torino, Vol. 50, N. 1-15.

Atti della r. Accademia di archeologia, lettere e belle arti. (Società reale). Napoli. Nuova serie, Vol. 3.

Atti della r. Accademia di scienze morali e politiche. (Società reale). Napoli, Vol. 43.

Atti della r. Accademia Peloritana. Messina, Vol. 6.

Atti della Società dei naturalisti e matematici. Modena, Serie 5, Volume 1, 1914.

Atti e Memorie dell'Accademia di agricoltura, scienze e lettere. Verona. Serie 4, Vol. 14 e 15; Osser. meteor. 1913-14; Regolamento interno.

Atti e Memorie della r. Accademia di scienze, lettere ed arti. Padova, Vol. 30 e 31.

Bijdragen tot de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indië, 'S-Gravenhage, Vol. 70, N. 2-4; Vol. 71, N. 1 e 2.

Bollettino della Società fra i cultori delle scienze mediche e naturali. Cagliari, Anni 17-19, 1912-14.

Bollettino delle sedute dell'Accademia Gioenia di scienze naturali. Catania, 1914, N. 33; 1915, N. 34-37.

Bullettin de l'Académie r. des sciences et des lettres de Danemark, (Oversigt), Kjöbenhavn, 1914, N. 5 e 6; 1915, N. 1-4.

Bullettin de la Société Vaudoise des sciences naturelles. Lausanne, Volume 50, N. 184-186.

Bullettin des travaux de la classe des sciences mathém. et natur. (Izvješća). 1914, N. 2.

Bulletin mensuel de l'Académie des sciences et lettres. Montpellier, 1914, N. 8-12; 1915, N. 1-6.

Bulletin of the Chicago Academy of science. Vol. 3, N. 7-10; Vol. 4, N. 1 e 2.

Bulletin (Science) of the museum of the Brooklin Institute of arts and sciences. New York, Vol. 2, N. 3 e 4.

Bulletin of the University of Illinois. Urbana, N. 76. 77, 79.

Circulars (John Hopkins University). Baltimore, 1913, N. 10; 1914, N. 1-10; 1915, N. 1.

Collections (Smithsonian miscellaneous). Washington, Vol. 62, N. 3; Vol. 63, N. 1, 6-10 e indice; Vol. 64, N. 2; Vol. 65, N. 1.

Commentari dell'Ateneo. Brescia, 1914.

Comptes rendus de l'Académie des inscriptions et belles lettres. Paris, Luglio-dicembre 1914; gennaio-giugno 1915.

Comptes rendus de l'Académie des sciences. Paris, Vol. 159, N. 23-26; Vol. 160, N. 1-26; Vol. 161, N. 1-19, 21.

Conferenze e prolusioni. Roma, Anno 8, 1915, N. 1-23.

Denkschriften der k. Akademie der Wissenschaften. Wien. Cl. di scienze Vol. 89 e 90: Cl. di lettere Vol. 57, N. 1, 4; Vol. 58, N. 2-4.

Forhandlinger i Widenskabs-Selskabet. Christiania, 1913.

Jaarboek van der k. Akademie van Wetenschappen. Amsterdam, 1913.

Jahrbücher des Nassauischen Vereins für Naturkunde, Wiesbaden, Anno 67.

Jahresbericht der k. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften, Prag. 1913.

Journal and proceedings of the r. Society of New South Wales. Sydney. Vol. 48. N, 2.

Journal (The American) of science. New Haven, Vol. 39, N. 229-240.

Journal (The) of the College of science, Imperial University. Tokio, Japan, Vol. 29, N. 1; Vol. 35, N. 8; Vol. 36, N. 5 e 6; Vol. 37, N. 1.

Journal of the r. microscopical Society. London, 1915, N. 1-6.
Ljetopis Jugoslavenske Akademije znanosti i umjetnosti. Zágráb. Vol. 28.
Meddelanden från k. Vetenskapsakademiens Nobel Institut. Upsal. Volume 3, N. 1 e 2.
Mémoires de l'Académie r. des sciences et des lettres de Danemark. Copenhague. Serie 7. Cl. di scienze Vol. 11, N. 6; Vol. 12, N. 2-6; Cl. di lettere Vol. 2, N. 4; Vol. 3, N. 1; Serie 8, Cl. di scienze Vol. 1, N. 1.
Mémoires de la Société de physique et d' histoire naturelle. Genève, Vol. 38, N. 2 e 3.
Memoirs and proceedings of the Manchester literary and philosophical Society, Manchester, Vol. 58, N. 3; Vol. 59, N. 2.
Memoirs of the College of science, Kyoto imperial University, Kyoto, Vol. 1, N. 1-5.
Memoirs of the national Academy of sciences. Washington, Vol. 12.
Memorie del r. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti. Venezia, Volume 28, N. 9 e 10.
Memorie della pontificia Accademia romana dei Nuovi Lincei. Roma, Vol. 32.
Memorie della r. Accademia dei Lincei, Roma, serie 5. Cl. di scienze, Vol. 10, N. 12-18; Vol. 11, N. 1 e 2; Cl. di lettere, Vol. 15, N. 1 e 2.
Memorie della r. Accademia delle scienze dell'Istituto. Bologna, Cl. di scienze fisiche, serie 6, Vol. 10; serie 7 vol. 1; indice dei volumi 1904-1913.
Mitteilungen der naturwissenschaftlichen Gesellschaft. Winterthur, 1913-14, N. 10.
Nature; a weekly illustrated journal of science. London, Vol. 94, N. 2357-65; Vol. 95, N. 2366-96 e indice; Vol. 96, N. 2397-2408.
Prirodoslovna istraživanja Hrvatske i Slavonije. Zagrebu, N. 2 e 3.
Prix (Les) Nobel. Stockolm, 1913.
Problems (Current) of the University of Minnesota. Minneapolis, N. 1-4.
Proceedings and transactions of the r. Society of Canada. Montreal, Serie 3, Vol. 7 e 8.
Proceedings of the Academy of natural sciences. Philadelphia, Vol. 66, N. 2 e 3; Vol. 67, N. 1.
Proceedings of the American Academy of arts and sciences. Boston, Vol. 50, N. 1-3.
Proceedings of the American philosophical Society. Philadelphia. Vol. 53, N. 213-215.
Proceedings of the California Academy of science. San Francisco Serie 3. Vol. 4, N. 4 e 5; Serie 4, Vol. 2, N. 1; Vol. 4, N. 3-6; Vol. 5, N. 1 e 2.
Proceedings (The economic) of the r. Dublin Society. Dublin, Vol. 2, N. 8 e 9.
Proceedings (The scientific) of the r. Dublin Society. Dublin, Vol. 14, N. 17-23.
Proceedings of the r. physical Society, Edinburgh, Vol 19, N 7 e 8.

Proceedings of the r. Society. Edinburgh, Vol. 34, N. 3; Vol. 35, N. 1 e 2.

Proceedings of the r. Society. London, Serie A, Vol. 91, N. 624-633; Vol. 92, N. 634-636: Serie B, Vol. 88, N. 603-608; Vol. 89, N. 609-611.

Proceedings of the Section of the r. Akademy of sciences. Amsterdam, Vol. 16, N. 1 e 2.

Pubblicazioni del r. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento. Firenze, Sezione scienze fisiche e mat. N. 33.

Publications of the Carnegie Institution. Washington, In-8, N. 20 B, 90 A Vol. 2, 149 Vol. 3, 183, 196-199, 201; in-4 N. 27 Vol. 3. 165 Atlante, 185 Vol. 1, 191-193, 204. 205, 210.

Publications of the University of California. Berkeley, Agricoltura Vol. 1, N. 6 e 7, Archeol. e Etnografia Vol. 10, N. 6; Vol. 11, N. 2; Botanica Vol. 6, N. 1-4; Fisiologia Vol. 1. N. 3 e 4; Geologia Vol. 8, N. 3-7; Matematica Vol. 1, N. 4-6.

Rad Jugoslavenske Akademije znanosti i umjetnosti. Zágráb, Cl. mat.-fis. Vol. 202.

Rendiconti della r. Accademia dei Lincei. Roma, Serie 5, Cl. di lett. etc. Vol. 23, N. 7-12; Vol. 24, N. 1-6.

Rendiconto della r. Accademia di scienze fisiche e matematiche. (Società reale). Napoli, Serie 3, Vol. 20, N. 7-12, Vol. 21, N. 1-6.

Rendiconto delle sessioni della r. Accademia delle scienze dell'Istituto. Bologna, Cl. di sc. fisiche, Nuova serie Vol. 17 e 18.

Rendiconto delle tornate e dei lavori dell'Accademia di archeologia, lettere e belle arti. (Società reale). Napoli, Anno 28, 1914.

Rendiconto delle tornate e dei lavori dell'Accademia di scienze morali e politiche. (Società reale). Napoli, Anno 53, 1914.

Report (Annual) of the Regents of the Smithsonian Institution. National Museum. Washington, 1913, 1914.

Report of the r. Society of literature and list of fellows. London. 1915.

Reports (The science) of the Tôhoku imp. University, Sendai. Serie 1, Vol. 3, N. 6; Vol. 4, N. 1-4; Serie 2, Vol. 2, N. 1 e 2; Vol. 3, N. 1, Vol. 4, N. 1.

Rivista d'Italia. Roma, Anno 27, 1914, N. 12; Anno 28, 1915, N. 1-9. 11.

Rivista ligure di scienze, lettere ed arti. Genova, Anno 41, 1914, N. 6; Anno 42, 1915, N. 1-6.

Séances et travaux de l'Académie des sciences morales et politiques. Paris, Vol. 82, N, 9-12; Vol. 83, N. 1-6; Vol. 84, N. 7-11.

Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften. Wien, Cl. di scienze, Vol. 122 ($_1$) N. 8-10; (2_a) N. 9 e 10; (2_b) N. 9 e 10; Volume 123 ($_1$) N. 1-5; (2_a) N. 1-6; (2_b) N. 1-7; (3) N. 1-7; Cl. di lettere Vol. 169, N. 2 e indice; Vol. 171, N. 2 e indice; Vol. 173, N. 5; Vol, 174, N. 4 e 5; Vol. 175, N. 2-4; Vol. 176, N. 1, 3-6, 8; Vol. 177, N. 2 e 3; Vol. 178, N. 5.

Sitzungsberichte der k. bayer. Akademie der Wissenschaften. München, Cl. di scienze 1914, N. 1 e 2; Cl. di lettere 1914, N. 2-10; 1915, N. 1.

Sitzungsberichte der k. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften. Prag, 1913.
Sitzungsberichte der k. preussischen Akademie der Wissenschaften. Berlin, 1914, N. 35-47.
Sitzungsberichte der physikalish-medicinischen Gesellschaft. Würzburg, 1914, N. 1-4.
Skrifter udgivne of Videnskabsselskabet. Christiania, Cl. di scienze 1913, N. 1 e 2; Cl. di lettere 1910, N. 2; 1913, N. 2.
Studies (Tufts College). Tufts College, Mass., Vol. 4. N. 1 e 2.
Studies (J. H. University) in historical and political science. Baltimore. Serie 32, N. 2 e 3.
Studies of the University of Minnesota. Minneapolis. Chemistry N. 1: Economics N. 1; Engineering N. 1; Language and letterat. N. 1: Public. health N. 1; Physic. sc. and math. N. 2; Social sciences N. 4.
Transactions of the Canadian Institute, Toronto, Vol. 10, part. 2, N. 24.
Transactions of the Connecticut Academy of arts and sciences. New Haven, Vol. 20, pp. 133-160.
Transactions of the r. Society. Edinburgh, Vol. 50, N. 2.
Transactions (Philosophical) of the r. Society. London, Serie A. Vol. 214, N. 520-522; Vol. 215, N. 523-537; Vol. 216, N. 538-540; Serie B, Vol. 206, N. 325-334; Vol. 207, N. 335-338.
Transactions of the r. Society of Canada. Ottawa. Serie 3 Sect. 1 and 2, Vol. 8; Vol. 9, N. 1, Sect. 3, Vol. 8, N. 1; Vol. 9, N. 1; Sect. 4, Vol. 8, N. 1; Vol. 9, N. 1.
Transactions of the r. Society of literature. London, Vol. 33, N. 2-4.
Transactions of the Wisconsin Academy of sciences, arts and letters. Madison, Vol. 17, parte 1, N. 1-6; parte 2. N. 1-6.
Tesi di Laurea dell'Università di Giessen. N. 186 del 1913-14.
Tesi di laurea dell'Università di Kiel. N. 303 del 1913-14.
Verhandelingen der k. Akademie van Wetenschappen. Amsterdam, Cl. di scienze, serie 2, Vol. 18, N. 1-3; Cl. di lettere Vol. 14, N. 2-5.
Verhandlungen der naturfosschenden Gesellschaft. Basel, Vol. 25.
Verslagen en Mededeelingen der k. Akademie van Wetenschappen. Amsterdam, Cl. di scienze Vol. 22, N. 1 e 2; Cl. di lettere Vol. 12, N. 4.
Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft. Zürich, Anno 58, 1913, N. 3 e 4; Anno 59, 1914, N. 1-4.
Year book of the Carnegie Institution. Washington, 1914, N. 13.
Year-book of the r. Society, London, 1915.

Matematica.

Acta mathematica. Stockholm, Vol. 37, N. 4.
Annalen (Mathematische). Leipzig. Vol. 76, N. 2-4.
Annali di matematica. Milano, Serie 3, Vol. 23, N. 3 e 4; Vol. 24, N. 1-4.

Bulletin de la Société mathématique de France. Paris, Vol. 42, N. 3 e 4; Vol. 43, N. 1-2; Comptes rendus 1914.
Bulletin of the American mathematical Society. Lancaster, Vol. 21. N. 4-10; Vol. 22, N. 1-3.
Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Berlin, Vol. 43, N. 2.
Journal de l'École polytechnique. Paris, Serie 2, N. 18.
Journal de mathématiques pures et appliquées. Paris, Vol. 10, N. 4; Serie 7. Vol. 1, N. 1.
Journal für die reine und angewandte Mathematik. Berlin, Vol. 145, N. 3 e 4; Vol. 146, N. 1 e 2.
Journal (The Tôhoku mathematical) College of science. Tôhoku imp. University. Sendai, Vol. 6, N. 2-4; Vol. 7, N. 1-4; Vol. 8, N. 1 e 2.
Journal (American) of mathematics. Baltimore. Vol. 36, N. 2-4; Vol. 37, N. 1.
Periodico di matematica. Livorno. Anno 30, 1915, N. 2-6.
Proceedings of the London mathematical Society. London. Serie 2, Vol. 14, N. 2-7.
Rendiconto del Circolo matematico. Palermo, Vol. 39, N. 1-3.
Revista de la Sociedad matemática española. Madrid. Anno 4, 1914, N. 31-33; 1915, N. 34-40.
Supplemento al Periodico di matematica. Livorno, Anno 18. 1915, N. 3-9; Anno 19, N. 1 e 2.

Scienze fisiche e chimiche.

Annalen der Physik. Leipzig, 1915, N. 1-16.
Annales de chimie. Paris. Serie 9, Vol. 2, 1914, N. 8-12; Vol. 3, 1915, N. 1-6; Vol. 4. 1915, N. 7-10.
Annales de physique. Paris, Serie 9. Vol. 2, 1914, N. 8-12; Vol. 3, 1915, N. 1-6; Vol. 4, 1915, N. 7-10.
Annuario publicado pelo Observatorio. Rio de Janeiro. Anno 31, 1915.
Anuario del Observatorio. Madrid. 1915.
Articoli generali del calendario ed effemeridi del sole e della luna per l'orizzonte di Milano. 1916.
Beiblätter zu den Annalen der Physik. Leipzig. 1914, N. 24; 1915, N. 1-20.
Bollettino bimensuale della Società meteorologica italiana. Torino, Serie 3, Vol. 33, N. 6-12; Vol. 34, N. 1-4.
Bollettino della Società sismologica italiana. Roma. Vol. 18, N. 3-6.
Bollettino meteorologico e geodinamico dell'Osservatorio del r. Collegio Carlo Alberto. Moncalieri, Osserv. meteor. maggio-dicembre 1914; gennaio-aprile 1915; Osser. sism. 1914, N. 3-9; 1915, N. 1 e 2.
Bulletin mensuel de l'Observatoire météorologique de l'Université. Upsal, Vol. 46. 1914.
Contributions from the Princeton University Obser. Princeton, N. J. N. 3.
Memorie della Società degli spettroscopisti italiani. Catania, Serie 2. Volume 3, novembre-dicembre 1914; Vol. 4, gennaio-ottobre 1915.

Mitteilungen der Erdbeben-Kommission der k. Akademie der Wissenschaften. Wien, Neue Folge N. 47, 48.

Mitteilungen der physikalischen Gesellschaft. Zürich. 1915, N. 17.

Observations de l'Observatoire d'Abbadia, Hendaye, Vol. 13.

Observations météorologiques suédoises (Méteorologiska iakttag) Stockholm, Appendici ai vol. 53 e 54; Vol. 55.

Observations made at the r. magnetical and meteorological Observatory. Batavia, Vol. 34.

Osservazioni meteorologiche e geofisiche fatte nel r. Osservatorio astronomico di Brera. Milano, Serie 3, Vol. 6, 1914.

Osservazioni meteorologiche fatte all'Osservatorio della r. Università. Torino, 1914.

Pubblicazioni del r. Osservatorio di Brera. Milano, N. 52.

Publications of the United States naval Observatory. Washington, Serie 2, Vol. 8.

Rapporto annuale dell'i. r. Osservatorio marittimo. Trieste, Vol. 27, 1910.

Rendiconti della Società chimica italiana. Roma, Serie 2, Vol. 6, N. 8; Vol. 7, N. 1.

Report of the superintendent of the United States naval Observatory, Washington, 1914, append. N. 2.

Scienze naturali.

Abhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt. Wien, Vol. 22, N. 4; Vol. 23, N. 1.

Annalen des k. k. naturhistorischen Hofmuseums. Wien, Vol. 28, N. 3 e 4.

Annales des sciences naturelles. Paris, Zoologia, Vol. 20, N. 1-6.

Årsbok (Sveriges Geologiska Undersökning) Stockholm, 1912-14.

Atlas (Geological) of the United States. Washington, Fogli N. 190-194.

Atti della Società italiana di scienze naturali e del Museo civico di storia naturale. Milano, Vol. 53, N. 3 e 4; Vol. 54, N. 1.

Atti della Società toscana di scienze naturali. Pisa, Proc. verb. Vol. 23, N. 3-5.

Berlese. Gli insetti, Vol. 2, N. 11 e 12.

Bollettino del r. Comitato geologico d'Italia. Roma, Vol. 44, N. 2-4.

Bollettino della Società zoologica italiana. Roma, Serie 3, Vol. 3, N. 5-9.

Bollettino mareografico mensile del r. Comitato talassografico italiano. Venezia, 1914, N. 1-8, N. 31 e 32.

Bulletin de la Commission géologique de Finlande. Helsingfors, N. 31-43 e indici Vol. 5-7.

Bulletin from the Laboratories of natural history of the state University. Jowa, Vol. 7, N. 1.

Bulletin of the American Museum of natural history. New York, Vol. 25, parte II, Vol 33.

Bulletin of the Un. St. geological Survey. Washington, N. 540, 541, 543, 546-554, 556-558, 561, 562, 564, 570-572, 574-580 A-O, 581 A-D, 583-586, 588, 590, 592, 599, 600.

Bulletin of the Un. St. national Museum. Washington, N. 71, 85, 88-90; Special Bull. Amer. Hydr. III.

Bulletin of the Wisconsin geological and natural history Survey, Madison, Vol. 33, 34 e 41.

Bullettino della Società entomologica italiana. Firenze, Anno 41-44.

Catalogo della biblioteca dell'Ufficio geologico del r. Corpo delle miniere. Roma, Suppl. 7 e 8. 1907-12.

Contributions from the United States national Herbarium. Washington, Vol. 17, N. 6.

Ephemeris (The american) and nautical Almanac. 1917. Washington, 1915.

Glasnik Hrvatskoga Prirodoslovnoga Drustva (Bollettino della Società croata di scienze naturali). Zágráb, Vol. 26, N. 4.

Jahrbuch der k.-k. geologischen Reichsanstalt. Wien, Vol. 64, N. 1 e 2.

Journal (The quarterly) of the geological Society. London, Vol. 70, N. 280; Vol. 71, N. 281.

Magazin (Nyt) for Naturvidenskaberne. Kristiania, Vol. 49, N. 1-4; Vol. 50, N. 1-4.

Mémoire du Ministère des mines du Canada; Divis. de la Comm. géologique. Ottawa, N. 1, 2, 5, 8, 18, 19, 21-23, 28, 29 E, 33-35, 37, 43, 52, Bull. N. 24.

Memoirs of the Boston Society of natural history. Boston, Vol. 8, N. 1.

Memoirs of the Indian Museum. Calcutta, Vol. 3, N. 4.

Memorie descrittive della Carta geologica d'Italia. Roma, Vol. 13-16. *Verri A.* Carta geologica di Roma.

Notarisia (La nuova) Padova, Serie 26, gennaio, ottobre 1915.

Öfversiktskarta (Geologiska) öfver Finland, Helsingfors. Sez. B 2; C 2; C 6-B 5-B 6. D 3, Joensuu.

Papers (Professional) of the United States geological Survey, Washington, N. 81-85 D, E, 86, 90 A-H.

Proceedings of the Boston Society of natural history. Boston, Vol. 34, N. 13; Vol. 35, N. 1; Occasional Papers N. 7.

Proceedings of the United States national Museum. Washington, Vol. 46.

Rapport annuel de la Commission de géologique et d'hist. nat. de Canada. Ottawa, Division des mines 1904, 1905, 1908, 1913, 1914.

Records of the Indian Museum. Calcutta, Vol. 8, N. 5 e 6; Vol. 9 indice; Vol. 10, N. 2-6; Annual Report 1913-14.

Redia, giornale di entomologia. Firenze, Vol. 10, N. 1 e 2.

Report (Annual) of the Un. St. geological Survey to the Secretary of Interior. Washington, 1914.

Resources (Mineral) of the United Stats, geological Survey. Washington, 1912, Vol. 1 e 2; 1913, Vol. 1-12, 14-26; Vol. 2, N. 1-35.

Survey (Geological) of Canada. Ottawa. N. 81, 100a), 149, 155, 156, 169, 196-198, 202, 219, 226, 231, 235, 263, 264, 308, II e III, 949, 955, 1038, 1069, 1098, 1362, 1393-95, 1513; Museum Bull. N. 5, 17, 20, 21; Manuel du Prospecteur N. 1.

Survey (The University geological) of Kansas. Topeka, N. 314, 1411.

Undersökning (Sveriges geologiska), Stockholm, Serie A a. tavole N. 147; Serie B a, tavole N. 9; Serie C a. tavole N. 6 e Atlas.

Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt. Wien. 1914, Numero 2-18; 1915, N. 1.

Medicina, anatomia, fisiologia, igiene, farmacia.

Annali dell' Istituto Maragliano. Genova, Vol. 8, N. 1 e 2.

Annali della Stazione sperimentale per le malattie infettive del bestiame. Napoli, Vol. 2, N. 2.

Annali d'igiene sperimentale. Roma, Vol. 24, N. 4; Vol. 25, N. 1-4.

Annali di nevrologia. Napoli. Anno 32, 1914, N. 4-6; Anno 33, 1915, N. 1 e 2.

Archiv für Anatomie und Physiologie. Leipzig, Anat. 1915, N. 1-3; Fisiol. 1915, N. 1.

Atti della Società lombarda di scienze mediche e biologiche. Milano, Vol. 4, N. 1 e 2.

Attualità (L') medica. Milano, Anno 3. 1914, N. 12; Anno 4, 1915, N. 1-10.

Bollettino della r. Accademia medica. Genova, Anno 29, 1914. N. 6; Anno 30, 1915, N. 1-4.

Bollettino della Società medica. Parma, 1914, N. 9 e 10; 1915, N. 1-6.

Bulletin de l'Académie de médecine. Paris, Serie 3, Vol. 71, N, 29; Vol. 72, N. 38-42; Vol. 73, N. 1-46.

Bullettino delle scienze mediche. Bologna, Serie 9, Vol. 2, N. 12; Vol. 3, N. 1-11.

Gazzetta medica lombarda. Milano, 1914, N. 43; 1915, N. 1-24.

Giornale della r. Accademia di medicina. Torino, 1914, N. 11 e 12; 1915, N. 1-8.

Giornale della r. Società italiana d'igiene. Milano, Anno 36, 1914, N. 11 e 12; Anno 37, 1915, N. 1-8, 10.

Journal de pharmacie et de chimie. Paris, Serie 7, Vol. 10, N. 12; Vol. 11, N. 1-6; Vol. 12, N. 1-11.

Ospedale (L') Maggiore. Milano. Serie 2, Anno 2, 1914, N. 12; Anno 3, 1915, N. 1-9.

Rivista di patologia nervosa e mentale. Firenze, Vol. 19, N. 12; Vol. 20, N. 1-12.

Rivista Ospedaliera. Roma, Vol. 4, N. 24; Vol. 5, N. 1-23.

Rivista sperimentale di freniatria e medicina legale delle alienazioni mentali. Reggio nell'E. Vol. 40, N. 4; Vol. 41, N. 1-3.

Sperimentale (Lo); archivio di biologia normale e patologica. Firenze, Anno 68, N. 6; Anno 69. N. 1-4.

Ingegneria.

Atti del Collegio degli ingegneri ed architetti. Milano, Anno 47, 1914, N. 11-12; Anno 48, 1915, N. 1-10.

Bollettino del r. Magistrato alle acque. Venezia, 1914. N. 9-12.

Bollettino dell'Associazione fra gli ex allievi del Politecnico milanese. Milano, N. 4, 1914.

Bollettino mensile del r. Ufficio idrografico sul Po. Parma, Marzo-dicembre 1914.

Elettricista (L'). Roma, Serie 3, Vol. 4, N. 1-24.

Elettrotecnica (L'), Milano, Vol. 2, N. 1-36.

Livellazione di precisione del r. Magistrato alle acque. Venezia. N, 53, 54, 59.

Minutes and proceedings of the Institution of civil engineers. London, Vol. 197-199; indice dei vol. 59-118 (1879-94).

Papers (Water supply and irrigation) of the Un. St. geolog. Survey. Washington, N. 309, 321-330, 335, 336, 339, 340 A-E. 344 A-F 345 G, 346-348, 363, 364, 366.

Politecnico (Il), Milano, Serie 2, Vol. 6, N. 24; Vol. 7, N. 1-23,

Pubblicazioni del r. Magistrato alle acque. Venezia, N. 38. 52, 57, 62, 64, 65.

Rivista di artiglieria e genio. Roma, Gennaio-giugno 1915.

Veröffentlichungen der internationalen Commission für wissenschaftliche Luftschiffahrt, Strassburg, 1912, N. 7.

Agricoltura, industria e commercio.

Annali della r. Accademia di agricoltura. Torino, Vol. 57.

Annali della r. Scuola superiore di agricoltura. Portici, Serie 2, Vol. 12.

Atti della r. Accademia economico-agraria dei georgofili. Firenze, Serie 5, Vol. 12, N. 1-4.

Boletin del Ministerio de agricultura. Buenos Aires, Vol. 18, N. 1-6; Vol. 19, N. 1-7.

Bollettino di statistica agraria e commerciale dell'Istituto internazionale di agricoltura. Roma, 1915, N. 1-12 e suppl. ai N. 3 e 9.

Bollettino mensile dell' Ufficio di informazioni agrarie e di patologia vegetale dell' Istituto int. d'agricoltura. Roma, Indice del 1914; Anno 6, 1915, N. 1-12.

Bulletin of the agricultural experiment Station of the University of California. Sacramento, N. 241-244.

Bulletin of the agricultural experiment Station of the University of Jllinois. Urbana, N. 166-175.

Bullettino dell'agricoltura. Milano, 1915, N. 1-53.

Circular of the agricultural experiment Station of the University of Jllinois. Urbana, N. 175, 177.

List (Monthly) of publications of the Un. St. departement of agriculture. Washington, Luglio-dicembre 1914; gennaio-novembre 1915.

Publications (Special) of the de artement of commerce and lavor coast and geodetic Survey. Washington, N. 20, 22, Results of observat. 1911-12.

Ricerche eseguite nel Laboratorio di chimica agraria della r. Scuola sup. d'agricoltura. Milano, Vol. 5, 1913-14.

Rivista (La); periodico della r. Scuola di viticoltura ed enologia. Conegliano, 1915, N. 1-9, 11-16, 18-24.

Rivista lombarda di ragioneria. Milano, Anno 26, 1914, N. 3; Anno 27, 1915, N. 1-4.
Stazioni (Le) sperimentali agrarie italiane. Modena, Vol. 48, N. 1-12.

Economia, sociologia, politica.

Annuario dell'Istituto di storia del diritto romano della r. Università. Catania, Vol. 13 e 14.
Atti del Comune. Milano, 1913-14, parte 1 e 2.
Atti del Consiglio comunale. Bergamo, 1914-15 fasc. 55.
Atti del Consiglio provinciale. Milano, 1914.
Biblioteca dell'economista. Torino, Serie 5, Vol. 3, N. 3-6; Vol. 11, N. 13.
Bollettino dell'Ispettorato dell'industria e del lavoro del Ministero di agricoltura, industria e commercio. Roma, Vol. 5, N. 11 e 12; Vol 6, N. 1-8.
Bollettino dell'Ufficio del lavoro del Ministero di agricoltura, industria e commercio. Roma, Vol. 22, N. 3-6; Vol. 23, N. 1-5; Vol. 24, N. 1 e 2; suppl. N. 26; Nuova serie, Vol. 3, N. 1-24.
Bollettino mensile delle istituzioni economiche e sociali dell'Istituto inter. d'agricoltura. Roma, Anno 5, 1914, N. 12 e indice delle materie; Anno 6, 1915, N. 1-11.
Journal (The economic). London, Vol. 25, N 97-99.
Mazzini G. Scritti editi ed inediti. Imola, Vol. 20.
Pubblicazioni dell'Ufficio del lavoro del Ministero d'agricoltura, industria e commercio. Roma. Serie B, N. 38. 45, 46.
Rivista internazionale di scienze sociali e discipline ausiliarie. Roma, Vol. 66, N. 264; Vol. 67, N. 265-275.
Statistica dei riformatori. Roma, 1913.
Statistica delle carceri e delle colonie per domiciliati coatti. Roma, 1913.
Studies (University of Illinois) in the social sciences. Urbana, Vol. 3, N. 3 e 4; Vol. 4, N. 1 e 2.

Giurisprudenza.

Atti della Commissione di statistica e legislazione presso il Ministero di grazia, giustizia e dei culti. Roma, Sessione gennaio, 1914.
Circolo (Il) giuridico. Palermo, Indice del Vol. 44; Vol. 45, N. 12 e indice; Vol. 46, N. 1-12.
Rivista italiana per le scienze giuridiche. Roma, Vol. 53, 54, 55, N. 2.
Statistica giudiziaria penale. Roma, 1911; Statistica della criminalità per il 1910.
Studi senesi nel Circolo giuridico della r. Università, Siena, Vol. 30, N. 4 e 5; Vol. 31, N. 1-3.

Statistica.

Annuaire statistique de la ville. Buenos Aires, Anno 23, 1913.
Bollettino mensile dell'Ufficio di statistica del comune. Venezia, Agosto-dicembre 1914; gennaio 1915.

Bollettino statistico mensile della città. Milano, Novembre-dicembre 1914; gennaio-novembre 1915.

Bulletin mensual de statistique municipale de la ville. Buenos Aires, 1914, N. 5, 6, 9-12; 1915, N. 1-8.

Dati statistici, a corredo del resoconto dell'Amministrazione comunale. Milano, Conto consuntivo 1913.

Statistica della popolazione. Movimento dello stato civile. Roma, 1912, 1913.

Statistica giudiziaria civile e commerciale e statistica notarile. Roma, 1910.

Geografia.

Bollettino della r. Società geografica italiana. Roma, Serie 6, Vol. 4, N. 1-12.

Globe (Le), journal géographique. Genève, Vol. 54.

Memorie della r. Società geografica italiana. Roma, Vol. 1, N. 1-3; Vol. 4; Vol. 5, N. 2; Vol. 11-14.

Mitteilungen (Pet.) aus J. P. geographischen Anstalt, Gotha, Anno 60, 1914, N. 12; anno 61, 1915, N. 1-5.

Pubblicazioni dell'Istituto geografico militare e della r. Commissione geodetica italiana. Firenze. SOLER E. Prima campagna con la bilancia Eötvös. SILVA G. Relazione delle osservazioni gravimetriche compiute nell'estate 1913 con il bipen. Mioni. REINA V. e CASSINIS G. Determinazioni di latitudine astronomica e di gravità relativa eseguiti in Umbria e in Toscana nel 1913. CICCONETTI G. La latitudine astronomica dell'Osser. vesuviano determinata nel 1910.

Report of the superintendent of the U. S. coast and geodetic Survey showing the progress of the work. Washington, 1914.

Storia e biografia.

Archivio storico lombardo. Milano, Anno 41, 1914, N. 4; Anno 42, 1915, N. 1-3.

Archivio storico per la Sicilia orientale. Catania, Anno 11, N. 3; Anno 12, N. 1-3.

Atti della Società ligure di storia patria. Genova, Vol. 45, Vol. 46, N. 2.

Bollettino della r. Deputazione di storia patria per l'Umbria. Perugia, Vol. 19, N. 1, Vol. 20, N. 2 e 3; Vol. 21, N. 1 e 2.

Bullettino storico pistoiese. Pistoia, Anno 17, 1915, N. 1-2.

Lombardia (La) nel risorgimento italiano. Bollettino del Comitato regionale lombardo della Società nazionale per la storia del risorgimento italiano. Milano, Anno 1, 1914, N. 1, 2 e 4.

Periodico della Società storica per la provincia e antica diocesi. Como, N. 84, 85.

Publications of the University. Manchester, Vol. 22, 24, 26, 27.

Rassegna storica del risorgimento; organo della Società nazion. per la storia del risorgimento italiano. Città di Castello, Anno 1, 1914, N. 6; Anno 2, 1915, N. 1.

Archeologia, etnografia, antropologia.

Anthropologie (L'). Paris, Vol. 25, N. 3-6; Vol. 26, N. 1-5.
Anzeiger für Schweizerische Altertumskunde. Zürich, Vol. 16, N. 4; Vol. 17, N. 1-3.
Atti della r Accademia dei Lincei. Roma, Serie 5, Vol. 11, N. 7-12; Vol. 12, N. 1-6.
Fornwännen; Meddelanden frän k. Vitterhets histoire och antikvitets Akademien. Stockholm, 1913-14.
Mitteilungen der antiquarischen Gesellschaft. Zürich. N. 79.
Rivista archeologica della provincia e antica dioc si. Como, 1915, N. 72.

Filologia.

Atti della r. Accademia della crusca Firenze, 1913-14.
Bulletin de dialectologie romane de la Société int. de dialectologie romane. Halle, Vol. 6, N. 2.
Journal (The American) of philology. Baltimore, Vol. 35, N. 1-4.
Mnemosyne. Bibliotheca philologica batava. Leiden, Vol. 43, N. 1-4.
Museum Maandblad voor Philologie en Geschiedenis. Leiden, Anno 22. 1914-15, N. 4-12; Anno 23, 1915, N. 1-3.
Notes (Modern language). Baltimore, Vol. 29. N. 3-8 e indice: Vol. 30, N. 1 e 2.
Revue de dialectologie romane, publiée per la Société int. de dialectologie romane. Halle, Vol. 6, N. 1 e 2.

Letteratura.

Carmina praemio ornata vel laudata in certamine poetico Hoeufftiano. Amsterdam, Novem carmina.

Belle arti e numismatica.

Rapport annuel du Musée national suisse. Zürich, 1914.

Istruzione.

Annuario del r. Politecnico; già annuario del r. Museo industriale italiano. Torino, 1913-14.
Annuario della r. Università. Bologna, 1914-15.
Annuario della r. Università. Catania, 1914-15.
Annuario della r. Università. Napoli, 1914-15.
Annuario della r. Università. Padova, 1914-15

Annuario della r. Università. Palermo, 1914-15.
Annuario della r. Universita. Pavia, 1914-15.
Annuario della r. Università. Pisa, 1914-15.
Annuario della r. Università. Roma, 1914-15.
Annuario della Università commerciale Luigi Bocconi. Milano, 1913-14.
Atti della Società d'incoraggiamento d'arti e mestieri. Milano, 1914. Catalogo della biblioteca, fasc. 1.
Bollettino ufficiale del Ministero dell'istruzione pubblica. Roma. Indice 2 sem. 1914; 1915, N. 1-51 e suppl. ai N. 9, 11, 19.
Chronick der Universität. Kiel, 1913-14.
Chronicle (The University). Berkeley, Vol. 16, N. 2 e 3.
Personal-Bestand und Vorlesungsverzeichniss der Grossherzoglich Hessischen Ludwigs-Universität. Giessen. 1913-14.
Programma del r. Istituto tecnico superiore. Milano. 1914-15 (1 sem.).
Report (Annual) of the Peabody Institute. Baltimore, N. 48.
Verzeichniss der Vorlesungen an der k. Universität. Kiel, 1913. N. 3; 1914, N. 1 e 3.
Vorlesungsverzeichnis der Grossherzoglich Hessischen Ludwigs-Universität. Giessen, 1914.

Religione.

Archivum franciscanum historicum. Firenze, Anno 8, 1915, N. 1 e 2.
Calendario del Santuario di Pompei, Valle di Pompei, 1915.
Litteraturzeitung (Theologische). Leipzig, Anno 39, 1914, N. 1-26; Anno 40, 1915, N. 1-13.
Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Valle di Pompei, Anno 32. 1915, Numero 1-6.
Verhandelingen rakende den naturlijken en geopenbaarden Godsdienst uitgegeven door Teiler's godgeleerd Genootschap. Haarlem, Vol. 19.

INDICE DEGLI ATTI

ADUNANZE dell' Istituto, 1 solenne, 49, 57, 141, 197, 203, 245, 313, 369, 437, 481, 545, 625, 681, 683, 861, 866, 917, 965, 1021.

AMMINISTRAZIONE. Preventivo dell' Istituto 1915-16. 483.

— Consuntivo dell'Istituto 1913-1914. 684.

— Percentuale su tutte le pensioni, gli assegni e gli stipendi alla grande sottoscrizione per i bisogni della guerra. 682.

BULLETTINO bibliografico gennaio-dicembre 1915. 1092.

CATALOGO dei libri ed opuscoli pervenuti alla biblioteca dell'Istituto durante l'anno 1915, 1084.

CONCORSI a premi (*Temi*):

— R. Istituto Lombardo, 7, 1024.

— Fondazione Vallauri, 308.

— Premio Riberi, 543.

— Concorso Zanella, 366.

— Proposta di una proroga alla scadenza dei concorsi, in vista delle presenti condizioni politiche, 1022.

CONCORSI a premi (*Nomine*):

— Commissioni esamin. concorsi scaduti, 56, 60, 371,

CONCORSI a premi (*Risultati*):

— R. Istituto Lombardo per il 1914, 3.

— Idem: per il 1915, 1022. 1050.

— Cagnola: *innesto di organi e tessuti*, 1022, 1055.

— Idem: *sulla cura della pellagra*, 1023, 1056.

— Idem: *sulla natura dei miasmi e contagi*, 1023, 1060.

— Brambilla: 1023, 1062.

— Fossati: 1024, 1072.

— Secco-Comneno: 1024, 1067.

— Fondazione Vitt. Emanuele II, 202, 865.

DECESSI

— Renier R., 50.

— Majno L., 50.

— Marcacci, 58.

— Auwers A., 142.

— Canna G., 198.

— Foerster W., 863.

DISCORSO inaugurale. BUZZATI G. C. Il diritto e la guerra, 33.

— Designazione dell' oratore del discorso inaugurale 1916, 626.

LAVORI dell' Istituto. Rendiconto dei lavori delle due Classi nel 1914, 21. 28.

LETTURE estranei. Parere di competenti, all' infuori delle Sezioni, per ammettere alla lettura lavori di estranei all' Istituto, 546.

NOMINE. - Membri effettivi, 202, 204, 248, 438, 482, 547, 627, 918, 1025.

— Soci corrispondenti, 204, 248, 314, 371, 438, 482, 627.

— Commissioni esamin. concorsi scaduti, 56, 60, 371.

— Censori per l' anno 1915, 61.

— Rappresentante dell' Istituto nella Fondazione C. Golgi per l'anno 1915-16, 684.
OMAGGI del Corpo Accademico a S. E. il Presidente del Consiglio dei Ministri Salandra, di passaggio per Milano, 865, 866.
ORDINE DEL GIORNO a S. E. il Presidente del Consiglio dei Ministri Salandra, esprimente i voti dell'Istituto per la grandezza della patria, 482.
— Risposta di S. E. l'onor. Salandra, 546.
PASSAGGIO A MEMBRO NON RESIDENTE del prof. Egidio Gorra, 1022.
PENSIONE accademica, 55.
— Buzzati G. C., 60.
PRESENTAZIONE di libri. - Salvioni C., 246.
— De Marchi A., 681.
— Lesca, 1022.

INDICE DEGLI AUTORI

ANDREOLI Giulio. Nuova dimostrazione del teorema di Poincaré sulle caratteristiche topologiche di una superficie. 868.
ARNO' Riccardo. Sistema di generazione di oscillazioni elettromagnetiche essenzialmente adatto per scopi di radiotelegrafia e radiotelefonia. 582.
ARTINI Ettore. Della forma cristallina di alcuni derivati del benzolo. Nota 8ª, 779.
BETTI Emilio. Sulla fondazione del principato in Roma. 464.
— La *vindicatio* quale atto del processo reale legittimo *(legis actio in rem)*. 503.
BIANCHI Angelo. Sopra un' associazione regolare del rutilo colla calcite della val Devero, 773.
BOMPIANI Enrico. Rappresentazione grafica delle ciclidi di Dupin e delle loro lossodromiche. (*Memoria*), 315.
BONARDI Edoardo. Contributo alla conoscenza dell'anafilassi idatidea. 617.
— Relazione sul concorso a premio Secco-Comneno: *sull'indacanuria*, 1024, 1067.
BONFANTE Pietro. La διαθήκη ellenica e la *donatio mortis causa*. 453.
BORDONI - UFFREDUZI Guido. Una piccola epidemia di difterite provocata da portatori normali di germi specifici, 160.
BOTTASSO Matteo. Sugli assi di equilibrio e sulla stabilità ed instabilità dell' equilibrio nei sistemi astatici. 278.
BRUSOTTI Luigi. Nuovi metodi costruttivi di curve piane d'ordine assegnato dotate del massimo numero di circuiti. Nota terza. 182.
BUZZATI G. C. Il diritto e la guerra. 33.
— I divorzi all'estero e la cittadinanza italiana. 162.
CAMBI Livio. L'azione del solvente e dell'elettrolito sulle forze elettromotrici delle leghe Cu-Zn. 826.
CARRARA Giacomo. Relazione sul concorso al premio Brambilla 1915: *nuove industrie in Lombardia*, 1023, 1062.

CASTELLI Guglielmo. Intorno all'origine dell'arrogazione delle donne. 533.
— L'arrogazione di Aureliano. 548.
— Intorno all'abrogazione dell'« *adoptio per populum* ». 790.
CELORIA Giovanni. Cenno necrologico del prof. Rodolfo Renier e avv. Luigi Majno. 50.
— Cenno necrologico del professore Arturo Marcacci. 58.
— Cenno necrologico di Arturo von Auwers. 142.
— Cenno necrologico del professore Giovanni Canna. 198.
— Sulla eclisse totale di sole del 21 agosto 1914 e sul passaggio di Mercurio sul disco solare il 7 novembre 1914. 797.
CHERUBINO Salvatore. Sopra un metodo di postulazione. 144.
— Sulle curve e sulle superficie algebriche ammettenti un gruppo finito e ridotto di semiproiettività di 1ª e 2ª specie in sè. 347.
— Identità ed autoidentità semiproiettiva ridotta di due forme algebriche ad $n + 1$ variabili I. II., 993, 1026.
CHISINI Oscar. Sulla risolubilità per radicali delle equazioni contenenti linearmente un parametro. 382.
DE-FRANCISCI Pietro. La misura delle spese ripetibili coll'*actio funeraria*. 295.
FORLANINI Carlo. Relazione sul concorso al premio Cagnola: *sulla cura della pellagra*, 1023, 1056.
GABBA Bassano. Le dottrine del conte di Gobineau. (*Memoria*). 867.
GABBA Luigi sen Rendiconto dei lavori della classe di scienze matematiche e naturali nell'anno 1914. 28.
GAMBA Pericle. Sull'ozono atmosferico. 891.
GIANELLI Giulio. Juno, (*Memoria*). 684,
GOBBI Ulisse. Sulla misura del vantaggio che il consumatore ritrae da uno scambio. 669.
— Sulla rendita del consumatore. 739.
GORINI Costantino. I pericoli dei silò non sufficientemente riscaldati. 115.
— Sulla termoresistenza di batteri non sporigeni nel latte, 956.
— Circa l'influenza della qualità del peptone sulle funzioni batteriche. Contributo ad un problema creato dalla guerra per i laboratori batteriologici. 968.
— Relazione sul concorso al premio Cagnola: *sulla natura dei miasmi e contagi*. 1023, 1060.
GROPPALI Alessandro. Le origini della società. 440.
GUARNERIO Pier Enea. Note etimologiche e lessicali còrse. 517, 601, 653, 703, 841.
LIVINI Ferdinando. Relazione sul concorso al premio Fossati: *Illustrare qualche fatto di anatomia macro o microscopica del sistema nervoso degli animali superiori*. 1024, 1072.
LORIA Gino. Per la biografia di Giovanni Ceva. 450.
MACCABRUNI Francesco. Tentativi di terapia del cancro mediante le culture alla Carrel. 220.
MARCACCI Arturo. Relazione sul concorso al premio Fossati scaduto il 1 aprile 1914 sul tema: *Illustrare con ricerche originali un fatto di anatomia macro o*

microscopica del sistema nervoso. 128.

MARIANI Ernesto. Nuove osservazioni sui movimenti di alcuni ghiacciai della Valfurva nella alta Valtellina. 106.

MARTINETTI P. e ZUCCANTE G. L'opera filosofica di Aurelio Pelazza. 973.

MERCATI Giovanni. Una citazione di Cherilo con due parole greche nuove. 952.

MERLO Clemente. Degli esiti di S- iniziale, -S-, S+S-, -P + S-, -X- intervocalici nei dialetti dell'Italia centro-meridionale, 91.

MINGUZZI Livio. L'*animus* nei trattati internazionali. 761.

MURANI Oreste. Sulla direzione di vibrazione della luce polarizzata desunta dal fenomeno Zeeman. 362.

OSSERVATORIO (r.) Astronomico di Brera. Osservazioni meteorologiche fatte nella r. Specola di Brera. 139, 309, 367, 479, 678, 857, 911, 962, 1016, 1082.

PALADINI Ettore. Relazione sul concorso al premio dell'Istituto: *Investigare se o meno si possa presumere che il regime delle pioggie in Tripolitania e Cirenaica sia diverso oggi da quello che si verificava all'epoca romana*, 1022, 1056.

PASCAL Alberto. L'apparecchio polisettore di Tommaso Ceva e una lettera inedita di Guido Grandi. 173.

PASCAL Carlo. Cenno necrologico del prof. Giovanni Canna, 200.

— Elementi rettorici nella poesia catulliana, 424.

PATRINI Plinio. I terrazzi orografici della Staffora in rapporto coi terreni terziari dei colli vogheresi. 210.

— Considerazioni sui fossili e sui minerali delle argille plioceniche incontrate nella perforazione del pozzo artesiano di Podenzano in provincia di Piacenza. 733.

PELIZZOLA Camillo. L'altezza del cranio nel Tirolo. Nota di geografia antropologica. 555.

— Contributo allo studio del piano « tortoniano » nell'Appennino pavese. 696.

PESENTI Giovanni. Le poesie greche del Poliziano. (*Memoria*). 248.

PESENTI-VILLA Maria. La *Venatio* di Ercole Strozzi. nell'autografo ferrarese (*Memoria*). 142.

PIZZAGALLI A. M. Sulla mitologia nel pañcatantra. 749, 811.

PORRO Eliseo Antonio. Cenno necrologico dell'avv. Luigi Majno. 52

ROTONDI Giovanni. La *derelictio servi* nel diritto giustinianeo ultimo. 720.

ROTTA Paolo. Il concetto di scienza e le nuove intuizioni scientifiche di Nicolò Cusano. 249.

SABBADINI Remigio. Sul testo delle lettere autografe del Boccaccio. 322.

SALVIONI Carlo. Cenno necrologico del prof. Rodolfo Renier. 52.

— Presentazione all'Istituto del *Vocobolario* còrso del dott. F. D. Falcucci. 246.

— Versioni emiliane della parabola del figliuol prodigo tratte dalle carte Biondelli. 328.

— Versioni varie centrali e meridionali della parabola del fi

gliuol prodigo tratte dalle carte Biondelli. 484.

— Note di dialettologia còrsa. Note I-IV. 966.

— Cenno necrologico del prof. Wendelino Foerster. 863.

SIBIRANI Filippo. Sopra alcuni sistemi di equazioni vettoriali. 919.

SOLAZZI Siro. L'*abdicatio tutelae*. 985.

SORMANI Giuseppe. La vaccinazione jenneriana dev' essere richiamata in onore. 167.

— Provvedimenti per tutelare la profilassi del vaiuolo. 205.

— Ricerche sperimentali sulla cura preventiva del tetano nei feriti in guerra. 597.

— Esperimenti sulla profilassi del tetano per mezzo della immunizzazione passiva. 854.

— Ulteriori esperimenti sulla durata della immunizzazione passiva per il tetano. 980.

SUPINO Felice. Osservazioni sopra la struttura del mesenteron in alcuni insetti. 316.

TANSINI Iginio. Sul mio processo di operazione radicale per il cancro della mammella. 109.

— Relazione sul concorso al premio Cagnola: *Innesto d'organi e tessuti*. 1022, 1055.

TARAMELLI Torquato. Sul significato geologico del canale di Leme nell' Istria. 238.

— La traspirazione tellurica ed i terremoti nell'Appennino centrale e meridionale. 372.

TERRACINI Alessandro. Su alcune superficie rigate razionali. 62.

TOGLIATTI Eugenio. Le superficie di sesto ordine con infinite coniche. (*Memoria*). 967.

UFFICI (r. r.) del Genio Civile di Como, Bergamo e Brescia. Osservazioni limnimetriche giornaliere. 138, 311, 544, 680, 859, 915, 1020, 1081.

USAI Giuseppe. Sulle condizioni di indipendenza di un integrale semplice dal parametro. 77.

— Sul calcolo delle variazioni per il caso di un integrale doppio. 628.

VERCELLI Francesco. Le sesse del Verbano. 947.

VERGERIO Attilio. Sull' equazioni integrali di seconda specie a limiti costanti. 878.

VILLA Guido. Una nuova critica dell' etica kantiana. 403.

VISCONTI Alessandro. Le condizioni del diritto ai tempi dei re d' Italia dopo le caduta deldell'impero Carolingio. (*Memoria*). 315.

VIVANTI Anna. Cenni sopra un nuovo cefalopodo da me studiato (*Charybditeuthis maculata* N. G. N. SP.). 235.

VIVANTI Giulio. Sui nuclei simmetrizzabili. 121.

VOGLIANO Achille. Analecta epigraphica graeco-latina. 685.

ZUCCANTE Giuseppe. Rendiconto dei lavori della classe di lettere e scienze morali e storiche nel 1914. 21.

INDICE DELLE MATERIE

ACTIO funeraria. La misura delle spese ripetibili coll'*actio funeraria*. P. De Francisci. 295.

ADOPTIO per populum. Intorno

all' abrogazione dell'« *adoptio per populum* ». G. Castelli. 790.

APPENNINO centrale. La traspirazione tellurica ed i terremoti nell'Appennino centrale e meridionale. T. Taramelli. 372.

APPENNINO pavese. Contributo allo studio del piano « tortoniano » nell'Appennino pavese. G. Pelizzola. 696.

ARROGAZIONE. Intorno all'origine dell'arrogazione delle donne. G. Castelli. 533.

— L'arrogazione di Aureliano. G. Castelli. 548.

ASTATICA. Sugli assi d'equilibrio e sulla stabilità ed instabilità dell'equilibrio nei sistemi astatici. 278.

AURELIANO. L'arrogazione di Aureliano. 548.

AUWERS A. Cenno necrologico di Arturo von Auwers. 142.

BENZOLO. Della forma cristallina di alcuni derivati del benzolo. Nota 8ª, 779.

BOCCACCIO. Sul testo delle lettere autografe del Boccaccio. 322.

BRAMBILLA (Concorso). Relazione sul concorso al premio Brambilla 1915: *nuova industria in Lombardia*. G. Carrara. 1023, 1062.

CAGNOLA (Concorsi).

— Relazioni sui concorsi ai premi Cagnola:

— *Innesto di organi e tessuti*. T. Tansini. 1022, 1055.

— *Sulla cura della pellagra*. C. Forlanini. 1023, 1056.

— *Sulla natura dei miasmi e contagi*. C. Gorini. 1023, 1060.

CALCOLO delle variazioni. Sul calcolo delle variazioni per il caso di un integrale doppio. G. Usai. 628.

CALCOLO vettoriale. Sopra alcuni sistemi di equazioni vettoriali. F. Sibirani. 919.

CANCRO. Sul mio processo di operazione radicale per il cancro della mammella. I. Tansini. 109.

— Tentativi di terapia del cancro mediante le culture alla Carrel. F. Maccabruni. 220.

CANNA G. Cenno necrologico del prof. Giovanni Canna. G. Celoria. 198.

— Cenno necrologico del prof. Giovanni Canna. C. Pascal 200.

CATULLO. Elementi rettorici nella poesia catulliana. C. Pascal. 424.

CEFALOPODI. Cenni sopra un nuovo cefalopodo da me studiato (*Charybditeuthis maculata* N. G. N SP.). A. Vivanti. 235.

CEVA G. Per la biografia di Giovanni Ceva. G. Loria. 450.

CEVA T. L'apparecchio polisettore di Tommaso Ceva e una lettera inedita di Guido Grandi. A. Pascal. 173.

CHERILO. Una citazione di Cherilo con due parole greche nuove. G. Mercati. 952.

CICLIDI. Rappresentazione grafica delle ciclidi di Dupin e delle loro lossodromiche. E. Bompiani. (*Memoria*). 315.

CITTADINANZA italiana. I divorzi all'estero e la cittadinanza italiana. G. C. Buzzati. 162.

CONTAGI. Relazione sul concorso al premio Cagnola: *sulla natura dei miasmi e contagi*. C. Gorini. 1023, 1060.

CORSICA: dialetti. Presentazione all'Istituto del vocabolario còrso del dott. F. D. Falcucci. C. Salvioni. 246.

— Note etimologiche e lessicali còrse. P. E. Guarnerio. 517, 601, 653, 703, 841.

— Note di dialettologia còrsa. C. Salvioni. Note I-IV. 966.

CURVE algebriche. Sopra un metodo di postulazione. S. Cherubino. 144.

— Sulle curve e sulle superficie algebriche ammettenti un gruppo finito e ridotto di semiproiettività di 1ª e 2ª specie in sè. S. Cherubino. 347.

CURVE piane. Nuovi metodi costruttivi di curve piane d'ordine assegnato dotate del massimo numero di circuiti. Nota III. L. Brusotti. 182.

CUSANO N. Il concetto di scienza e le nuove intuizioni scientifiche di Nicolò Cusano. P. Rotta. 249.

DEVERO (Valle). Sopra un'associazione regolare del rutilo colla calcite della val Devero. A. Bianchi. 773.

DIALETTI. Dagli esiti di S- iniziale, -S-, -S + S-, -P + S-, -X- intervocalici nei dialetti dell'Italia centro-meridionale. C. Merlo. 91.

— Versioni emiliane della parabola del figliuol prodigo tratte dalle carte Biondelli. C. Salvioni. 328.

— Versioni varie centrali e meridionali della parabola del figliuol prodigo tratte dalle carte Biondelli. C. Salvioni. 484.

DIALETTI: Corsica. Presentazione all'Istituto del Vocabolario còrso del dott. F. D. Falcucci C. Salvioni. 246.

— Note etimologiche e lessicali còrse. P. E. Guarnerio. 517, 601, 653, 703, 841.

— Note di dialettologia còrsa. C. Salvioni. Note I-IV. 966.

DIFTERITE. Una piccola epidemia di difterite provocata da portatori normali dei germi specifici. G. Bordoni-Uffreduzi. 160

DIRITTO. Il diritto e la guerra. G. C. Buzzati. 33.

— La misura delle spese ripetibili coll'*actio funeraria*. P. De Francisci. 295.

— Le condizioni del diritto ai tempi dei re d'Italia dopo la caduta dell'impero Carolingio. A. Visconti. (*Memoria*). 315.

— La *διαθήκη* ellenica e la *donatio mortis causa*. P. Bonfante. 453.

— La *vindicatio* quale atto del processo reale legittimo (*legis actio in rem*). E. Betti. 503.

— Intorno all'origine dell'arrogazione delle donne. G. Castelli. 533.

— L'arrogazione di Aureliano. G. Castelli. 548.

— La *derelictio servi* nel diritto giustinianeo ultimo. G. Rotondi. 720.

— Intorno all'abrogazione dell'*adoptio per populum*. G. Castelli. 790.

— L'*abdicatio tutelae*. S. Solazzi. 985.

DIVORZIO. I divorzi all'estero e la cittadinanza italiana. G. C. Buzzati. 162.

DONATIO mortis causa. La *διαθήκη* ellenica e la *donatio mortis causa*. P. Bonfante. 453.

DONNE. Intorno all'origine dell'arrogazione delle donne. G. Castelli. 533.

ECLISSI di sole. Sulla eclisse totale di sole del 21 agosto 1914 e sul passaggio di Mercurio

sul disco solare avvenuto il 7 novembre 1914. G. Celoria. 797.

ECONOMIA politica. Sulla misura del vantaggio che il consumatore ritrae da uno scambio. U. Gobbi. 669.

— Sulla rendita del consumatore. U. Gobbi. 739.

ELETTROCHIMICA. L'azione del solvente e dell'elettrolito sulle forze elettromotrici delle leghe Cu-Zn. L. Cambi. 826.

EPIGRAFIA. Analecta epigraphica graeco-latina. A. Vogliano. 685.

EQUAZIONI algebriche. Sulla risolubilità per radicali delle equazioni contenenti linearmente un parametro. O. Chisini. 382.

EQUAZIONI integrali. Sui nuclei simmetrizzabili. G. Vivanti. 121.

— Sull' equazioni integrali di seconda specie a limiti costanti. A. Vergerio. 878.

ETICA. Una nuova critica dell' etica kantiana. G. Villa 403.

FIGLIUOL prodigo. Versioni emiliane della parabola del figliuol prodigo tratte dalle carte Biondelli. C. Salvioni. 328.

— Versioni varie centrali e meridionali della parabola del figliuol prodigo tratte dalle carte Biondelli. C. Salvioni. 484.

FILOSOFIA. Il concetto di scienza e le nuove intuizioni scientifiche di Nicolò Cusano. P. Rotta. 249.

FOERSTER W. Cenno necrologico del prof. Wendelino Foerster. C. Salvioni. 863.

FORAGGI infossati. I pericoli dei silò non sufficientemente riscaldati. C. Gorini. 115.

FORME algebriche. Identità ed autoidentità semiproiettiva ridotta di due forme algebriche ad n + 1 variabili. Nota I e II. S. Cherubino. 993, 1026.

FOSSATI (concorso). Relazione sul concorso al premio Fossati scaduto il 1 aprile 1914 col tema: *Illustrare con ricerche originali un fatto di anatomia macro o microscopica del sistema nervoso.* A. Marcacci. 128.

— Relazione sul concorso Fossati: *Illustrare qualche fatto di anatomia macro o microscopica del sistema nervoso degli animali superiori.* G. Livini. 1024, 1072.

FOSSILI. Considerazioni sui fossili e sui minerali delle argille plioceniche incontrate nella perforazione del pozzo artesiano di Podenzano in provincia di Piacenza. P. Patrini. 733.

GEOGRAFIA antropologica. L'altezza del cranio nel Tirolo. Nota di geografia antropologica. C. Pelizzola. 555.

GEOLOGIA. Contributo allo studio del piano « tortoniano » nell' Appennino pavese. C. Pelizzola. 696.

— Considerazioni sui fossili e sui minerali delle argille plioceni che incontrate nella perforazione del pozzo artesiano di Podenzano in provincia di Piacenza. P. Patrini. 733.

— Sul significato geologico del canale di Leme nell'Istria. T. Taramelli. 238.

GEOMETRIA: strumenti. L'apparecchio polisettore di Tommaso Ceva e una lettera inedita di Guido Grandi. A. Pascal. 173.

GHIACCIAI. Nuove osservazioni sui movimenti di alcuni ghiacciai della Valfurva nell' alta Valtellina. E. Mariani. 106.

GOBINEAU. Le dottrine del conte di Gobineau. B. Gabba. (*Memoria*). 867.

GRANDI G. L'apparecchio polisettore di Tommaso Ceva e una lettera inedita di Guido Grandi. A. Pascal. 173.

GUERRA europea. Il diritto e la guerra. G. C. Buzzati. 33.

IDATIDE. Contributo alla conoscenza dell' anafilassi idatidea. E. Bonardi. 617.

IMPERO Carolingio. Le condizioni del diritto ai tempi dei re d' Italia dopo la caduta dell' impero Carolingio A. Visconti. (*Memoria*). 315.

INDACANURIA. Relazione sul concorso al premio Secco-Comneno: *sull' indacanuria*. E. Bonardi. 1024, 1067.

INDUSTRIE. Relazione sul concorso al premio Brambilla 1915: *nuove industrie in Lombardia*. G. Carrara. 1023, 1062.

INNESTI animali. Relazione sul concorso al premio Cagnola: *Innesto di organi e tessuti*. I. Tansini. 1022, 1055.

INSETTI. Osservazioni sopra la struttura del mesenteron in alcuni insetti. F. Supino. 316.

INTEGRALI. Sulle condizioni di indipendenza di un integrale semplice dal parametro. G. Usai. 77.

ISTITUTO (r.) Lombardo. Rendiconto dei lavori delle due Classi nel 1914. L. Gabba e Zuccante G. 28, 21.

— (premio ord.). Relazione sul concorso al premio dell' Istituto: *Investigare se o meno si possa presumere che il regime delle pioggie in Tripolitania e Cirenaica sia diverso oggi da quello che si verificava all'epoca romana*. E. Paladini. 1022, 1050.

ISTRIA: geologia. Sul significato geologico del canale di Leme nell' Istria. T. Taramelli. 238.

ITALIA: dialetti. Degli esiti di S- iniziale, -S-, -S + S- e -P + S-, -X- intervocalici nei dialetti dell'Italia centro-meridionale. C Merlo 91.

JUNO. Juno G. Gianelli. (*Memoria*). 684.

LAGHI Lombardi. Osservazioni limnimetriche giornaliere. 138, 311, 544, 680, 859, 915, 964, 1020, 1081.

LAGO Maggiore. Le sesse del Verbano. F. Vercelli. 947.

LATTE. Sulla termoresistenza di batteri non sporigeni nel latte. C. Gorini. 956.

LETTERATURA indiana. Sulla mitologia nel Pañcatantra. A. M. Pizzagalli. 749, 811.

LIBIA. Relazione sul concorso al premio dell'Istituto: *Investigare se o meno si possa presumere che il regime delle pioggie in Tripolitania e Cirenaica sia diverso oggi da quello che si verificava all'epoca romana*. E. Paladini. 1022, 1050

LIMNOLOGIA. Osservazioni limnimetriche giornaliere. 138, 311, 544, 680, 859, 915, 964, 1020, 1081.

LINGUA GRECA. Una citazione di Cherilo con due parole greche nuove. G. Mercati. 952.

LOMBARDIA. Relazione sul concorso al premio Brambilla 1915: *nuove industrie in Lombardia*. G. Carrara. 1025, 1063.

MAJNO L. Cenno necrologico dell'avv. Luigi Majno. G. Celoria e A. E. Porro. 50, 52.

MARCACCI A. Cenno necrologico del prof. Arturo Marcacci. G. Celoria. 58.
METEOROLOGIA. Osservazioni meteorologiche fatte nella r. Specola di Brera. 139, 309, 367, 479, 678, 857, 911, 962, 1016, 1082.
MIASMI. Relazione sul concorso al premio Cagnola: *sulla natura dei miasmi e contagi*. C. Gorini. 1023, 1060.
MILANO: meteorologia. Osservazioni meteorologiche fatte nella r. Specola di Brera. 139. 309. 367, 479, 678, 857, 911, 962, 1016, 1082.
MINERALOGIA. Sopra un' associazione regolare del rutilo colla calcite della val Devero. A. Bianchi. 773.
NERVI. Relazione sul concorso al premio Fossati scaduto il 1 aprile 1914 col tema: *Illustrare con ricerche originali un fatto di anatomia macro o microscopica del sistema nervoso*. A. Marcacci. 128.
— Relazione sul concorso al premio Fossati: *Illustrare qualche fatto di anatomia macro o microscopica del sistema nervoso degli animali superiori*. F. Livini. 1024, 1072.
OROGRAFIA: Voghera. I terrazzi orografici della Staffora in rapporto coi terreni terziari dei colli vogheresi. P. Patrini. 210.
OTTAVIANO. Sulla fondazione del principato in Roma. E. Betti. 464.
OTTICA. Sulla direzione di vibrazione della luce polarizzata desunta dal fenomeno Zeeman. O. Murani. 362.
OZONO atmosferico. Sull' ozono atmosferico. P. Gamba. 891.
PANCATRANTA Sulla mitologia nel Pañcatranta. A. M. Pizzagalli. 749, 811.
PELAZZA A. L'opera filosofica di Aurelio Pelazza. P. Martinetti e G. Zuccante. 973.
PELLAGRA. Relazione sul concosso al premio Cagnola: *sulla cura della pellagra*. C. Forlanini. 1023, 1056.
PEPTONE. Circa l'influenza della qualità del peptone sulle funzioni batteriche. C. Gorini. 968.
POESIA greca Le poesie greche del Poliziano. (*Memoria*). G. Pesenti. 248.
POESIA latina. La *Venatio* di Ercole Strozzi nell' autografo ferrarese (*Memoria*). M. Pesenti-Villa. 142.
— Elementi rettorici nella poesia catulliana. C. Pascal. 424.
PODENZANO. Considerazioni sui fossili e sui minerali delle argille plioceniche incontrate nella perforazione del pozzo artesiano di Podenzano in provincia di Piacenza. P. Patrini. 733.
POLIZIANO. Le poesie greche del Poliziano. (*Memoria*). G. Pesenti. 248.
RADIOTELEGRAFIA. Sistema di oscillazioni elettromagnetiche essenzialmente adatto per scopi di radiotelegrafia e radiotelefonia. R. Arnò. 582.
RENIER R. Cenno necrologico del prof. Rodolfo Renier. G. Celoria e C. Salvioni. 50, 52.
ROMA. Sulla fondazione del principato in Roma. E. Betti. 464.
SECCO-COMNENO (concorso). Relazione sul concorso al premio Secco-Comneno: *sull'indacanuria*. E. Bonardi. 1024, 1067.

SERVITÙ La *derelictio servi* nel diritto giustinianeo ultimo. G. Rotondi. 720.
SESSE. La sesse del Verbano. F. Vercelli 947.
SILO'. I pericoli dei silò non sufficientemente riscaldati. C. Gorini. 115.
SISMOLOGIA. La traspirazione tellurica ed i terremoti nell'Appennino centrale e meridionale T. Taramelli. 372.
SOCIOLOGIA. Le origini della società. A. Groppali. 440.
— Le dottrine del conte di Gobineau. (*Memoria*). B. Gabba. 867.
STAFFORA. I terrazzi orografici della Staffora in rapporto coi terreni terziari dei colli vogheresi. P. Patrini. 210.
STROZZI E. La *Venatio* di Ercole Strozzi nell'autografo ferrarese. (*Memoria*) M. Pesenti-Villa. 142.
SUPERFICIE. Nuova dimostrazione del teorema di Poincaré sulle caratteristiche topologiche di una superficie. G. Andreoli. 868.
SUPERFICIE algebriche. Le superficie di sesto ordine con infinite coniche. (*Memoria*). E. Togliatti. 967.
SUPERFICIE rigate. Su alcune superficie rigate razionali. A. Terracini. 62.
TESTAMENTO. La διαθήκη ellenica e la *donatio mortis causa*. P. Bonfante 453.
TETANO. Ricerche sperimentali sulla cura preventiva del tetano nei feriti in guerra. G. Sormani 597.
— Esperimenti sulla profilassi del tetano per mezzo della immunizzazione passiva. G. Sormani. 854.
— Ulteriori esperimenti sulla durata della immunizzazione passiva per il tetano. G. Sormani. 980.
TIROLO. L'altezza del cranio nel Tirolo. Nota di geografia antropologica. C. Pelizzola. 555.
TRATTATI internaz. L'*animus* nei trattati internazionali. L. Minguzzi. 76'.
TUTELA. L'*abdicatio tutelae*. S. Solazzi. 985.
VACCINAZIONE. Provvedimenti per tutelare la profilassi del vaiuolo. G. Sormani. 205.
VACCINAZIONE jenneriana. La vaccinazione jenneriana deve essere richiamata in onore. G. Sormani. 167.
VALFURVA. Nuove osservazioni sui movimenti di alcuni ghiacciai della Valfurva nell'alta Valtellina. E. Mariani. 106.
VENATIO. La *Venatio* di Ercole Strozzi nell'autografo ferrarese. (*Memoria*). M. Pesenti-Villa. 142.
VINDICATIO. La *vindicatio* quale atto del processo reale legittimo (*legis actio in rem*). E. Betti. 503.
VOGHERA: geologia. I terrazzi orografici della Staffora in rapporto coi terreni terziari dei colli vogheresi. P. Patrini. 210.